

## پراکندگی موج از سطوح فراکتالی با زبری نانومتری

مجید سلامی<sup>۱\*</sup> و سید مهدی فاضلی<sup>۲</sup>

۱- دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شاهرود، شاهرود، ایران

۲- دانشگاه قم، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، قم، ایران

تاریخ ثبت اولیه: ۱۳۹۴/۰۲/۱۶، تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۱۳۹۴/۰۴/۰۲، تاریخ پذیرش قطعی: ۱۳۹۴/۰۴/۰۷

### چکیده

در این مقاله اثر سه طول مشخصه طول موج پرتو تابیده شده به سطح  $(\lambda)$ ، زبری  $(\sigma)$  و طول همبستگی سطح  $(\xi)$  برای سطوح با زبری نانومتری با استفاده از شدت موج پراکنده شده به کمک تئوری پراکندگی موج کیرشهف مطالعه شده است. در این مطالعه مشخص شد که مقیاس طول همبستگی نقش مهمی در نوع پراکندگی از سطوح زبر با زبری نانومتری بازی می‌کند. تاکنون در اغلب گزارش‌ها برای پراکندگی موج از سطوح زبر از پارامتر بدون بعد  $k\sigma$  استفاده شده است که این موضوع زمانی که تنها طول مشخصه سیستم  $\sigma$  در نظر گرفته شود، مناسب است. اما با وجود طول مشخصه دیگری همچون طول همبستگی  $\xi$  شرایط متفاوت می‌شود. تا زمانی که  $\xi \gg \lambda$  باشد طول همبستگی تأثیری در رفتار موج پراکنده شده ندارد، ولی نتایج نشان می‌دهد که وقتی  $\xi$  در برابر  $\lambda$  قابل مقایسه باشد نمودار تغییرات شدت پراکندگی بر حسب  $k\sigma$  برای حالتی که  $k$  تغییر کند یا  $\sigma$  نتایج متفاوتی حاصل می‌کند ( $k=2\pi/\lambda$  عدد موج نور تابشی است). بدین منظور یک سطح زبر فراکتالی با ساختار نانومتری به عنوان نمونه انتخاب شده است و تأثیر پارامترهای مشخصه سطح بر شدت پراکندگی پخشی حاصل از آن مورد مطالعه قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** پراکندگی موج، سطوح فراکتال، طول همبستگی، تئوری کیرشهف.

### ۱- مقدمه

اطلاعات از افت و خیزهای ارتفاع سطح و یافتن پارامترهای آماری حاکم بر سطح، مورد توجه قرار گرفته است [۱، ۲]. روش پراکندگی نوری جهت کسب پارامترهای آماری سطح زبر، دارای برتری‌های بسیاری نسبت به تکنیک‌های مشابه همچون AFM (Atomic Force Microscopy) و STM (Scanning Tunneling Microscopy) است که توجه بسیاری از پژوهشگران را به خود معطوف داشته است [۳، ۴]. استفاده از روش‌های اپتیکی افزون بر آن که نگرانی‌های ناشی از احتمال ایجاد خراش و آسیب‌های

به نوعی می‌توان گفت که همه سطوح واقعی ناهموار هستند و تأثیر این ناهمواری بر روی پراکندگی امواج موضوع مطالعه گستره‌ای از علوم در این چند دهه بوده است. این روش افزون بر این که از نظر تئوری بسیار غنی است از دید تجربی نیز به علت کاربرد گسترده آن مورد توجه پژوهشگران و مهندسان می‌باشد. امروزه چگونگی روش پراکندگی امواج از سطوح ناهموار، به منظور بدست آوردن

\* عهده‌دار مکاتبات: مجید سلامی

نشانی: شاهرود، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود، دانشکده علوم پایه

تلفن: ۰۲۳-۳۲۳۹۴۵۳۰، دورنگار: ۰۲۳-۳۲۳۹۴۲۸۳، پست الکترونیکی: majidsalami@yahoo.com

شده از سطوح زبر وجود ندارد. برای نمونه از یک سطح فراکتالی با زبری نانومتری استفاده شد و اثر کمیت‌های طول موج، طول همبستگی و نمای هارست بر روی شدت میدان پخششی موج پراکنده شده از سطح برای شرایط متفاوت،  $\xi$  و  $\lambda$  نسبت به هم، مطالعه گردید. همچنین، پدیده پراکندگی در حضور سه مقیاس طولی  $k$ ،  $\sigma$  و  $\xi$  بطور تئوری و تجربی مورد بررسی قرار گرفت. به مورفولوژی سطوح زبر است، بنابراین در مسئله معکوس محاسبه مشخصه‌های آماری سطح از میدان پراکنده شده صورت می‌گیرد [۲۳-۳۱، ۳۱].

در این مقاله پراکندگی موج از روش مستقیم مورد مطالعه قرار گرفته است. تا به حال، برخی از مطالعات صورت گرفته بر روی پراکندگی امواج از سطوح زبر بر اساس تغییرات  $k\sigma$  بوده که پارامتر مناسبی برای بررسی پدیده پراکندگی می‌باشد. با استفاده از  $k\sigma$  به عنوان تنها پارامتر بدون بعد در مسئله، تفاوتی بین تغییرات  $k$  و  $\sigma$  مشاهده نمی‌شود. ولی با توجه به وجود طول همبستگی  $\xi$ ، می‌توان نشان داد که  $k\sigma$  تنها پارامتر بدون بعد سیستم نمی‌باشد. در این حالت، بدون توجه به پارامتر دیگری همچون  $\xi$  امکان توضیح ویژگی‌های موج پراکنده شده از سطوح زبر وجود ندارد. برای نمونه از یک سطح فراکتالی با زبری نانومتری استفاده شد و اثر کمیت‌های طول موج، طول همبستگی و نمای هارست بر روی شدت میدان پخششی موج پراکنده شده از سطح برای شرایط متفاوت،  $\xi$  و  $\lambda$  نسبت به هم، مطالعه گردید. همچنین، پدیده پراکندگی در حضور سه مقیاس طولی  $k$ ،  $\sigma$  و  $\xi$  بطور تئوری و تجربی مورد بررسی قرار گرفت.

## ۲- فعالیت‌های تجربی

### ۲-۱- تقریب کیرششف

یکی از تئوری‌های معمول که به مطالعه پدیده پراکندگی از سطوح زبر می‌پردازد، تئوری کیرششف است. تئوری کیرششف بر اساس تئوری موجی الکترومغناطیسی بنا شده و تقریبی برای میدان امواج بر روی سطح بدست می‌دهد. یک سطح زبر در نظر گرفته می‌شود که یک موج تابشی تخت تک فرکانس به آن تابیده شده و پس از برخورد با سطح پراکنده می‌گردد. میدان موج تک‌رنگ تابشی با

فیزیکی به سطح را برطرف می‌کند برای سطوح دور از دسترس و یا سطوح بسیار کوچک با زبری در محدوده نانومتر [۴-۶]، به کار می‌رود. همچنین تعیین مقیاس دید بسیار ساده می‌باشد و به کمک طول موج نور به کار رفته کنترل می‌شود، به طوری که از طول موج‌های کوتاه (اشعه X) برای سطوح با افت و خیزهای کوچک (در محدوده نانومتر) از قبیل: آینه‌های سینکروترون (Synchrotron) به کار می‌رود [۴] و طول موج‌های بلند برای سطوح با افت و خیزهای بزرگ استفاده می‌شود. از طرفی برتری‌های اقتصادی و راحتی این روش، علت اهمیت و کاربرد آن در صنعت است. همچنین چگونگی پراکندگی امکان مطالعه همزمان با تحول سطح را ممکن می‌سازد. یکی دیگر از مزایای مهم این روش مطالعه زبری سطح در ابعاد بزرگ (میلی متر حتی سانتی متر) می‌باشد. در مبحث پراکندگی دو مسئله شایان توجه است:

الف) مسئله مستقیم: این مسئله متمرکز بر تعیین میدان پراکنده شده از معلومات میدان تابشی و سطح پراکننده می‌باشد. پژوهشگران علاقه‌مند به دانستن این موضوع می‌باشند که، چگونه رفتار مقیاسی سطوح زبر در مسئله پراکندگی نقش پیدا می‌کند. زبری سطوح یک کمیت مقیاسی است بدین معنی که بسته به مقیاس مشاهده ممکن است سطح صاف و یا در مقیاسی دیگر همان سطح زبر باشد. از آنجائیکه هر طول موجی مقیاس مشاهده سطح را تعیین می‌کند، روش پراکندگی امواج از سطوح زبر روشی مناسب برای مطالعه ویژگی‌های مقیاسی سطوح می‌باشد [۱۷-۷].

ب) مسئله معکوس: در اینجا سعی بر تعیین شکل و یا ویژگی‌های فیزیکی سطح پراکننده از اندازه‌گیری میدان پراکنده شده برای تعدادی از میدان‌های تابشی است. زیرا پراکندگی موج وابسته گرفته بر روی پراکندگی امواج از سطوح زبر بر اساس تغییرات  $k\sigma$  بوده که پارامتر مناسبی برای بررسی پدیده پراکندگی می‌باشد. با استفاده از  $k\sigma$  به عنوان تنها پارامتر بدون بعد در مسئله، تفاوتی بین تغییرات  $k$  و  $\sigma$  مشاهده نمی‌شود. ولی با توجه به وجود طول همبستگی  $\xi$ ، می‌توان نشان داد که  $k\sigma$  تنها پارامتر بدون بعد سیستم نمی‌باشد. در این حالت، بدون توجه به پارامتر دیگری همچون  $\xi$  امکان توضیح ویژگی‌های موج پراکنده

شدت کل موج پراکنده شده دارای دو جمله همدوس و پخشی می باشد که شدت پراکندگی میدان همدوس برابر است با [۷]:

$$\langle I_{coh} \rangle = \langle \bar{\psi}^{sc} \rangle \langle \psi^{sc} \rangle = I_0 e^{-g} \quad (۴)$$

که در آن  $g = k^2 C^2 \sigma^2$  و  $I_0$  شدت میدان همدوس پراکنده شده از سطح صاف هم اندازه با سطح زیر است و شدت میدان پخشی که به شکل زیر است [۷]:

$$\begin{aligned} \langle I_{diffuse} \rangle &= \langle \psi^{sc} \bar{\psi}^{sc} \rangle - \langle \psi^{sc} \rangle \langle \bar{\psi}^{sc} \rangle \\ &= \frac{k^2 F^2}{2\pi r^2} A_M e^{-g} \int_0^\infty J_0(kR \sqrt{A^2 + B^2}) \\ &\quad \times [e^{gCor(R)} - 1] R dR \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن  $A_M = 4XY$  و  $Cor(R)$  تابع همبستگی سطح می باشد که برابر است با:

$$Cor(R) = \frac{\langle h(x+R)h(x) \rangle}{\sigma^2} \quad (۶)$$

## ۲-۲- پراکندگی از سطوح خود متمایل

تابع همبستگی برای هر سطح فیزیکی فراکتالی خود متمایل با یک طول همبستگی متناهی  $\xi$  مشخص می شود که فاصله میانگین بین پیک ها و دره های سطح را اندازه گیری می کند. به همین منظور از تابع همبستگی  $Cor(R) \approx \exp(-(R/\xi)^{2H})$  استفاده می شود که برای  $R \gg \xi$  همبستگی از بین می رود، یعنی  $Cor(R) = 0$ ، و برای  $R \ll \xi$  تابع همبستگی به شکل  $Cor(R) \approx 1 - (R/\xi)^{2H}$  در می آید. نمای زبری (هارست)  $0 < H < 1$  یک مقیاس از درجه بی نظمی سطح است. مقادیر کوچک  $H$  سطوح ناهموار یا نامنظم در مقیاس های طولی کوچک ( $R \ll \xi$ )، که تابع همبستگی رفتار نمایی دارد را نشان می دهد، در حالیکه مقادیر بزرگ  $H$  وابستگی های افست و خیزهای ارتفاع- ارتفاع سطح را برای  $R \ll \xi$  بدست می دهد [۲۴]. برای تابع همبستگی با نمای هارست ( $H=1$ )، معادله ۵ عبارتی برای شدت پراکندگی پخشی به شکل زیر بدست می دهد [۶]:

ضریب بازتاب  $R_0$  و بردار موج  $k$  در موقعیت  $r$  به صورت  $\psi^{inc}(r) = e^{-ik \cdot r}$  داده می شود. ضریب بازتاب این سطح  $R_0$  است، که اکثرا برابر با  $-1$  می باشد که مربوط به شرایط مرزی دریشله است. میدان پراکنده شده در  $r$  با  $\psi^{sc}(r)$  نشان داده می شود، که در آن برداری است که مرکز ناحیه مورد تابش سطح را به محل مشاهده متصل می کند. محاسبات این جمله بر پایه سه فرضیه مهم صورت گرفته است: الف) قانون فرنل به طور محلی بکار گرفته شده است. ب) ضریب بازتاب  $R_0$  مستقل از موقعیت بر روی سطح و زاویه تابش است. ج) مشاهده کننده در میدان های دور از سطح باشد [۷]. برای یک سطح زیر مستطیلی با ابعاد  $-X \leq x_0 \leq X$  و  $-Y \leq y_0 \leq Y$ ، میدان کل پراکنده شده  $\psi^{sc}(r)$  از سطح به صورت زیر داده می شود [۷].

$$\psi^{sc}(r) = \frac{ike^{ikr}}{4\pi r} 2F \int_{S_M} e^{ik\phi(x_0, y_0)} dx_0 dy_0 \quad (۱)$$

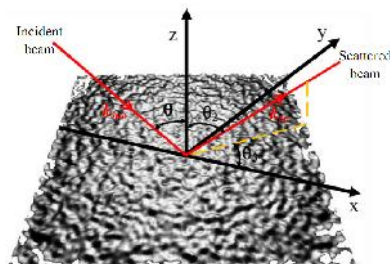
که در آن:

$$F = \frac{1}{2} \left( \frac{Aa}{C} + \frac{Bb}{C} + c \right) \quad (۲)$$

$$\phi(x_0, y_0) = Ax_0 + By_0 + Ch(x_0, y_0)$$

و  $h$  تابع ارتفاع در مکان  $r$  و  $A, B, C, a, b, c$  با توجه به شکل ۱ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} A &= \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3 \\ B &= -\sin \theta_2 \sin \theta_3 \\ C &= -(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \\ a &= \sin \theta_1 (1 - R_0) + \sin \theta_2 \cos \theta_3 (1 + R_0) \\ b &= \sin \theta_2 \sin \theta_3 (1 + R_0) \\ c &= \cos \theta_2 (1 + R_0) - \cos \theta_1 (1 - R_0) \end{aligned} \quad (۳)$$



شکل ۱: هندسه استفاده شده برای پراکندگی موج از یک سطح زبر.

### ۳- نتایج و بحث

همانطور که اشاره شد وقتی سیستم دارای سه طول مشخصه می‌باشد دیگر  $k\sigma$  توصیف کاملی از پراکندگی از سطوح زبر نمی‌دهد و نیاز به معرفی پارامتر دیگری مانند  $k\xi$  برای مطالعه دقیق‌تر پراکندگی می‌باشد. یعنی اندرکنش طول موج، زبری و طول همبستگی مهم می‌شود. محققین تئوری کار در زمینه پراکندگی علاقه‌مند به پارامترهای بدون بعد برای بررسی پراکندگی می‌باشند زیرا این افراد دنبال پدیده‌های فیزیکی می‌باشند و مهم نیست که پدیده پراکندگی در چه طول موجی و بر روی چه نوع سطحی اتفاق می‌افتد. آیا این پدیده در ناحیه امواج راداری بر روی سطح زمین است یا در ناحیه امواج مرئی و سطوح با ابعاد میکرون صورت می‌گیرد ولی افراد تجربی کار علاقه‌مند به دانستن تغییرات رفتاری شدت نور پراکنده شده برحسب خواص آماری سطح زبر و طول موج نور تابشی می‌باشند. یعنی برای آنها مهم است که با چه طول موجی و با چه ابعاد سطحی روبرو هستند از این رو برای اینکه حس بهتری از مسئله پراکندگی با توجه به حضور سه طول مشخصه در افراد تئوری کار و تجربی کار ایجاد شود مساله با دو دیدگاه تئوری و عملی مورد مطالعه قرار گرفته است.

#### ۳-۱- دیدگاه تئوری

از آنجائیکه شدت پراکندگی پخششی وابسته به تابع همبستگی ارتفاع سطح  $\xi$  می‌باشد، بنابراین مساحت سطح همبسته (قسمتی از سطح که ارتفاع آنها به یکدیگر همبسته می‌باشد) مهم می‌باشد. چون در محاسبه این شدت انتگرال از  $R=0$  تا  $R$ های از مرتبه  $\xi$  گرفته می‌شود برای  $R$ های خیلی بزرگتر از  $\xi$  تابع همبستگی و در نتیجه آرگومان انتگرال صفر می‌شود. از طرفی مساحت سطح همبسته متناسب با  $\xi^2$  می‌باشد. همچنین با توجه به اینکه  $\xi$  یک طول مشخصه از سطح است و رفتار مقیاسی دارد و مهم است که با چه مقیاسی، مشاهده می‌شود (یعنی مهم است که با چه طول موجی نور به سطح می‌تابد). پس پارامتر  $k\xi$  که یک کمیت بدون بعد می‌باشد اهمیت پیدا می‌کند. بنابراین شدت پخششی با توجه به طول و مقیاس مشاهده به پارامتر  $\frac{k^2\xi^2}{R^2}$  بهنجار می‌شود.

$$\langle I_{diffuse} \rangle = \frac{k^2 F^2 \xi^2 e^{-g}}{4\pi r^2} A_M \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g^n}{n! n} e^{-\frac{k^2(A^2+B^2)\xi^2}{4n}} \quad (7)$$

#### ۳-۲- تأثیر مقیاس‌های طولی سطح بر پراکندگی

بین زبری  $\sigma$ ، طول همبستگی  $\xi$  و طول موج نور تابشی  $\lambda$  در سیستم پراکندگی را می‌توان با مسئله دویدن یک دوندۀ بر روی یک سطح زبر با سنگ ریزه‌های با ابعاد متفاوت تشریح بهتری نمود. در اینجا اندازه طولی شن ریزه‌ها معادل با طول همبستگی  $\xi$  و ارتفاع شن ریزه‌ها معادل با زبری  $\sigma$  در یک سیستم پراکنده است و اندازه کفش دوندۀ معادل با مقیاس مشاهده یا طول موج نور تابشی  $\lambda$  است. سرعت دوندۀ وابسته اندازه طولی و ارتفاع سنگ ریزه‌ها و همچنین اندازه کفش دوندۀ است یعنی همان پدیده‌ای که در پراکندگی اتفاق می‌افتد. اگر دوندۀ بخواهد سریع بدود اندازه طولی و ارتفاع سنگ‌ریزه‌ها مهم می‌شود. در واقع سنگ ریزه‌های با اندازه طولی و ارتفاع کوچک تأثیری بر سرعت دویدن دوندۀ ندارند. این حالت در سیستم پراکندگی شبیه به حالتی است که طول موج  $\lambda$  بزرگتر از زبری سطح  $\sigma$  باشد یعنی شدت موج پراکنده شده پخششی کوچک است. با کاهش طول موج که به معنی کاهش سایز کفش دوندۀ و یا افزایش طول سنگ ریزه‌ها می‌باشد، دویدن برای دوندۀ سخت می‌شود و سرعتش کاهش می‌یابد، یعنی با کاهش طول موج افت و خیزهای سطح محسوس‌تر شده و شدت میدان پخششی افزایش می‌یابد. این روند افزایشی شدت میدان پخششی به همین شکل ادامه نمی‌یابد، بلکه با کاهش طول موج شرایطی ایجاد می‌شود که طول موج به حدی کوچکتر از زبری می‌گردد که دیگر بر روی هم تأثیری ندارند و دوباره شدت میدان پخششی شروع به کاهش می‌کند. این مرحله مانند شرایطی است که دوندۀ به جای دویدن بر روی سنگ ریزه‌ها بر روی تخته سنگ‌های بزرگتر از اندازه کفش خود بدود.

علاوه بر این پارامتر پیچیدگی زبری سطح، پارامتر دیگری است که بر شدت موج پراکنده شده تأثیرگذار است. که این پارامتر خود را به صورت نمای هارست  $H$  در سطوح زبر فراکتالی نمایش می‌دهد که نشان دهنده اندازه بی‌نظمی افت و خیزهای سطح است.

### ۳-۲-۱- اثر تغییرات در $k\sigma$

شکل‌های ۳a-d و ۴a-d شدت میدان پخشی را بر حسب تابعی از زاویه پراکندگی برای  $k\sigma$ های متفاوت و دو مقدار متفاوت نمای هارست نشان می‌دهند. برای تغییرات  $k\sigma$  در شکل‌های ۳a-d طول موج نور تابشی ثابت ( $\lambda=633$  nm)، و  $\sigma$  تغییر می‌کند و در شکل‌های ۴a-d انحراف معیار ارتفاع سطح ثابت ( $\sigma=50$  nm) و طول موج نور تابشی تغییر داده شده است. تغییرات  $k\sigma$  در محدوده  $0.2$  تا  $2$  با فواصل  $0.2$  در نظر گرفته شده است. این مقادیر در توافق با پژوهش‌های تجربی صورت گرفته در [۱، ۲۵] می‌باشند.

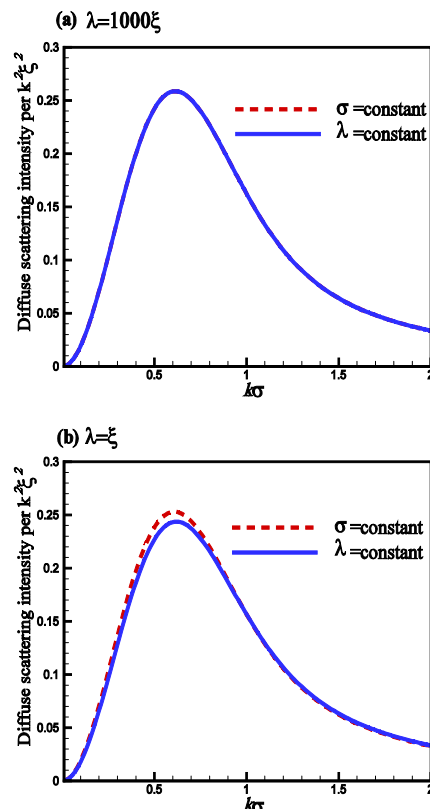
در شکل‌های ۳a-b و ۴a-b نمای هارست  $H=1$  و در شکل‌های ۳c-d و ۴c-d نمای هارست  $H=0.5$  در نظر گرفته شده است. با مقایسه نمودارهای  $H=1$  با نمودارهای  $H=0.5$  دیده می‌شود که انحراف معیار منحنی شدت میدان پخشی در نمودارهای  $H=0.5$  کوچکتر است. همچنین، پیک شدت میدان پخشی در نمای هارست کوچکتر، بزرگتر است. در تمام حالت‌ها، یک مقدار حدی برای  $k\sigma$  وجود دارد که شدت میدان پخشی مربوط به آن ماکزیمم می‌شود. این مقدار حدی زمانی اتفاق می‌افتد که طول همبستگی، انحراف معیار ارتفاع سطح و طول موج نور تابشی در مرتبه بزرگی یکسانی قرار داشته باشند که در توافق کامل با بخش (۳-۲) است.

شکل‌های ۳a، ۳c و شکل‌های ۴a، ۴c شدت میدان پخشی برای مقادیر کوچکتر از  $k\sigma$  حدی و شکل‌های ۳b، ۳d و شکل‌های ۴b، ۴d مقادیر بزرگتر از آن را نمایش می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود نرخ تغییرات شدت میدان پخشی برای مقادیر  $k\sigma$  کوچکتر از مقدار حدی، بزرگتر است.

در شکل ۳a-d که طول موج ثابت است، انحراف معیار شدت میدان پخشی با افزایش  $k\sigma$  بزرگتر می‌شود. در حالی که وقتی انحراف معیار ارتفاع سطح ثابت است (شکل ۴a-d)، انحراف معیار شدت میدان پخشی با افزایش  $k\sigma$  کوچکتر می‌شود. به علاوه، با کاهش نمای هارست، بدلیل افزایش بی‌نظمی زبری سطح شدت میدان پخشی افزایش می‌یابد و منحنی آن تیزتر شده و انحراف معیارش کاهش می‌یابد.

همان‌طور که قبلاً بحث شد تغییرات  $k\sigma$  می‌تواند در نتیجه تغییرات طول موج یا انحراف معیار ارتفاع سطح باشد.

در شرایطی که  $\lambda \gg \xi$  یعنی ناحیه همبسته نسبت به طول موج خیلی کوچکتر باشد شدت تنها وابسته به  $k\sigma$  می‌باشد (شکل ۲a). ولی در شرایطی که  $\lambda$  از مرتبه  $\lambda$  باشد در این صورت تاثیر آن در شدت میدان پخشی دیده می‌شود و منحنی تغییرات شدت پخشی بر حسب  $k\sigma$  وابسته به تغییرات  $k$  یا  $\sigma$  خواهد گردید (شکل ۲b).



شکل ۲: وابستگی شدت پراکندگی پخشی (۱a) بر  $k^2 \xi^2$  نسبت به پارامتر بدون بعد  $k\sigma$  برای حالتی که  $\theta_1 = \theta_3 = 0$ ،  $\theta_2 = 5$  و  $\lambda = \xi$  (b) و  $\lambda = 1000\xi$  (a،  $H=1$ )

### ۳-۲- دیدگاه تجربی

در این بخش شدت پراکندگی پخشی در حضور سه مقیاس طولی در شرایطی که ابعاد طول همبستگی قابل مقایسه با طول موج باشد مورد مطالعه قرار می‌گیرد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد برای تغییر  $k\sigma$  می‌توان هر یک از دو پارامتر  $k$  یا  $\sigma$  را تغییر داد. در مورد تغییرات هر یک از این پارامترها بطور مجزا در زیر بحث می‌شود. به علاوه نتایج با مقادیر مختلف طول همبستگی  $\xi$  و نمای هارست  $H$  بر روی سطوح زبر فراکتالی مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

بر حسب تابعی از  $k\sigma$  همه خصوصیات شدت میدان پراکنده شده را نشان نمی‌دهد و نیاز به توجه به اثرات طول موج و انحراف معیار ارتفاع سطح است.

به علاوه با اضافه کردن پارامتر دیگری همچون طول همبستگی  $\xi$ ، پارامتر بدون بعد دیگری همچون  $k\xi$  بر شدت میدان پخش تأثیرگذار خواهد بود. اثر این پارامتر در بخش بعدی مطالعه می‌شود. برای افزایش  $k\sigma$  وقتی طول موج ثابت است، هر دو کمیت  $\sigma$  و  $\xi$  باید تغییر کنند تا مقدار نمای هارست ثابت بماند. اگر تغییرات  $k\sigma$  بدلیل تغییر در طول موج باشد، برای اینکه نمای هارست ثابت بماند باید هر دو کمیت  $\sigma$  و  $\xi$  ثابت بمانند.

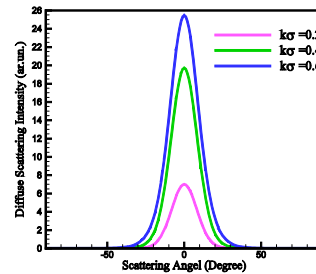
### ۳-۲-۲- اثر طول همبستگی

شکل‌های  $\delta a-d$  شدت میدان پخش را بر حسب  $k\sigma$  برای دو مقدار متفاوت نمای هارست 1,  $H=0.5$  نمایش می‌دهد. برای شکل‌های  $\delta a-b$  طول موج  $\lambda$  ثابت است و برای شکل‌های  $\delta c-d$ ،  $\sigma$  ثابت است. در این شکل‌ها شدت میدان پخش برای سه مقدار طول همبستگی،  $\xi=500, 1000, 1500$  nm، در زوایای،  $\theta_1=\theta_3=0$ ، و زاویه پراکندگی  $\theta_2=5$  محاسبه گردیده است.

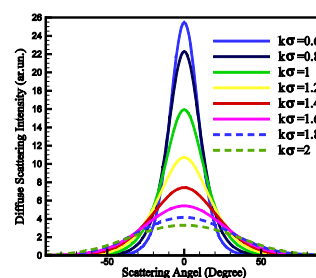
در شکل‌های  $\delta a-b$  شدت میدان پخش بر حسب تابعی از  $k\sigma$  اثر افزایش  $\sigma$ ، افزایش می‌یابد. هر دو منحنی مانند بخش قبلی یک مقدار ماکزیمم برای شدت میدان پخش به ازای یک مقدار خاص از  $k\sigma$  نمایش می‌دهند. همچنین رفتار مشابهی در شکل  $\delta d$  که  $\sigma$  در آن ثابت و  $k\sigma$  در اثر کاهش  $\lambda$  افزایش می‌یابد، دیده می‌شود. در حالی که در شکل  $\delta c$  شدت میدان پخش به یک مقدار مجانبی در مقدار ماکزیمم میل می‌کند. این نتیجه در توافق با شکل  $\delta b$  می‌باشد که نشان می‌دهد تغییرات شدت میدان پراکندگی پخش در  $\theta_2=5$  خیلی کوچک است. هر چند که پارامترهای متفاوتی برای محاسبه شدت میدان پخش در نمودارهای  $\delta a-b$  و  $\delta c-d$  استفاده شده است، اما آنها رفتار مشابهی وقتی که  $k\sigma$  افزایش می‌یابد نشان می‌دهند. این به علت بزرگی نسبی طول موج و زبری سطح می‌باشد. در نمودارهای  $\delta a-b$ ،  $\lambda$  ثابت و برای افزایش  $k\sigma$  مقدار  $\sigma$  افزایش می‌یابد. این بدین معنی است که طول موج در مقایسه با  $\sigma$  کاهش می‌یابد. از طرف دیگر در نمودارهای

نتایج نشان داد که نه فقط  $k\sigma$  یکی از پارامترهای کلیدی است بلکه چگونگی تغییرات آن نیز مهم می‌باشد.

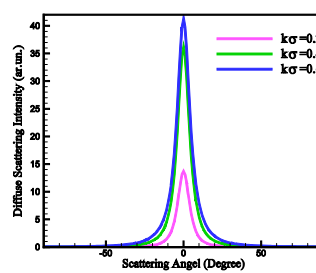
(a)  $k\sigma < 0.6, H=1, \lambda=633$ nm



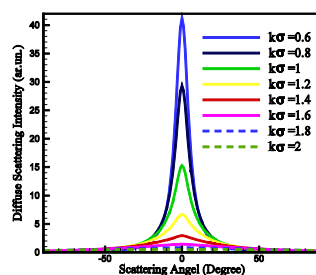
(b)  $k\sigma > 0.6, H=1, \lambda=633$ nm



(c)  $k\sigma < 0.6, H=0.5, \lambda=633$ nm

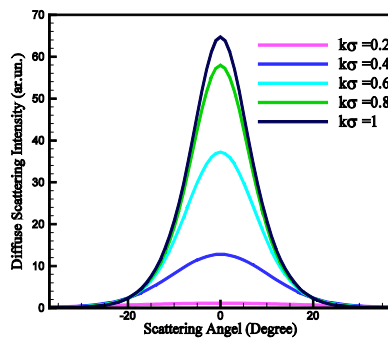
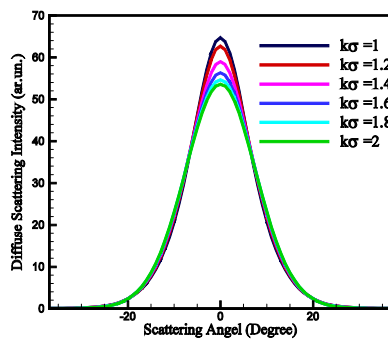
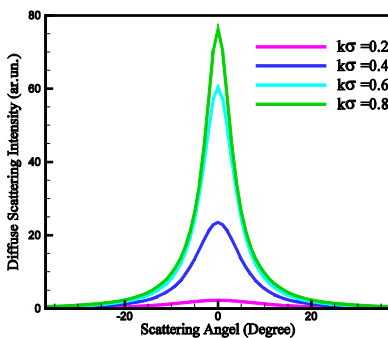
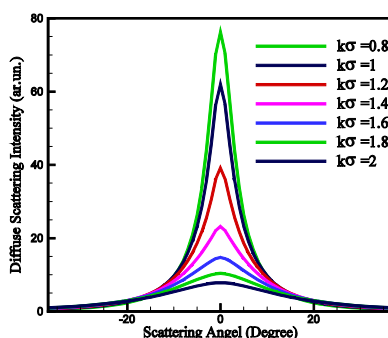


(d)  $k\sigma > 0.6, H=0.5, \lambda=633$ nm



شکل ۳: وابستگی شدت پراکندگی پخش ( $I_d$ ) به زاویه پراکندگی ( $\theta_2$ ) با طول موج  $\lambda=633$  nm نمودارها برای مقادیر مختلف  $k\sigma$  و نمای هارست متفاوت به ازای طول همبستگی  $\xi=1000$  nm در  $\theta_1=\theta_3=0$  رسم شده‌اند. (a)  $k\sigma < 0.6, H=1$ , (b)  $k\sigma > 0.6, H=1$ , (c)  $k\sigma < 0.6, H=0.5$ , (d)  $k\sigma > 0.6, H=0.5$ .

نتایج همچنین نشان می‌دهد که با تغییرات طول موج و انحراف معیار ارتفاع سطح بطور مجزا، شدت میدان پخش تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، مطالعه شدت میدان پخش

(a)  $k\sigma < 1$ ,  $H=1, \sigma=50\text{nm}$ (b)  $k\sigma > 1$ ,  $H=1, \sigma=50\text{nm}$ (c)  $k\sigma < 0.8$ ,  $H=0.5, \sigma=50\text{nm}$ (d)  $k\sigma > 0.8$ ,  $H=0.5, \sigma=50\text{nm}$ 

شکل ۴: وابستگی شدت پراکندگی بخشی ( $I_h$ ) به زاویه پراکندگی ( $\theta_2$ ) با زبری  $\sigma=50\text{ nm}$  نمودارها برای مقادیر مختلف  $k\sigma$  و نمای هارست متفاوت به ازای طول همبستگی  $\xi=1000\text{ nm}$ ، و زوایای  $\theta_1=\theta_3=0$  رسم شده‌اند. (a)  $k\sigma < 1$ ,  $H=1$  (b)  $k\sigma > 1$ ,  $H=1$  (c)  $k\sigma < 0.8$ ,  $H=0.5$  (d)  $k\sigma > 0.8$ ,  $H=0.5$

$\sigma$  ثابت است و برای افزایش  $k\sigma$  مقدار  $\lambda$  کاهش می‌یابد. این نیز نتیجه می‌دهد که طول موج در مقایسه با زبری سطح کوچک است. وقتی که طول موج کوچکتر از زبری سطح است، شدت میدان پخش می‌یابد. که این شبیه به رفتار دونده می‌باشد که در بخش (۲-۳) به آن اشاره شد. اگر فرض کنیم که نمای هارست سطح ثابت باشد. تغییرات در طول همبستگی  $\xi$ ، همبسته با تغییرات انحراف معیار ارتفاع سطح  $\sigma$ ، می‌شود. نتایج نشان داد که شدت پراکندگی برای یک سطح با نمای هارست ثابت نه تنها وابسته به طول موج نور تابشی بلکه به تغییرات  $\sigma$  و  $\xi$  نیز وابسته است.

### ۳-۲-۳- اثر نمای هارست

در این بخش شدت میدان پخش برای نماهای هارست مختلف مطالعه شده است. تابع همبستگی شدت پراکندگی وابسته به نمای هارست می‌باشد. بنابراین تغییرات نمای هارست بر شدت موج پراکنده شده اثرگذار است.

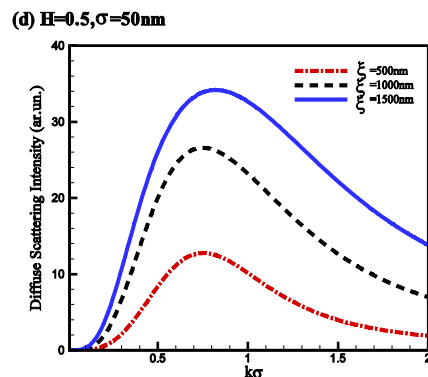
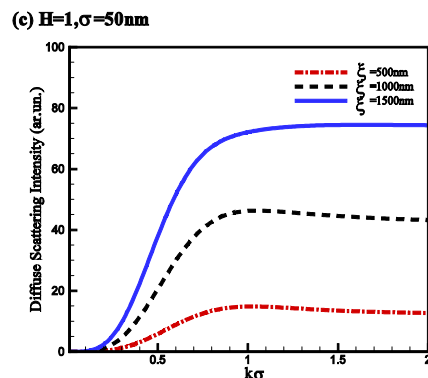
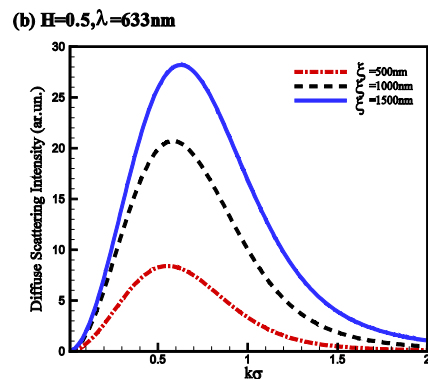
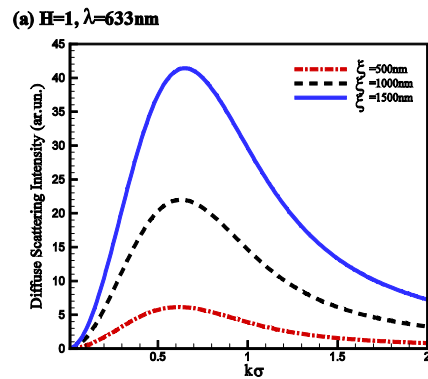
شدت میدان پخش در زوایای غیرآینه‌ای، که شدت کل موج پراکنده شده معادل با شدت میدان پخش می‌باشد، با استفاده از معادله ۵ و تابع همبستگی  $\text{Cor}(R) \approx \exp(-(R/\xi)^{2H})$  محاسبه شده و نتایج آن در شکل‌های ۶a-b نشان داده شده است. در این شکل‌ها شدت میدان پخش برحسب تابعی از  $k\sigma$  برای نماهای هارست متفاوت رسم شده است. در شکل ۶a،  $\lambda$  ثابت و در شکل ۶b،  $\sigma$  ثابت می‌باشد.

در هر دو نمودار  $\theta_1=\theta_3=0$ ، و زاویه پراکندگی  $\theta_2=5$  در نظر گرفته شده است. برای همه مقادیر مختلف نمای هارست وقتی که طول موج ثابت نگه‌داشته شده است، شکل ۶a، شدت میدان پراکنده شده دارای ماکزیمم در  $k\sigma \approx 0.6$  وجود دارد. این مقدار شبیه به مقدار حدی است که در شکل‌های ۳a-d دیده شد. در شکل ۶b که  $\sigma$  ثابت فرض شده، ماکزیمم  $k\sigma$  در مقدار بزرگتری اتفاق افتاده است. در هر دو شکل‌های ۶a و ۶b، شدت میدان پخش تا مقدار حدی  $k\sigma$  افزایش می‌یابد و از آن به بعد روند کاهشی اتفاق می‌افتد.

کاهش شدت میدان پخشی برای  $k\sigma$  بالای مقدار حدی، وقتی که طول موج ثابت نگه داشته می‌شود در مقایسه با حالتی که  $\sigma$  ثابت نگه داشته شده است، با آهنگ سریع‌تری اتفاق می‌افتد. شایان ذکر است که با افزایش نمای هارست  $H$  در  $\lambda$ های بزرگ، در شکل ۶b، سطح نرم‌تر به نظر می‌رسد و در نتیجه منحنی به  $\lambda$ های کوچکتر یا  $k\sigma$ های بزرگتر شیفیت پیدا می‌کند و یک تاخیر در شروع رشد منحنی دیده می‌شود. ولی زبری سطح هیچ تاثیری بر رشد اولیه شدت میدان پخشی در حالتی که طول موج ثابت می‌ماند، شکل ۶a، ندارد. این نشان می‌دهد که شدت میدان پخشی خواص متفاوتی، برای مقادیر ثابت طول موج یا انحراف معیار ارتفاع سطح وقتی که  $k\sigma$  تغییر می‌کند، دارد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

موج پراکنده شده از سطوح زبر وابسته به پارامترهای زبری همچون  $\sigma$ ،  $\xi$  و  $\lambda$  می‌باشد. در حد  $\xi \gg \lambda$ ، تنها دو طول مشخصه،  $\lambda$  که مقیاس مشاهده و  $\sigma$  که مقیاس سطح است، یا نسبت آنها بر روی شدت موج پراکنده شده اثر می‌گذارند. این بدین معنی است که در این شرایط  $k\sigma$  مهم است. و این شرایطی است که توسط دیگر محققین مورد توجه قرار گرفته است. اما اگر  $\xi$  از مرتبه  $\lambda$  باشد، سیستم دارای سه طول مشخصه،  $\lambda$  که مقیاس مشاهده و  $\sigma$  و  $\xi$  که مقیاس‌های سطح هستند. در این شرایط  $k\sigma$  پارامتر مناسبی برای نمایش پراکندگی موج از سطوح زبر نمی‌باشد، مگر این که به تغییرات  $k$  یا  $\sigma$  برای تغییرات  $k\sigma$  توجه شود. به عبارت دیگر باید مشخص شود که کدام یک از این پارامترهای  $k$  یا  $\sigma$  ثابت و کدام یک تغییر می‌کند. که این موضوعی است که در این مطالعه به آن اهمیت داده شده است. به علاوه، پدیده پراکندگی در حضور هر سه مقیاس طولی  $k$ ،  $\sigma$  و  $\xi$  به دو حالت تئوری و تجربی مطالعه شد. برای مطالعه رابطه بین شدت موج پراکنده شده و  $k\sigma$  وقتی که  $\xi$  و  $\lambda$  قابل قیاس باهم باشند، از یک سطح زبر فراکتالی خود متمایل استفاده شد. دو حالت مورد مقایسه قرار گرفت، در یکی  $\sigma$  ثابت و  $\lambda$  متغیر و در دیگری  $\lambda$  ثابت و  $\sigma$  متغیر در نظر گرفته شد. نتایج در هر دو حالت نشان داد که یک مقدار حدی برای  $k\sigma$  وجود دارد که شدت میدان پخشی



شکل ۵: وابستگی شدت پراکندگی پخشی ( $I_d$ ) به زاویه پراکندگی ( $\theta_2$ ) با زبری  $\sigma=50\text{nm}$ . نمودارها برای مقادیر مختلف  $k\sigma$  و نمای هارست متفاوت به ازای طول همبستگی  $\xi=1000\text{nm}$ ، و زوایای  $\theta_1=\theta_3=0$  رسم شده‌اند. (a)  $H=1, k\sigma > 1$  (b)  $H=1, k\sigma < 1$  (c)  $H=0.5, k\sigma < 0.5$  (d)  $H=0.5, k\sigma > 0.5$



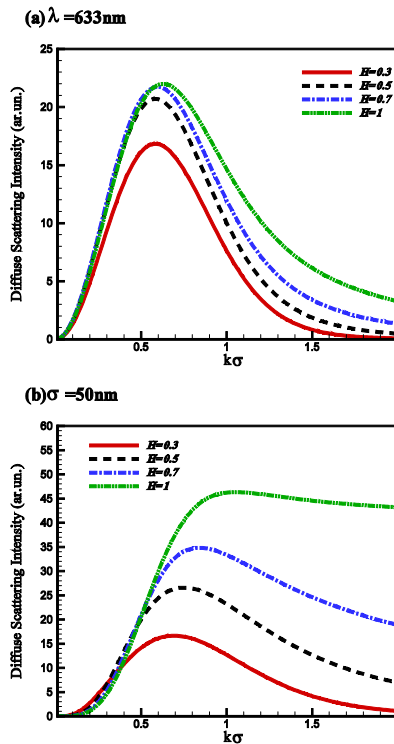
### سپاسگزاری

در اینجا نویسندگان بر خود واجب می‌دانند تا از حوزه معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود به خاطر حمایت مالی و معنوی از این تحقیق تشکر و قدردانی نمایند.

### مراجع

- [1] G.R. Jafari, S.M. Mahdavi, A. Irajizad, P. Kaghazchi, *Surface and Interface Analysis*, **37**, 2005, 641.
- [2] G.R. Jafari, P. Kaghazchi, R.S. Dariani, A. Irajizad, S.M. Mahdavi, M.R. Rahimi Tabar, N. Taghavinia, *J. Stat. Mech.*, **1**, 2005, P04013.
- [3] C. Teichert, J.F. MacKay, D.E. Savage, M.G. Lagally, M. Brohl, P. Wagner, *Appl. Phys. Lett.*, **66**, 1995, 2346.
- [4] B.M. Barnes, J.J. Kelly, J.F. MacKay, W.L. Brien, M. G. Lagally, *IEEE Trans. on Mag.*, **36**, 2000, 2948.
- [5] J. E. Harvey, A. Kotha, *Applied Optics*, **34**, 1995, 3024.
- [6] مجید سلامی، مریم زمانی، سیدمهدی فاضلی، غلامرضا جعفری، "تصحیح تصویر حاصل از پروفایلمترها از سطوحی با زبری نانومتری"، مجله تحقیقات مواد نانوکامپوزیتی، شماره ۵، ۱۳۸۹، ۱۹-۱۲.
- [7] J.A. Ogilvy, "Theory of wave scattering from random rough surfaces", Taylor & Francis; 1 Edition U.K., 1991.
- [8] M. Salami, M. Zamani, S.M. Fazeli, G.R. Jafari, *J. Stat. Mech.*, **1**, 2011, P08006.
- [9] O. Calvo-Perez, J.J. Greffet, A. Sentenac, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **1**, 1999, 560.
- [10] M. Salami, A. Hajian, S.M. Fazeli, S. Vasheghani Farahani, G.R. Jafari, *Journal of Applied Physics*, **116**, 2014, 243502.
- [11] J. Caron, J. Lafait, C. Andraud, *Opt. Commun.*, **207**, 2002, 17.
- [12] K.A. Donnell, E.R. Mendez, *J. Opt. Soc. Am. A*, **4**, 1987, 1194.
- [13] M.V. Glazov, S. Rashkeev, *Appl. Phys. B*, **66**, 1998, 217.
- [14] M. Zamani, M. Salami, S.M. Fazeli, G.R. Jafari, *Journal of Modern Optics*, **59**, 2012, 1448.
- [15] T.A. Leskova, A.A. Maradudin, J. Munoz-Lopez, *Phys. Rev. E*, **71**, 2005, 036606.
- [16] S. Z. Hu, L.Y. Fu, Z. X. Yao, *Wave Motion*, **46**, 2009, 281.
- [17] J.A. DeSanto, *Wave Motion*, **45**, 2008, 918.
- [18] R. Pierri, A. Liseno, F. Soldovieri, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **51**, 2003, 1251.
- [19] A. Liseno, R. Pierri, *J. Opt. Soc. Amer. A*, **19**, 2002, 1308.
- [20] A. Qing, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **51**, 2003, 1251.
- [21] K.R. Ferraye, J.Y. Dauvignac, C. Pichot, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **51**, 2003, 1100.
- [22] Y.Q. Jina, Z. Li, *J. of Appl. Phys.*, **89**, 2001, 1922.
- [23] M. Zamani, M. Salami, S.M. Fazeli, S. Vasheghani Farahani, G.R. Jafari, *Appl. Phys. Lett.*, **101**, 2012, 141601.
- [24] G. Palasantzas, J. Barnas, *Phys. Rev. B*, **56**, 1997, 7726.
- [25] M. Dashtdar, M.T. Tavassoly, *JOSA A*, **25**, 2008, 2509.

در آن ماکزیمم می‌شود و آن زمانی است که  $\sigma$ ،  $\xi$  و  $\lambda$  هم مرتبه باشند. همچنین مشخص شد که در حضور طول همبستگی  $\xi$ ، پارامتر  $k\sigma$  تنها کمیت بدون بعد سیستم نیست. بنابراین باید توجه شود که با تغییر  $\xi$  کدام یک از کمیت‌های  $k$  یا  $\sigma$  شروع به تغییر می‌کند.



شکل ۶: وابستگی شدت پراکندگی پخش (a) به  $k\sigma$  برای طول همبستگی  $\xi=1000\text{nm}$  برای  $H$ های متفاوت و زوایای  $\theta_1=\theta_3=0$ .  $\theta_2=5$  (a) طول موج  $\lambda=633\text{nm}$  و (b) زبری  $\sigma=50\text{nm}$ .

اثر تغییرات نمای هارست بر شدت میدان پراکنده شده از سطوح زبر فراکتالی با زبری نانومتری مطالعه شد. چنین آزمونی برای محدوده وسیعی از مورفولوژی سطوح، از لگاریتمی  $H=0$  تا زبری با رفتار توانی،  $0 < H < 1$ ، انجام شد. نمای زبری  $H$  یک اثر قوی بر روی قسمت پخش پراکندگی موج، بیشتر برای طول همبستگی‌های نسبتاً بزرگ دارد.