

کاربرد درخت تصمیم M5P در تعیین بیشینه‌ی فشار منفی ایجاد شده در محل افزایش ناگهانی قطر لوله‌های حاوی جریان تحت فشار

محمد رضا بازرگان لاری^{۱*}

تاریخ دریافت: ۹۲/۷/۲۳ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۲/۱۴

چکیده

در جریان‌های تحت فشار، استفاده از افزایش مقطع ناگهانی به عنوان یکی از گزینه‌های استهلاک کارماهی مطرح است. از آن جا که حباب‌های ناشی از پدیده حباب‌زایی می‌تواند زیانهای سازه‌ای قابل توجهی در پی داشته باشد، براورد بیشینه‌ی فشار منفی در بازشدگی ناگهانی مورد توجه خاص قرار دارد. نوسانهای فشار، دامنه و شدت حباب‌زایی به مقدار بیشینه‌ی فشار منفی وابسته است. بنابراین براورد مقدار بیشینه‌ی فشار منفی در مرحله طراحی ضروری است. در این تحقیق، با تغییر هندسه و مشخصات جریان، بازشدگیهای ناگهانی پرشماری تولید و به کمک پویایی سیالات محاسباتی شبیه‌سازی شدند. نتایج حاصل از شبیه‌سازیهای عددی انطباق لازم را با مشاهدات آزمایشگاهی داشتند؛ بنابراین، شبیه عددی توانایی لازم را برای پیش‌بینی بیشینه‌ی فشار منفی دارد. در این مقاله، برای اولین بار، از روش داده کاوی M5P برای برقراری ارتباطی سریع، دقیق و کم هزینه بین مشخصات هندسی و مشخصات جریان در بازشدگی ناگهانی، و مقدار بیشینه‌ی فشار منفی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که قوانین ساده‌ی مبتنی بر M5P می‌توانند به دقت مقدار بیشینه‌ی فشار منفی را براورد کنند. **واژه‌های کلیدی:** بازشدگی ناگهانی، حباب‌زایی، درخت تصمیم M5P، فشار منفی، پویایی سیالات محاسباتی، استهلاک کارماهی.

^۱- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شرق

*- نویسنده مسئول مقاله: bazargan@iauet.ac.ir

اسکودییر (۲۰۰۴) در بررسی این پدیده ارائه نموده‌اند، استفاده از روش‌های مبتنی بر پویایی سیالات محاسباتی نیز با گسترش ابزارهای محاسباتی توانمند در این خصوص مطرح شده، و کارایی آنها به‌وسیله‌ی محققان پژوهشگری نظیر گیو و همکاران (۲۰۰۲)، لیو (۲۰۰۲)، پینه و همکاران (۲۰۰۳)، اویسویرا (۲۰۰۳)، منصوری و بازرگان لاری (۲۰۰۷) و بازرگان لاری و منصوری (۲۰۰۸) ارزیابی شده است.

گرچه از نظر زمانی، شبیه‌سازی عددی در مقایسه با بررسی آزمایشگاهی بسیار سریعتر و کم هزینه‌تر است، اما کماکان به دلیل نوسانهای سرعت در جریان‌های آشفته، شبیه‌سازی عددی جریان دشوار است، و برای استقلال جواب از اندازه‌ی شبکه‌بندی‌هایی که در هر شبیه‌سازی عددی ضروری می‌باشد، لازم است که اندازه‌ی شبکه‌بندی بسیار کوچک مقیاس باشد، از این‌رو، بار محاسباتی افزایش یافته و به تبع آن، زمان اجرای شبیه‌های عددی نیز قابل توجه می‌گردد. به هر حال، آنچه در تمام گزارش‌های نتایج شبیه‌های عددی و آزمایشگاهی گزارش شده، وجود یک افت ناگهانی فشار در نزدیکی محل تغییر مقطع ناگهانی است.

در مرحله اولیه‌ی طراحی، که معمولاً امکان شبیه‌سازی آزمایشگاهی و عددی پدیده برای طراحان میسر نیست، برآورد سریع میزان بیشینه‌ی فشار منفی نقش مهمی را در پذیرش یا رد گزینه مطرح طراحی دارد. در شرایط بهره‌برداری متفاوت و گاهی اضطراری، که زمان کافی برای شبیه‌سازی جریان وجود ندارد نیز، پیش‌بینی سریع و به‌هنگام میزان فشار منفی بر تعیین سیاست مناسب بهره‌برداری از لوله‌ی تحت فشار، که می‌تواند خروجی تحتانی سد باشد، تأثیر بسزایی دارد و می‌توان از طریق تعیین میزان بیشینه‌ی فشار منفی محتمل، از وقوع پدیده‌ی حباب‌زایی با اتخاذ سیاست مناسب بهره‌برداری، جلوگیری کرد. در این راستا، در مقاله‌ی حاضر، هدف ارائه ساختاری ساده برای حصول به برآورده از میزان فشار منفی است که می‌تواند نقش مؤثری را در جلوگیری و مهار کردن پدیده‌ی حباب‌زایی در شرایط اضطراری بهره‌برداری، و حتی در مرحله‌ی ارائه‌ی طرح اولیه تغییر مقطع ناگهانی، داشته باشد. در مقاله‌ی حاضر، از شبیه

مقدمه

حریان متلاطم سیال در افزایش مقطع ناگهانی لوله‌های تحت فشار از جمله مسائل پیچیده‌ی جدادگری حریان محسوب می‌شود، که هم از نظر مبانی علمی و هم از نظر کاربردهای عملی زیادی که دارد مورد توجه محققان مختلف قرار گرفته است. میزان افت کارمایه در یک افزایش مقطع ناگهانی نیز به دلیل گردابهای حریانی که تولید می‌شود، معمولاً قابل توجه بوده و تخمین آن امکان‌پذیر است. لذا، می‌توان از این ساختار به عنوان یک مستهلک کننده‌ی کارمایه در کنار سازه‌های متداولی نظیر سدها بهره برد. در محل تغییر ناگهانی مقطع، در جریان‌هایی با سرعت زیاد، وقوع فشار زیر اتمسفر اجتناب ناپذیر است. اگر فشار منفی ایجاد شده از فشار بخار مایع کمتر شود، وقوع پدیده‌ی مخرب حباب‌زایی^۱، که منجر به آسیب‌پذیری سازه می‌گردد، محتمل است. پیش‌بینی وقوع حباب‌زایی مستلزم پیش‌بینی میزان فشار منفی ایجاد شده است. از این‌رو، چنانچه از بازشده‌ی ناگهانی مقطع به عنوان مستهلک کننده‌ی کارمایه در سازه‌های مهمی نظیر سدها استفاده شود، برای جلوگیری از وقوع پدیده‌ی مخرب حباب‌زایی که می‌تواند خرایی کل سازه را در پی داشته باشد، براورد بیشینه‌ی فشار منفی ضروری است.

معادلات حاکم بر جریان تحت فشار سیال در محل تغییر مقطع ناگهانی، که به جریان فشنانه نیز مشهور است، معادلات ناویر-استوکس می‌باشند. آن‌گونه که چادرودی (۱۹۶۳) بیان می‌کند، به دلیل پیچیدگی‌های حاکم بر چنین پدیده‌ای، امکان بیان خصوصیات این جریان در قالب یک رابطه‌ی ریاضی وجود ندارد، و تاکنون نیز حل تحلیلی مناسبی برای معادلات ناویر-استوکس در مورد فشنانه ارائه نشده است. در ۱۹۷۶، راجاراتنام جمع‌بندی کاملی را از مبانی و مطالعات انجام شده در این خصوص ارائه نموده و جمع‌بندی کاملی نیز از سابقه‌ی تحقیقات انجام شده در این خصوص به‌وسیله‌ی بازرگان لاری (۱۳۸۳) ارائه شده است. در کنار روش‌های آزمایشگاهی پژوهشگری که محققانی نظیر منصوری (۱۹۸۸)، سولیوان و گلسر (۱۹۹۰)، اسکودییر و همکاران (۲۰۰۲) و پول و

¹- cavitation

مواد و روشها

جريان مورد بررسی، جريان يك فشانه‌ی سیال به داخل محیطی حاوی همان سیال است. كه به فشانه‌ی مستغرق مشهور است. جريان فشانه‌ی مستغرق می‌تواند به دو شکل محدود نشده و محدود شده رخ دهد. در فشانه‌ی مستغرق محدود نشده، جريان تحت فشار از يك روزنه به داخل يك مخزن شامل سیال ساكن یا نیمه ساكن هدایت می‌شود. از آن جا که دیواره‌های مخزن در این حالت در فاصله‌ی دوری قرار دارند، روی گردا بههای ایجاد شده در اطراف فشانه بی‌تأثیرند اما در مسأله‌ی مورد توجه این مقاله، دیواره‌های سازه امکان گسترش بیش از حد فشانه را نداده، و به دلیل فشار منفی ایجاد گردیده در نزدیک دیواره‌ها، جريان چرخشی گردا بههای شدیدی وجود می‌آید که به فشانه‌ی مستغرق محدود شده مشهور است. همان‌گونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، در چنین جريانی سه ناحیه مختلف قابل تفکیکند. منطقه‌ای که در مرکز فشانه قرار گرفته است، هسته نام دارد. شاعع هسته از مرز داخلی پخش شدگی فشانه تا محور مرکزی فشانه، ادامه دارد. تنفس بر بشی در این منطقه وجود نداشته، سرعت در تمام نقاط موجود در هسته یکسان بوده و خطوط جريان مستقيمه و موازی می‌باشند. دومین منطقه، منطقه‌ی اختلاطی است که از مرز خارجی هسته‌ی فشانه مطابق شکل ۱ شروع می‌شود. تنفس بر بشی در این ناحیه شدید، و جريان متلاطم است. به تدریج، با فاصله گرفتن از افشاره به علت استهلاک کارمایه، ضخامت هسته کاهش یافته و ضخامت ناحیه‌ی اختلاطی فزونی گرفته، خطوط جريان نامنظم گردیده و تنشهای بر بشی تا نواحی مرکزی فشانه گسترش می‌باشد. مرز خارجی فشانه، که اصطلاحاً حد خارجی انتشار و مرز ناحیه‌ی اختلاطی و هسته، که اصطلاحاً حد داخلی انتشار خوانده می‌شوند، در شکل ۱ عرضه گردیده‌اند. از مرز خارجی پخش شدگی فشانه تا دیواره‌ی لوله را منطقه‌ی جريان برگشتی می‌نامند. در این ناحیه، جريانهای برگشتی و چرخشی شکل می‌گیرند. علت شکل‌گیری اين جريانهای، شب فشار منفی و تغييرات سرعت در خطوط مختلف جريان است. جريان چرخشی که در اين ناحیه به وجود می‌آيد، عامل اصلی افت کارمایه است. ميزان افت کارمایه به اختلاف سرعت در دو لوله‌ای

M5P که اخیراً به وسیله‌ی نیکو و همکاران (۲۰۱۳) در تعیین قوانین بهینه‌ی بهره‌برداری از سامانه‌ی رود-مخزن-آب‌زیرزمینی با موفقیت به کار رفته، بهره‌گرفته شده و ساختاری بسیار ساده و کاربردی ارائه می‌گردد که مهندس طراح و یا بهره‌بردار، به سرعت و به راحتی می‌تواند ميزان فشار منفی را با دقت مناسبی بر حسب مقدار نسبت افزایش مقطع و عدد رینولدز جريان عبوری، پيش‌بياني کند. در روش M5، که از روش‌های مبتنی بر داده کاوی است، به کمک مجموعه‌ای از داده‌های ورودی و خروجی به يك سامانه، می‌توان رفتار سامانه را تشخيص و خروجی سامانه را در ازاي يك مجموعه‌ی ورودی جديد، پيش‌بياني کرد. در استفاده از شبیه‌های هوشمند درخت تصمیم علوم آب مورد توجه محققان دیگری نيز قرار گرفته است، که از آن جمله می‌توان به کاربرد آن در پيش‌بياني فراسنجهای امواج ناشی از باد در بندر امیرآباد، که به وسیله‌ی محبوبي و اعتماد‌شهیدی (۱۳۸۷) انجام شده است، اشاره کرد. ذوال‌المجد حقیقی و اعتماد شهیدی (۱۳۸۹) و اعتماد شهیدی و محبوبي (۲۰۰۹) نيز از شبیه‌های درخت تصمیم‌گیری در پيش‌بياني فراسنجهای امواج ناشی از باد استفاده کرده‌اند. بيهان‌تچاری و همکاران (۲۰۰۷) نيز از اين شبیه در شبیه‌سازی انتقال رسوب استفاده کرده‌اند. صمدی و جباری (۱۳۹۰) از اين شبیه برای براورد عمق آبشستگی در پایین دست سریزهای جامی شکل بهره برده و گودرزیان و همکاران (۱۳۹۱) نيز اين شبیه را جهت پيش‌بياني عمق و سرعت جريان بر روی پرتاب‌کننده‌های جامی سدها به کار گرفته‌اند. ستاري و همکاران (۲۰۱۳) نيز از اين ساختار در پيش‌بياني بدھی روزانه‌ی رود سوهو ترکیه استفاده کرده‌اند. بررسی نتایج حاصل از تحقیقات فوق الذکر همگی مبين عملکرد مطلوب این ساختار و برتری نسبی دقت شبیه‌های مبتنی بر درخت تصمیم‌گیری نسبت به شبکه‌های عصبی، و حتی روابط تجربی ارائه شده است. مرور پيش‌بياني مطالعات نشان می‌دهد که تاکنون از شبیه هوشمند M5 در تعیین ميزان فشار منفی در افزایش مقطع ناگهانی لوله‌های تحت فشار استفاده نشده است. در مقاله حاضر، به ارزیابی عملکرد اين شبیه در تعیین ميزان فشار منفی در افزایش مقطع ناگهانی لوله‌های تحت فشار پرداخته شده است.

استفاده از شبیه عددی واسنجی شده شبیه‌سازی می‌گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی بطور تصادفی به دو دسته داده‌های آموزش و آزمون تقسیم می‌شوند. از دسته داده‌های آموزش حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی انجام گرفته در گام بعد برای آموزش ساختار مبتنی بر هوش مصنوعی استفاده شده و درخت تصمیم مبتنی بر روش M5P تعیین می‌گردد. با به کارگیری درخت تصمیم حاصل شده در گام قبل، میزان فشار منفی در حالات مختلف داده‌های آزمون قابل پیش‌بینی است. در نهایت، با مقایسه نتایج حاصل از کاربرد درخت تصمیم، و نتایج مبتنی بر شبیه عددی برای داده‌های آزمون، عملکرد قوانین تدوین شده، به کمک شاخصهای آماری ارزیابی می‌گردد.

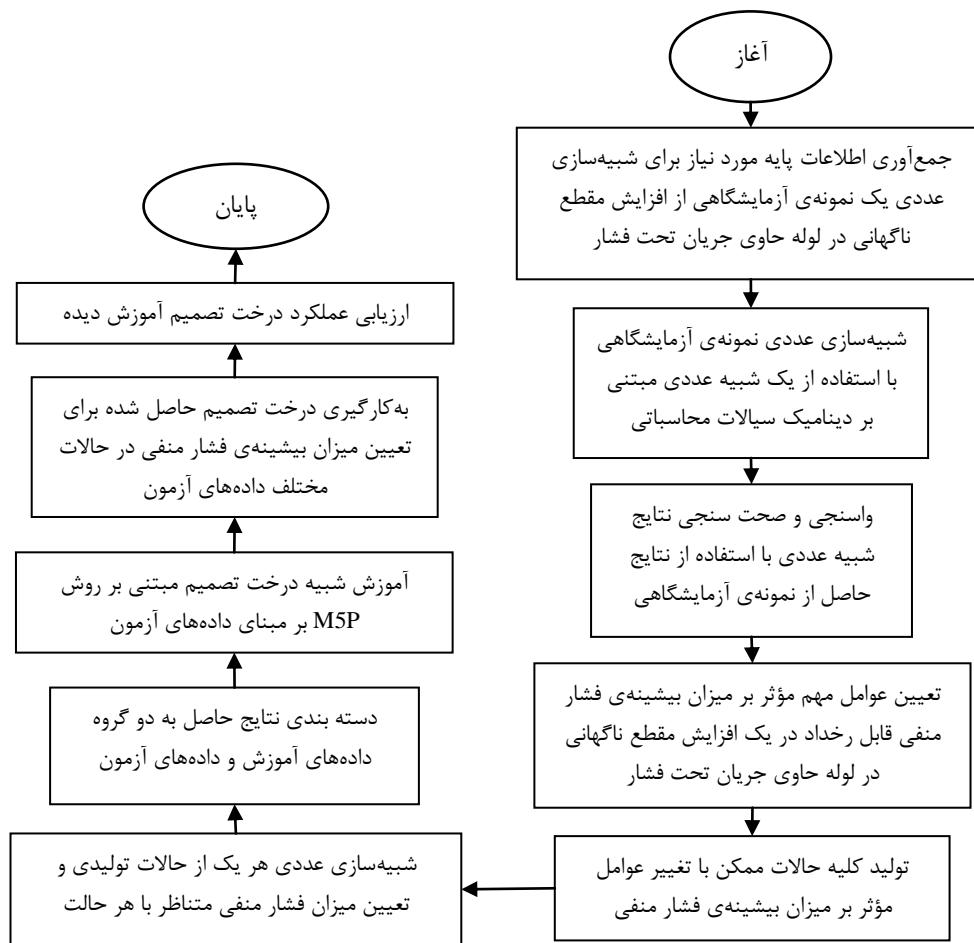
بطور کلی، ساختار روش پیشنهادی را می‌توان به دو بخش مجزا دسته‌بندی کرد: بخش اول شامل شبیه‌سازی عددی جریان مبتنی بر پویایی سیالات محاسباتی است که با استفاده از Fluent انجام می‌شود. در بخش دوم، ارائه و ارزیابی یک ساختار مبتنی بر درخت تصمیم مد نظر است که در ادامه به تشریح هریک پرداخته خواهد شد.

که به هم متصل شده‌اند وابسته است و به راحتی می‌توان مقدار آن را با استفاده از قانون بقای اندازه‌ی حرکت تخمین زد (بازرگان لاری، ۱۳۸۳؛ راجارتان، ۱۹۷۶).

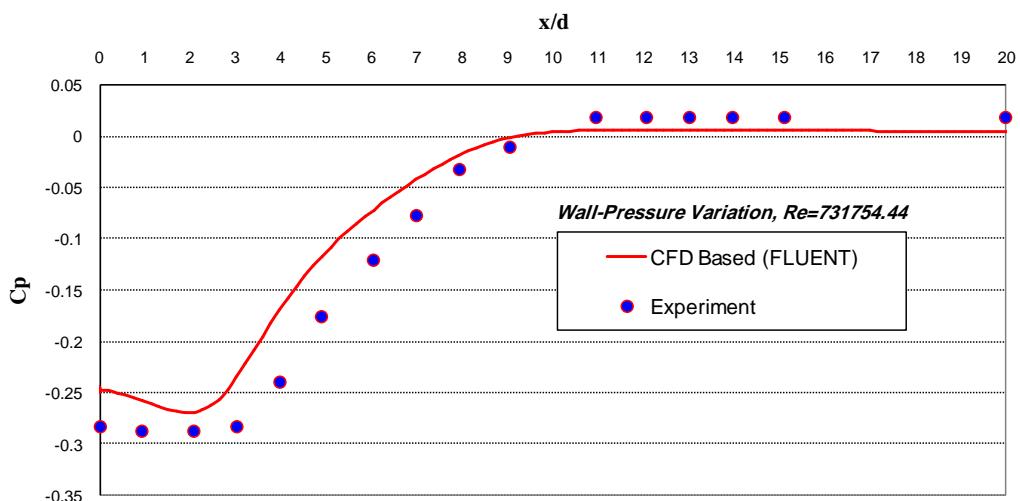
شکل ۲ ساختار پیشنهادی را برای تخمین مقدار فشار منفی با استفاده از شبیه M5P نشان می‌دهد. به دلیل پیچیدگی‌های حاکم بر جریان در این پدیده، لازم است مبنای برای بررسی صحت نتایج شبیه‌سازی‌های عددی در اختیار باشد. از این‌رو، در گام نخست باید شرایط بررسی آزمایشگاهی پدیده فراهم گردیده، و یا از نتایج آزمایشگاهی گزارش شده به وسیله‌ی محققان دیگر بهره برد. در این حالت جمع‌آوری اطلاعات پایه مورد نیاز برای شبیه‌سازی عددی نمونه آزمایشگاهی مورد بررسی ضروری است. در ادامه، به شبیه‌سازی عددی پدیده با استفاده از پویایی سیالات محاسباتی پرداخته می‌شود. واسنجی و صحت‌سنجی نتایج شبیه عددی با استفاده از نتایج شبیه آزمایشگاهی در گام بعد انجام می‌گیرد، و در ادامه، عوامل مهم مؤثر بر میزان فشار منفی بر پایه‌ی تحقیقات گذشته، و نمونه‌ی آزمایشگاهی تولید شده، انتخاب می‌گردد. با تغییر متغیرهای مؤثر هندسی بر میزان فشار منفی، و همچنین متغیرهای مؤثر بر جریان نمایشنامه مختلفی تولید و هریک از آنها برای تعیین میزان فشار منفی با



شکل ۱- نمایش طرح‌واره‌ی نواحی شکل گرفته در جریان فشانه‌ی مستغرق محدود شده.



شکل ۲- نمودار گردشی ساختار روش پیشنهادی برای پیش‌بینی بیشینه‌ی فشار منفی در افزایش مقطع ناگهانی لوله حاوی جریان.



شکل ۲- منحنی تغییرات ضربی فشار حاصل از آزمایش منصوری (۱۹۸۸) و شبیه‌ی مبتنی بر پویایی سیالات محاسباتی.

معادله‌ی اندازه‌ی حرکت در جهت Z :

(۴)

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho w \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z$$

معادله‌ی کارمایه:

(۵)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \right) + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \vec{V} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) - \frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\partial (vp)}{\partial y} - \frac{\partial (wp)}{\partial z} + \\ \frac{\partial (u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial (v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (v\tau_{zy})}{\partial z} + \\ \frac{\partial (w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial (w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho \vec{f} \cdot \vec{V} \end{aligned}$$

که در آنها، \vec{V} بردار میدان سرعت در فضای دکارتی است ($\vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$) که مؤلفه‌های آن به زمان و مکان وابسته‌اند، ρ چگالی سیال، P فشار و T حرارت است. نیروهای داخلی (نظیر گرانش) وارد بر واحد جرم سیال با f نشان داده شده و نمایه‌ی آن مبین امتداد است. برای نشان دادن تنشهای برشی از τ استفاده شده که به ترتیب نمایه‌ی اول مبین امتداد تنش و نمایه‌ی دوم مبین امتداد بردار عمود بر صفحه تنش، و k ضریب هدایت حرارتی است. مجموع دو کارمایه داخلی (ناشی از حرکت تصادفی مولکولها است که مقدار آن را در واحد جرم e نامیده می‌شود) و کارمایه جنبشی (مربوط به حرکت انتقالی $V^2/2$ بن پاره سیال که مقدار آن در واحد جرم برابر با است)، کارمایه کل بن پاره متحرک سیال را تشکیل می‌دهد (فلتچر، ۱۹۹۷، فرزیگر و پریک، ۲۰۰۲، و دیل وات، ۱۹۸۴).

حل مستقیم معادلات وابسته به زمان ناویر-استوکس، که به روش شبیه‌سازی عددی مستقیم مشهور است، نیاز به شبکه‌بندی بسیار بیشتر داشته و محاسبات مورد نیاز برای حل مستقیم معادلات ناویر-استوکس وابسته به زمان برای جریانهای کاملاً آشفته در عدد رینولدز بالا بسیار مشکل است، اما می‌توان از معادلات ناویر استوکس، در حالی که متوضط‌گیری زمانی شده‌اند، استفاده کرد. با به کارگیری قوانین متوضط‌گیری در روابط بالا، معادلات

شبیه‌سازی‌های عددی جریان

پیچیدگی معادلات حاکم بر مسائل جریان، بالا بودن هزینه‌های مربوط به تجهیزات آزمایشگاهی، و محدودیت استفاده از دستگاه‌های اندازه‌گیری در بسیاری از مسائل عملی، از جمله دلایلی می‌باشد که استفاده از روش‌های تحلیلی و آزمایشگاهی را در مقایسه با روش‌های عددی محدود می‌کند و این امر باعث شده است که امروزه علم پویایی سیالات محاسباتی به صورت یک ابزار پر قدرت و توانا برای تحلیل جریان سیال پیوسته با معادلات دیفرانسیل جزیی حاکم به کمک تفکیک آن معادلات جهت شبیه‌سازی یک پدیده است، در پویایی سیالات محاسباتی، پس از تعریف هندسه‌ی ناحیه‌ی مورد نظر، لازم است آن ناحیه به نواحی کوچکتر تقسیم گردیده و شبکه‌ای تولید شود؛ شرایط مرزی مشخص و خصوصیات سیال معین گردد. پویایی سیالات محاسباتی بر پایه‌ی معادلات مشخصه شامل قوانین بقای جرم، اندازه حرکت و کارمایه استوار است. در مقاله حاضر، جهت شبیه‌سازی افزایش مقطع ناگهانی از نرم افزار Fluent، که یکی از قویترین نرم‌افزارهای پویایی سیالات محاسباتی است، و صحت شبیه‌سازی‌های مبتنی بر آن بارها به وسیله‌ی محققان مختلف تأیید گردیده، استفاده شده است.

معادلات مشخصه برای جریانهای غیر یکنواخت سه بعدی تراکم پذیر و گرانزو (معادلات ناویر-استوکس) در شکل بقایی که در حل عددی به روش احجام محدود به وسیله‌ی شبیه Fluent به کار گرفته می‌شوند، معادلات پیوستگی، اندازه‌ی حرکت و کارمایه می‌باشند که عبارتند از:

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

معادله‌ی اندازه‌ی حرکت در جهت X :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (2)$$

معادله‌ی اندازه‌ی حرکت در جهت Y :

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (3)$$

معادله‌ی اندازه‌ی حرکت در جهت Z :

با زدگی ناگهانی موفق عمل کرده و خطای ناچیزی را در مقایسه با نتایج نمونه‌ی آزمایشگاهی دارد. در مقاله‌ی حاضر نیز از شبیه ω - k برای شبیه‌سازی جریان استفاده شده است.

در مطالعات مربوط به فشانه، نتایج بر حسب دو عدد بدون بعد نسبت افزایش مقطع، d/D ، و ضریب فشار، C_p ، که به شکل زیر تعریف می‌شود، بیان می‌شوند:

$$C_p = \frac{p}{0.5\rho V_j^2} \quad (9)$$

در این رابطه، p فشار، ρ چگالی سیال و V_j سرعت فشانه است. بررسی تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که مهمترین عوامل مؤثر بر میزان فشار منفی، نسبت تغییر در مقطع (تغییر قطر) و عدد رینولدز جریان است. بر این پایه ضروری است که برای ایجاد مجموعه داده‌های لازم برای آموزش M5P کلیه حالات ممکن با تغییر این دو عامل تولید گردیده، و هریک از این حالات برای تعیین بیشینه‌ی فشار منفی، شبیه‌سازی شود.

درخت تصمیم M5P

استخراج داشن از حجم زیادی از داده‌ها معمولاً دشوار است. ابزارهایی نظری درخت تصمیم، فاصله‌ی موجود میان تولید داده و فهم آن را کاهش داده، و راهکاری را برای کشف الگوی حاکم بر مسئله ارائه می‌دهد. مهمترین مزیت درختهای تصمیم تولید قوانین قابل فهم است. بطور کلی، ساختارهای درختی مجموعه‌ای از قوانین سلسه‌ای می‌باشند که از طی کردن مسیر آن امکان پیش‌گویی یا دسته‌بندی فراهم می‌شود.

ساختار درختی، ساختاری است متشكل از شاخه‌ها، گره‌ها و برگها. در این روش به وسیله‌ی آزمونهایی که در گره‌ها انجام می‌شود، مسیری از گره پایه به سمت برگ طی می‌گردد. برگ نقطه‌ای است که کمیت مورد نظر در آن جا محاسبه شده، هر گره در یک درخت تصمیم نشانگر محل آزمون یکی از متغیرهای ورودی درخت بوده و نتیجه‌ی آزمون مشخص کننده‌ی شاخه است که باید از طریق آن از گره موجود به گره دیگر، یا برگ، رسید. شاخه به معنای بازه‌ای از مقادیر است. در نمایش ساختار درخت تصمیم، معمولاً برای نشان دادن گره از دایره استفاده

ناویر استوکس برای یک جریان تراکم ناپذیر حاصل می‌گردد که عبارت خواهد بود از (فلوئنت، ۲۰۰۱):

معادله‌ی پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (6)$$

با متوسط‌گیری از معادلات لحظه‌ای ناویر استوکس، جمله‌ی جدیدی، $\overline{u'_i u'_j}$ ، در سمت راست معادله ظاهر می‌شود که میزان همبستگی سرعتهای نوسانی را نشان می‌دهد، و به تائسور تنش رینولدز مشهور است. بنابراین معادله اندازه‌ی حرکت عبارت خواهد بود از:

$$(7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{i,j} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) &= 0 \end{aligned}$$

که در آنها i میان شماره‌ی جهت است و می‌تواند بین ۱ تا ۳ تغییر کند. μ گرانروی و p فشار است. مقدار $\delta_{i,j}$ نیز در صورتی که نمایه‌ها یکسان باشد یک، و در غیر این صورت صفر در نظر گرفته می‌شود.

در اثر جمله $\overline{u'_i u'_j}$ ، تعداد مجھولات بیشتر از تعداد معادلات می‌شود. برای رفع این مشکل، لازم است که جمله‌ی تنشهای رینولدز بر حسب خواصی از جریان آشفته نظری شبیه‌ای موضعی سرعت تعیین شود، که این امر باعث توسعه‌ی معادلات تجربی و نیمه تجربی تک معادله‌ای و دو معادله‌ای جریان متلاطم شده است. اگر k کارمایه‌ی جنبشی جریان متلاطم و μ گرانروی گردابه‌ای باشد، می‌توان با استفاده از فرضیه‌ی بوزینسک، رابطه‌ی زیر را برای برقراری ارتباط بین تنش رینولدز و شبیه سرعت به کار برد:

$$(8)$$

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = -\frac{2}{3} \delta_{i,j} \left(\mu, \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho k \right) + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

که این رابطه مبنای شبیه‌های مشهور دو معادله‌ای $k - \varepsilon$ و $\omega - k$ است. در این شبیه‌ها با استفاده از کارمایه‌ی جنبشی جریان متلاطم و روند هدر رفت آن گرانروی گردابه‌ای تخمین زده می‌شود. نتایج تحقیق انجام گرفته به وسیله‌ی حاجی‌کندي و منصوری (۲۰۰۷) نشان می‌دهند که شبیه دو معادله‌ای $k - \omega$ در شبیه‌سازی

در یک افزایش مقطع ناگهانی پیشنهاد شده است. ضربی فشار، به عنوان خروجی درخت، مجموعه‌ای غیرگستته است و نسبت افزایش مقطع و عدد رینولدز جریان، متغیرهای مستقل ورودی شبیه می‌باشند. در بررسی نتایج دقت شبیه نیز می‌توان از شاخصهای مرسوم آماری استفاده کرد.

نتایج و بحث

شبیهی که در این تحقیق برای شبیه‌سازی جریان سیال مورد استفاده قرار گرفته است، شبیهی است که نتایج پیش‌بینیهای آن بر اساس نتایج شبیه آزمایشگاهی ساخته شده به وسیله‌ی منصوری (۱۹۸۸) در دانشگاه کینگز کالج لندن صحتسنجی شده است، در شبیه آزمایشگاهی مذکور، قطر لوله‌ی کوچکتر (d)، برابر با ۵۳ میلیمتر و طول آن ۶۰۰ میلیمتر، و قطر لوله‌ی بزرگتر (D) برابر با ۱۳۸ میلیمتر و طول آن ۲۴۰۰ میلیمتر است، و فشار جداره لوله در نقاط مختلف برای جریان عبوری با سرعتهای متفاوت برداشت شده است.

در شبیه‌سازی عددی تغییر مقطع ناگهانی جریان تحت فشار، از تقارن محوری حاکم بر مسئله استفاده شده و مسئله به صورت دو بعدی شبیه‌سازی گردیده است، بن‌پاره‌های دو بعدی چهار ضلعی به کار گرفته شده و شبکه روزنه‌ها تا زمانی کوچک شده‌اند که خروجی مسیر از اندازه‌ی ابعاد شبکه‌ها باشد. سیال مورد استفاده، آب بوده است و از زبری جداره‌های لوله صرف نظر شده است. در شکل ۳ نمونه‌ای از منحنی تغییرات ضربی فشار آزمایشگاهی و ضربی فشار مبتنی بر شبیه پویایی سیال برای یک عدد رینولدز خاص، نشان داده شده است که در آن x ، فاصله از محل تغییر مقطع است. تطابق لازم بین نمونه‌ی آزمایشگاهی و شبیه مبتنی بر پویایی سیالات محاسباتی آن‌گونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، وجود دارد؛ بنابراین، می‌توان از شبیه عددی به عنوان ابزاری برای پیش‌بینی بیشینه فشار منفی استفاده کرد. جزئیات شبیه‌سازی عددی و صحتسنجی شبیه عددی توسعه داده شده برای یک افزایش مقطع ناگهانی در جریان تحت فشار در تحقیقات انتشار یافته به وسیله‌ی منصوری و بازرنگان‌لاری (۲۰۰۷) و بازرنگان‌لاری و منصوری (۲۰۰۸) موجود است.

می‌گردد، شاخه‌ها را با خط، و برگ نیز با یک مستطیل نمایش داده می‌شود.

شبیه درختی^۵ M5 اولین بار به وسیله‌ی کوئینلن در ۱۹۹۲ مطرح گردید و به وسیله‌ی ونگ و ویتن در ۱۹۹۷ توسعه داده شد. در این روش، مجموعه داده‌ها به زیرناحیه‌هایی که برگ نامیده می‌شوند تقسیم شده و یک معادله وایازی خطی به هر برگ اختصاص می‌یابد. خطای هر گره در واقع میزان انحراف معیار مقادیر دسته منتهی به آن گره است. مشخصه‌هایی که بیشترین مقدار کاهش خطرا را دارا باشند انتخاب می‌شوند. در شبیه M5P، فضای فراسنجهای ورودی به زیر حوزه‌هایی تقسیم می‌گردیده و تلاش می‌شود تا برای هر زیر حوزه بهترین خطی را که می‌توان به داده‌ها برازش نمود، تعیین کرد. این معادلات برازش شده، همان معادلات خطی می‌باشند که ضربی آنها از طریق وایازی خطی تعیین می‌گردند. بر این اساس، درخت تصمیم در واقع نموداری است که می‌تواند مقدار متغیر مورد نظر را بر اساس پاسخ به یک گروه از سؤالات ساده، تعیین کند. پاسخ سؤالات ساده در واقع مسیر رسیدن به برگ (نتیجه) را مشخص می‌کند. شایان ذکر است که، در این روش، همه‌ی تقسیم‌بندیهای ممکن ارزیابی می‌شوند. تقسیم‌بندی متناظر با شبیه درختی، که کاهش خطای مورد انتظار آن حداقل باشد، انتخاب می‌گردد. در صورتی که، از J برای نمایش دسته‌ای از نمونه‌ها که به گره می‌رسند استفاده شود، و J مبین زیر مجموعه‌ای از نمونه‌هایی که α این خروجی از دسته‌ی توان را دارند باشد، شاخص کاهش انحراف معیار، SDR ، از طریق رابطه‌ی ۱۰ قابل محاسبه است (پال و دسوال، ۲۰۰۹):

$$SDR = sd(J) - \sum_i \frac{|J_i|}{|J|} sd(J_i) \quad (10)$$

در این رابطه sd مبین انحراف معیار است. در گام بعد، درخت با حذف گره‌هایی که باعث افزایش دقت دسته‌بندی نمی‌گردد، هرس می‌شود، و روابط وایازی خطی به جای شاخه‌ها قرار می‌گیرند. شبیه M5 هرس شده به شبیه M5P مشهور است.

در ساختار مقاله‌ی حاضر استفاده از روش M5P برای تحلیل و یافتن الگوی حاکم بر بیشنه مقدار ضربی فشار

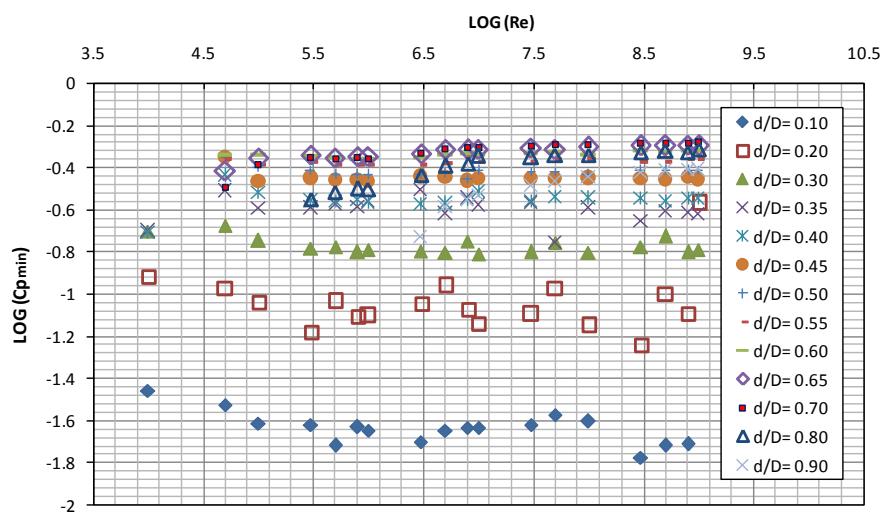
ضریب فشار) در هر حالت ثبت گردید. نتایج شبیه‌سازی حالت‌های مذکور در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. از مجموعه‌ی حلالات شبیه‌سازی شده، ۳۴ حالت به صورت تصادفی حذف گردید و از باقیمانده داده‌ها برای آموزش شبیه M5P استفاده شد. نتیجه‌ی آموزش، درخت تصمیمی است که در شکل ۴ نشان داده شده است. با استفاده از این درخت، با معلوم بودن عدد رینولدز جریان و نسبت افزایش مقطع، می‌توان ضریب فشار کمینه را پیش‌بینی کرد. به منظور ارزیابی عملکرد ساختار آموزش دیده، در ادامه، از درخت تصمیم حاصل که مبتنی بر روش M5P است، برای برآورد بیشینه‌ی فشار منفی در هر یک از ۳۴ حالت حذف شده استفاده شد، و نتایج مبتنی بر شبیه M5P به دست آمد. نمودار مقایسه‌ی نتایج شبیه شبیه‌ساز عددی و شبیه مبتنی بر M5P در شکل ۵ نشان داده شده اند که بیانگر میزان خطای پیش‌بینیهای مبتنی بر روش M5P است. برای بررسی عملکرد درخت تصمیم حاصل، شاخصهای آماری به کار گرفته شده به وسیله‌ی ملک محمدی و همکاران (۲۰۱۱) محاسبه و در جدول ۱ خلاصه گردیده‌اند. ضریب همبستگی نزدیک به یک در جدول ۱ نشان می‌دهد که در مقایسه با نتایج شبیه عددی، درخت تصمیم آموزش دیده با دقت بسیار خوبی قادر است مقدار بیشینه‌ی فشار منفی را پیش‌بینی کند، که این موضوع از نتایج ارائه شده در شکل ۵ نیز قابل استنباط است. مربعات خطای نزدیک به صفر، و مقادیر گزارش شده برای MRE، RMSE و SI در جدول ۱، همگی نشان از قابلیت اعتماد و عملکرد بسیار خوب ساختار آموزش دیده است.

برای اطمینان از جامعیت ساختار پیشنهادی شبیه‌سازیهای انجام گرفته برای مرحله‌ی آموزش ساختار مبتنی بر M5P، شبیه‌هایی با مشخصات متفاوت با نمونه‌ی آزمایشگاهی منصوری (۱۹۸۸) مورد توجه قرار گرفته، اما در مرحله‌ی ارزیابی از نتایج آزمایشگاهی منصوری (۱۹۸۸) استفاده شده است. از این‌رو، هندسه‌ای مشابه با هندسه‌ی نمونه‌ی آزمایشگاهی مورد بررسی به وسیله‌ی حاجی‌کندي (۲۰۱۱)، مد نظر قرار گرفت. قطر ورودی این بازشو ناگهانی ۱۲۶ میلیمتر، قطر لوله‌ی بزرگتر، ۲۸۰ میلیمتر، طول لوله با قطر کمتر ۲۵۰ میلیمتر، و طول لوله‌ی بزرگتر، نیز ۲۲۵۰ میلیمتر در نظر گرفته شده است. این هندسه نمونه مورد توجه تحقیقات انجام شده به وسیله‌ی بازرگان‌لاری (۱۳۸۳) و بازرگان‌لاری و منصوری (۲۰۰۷) نیز قرار گرفته است.

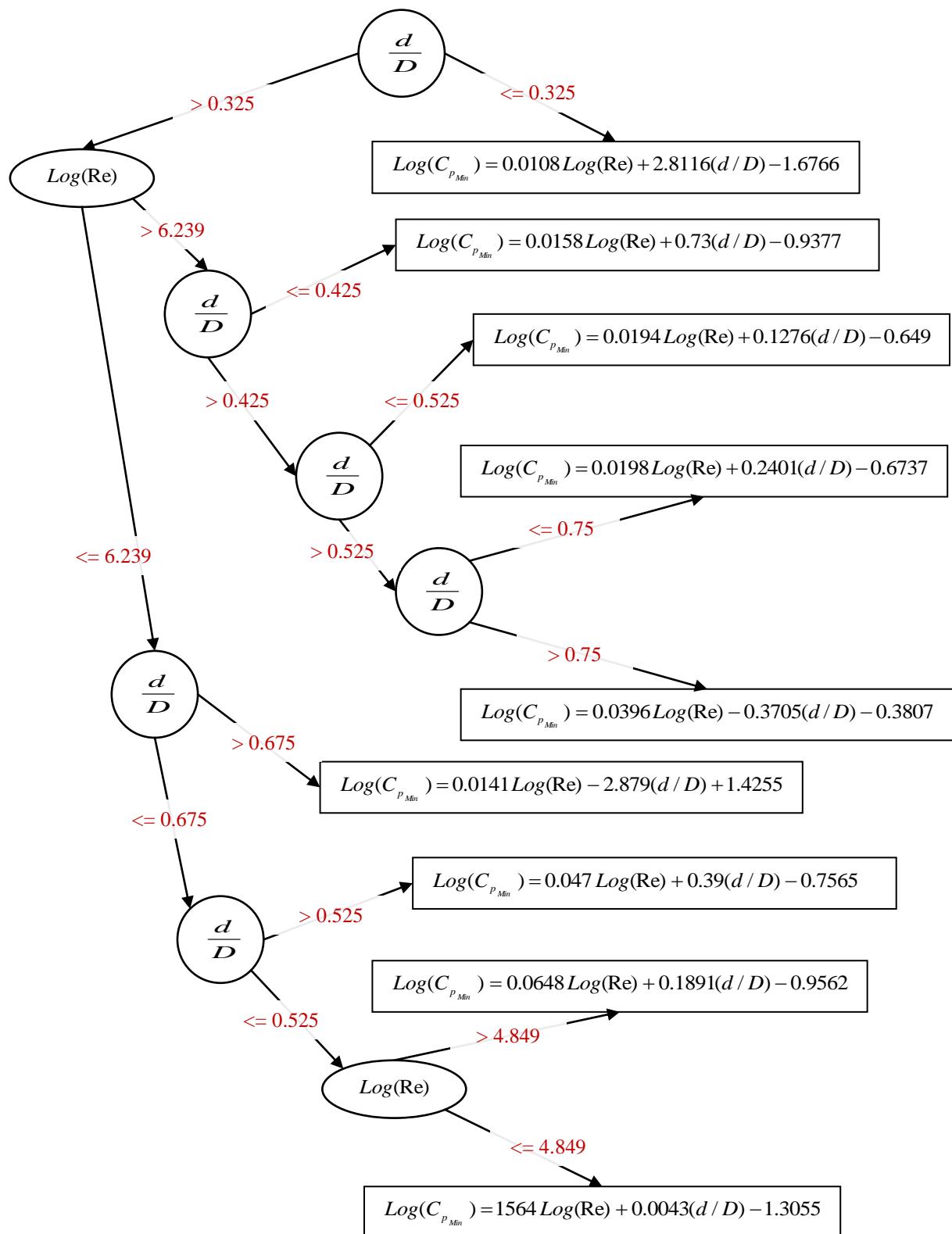
محدوده‌ی تغییرات نسبت‌های افزایش مقطع، بین ۰/۹ تا ۰/۰ با گامهای ۰/۰ در نظر گرفته شده است. اما از آن‌جا که نسبتهای بازشدنگی معمول، بین ۰/۳ تا ۰/۷ می‌باشند، در این بازه، گامهای تغییرات، نصف شده‌اند، بنابراین، برای نسبت بازشدنگی، سیزده حالت، ۰/۱، ۰/۲، ۰/۳، ۰/۴، ۰/۵، ۰/۶، ۰/۷، ۰/۸، ۰/۹ و ۰/۰ در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به طیف وسیع کاربرد بازشدنگی ناگهانی در کارهای مختلف مهندسی، محدوده‌ی تغییرات عدد رینولدز در ۱۸ حالت، و در یک محدوده‌ی بسیار گسترده (از ده هزار تا یک هزار میلیون) در نظر گرفته شده است؛ بنابراین، ۲۳۴ حالت مختلف شبیه‌سازی تولید شد و مقدار بیشینه‌ی فشار منفی (یا همان کمینه‌ی

جدول ۱- شاخصهای آماری محاسبه شده برای داده‌های آزمون.

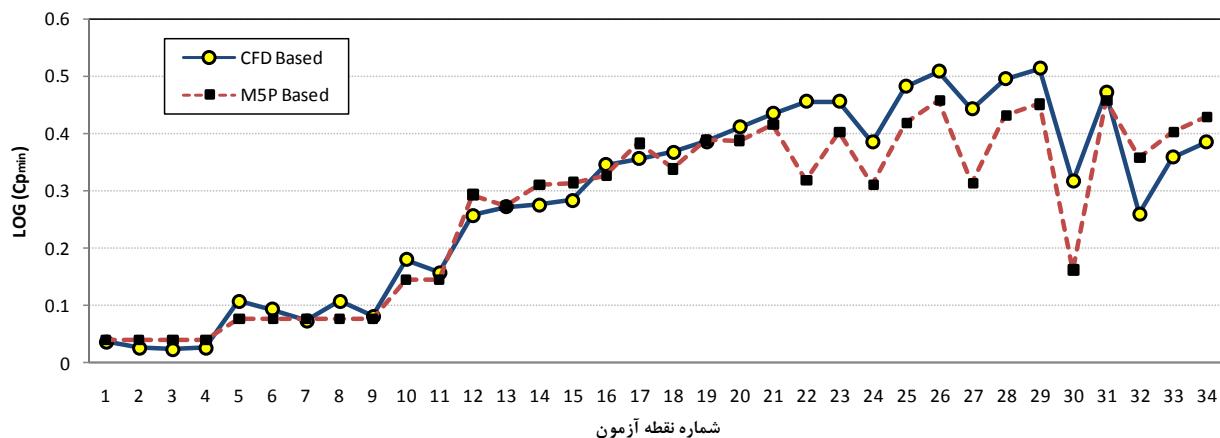
نام شاخص آماری	نماد شاخص آماری	مقدار
ضریب همبستگی	CC	0.98716
ریشه میانگین مربعات خطأ	RMSE	0.27470
میانگین خطای نسبی	MRE	0.19845
بایاس	Bias	0.02024
شاخص پراکندگی	SI	0.18223
میانگین مربعات خطأ	MSE	0.00317



شکل ۳- نمودار تغییرات لگاریتم کمینه‌ی ضریب فشار در مقابل تغییرات عدد رینولدز برای نسبت‌های افزایش مقطع متفاوت



شکل ۴- درخت تصمیم مبتنی بر M5p برای تعیین ضریب فشار کمینه بر اساس عدد رینولدز و نسبت افزایش مقطع



شکل ۵- نمودار مقایسه‌ای نتیجه‌ی صحی سنجی شبیه آموزش دیده‌ی M5P برای لگاریتم کمینه‌ی ضرب فشار.

حتی در مرحله‌ی ارائه‌ی طرح اولیه تغییر مقطع ناگهانی داشته باشد.

ضرب همبستگی بیش از ۹۸ درصد بین نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی و روش مبتنی بر شبیه M5P بیانگر این واقعیت است که امکان جایگزینی درخت تصمیم حاصل با شبیه‌سازی با قابلیت اعتماد بالای وجود دارد. نتایج ارزیابی دیگر شاخصهای آماری خلاصه شده در جدول ۱ نیز نشان می‌دهند که ساختار پیشنهادی مبتنی بر شبیه M5P از دقت بالایی در کنار سادگی قوانین برخوردار است، و به کمک آن، طراح می‌تواند به سرعت، سهولت و قابلیت اعتماد بالا میزان بیشینه‌ی فشار منفی ایجاد را با دقت بسیار خوب پیش‌بینی کند. این در حالی است که با افزایش ضرب فشار، دقت نتایج کاهش می‌باشد. تحقیقات آتی می‌توانند به بررسی عملکرد درخت تصمیم ارائه شده در مقایسه با دیگر ساختارهای مبتنی بر هوش مصنوعی اختصاص یابند.

منابع

۱. بازگان لاری، م. ر. ۱۳۸۳. شبیه‌سازی جریان در واگرای ناگهانی با هدف بدست آوردن طیف فشار منفی، پایان‌نامه کاشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب.
۲. محجوبی، ج، و. ا. اعتماد‌شهیدی. ۱۳۸۷. پیش‌بینی فراسنجهای امواج ناشی از باد در بندر امیرآباد به

نتیجه‌گیری

در جریانهای تحت فشار نظری خروجی تحتانی سد استفاده از افزایش مقطع ناگهانی به عنوان یکی از گزینه‌های مستهلك کننده‌های کارمایه مطرح است. در چنین مقاطعی فشار منفی ایجاد شده ناشی از این تغییر مقطع از مسائل مهمی است که عدم توجه به آن می‌تواند موجب وقوع پدیده‌ی مخرب حباب‌زایی گردد. در مرحله‌ی اولیه طراحی، که معمولاً امکان نمونه‌سازی آزمایشگاهی و عددی پدیده برای طراحان میسر نیست، برآورد سریع میزان بیشینه‌ی فشار منفی نقش مهمی را در پذیرش یا رد گزینه‌ی مطرح طراحی دارد. در شرایط بهره‌برداری متفاوت و گاهی اضطراری، که زمان کافی برای نمونه‌سازی جریان وجود ندارد نیز، پیش‌بینی سریع و بهنگام میزان فشار منفی بر تعیین سیاست مناسب بهره‌برداری از لوله‌ی تحتانی تحت فشار که می‌تواند خروجی تحتانی سد باشد، تأثیر بسزایی دارد و می‌توان با اتخاذ سیاست از طریق تعیین میزان بیشینه‌ی فشار منفی محتمل، از وقوع پدیده‌ی حباب‌زایی مناسب بهره‌برداری، جلوگیری کرد. در مقاله‌ی حاضر، با هدف ارائه ساختاری ساده برای حصول به تخمینی از میزان بیشینه‌ی فشار منفی، ساختاری مبتنی بر درخت تصمیم، که بر اساس داده‌های شبیه‌سازی عددی جریان آموزش دیده است، ارائه گردید که می‌تواند نقش مؤثری را در جلوگیری و مهار کردن پدیده‌ی حباب‌زایی در شرایط اضطراری بهره‌برداری، و

11. Etemad-Shahidi, A., and J. Mahjoobi. 2009. Comparison between M5' model tree and neural networks for prediction of significant wave height. *Ocean Eng.* 36: 1175–1181.
12. Ferziger, J.H., and M. Peric. 2002. Computational methods for fluid dynamics. Third Edition. Springer. New York.
13. Fletcher, C.A.J. 1997. Computational techniques for fluid dynamics, second Edition. Springer. New York.
14. Fluent User's Guide. 2001. Fluent Inc. Press.
15. Guo, B., T.A.G. Langrish, and D.F. Fletcher. 2002. CFD simulation of precession in sudden pipe expansion flows with low inlet swirl. *Appl. Math. Model.* 26: 1-15.
16. Hajikandi, H. 2011. Physical modeling of self-aeration in cavitating sudden pipe expansion flow. *J. water sci. res.* 3: 19-25.
17. Hajikandi, H., and A. Mansoori. 2007. A comparative assessment of turbulence models for axisymmetric confined jet with back pressure. *J. Appl. Sci.* 7: 121-126.
18. Liu, D. 2002. Pressure loss due to abrupt area changes in cross section of 2-D duct flow. Project report, ME-608, Purdue University.
19. Mansoori, A. 1988. The flow characteristics of bounded jet sudden enlargement including the phenomena of cavitation. Ph.D. dissertation, King's College, London University.
20. Mansoori, A., and M.R. Bazargan-Lari. 2007. Evaluation of turbulent models in sudden expansion analysis at high Reynolds numbers, Proc. 5th IASME / WSEAS Int. Conf. Fluid Mechanics and Aerodynamics (FMA'07), Athens, Greece, August 25-27, 2007, 250-257.
21. Malekmohamadi, I., M. R. Bazargan-Lari, R. Kerachian, M. R. Nikoo, and M. Fallahnia. 2011. Evaluating the efficacy of SVMs, BNs, ANNs and کمک درخت‌های تصمیمی وایازی، چهارمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه تهران، تهران ایران.
۳. ذوالالمجد حقیقی، م.س.، و ا. اعتماد شهیدی. ۱۳۸۹. پیش‌بینی فراسنجه‌های امواج ناشی از باد با استفاده از شبیه درختی و بررسی امکان تعمیم شبیه، دوازدهمین همایش صنایع دریایی MIC2010 زیباکنار، ایران.
۴. صمدی، م.، و ا. جباری. ۱۳۹۰. برآورد عمق آبستنگی در پایین دست سرریزهای جامی شکل با استفاده از داده‌های میدانی، دهمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه گیلان، گیلان، ایران.
۵. گودرزیان، ع.، م.ر. نیکو، ی. حسن زاده، و م. نصیرپور. ۱۳۹۱. کاربرد الگوریتم MP5 جهت پیش‌بینی عمق و سرعت جریان بر روی پرتاپ‌کننده‌های جامی سدها: مطالعه موردی سد جره، یازدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران.
6. Anderson, D.A., J.C. Tannehill, and R.H. Fletcher. 1984. Computational fluid mechanics and heat transfer. Hemisphere Publishing Corporation. McGraw-Hill, Washington.
7. Bazargan-Lari, M. R., and A. Mansoori. 2008. CFD based location prediction of maximum negative pressure in pipe sudden expansions. Proc. 5th WSEAS Int. Conf. Fluid Mechanics (FLUIDS'08), Acapulco, Mexico, January 25-27, 2008, 101-105.
8. Bhattacharya, B., R.K. Price, and D.P. Solomatine. 2007. Machine learning approach to modeling sediment transport. *J. Hydraul. Eng.* 133: 440-450.
9. Chaturvedi, M.C. 1963. Flow characteristics of axisymmetric Expansions. *J. Hydraul. Div. ASCE.* 89: 61-69.
10. Escudier, M.P., P.J. Oliveira, and R.J. Poole. 2002. Turbulent flow through a plane sudden expansion of modest aspect ratio. *J. Physics Fluids.* 14: 3641-3654.

- expansion. *J. Non-Newton Fluid.* 117: 25-46.
27. Quinlan, J. R. 1992. Learning with continuous classes. *Proc. 5th Austr. Joint Conf. on Artificial Intelligence.* World Scientific. Singapore: 343-348.
28. Rajaratnam, N. 1976. Turbulence jets. *Developments in water science.* Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Netherlands.
29. Sattari, M. T., M. Pal, H. Apaydin, and F. Ozturk. 2013. M5 model tree application in daily river flow forecasting in Sohu Stream, Turkey. *Water Resour.* 40: 233-242.
30. Sullivan, P. E., and M. N. Glauser. 1990. An experimental and numerical investigation of a sudden expansion. Report number MAE-216, Clarkson University.
31. Wang, Y., and I.H. Witten. 1997. Inducing model trees for continuous classes. *Proc. Ninth Europe. Conf. Machine Learning* 128-137.
- ANFIS in wave height prediction. *Ocean Eng.* 38: 487-497.
22. Nikoo, M.R., A. Karimi, R. Kerachian, H. Poorsepahy-Samian, and F. Daneshmand. 2013. Rules for optimal operation of reservoir-river-groundwater systems considering water quality targets: Application of M5P model. *WATER Resour. Manag.* 27: 2771-2784.
23. Oliveira, P. J. 2003. Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries. *J. Non-Newton Fluid.* 114: 33-63.
24. Pal, M., and S. Deswal. 2009. M5 model tree based modeling of reference evapotranspiration. *Hydrological Processes,* 23(10): 1437-1443.
25. Pinho, F.T, P.J. Oliveira, and J.P. Mirand. 2003. Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion. *International J. Heat and Fluid Flow.* 24: 747-761.
26. Poole, R.J., and M.P. Escudier. 2004. Turbulent flow of viscoelastic liquids through an axisymmetric sudden