



آنالیز ارتعاش آزاد نانولوله‌های ویسکوالاستیک تحت میدان مغناطیسی طولی بر اساس گرادیان کرنش غیرموضعی مدل تیر تیموشنکو

پرویز قزوینیان*^۱

۱- مربی، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
*سمنان، P_gh32@yahoo.com

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۰ بهمن ۱۳۹۹

پذیرش: ۸ اردیبهشت ۱۴۰۰

ارائه در سایت: ۲۰ خرداد ۱۴۰۰

کلیدواژگان

ارتعاش آزاد

نانولوله‌های ویسکوالاستیک

گرادیان کرنش غیرموضعی مدل تیر

تیموشنکو

میدان مغناطیسی طولی

چکیده

در این مقاله ارتعاش آزاد نانولوله‌های ویسکوالاستیک تحت میدان مغناطیسی طولی مورد بررسی قرار گرفته است. معادله حاکم با استفاده از مدل تیر تیموشنکو و مدل کلوین-ویت بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی فرمول‌بندی شده است. در رویه آنالیز از روش تربیع دیفرانسیلی تطبیقی موضعی (LADQM) استفاده شده است. همچنین اثر پارامترهای غیرموضعی، ضریب استهلاک سازه‌ای، پارامتر مقیاس طول ماده و میدان مغناطیسی طولی بر فرکانس‌های طبیعی سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. ممکن است نتایج این تحقیق برای درک کاربرد بالقوه نانولوله‌ها در سیستم نانو الکترومکانیکی مفید باشد.

Free vibration analysis of viscoelastic nanotubes under longitudinal magnetic field based on non-position strain gradient of Tymoshenko beam model

Parviz Ghazvinian*¹

1- Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, **Islamic Azad University**, Semnan, Iran

* Semnan, P_gh32@yahoo.com

Article Information

Original Research Paper

Received 8 February 2021

Accepted 28 April 2021

Available Online 10 June 2021

Keywords

Free vibration

Viscoelastic nanotubes

Nonlocal strain gradient

tymoshenko beam

model

Longitudinal magnetic field

ABSTRACT

In this paper, the free vibration of viscoelastic nanotubes under longitudinal magnetic field is investigated. The governing equation is formulated using the Tymoshenko beam model and the Kelvin-Witt model based on the theory of nonlinear strain gradient. The local adaptive differential squaring (LADQM) method is used in the analysis procedure. Also, the effect of non-positional parameters, structural depreciation coefficient, material length scale parameter and longitudinal magnetic field on the natural frequencies of the system has been investigated. The results of this study may be useful in understanding the potential application of nanotubes in nano-electromechanical systems.

Please cite this article using:

Parviz Ghazvinian, Free vibration analysis of viscoelastic nanotubes under longitudinal magnetic field based on non-position strain gradient of Tymoshenko beam model, *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 12, No. 1, pp. 57-67, 2021 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

۱- مقدمه

نانولوله‌های کربنی (CNTs) جز عناصر ساختاری ضروری مورد استفاده در کاربردهای نوآورانه سیستم نانو الکترومکانیکی (NEMS) [۱،۲] مانند نانو نوسانگرها [۳]، ساعت‌هایی با مقیاس نانو [۴]، آمپلی فایرهای پارامتری [۵]، نانو تشدیدکننده‌ها [۶] و غیره هستند.

از آنجا که اندازه CNTs بسیار کوچک است، اثر اندازه نانومقیاس ریزساختار ماده از اهمیت بالایی برخوردار خواهد بود. در سال‌های اخیر با در نظر گرفتن تاثیر طول ماده، برای بررسی رفتار nanostures چندین نظریه مانند نظریه الاستیسیته غیرموضعی [۷-۲۳]، نظریه گرادیان کرنش [۲۴،۲۵] و نظریه تنش جفتی اصلاح شده [۲۶،۲۷]، پیشنهاد شده است. با این وجود تحقیقات اخیر نشان می‌دهد که نظریه الاستیک غیرموضعی منحصر به فرد یا نظریه الاستیسیته گرادیان کرنش در شناسایی اثرات وابسته به اندازه CNTs با محدودیت‌هایی روبرو می‌باشد [۲۸-۳۰]. می‌توان از مدل‌های الاستیک غیرموضعی برای نرم شدن سفتی با افزایش پارامتر مقیاس نانو استفاده کرد. با این وجود اثر افزایش سفتی که هم در مشاهدات آزمایشگاهی و هم در تئوری‌های الاستیسیته گرادیان (یا تئوری تنش جفتی اصلاح شده) قابل مشاهده می‌باشد، به راحتی قابل تشخیص نمی‌باشد. فرض شده است که نمی‌توان مواد را به صورت مجموعه‌ای از نقاط مدل نمود، تئوری‌های الاستیسیته گرادیان معادلات کلاسیک الاستیسیته به اضافه جملات گرادیان کرنش مرتبه بالا را ارائه می‌کنند. تئوری الاستیسیته غیرموضعی و تئوری گرادیان در توصیف خواص فیزیکی مواد و ساختارهایی که دارای مقیاس نانومتری هستند، کاملاً متفاوت هستند. به منظور غلبه بر این محدودیت‌ها لیم و همکاران [۳۰] تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی را پیشنهاد نموده‌اند، که ترکیبی از تئوری الاستیک غیرموضعی و تئوری گرادیان کرنش می‌باشد. نشان داده شده است که نتایج حاصل از این تئوری با نتایج شبیه‌سازی دینامیک مولکولی (MDS) سازگاری بالایی داشته و کاربردهای بالایی در نانو ساختارها دارد. تحقیقات زیادی بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی برای پدیده موج و خواص ارتعاشی نانوذرات، نانو تیرها، نانو پوسته‌ها یا نانو صفحات انجام شده است [۳۱-۳۶]. ابراهیمی و همکاران [۳۳] با استفاده از تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی، انتشار موج از یک نانوصفحه هدفمند ناهمگن که تحت بارگذاری حرارتی غیرخطی قرار دارد را مورد بررسی قرار داده‌اند. ارتعاش آزاد تیرهای

گرادیان کرنش غیرموضعی که از یک ماده هدفمند ایجاد شده، توسط لی و همکارانش مورد آنالیز قرار گرفته است [۳۴]. ژن و ژو [۳۵] بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی، انتشار موج عرضی در حامل سیال نانولوله‌های کربنی تک جداره ویسکوالاستیک (SWCNTs) با تاثیر سطحی در میدان‌های مولتی فیزیک را مورد بررسی قرار داده‌اند. تحقیق بالا نشان می‌دهد که تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی برای توصیف اثر اندازه CNTs قابل اعتماد می‌باشد. کرمی و همکارانش [۳۶] پراکندگی موج در نانوپوسته‌های دو قوسی نامتقارن را بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی و یک تئوری پوسته مرتبه بالا مورد بررسی قرار داده‌اند.

آزمایشات نشان می‌دهد که نانولوله‌های کربنی در محدوده دمایی ۱۹۶- تا ۱۰۰۰ درجه سانتی‌گراد خواص ویسکوالاستیک را از خود نمایش می‌دهند [۳۷]. چانگ و لی [۳۸] رفتار ارتعاشی یک نانولوله کربنی را با استفاده از تئوری ویسکوالاستیسیته غیرموضعی و با در نظر گرفتن اثرات اساسی و حرارتی مورد مطالعه قرار داده‌اند. پانگ و همکاران [۳۹] انتشار موج عرضی SWCNTs ویسکوالاستیک را که توسط مواد سطحی مبتنی بر الاستیسیته غیرموضعی و مدل کلون-ویت چسبیده است، مورد بررسی قرار داده‌اند. تانگ و همکاران [۴۰] انتشار موج ویسکوالاستیک در نانولوله‌های کربنی تک جداره ویسکوالاستیک را با استفاده از تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی مورد بررسی و تحقیق قرار داده‌اند.

علاوه بر این اغلب محیط کاری واقعی نانولوله‌ها حاوی فاکتورهای فیزیکی پیچیده‌ای چون میدان مغناطیسی، میدان الکتریکی و میدان دمایی می‌باشد. در برخی کاربردهای نانو مهندسی، مطالعه خواص دینامیکی CNTs تحت میدان مغناطیسی مفید می‌باشد. اثر میدان مغناطیسی طولی بر خواص پراکندگی موج ساختار پیوسته معادل SWCNTs که در یک محیط الاستیک قرار گرفته است، توسط نارندار و همکاران مطالعه شده است [۴۱]. حسینی و گوکاری [۴۲] اثر یک میدان مغناطیسی طولی بر ارتعاش عرضی یک SWCNT حساس به مغناطیس با حامل سیال را بررسی کرده‌اند. بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی و تئوری تیر راپلی، آنالیز انتشار موج در SWCNTs ویسکوالاستیک توسط لی و همکارانش [۴۳] انجام شده و اثر میدان مغناطیسی طولی بر انتشار موج مورد بحث قرار گرفته است. کارلیچچیت و همکاران [۴۴] ارتعاش غیرخطی و پایداری دینامیکی یک SWCNT با حمایت ساده را

تحت تاثیر میدان مغناطیسی طولی و بار محوری متغیر با زمان را در چارچوب تئوری الاستیسیته غیرموضعی بررسی کرده‌اند. بر اساس مطالعات نویسندگان این تحقیق، در مورد نانولوله‌های ویسکوالاستیک که تحت میدان مغناطیسی طولی قرار دارند از آنالیز ارتعاش مبتنی بر گرادیان کرنش غیرموضعی مدل تیر تیموشنکو استفاده نشده است. در این مقاله برای آنالیز خواص ارتعاشی نانولوله‌های ویسکوالاستیک تحت میدان مغناطیسی طولی بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی یک مدل تیموشنکو طره‌ای در نظر گرفته شده است. در این آنالیز از روش تریب دیفرانسیلی تطبیقی موضعی (LADQM) استفاده شده است. تاثیر پارامترهای غیرموضعی، ضریب استهلاک سازه‌ای، پارامتر مقیاس طول ماده و میدان مغناطیسی طولی بر فرکانس-های طبیعی سیستم بصورت کامل مشخص شده است. ممکن است نتایج این تحقیق برای درک کاربرد بالقوه CNTs در NEMS مفید باشد.

۲. مدل گرادیان کرنش غیرموضعی

بر اساس تئوری گرادیان کرنش غیرموضعی [۳۰]، مجموع میدان‌های تنشی از دو بخش تشکیل شده است، یعنی تنش غیرموضعی کلاسیک σ و تنش غیرموضعی مرتبه بالا $\sigma^{(1)}$.

$$t = \sigma - \nabla \sigma^{(1)} \quad (1)$$

تنش غیرموضعی کلاسیک σ و تنش غیرموضعی مرتبه بالا $\sigma^{(1)}$ بدین صورت تعریف می‌شوند:

$$\sigma = \int_V \alpha_0(x', x, e_0 a) \varepsilon : \varepsilon(x') dV \quad (2)$$

$$\sigma^{(1)} = l^2 \int_V \alpha_1(x', x, e_1 a) C : \nabla \varepsilon(x') dv \quad (3)$$

که $\alpha_0(x', x, e_0 a)$ و $\alpha_1(x', x, e_1 a)$ به ترتیب توابع میرایی غیرموضعی مرتبط با تانسور کرنش ε و تانسور گرادیان کرنش $\nabla \varepsilon$ هستند. عملگر لاپلاس می‌باشد و C تانسور الاستیسیته مرتبه چهارم می‌باشد. e_0 و e_1 ثوابت مربوط به مواد هستند. a طول پیوند کربن-کربن در CNTs و $e_0 a$ ، $e_1 a$ پارامترهای غیرموضعی می‌باشند. l پارامتر مقیاس طول ماده که برای نشان دادن بزرگی میدان تنشی گرادیان کرنش مرتبه بالا تعریف شده است.

از آنجا که حل ساختار انتگرالی کار مشکلی می‌باشد، در اینجا از یک شکل دیفرانسیلی ساده شده استفاده شده است. فرض می‌شود که دو تابع اصلی غیرموضعی $\alpha_0(x', x, e_0 a)$ و $\alpha_1(x', x, e_1 a)$

$$L_i = 1 - (e_i a)^2 \nabla^2, i = 0, 1. \quad (4)$$

فرض شده است که $e = e_0 = e_1$ ، با جای‌گذاری معادله (۴) در معادله (۱)، خواهیم داشت:

$$[1 - (ea)^2 \nabla^2] t = C : \varepsilon - l^2 \nabla C : \nabla \varepsilon \quad (5)$$

برای ساختار تیر، بر اساس منابع [۳۰، ۴۵]، می‌توان رابطه ساختاری را بدین صورت ساده نمود:

$$[1 - (ea)^2 \nabla^2] t_{xx} = (1 - l^2 \nabla^2) E(z) \varepsilon_{xx} \quad (6)$$

$$[1 - (ea)^2 \nabla^2] t_{xz} = (1 - l^2 \nabla^2) G(z) \gamma_{xz} \quad (7)$$

در اینجا $E(z)$ مدول الاستیک و $G(z)$ مدول برشی می‌باشد. t_{xz} و t_{xx} به ترتیب نشان‌گر تنش محوری و تنش برشی هستند. ε_{xx} و γ_{xz} به ترتیب نشان‌دهنده کرنش محوری و کرنش برشی می‌باشند.

تحقیقات قبلی نشان داده‌اند که رابطه ساختاری معادلات (۶) و (۷) می‌تواند پدیده وابسته به اندازه نانومواد را بصورت معقول بیان نماید و مطابقت خوبی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های دینامیک مولکولی دارد [۳۰].

۳. مدل ریاضیاتی نانولوله ویسکوالاستیک تحت میدان مغناطیسی طولی

در این مقاله خواص ارتعاشی نانولوله ویسکوالاستیک با استفاده از نظریه گرادیان کرنش غیرموضعی تیر تیموشنکو مورد بررسی قرار گرفته است. برای تیر تیموشنکو، کرنش محوری برابر است با:

$$\varepsilon_{xx} = z \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8)$$

و کرنش برشی بدین صورت است:

$$\gamma_{xz} = \psi + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (9)$$

که z عمود بر محور x ، ψ زاویه چرخش سطح مقطع تیر، و w جابجایی متقاطع تیر می‌باشد.

که η نشان‌دهنده تراوایی (نفوذپذیری) مغناطیسی H_x و ψ مولفه بردار میدان مغناطیسی طولی اعمال شده بر روی SWCNTs در جهت x می‌باشد.

با جایگذاری معادلات (۱۴) و (۱۵) به ترتیب در معادلات (۱۶) و (۱۷) خواهیم داشت:

$$M = (ea)^2 \left(\rho I \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial t^2} + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q \right) + EI \left(1 - l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (19)$$

$$Q = (ea)^2 \left(\rho A \frac{\partial^3 \psi}{\partial x \partial t^2} - \frac{\partial q}{\partial x} \right) + kGA \left(1 - l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (20)$$

معادلات حاکم نانولوله‌های ویسکوالاستیک تحت میدان مغناطیسی طولی بر اساس تئوری گرادین کرنش غیرموضعی را می‌توان با جایگذاری معادلات (۱۹) و (۲۰) به ترتیب در معادلات (۱۶) و (۱۷) به دست آورد، که:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (ea)^2 \left(\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - \eta A H_x^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) - \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - kGA \left(1 - l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (21)$$

$$\rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - (ea)^2 \left(\rho I \frac{\partial^4 \psi}{\partial x^2 \partial t^2} \right) - EI \left(1 - l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) + kGA \left(1 - l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad (22)$$

برای یک تیر طره، یعنی شرایط بدون قید $(C-F)$ ، شرایط مرزی بدین صورت است:

$$w(x, t) = 0, \phi(x, t) = 0, x = 0; \quad (23)$$

$$M(x, t) = 0, Q(x, t) = 0, x = L.$$

به منظور ساده کردن، متغیرهای بدون بعد زیر تعریف شده-اند:

با جایگذاری معادلات (۸) و (۹) در معادلات (۶) و (۷) و با در نظر گرفتن خاصیت ویسکوالاستیک نانولوله با مدل کلونین-ویت، رابطه ساختاری غیرموضعی زیر به دست می‌آید:

$$[1 - (ea)^2 \nabla^2] t_{xx} = (1 - l^2 \nabla^2) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) E_z \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (10)$$

$$[1 - (ea)^2 \nabla^2] t_{xz} = (1 - l^2 \nabla^2) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) G \left(\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (11)$$

τ_d ضریب میرایی ساختاری است که بیانگر ویسکوالاستیسیته نانولوله‌های کربنی می‌باشد.

گشتاور خمشی غیرموضعی M و نیروی برشی غیرموضعی Q بدین صورت تعریف شده‌اند:

$$M = \int_A z t_{xx} dA \quad (12)$$

$$Q = \int_A t_{xz} dA \quad (13)$$

که A سطح مقطع لوله می‌باشد.

با انتگرال‌گیری از معادلات (۱۰) و (۱۱) خواهیم داشت:

$$M - (ea)^2 \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = EI \left(1 - l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (14)$$

$$Q - (ea)^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = kGA \left(1 - l^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left(1 + \tau_d \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(\psi + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (15)$$

که κ فاکتور تصحیح برشی است که به ماده بستگی دارد. معادلات اصلی تیر تیموشنکو ویسکوالاستیک غیرموضعی، که شامل نیروی لورنتز^۱ خارجی میدان مغناطیسی طولی می‌باشد:

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial Q}{\partial x} + q \quad (16)$$

$$\rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial M}{\partial x} - Q \quad (17)$$

که ρ دانسیته جرمی، t زمان و I گشتاور دوم سطح مقطع است. q بیان‌گر نیروی لورنتز خارجی ناشی از میدان مغناطیسی طولی می‌باشد [۴۴] و بدین صورت بیان می‌شود:

$$q(x, t) = \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (18)$$

^۲ magnetic permeability
clamped-free

^۱ orentz force

LaDQM در راستای اجرا و پیاده‌سازی شرایط چند مرزی و با استفاده از نقاط ساختگی توسعه یافته است. مفهوم اصلی این LaDQM این است که مشتق یک تابع را می‌توان بوسیله مجموع خطی وزن دار مقادیر تابع در برخی از نقاط گسسته همسایه در جهت متغیر فضایی در داخل دامنه محاسباتی تقریب زد. برای مثال یک تابع متمایز پیوسته تک بعدی f در نظر گرفته شده که در فاصله $[a, b]$ تعریف شده است، مشتق در نقطه λ_m بدین صورت قابل محاسبه خواهد بود:

$$\frac{d^n}{dx^n} \{f(x_i)\} = \sum_{j=1-\beta_1}^{N+\beta_N} C_{ij}^{(n)} f(x_j), i=1, \dots, N \quad (28)$$

در اینجا $C_{ij}^{(n)}$ ضریب وزنی برای n امین مشتق تقریبی آمین نقطه است و می‌توان آن را بدین صورت بیان نمود:

$$L(x) = \begin{cases} \prod_{k=1-\beta_1}^{N+\beta_N} (x - x_k), & x_{1-\beta_1} \leq x \leq x_{N+\beta_N} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

$$(x_j) = \begin{cases} \prod_{k=1-\beta_1, k \neq j}^{N+\beta_N} (x_j - x_k), & 1-\beta_1 \leq j \leq N + \beta_N \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (30)$$

$$C_{i,j}^{(1)} = \begin{cases} \frac{L^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_j)L^{(1)}(x_j)} & 1-\beta_1 \leq j \leq N + \beta_N, j \neq i \\ - \sum_{j=1-\beta_1, j \neq i}^{N+\beta_N} C_{i,j}^{(1)} & 1-\beta_1 \leq j \leq N + \beta_N, j=i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (31)$$

$$C_{i,j}^{(n)} = \begin{cases} n(C_{i,j}^{(1)}C_{i,j}^{(n-1)} - \frac{C_{i,j}^{(n-1)}}{(x_i - x_j)}) & 1-\beta_1 \leq j \leq N + \beta_N, j \neq i \\ - \sum_{j=1-\beta_1, j \neq i}^{N+\beta_N} C_{i,j}^{(n)} & 1-\beta_1 \leq j \leq N + \beta_N, j=i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (32)$$

(24)

$$\xi = \frac{x}{L}, W = \frac{w}{L}, c = L^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}, \tau = \frac{\tau_d}{c}, T = \frac{t}{c}$$

$$\beta = \frac{EI}{kGAL^2}, \mu_1 = \frac{ea}{L}, \mu_2 = \frac{l}{L}, \delta = \frac{I}{AL^2}, N_H = \frac{\eta AH_x^2}{kGA}$$

با جای‌گذاری معادله (26) در معادلات (21) و (22) شکل بدون بعد معادلات حاکم را بصورت زیر به دست آمده است:

$$\left(1 - \mu_2^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial T}\right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right) + N_H \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} - \beta \left(1 - \mu_1^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - N_H \mu_1^2 \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} = 0 \quad (25)$$

$$\left(1 - \mu_2^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial T}\right) \left(\phi + \frac{\partial W}{\partial \xi}\right) + \beta \delta \left(1 - \mu_1^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} - \beta \left(1 - \mu_2^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial T}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = 0 \quad (26)$$

$$\left(1 - \mu_2^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial T}\right) \left(\phi + \frac{\partial W}{\partial \xi}\right) + \beta \delta \left(1 - \mu_1^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} - \beta \left(1 - \mu_2^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial T}\right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = 0$$

شرایط مرزی بدین صورت درآمده است:

$$\xi = 0, W(0, T) = 0, \phi(0, T) = 0$$

$$\xi = 1, \left(1 - \mu_2^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \left(1 + \tau \frac{\partial}{\partial T}\right) \left(\phi + \frac{\partial W}{\partial \xi}\right) + \mu_1^2 \left(\delta \frac{\partial^3 \phi}{\partial \xi \partial T^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - \frac{N_H \partial^2 W}{\beta \partial \xi^2}\right) = 0 \quad (27)$$

۴. آنالیز

چندین روش عددی برای آنالیز ویژگی‌های ارتعاشی معادلات حاکم وجود دارد از جمله: روش تربیع دیفرانسیلی (DQM) [۴۶]، روش تربیع دیفرانسیلی تعمیم یافته (GDQ) [۴۷-۵۱]، روش GDQ موضعی [۵۲] و غیره. در این بخش از یک روش عددی دقیق‌تر استفاده شده است، یعنی روش تربیع دیفرانسیلی تطبیقی موضعی [۵۳، ۵۴]، تا خواص ارتعاشی معادلات حاکم مورد بررسی قرار گیرد.

۱.۴ روش تربیع دیفرانسیلی تطبیقی موضعی

$$\begin{bmatrix} K_{dd} & K_{db} \\ K_{bd} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Y_d\} \\ \{Y_b\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{dd} & G_{db} \\ G_{bd} & G_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{Y}_d\} \\ \{\dot{Y}_b\} \end{Bmatrix} + \quad (36)$$

$$\begin{bmatrix} M_{dd} & M_{db} \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{Y}_d\} \\ \{\ddot{Y}_b\} \end{Bmatrix} = 0$$

که زیرنویس d نقاط داخلی است در حالی که b نشان دهنده عناصر مرتبط با نقاط شبکه می‌باشد. نقطه نشان‌گر مشتق نسبت به زمان می‌باشد. حل معادله (34) را می‌توان به این شکل نوشت:

$$\{Y\} = \{Y^-\} \exp(\Omega T) \quad (37)$$

که $\{\bar{Y}\} = \{\{\bar{Y}_d\}^T, \{\bar{Y}_b\}^T\}^T$ دامنه‌ای از تابع نامعین می‌باشد و $\text{Im}(\Omega)$ فرکانس طبیعی سیستم می‌باشد.

با جایگذاری معادله (35) در معادله (34)، که منجر به حذف $\{\bar{Y}_b\}$ می‌شود، می‌توان یک معادله همگن به دست آورد که برابر با مسئله مشخصه تعمیم یافته می‌باشد، به صورت:

$$\left(\Omega^2 [M] + \Omega [G] + [K] \right) \{Y_d^-\} = \{0\} \quad (38)$$

که $K = G_{dd} - G_{db}K_{bb}^{-1}G_{bd}$, $M = M_{dd} - M_{db}K_{bb}^{-1}M_{bd}$ $K_{dd} - K_{db}K_{bb}^{-1}K_{bd}$

دستیابی به یک جواب غیربدهی از معادله (36) نیازمند این است که مشتق ضریب ماتریکس برابر با صفر باشد، یعنی:

$$\det(\Omega^2 [M] + \Omega [G] + [K]) = 0 \quad (39)$$

با محاسبه مقدار مشخصه معادله (39) فرکانس‌های سیستم قابل دستیابی می‌باشد.

5. مثال‌های عددی و بحث

به منظور مطالعه ارتعاش نانولوله‌ها بر اساس تئوری تیر تیموشنکو گرادیان کرنش غیرموضعی، از روش LaDQM استفاده شده است. در فرآیند LaDQM شبکه‌های توزیع مجدد چیشیف-گوس-لوباتو^۲ به عنوان توزیع مختصات نقاط شبکه گسسته انتخاب شده است:

$$(40)$$

که β_1 و β_N به ترتیب تعداد شرایط مرزی نیومن^۱ در مرز X_1 و X_N هستند. برای یک تیر طره (گیردار) $\beta_1 = 1$ و $\beta_N = 2$ است [55].

2.4 پیاده‌سازی LaDQM

تیر طره به N نقطه شبکه گسسته شد ($i = 1, 2, \dots, N$) و سه نقطه بیرونی به قسمت بیرونی انتهای تیر اضافه شده است. براساس LaDQM، معادلات حاکم نانولوله در نقطه شبکه Ω به شکل زیر قابل گسسته شدن می‌باشد:

$$(33)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{N+2} (-N_H \mu_1^2 - \mu_2^2) C_{i,j}^{(4)} W_j + \sum_{j=0}^{N+2} (1 + N_H) C_{i,j}^{(2)} W_j + \\ & \sum_{j=0}^{N+2} C_{i,j}^{(1)} \phi_j - \mu_2^2 \sum_{j=0}^{N+2} C_{i,j}^{(3)} \phi_j \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & -\mu_2^2 \sum_{j=0}^{N+2} C_{i,j}^{(3)} W_j + \sum_{j=0}^{N+2} C_{i,j}^{(1)} W_j + \beta \mu_2^2 \sum_{j=0}^{N+2} C_{i,j}^{(4)} \phi_j \\ & -(\beta + \mu_2^2) \sum_{j=0}^{N+2} C_{i,j}^{(2)} \phi_j + \phi_i \end{aligned}$$

به طور مشابه، شرایط مرزی بصورت زیر قابل گسسته شدن می‌باشد:

$$(35)$$

$$W_1 = 0, \phi = 0 \text{ at } \xi = 0,$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^{N+2} C_{Nj}^{(1)} \phi_j - \mu_2^2 \sum_{j=0}^{N+2} C_{Nj}^{(3)} \phi_j + \tau \left(\sum_{j=0}^{N+2} C_{Nj}^{(1)} \phi_j - \mu_2^2 \sum_{j=0}^{N+2} C_{Nj}^{(3)} \phi_j \right) \\ & -\mu_1^2 \frac{N_H}{\beta} \sum_{j=0}^{N+2} C_{Nj}^{(3)} W_j + \mu_1^2 \delta \sum_{j=0}^{N+2} C_{Nj}^{(1)} \ddot{\phi}_j + \mu_1^2 \sum_{j=0}^{N+2} C_{Nj}^{(1)} \ddot{W}_j = 0 \end{aligned}$$

با استفاده از LaDQM، شکل مجتمع معادلات بالا به صورت زیر قابل ارائه می‌باشد:

^۲ Chebyshev-Gauss-Lobatto

^۱ Neumann type

نتیجه گرفت که تاثیر ثابت ویسکوالاستیک τ بر بخش حقیقی فرکانس‌های طبیعی قابل چشم‌پوشی می‌باشد، در حالی که تاثیر ثابت ویسکوالاستیک τ بر بخش موهومی فرکانس در تمام فرکانس‌های طبیعی احتمالا خطی می‌باشد. در بخش موهومی فرکانس‌های طبیعی پارامتر غیرموضعی μ_1 تقریباً هیچ اثری ندارد.

اثر زوجی میدان مغناطیسی طولی و پارامتر غیرموضعی بر فرکانس‌های طبیعی در اشکال ۳-۷ نمایش داده شده است. تاثیر زوجی میدان مغناطیسی طولی و پارامتر غیرموضعی پیچیده می‌باشد. در میدان مغناطیسی طولی ثابت، در صورتی که $H_x < 0.95 \times 10^8 \text{ A/m}$ (شکل ۳)، فرکانس طبیعی اولیه به تدریج با افزایش پارامتر غیر موضعی افزایش می‌یابد. برای میدان مغناطیسی طولی، اگر $4 \times 10^8 \text{ A/m} < H_x < 0.95 \times 10^8 \text{ A/m}$ باشد، یک مقدار بحرانی پارامتر غیرموضعی μ_{1c} وجود خواهد داشت. هنگامی که پارامتر غیرموضعی $\mu_1 < \mu_{1c}$ باشد، فرکانس طبیعی اولیه با افزایش پارامتر غیرموضعی افزایش می‌یابد. هنگامی که $\mu_1 > \mu_{1c}$ ، فرکانس طبیعی اولیه با افزایش μ_1 کاهش می‌یابد. با افزایش میدان مغناطیسی طولی H_x ، مقدار بحرانی پارامتر غیرموضعی μ_{1c} کاهش می‌یابد (همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است). در پارامتر غیرموضعی ثابت، هنگامی که پارامتر غیرموضعی μ_1 بزرگ‌تر از 0.14 باشد، فرکانس طبیعی اولیه با افزایش میدان مغناطیسی طولی در جهت x افزایش می‌یابد. اما هنگامی که پارامتر غیرموضعی μ_1 کمتر از 0.0075 باشد، فرکانس طبیعی اولیه با افزایش میدان مغناطیسی طولی کاهش می‌یابد. در مورد پارامتر غیرموضعی $\mu_1 < 0.0075$ ، در اینجا یک مقدار بحرانی از میدان مغناطیسی طولی H_{xc} وجود دارد. هنگامی که میدان مغناطیسی طولی $H_x < H_{xc}$ ، فرکانس طبیعی اولیه با افزایش H_x کاهش می‌یابد. به صورت برعکس هنگامی که $H_x > H_{xc}$ ، فرکانس طبیعی اولیه با افزایش میدان مغناطیسی طولی افزایش می‌یابد. با افزایش پارامتر غیر موضعی، مقدار بحرانی H_{xc} کاهش می‌یابد (همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده است).

در فرکانس طبیعی ثانویه (شکل ۶)، هنگامی که پارامتر غیرموضعی مشخص باشد، فرکانس با افزایش میدان مغناطیسی طولی H_x افزایش می‌یابد. در مقدار میدان مغناطیسی طولی متفاوت، تاثیر پارامتر غیرموضعی پیچیده است. هنگامی که میدان مغناطیسی طولی H_x کمتر از $0.45 \times 10^8 \text{ A/m}$ باشد، فرکانس طبیعی ثانویه با افزایش پارامتر غیرموضعی کاهش می‌یابد.

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{i-1}{N-1} \pi \right) \right] \text{ for } i=1,2,\dots,N$$

نقاط ghost به صورت متقارن از مرز بسط یافته‌اند [۵۵].

یعنی:

$$\begin{aligned} \xi_{1+i} - \xi_1 &= \xi_1 - \xi_{1-i} \text{ for } 1 \leq i \leq \beta_1 \\ \xi_{N+i} - \xi_N &= \xi_N - \xi_{N-i} \text{ for } 1 \leq i \leq \beta_N \end{aligned} \quad (41)$$

در این مسئله، از تعداد نقاط شبکه $N=14$ استفاده شده است.

پارامترهای موثر SWCNTs بدین صورت در نظر گرفته شده‌اند [۳۶]: مدول یانگ $E = 1 \text{ TPa}$ ، نسبت پواسون $\nu = 0.28$ ، دانسیته جرمی $\rho = 2.24 \text{ g/cm}^3$ ، قطر $d = 1.1 \text{ nm}$ SWCNT، ضخامت موثر لوله $h = 0.342 \text{ nm}$ ، تراوایی مغناطیسی $\eta = 4\pi \times 10^{-7}$ ، $H_x = 4 \times 10^8 \text{ A/m}$ ، $\mu_1, \mu_2 \in [0, 0.2]$ و $\tau \in [0, 0.2]$ برای پارامترهای غیرموضعی مختلف، فرکانس‌های طبیعی SWCNT ویسکوالاستیک و SWCNT بدون در نظر گرفتن ویسکوالاستیسیته در جدول ۱ نشان داده شده است. بخش موهومی نشان‌دهنده اتلاف انرژی است که ناشی از ویسکوالاستیسیته SWCNT می‌باشد. با توجه به جدول می‌توان مشاهده نمود که فرکانس‌های نامیرای SWCNT مطابق با موارد ارائه شده در تحقیقات قبلی می‌باشد.

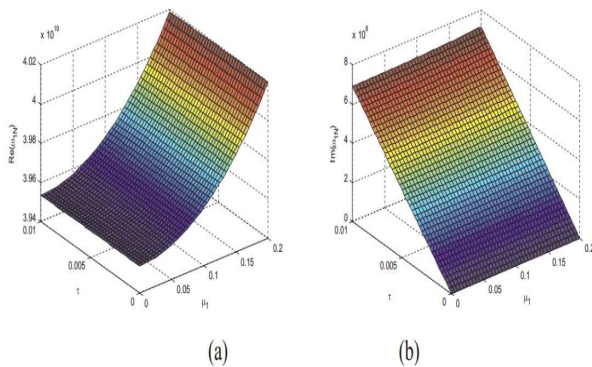
فرکانس‌های طبیعی SWCNT ویسکوالاستیک با مقدار ثابت ویسکوالاستیک τ مختلف در جدول ۲ نشان داده شده است. می‌توان نتیجه گرفت که ثابت ویسکوالاستیک τ تاثیر قابل توجهی بر بخش‌های حقیقی فرکانس ندارد. و تاثیر τ بر بخش‌های موهومی فرکانس برای هر چهار فرکانس طبیعی نسبتاً خطی است که با تحقیقات قبلی در توافق است [۵۶].

اثر پارامترهای مقیاس طول ماده بر فرکانس‌های طبیعی در جدول ۳ نشان داده شده است. با توجه به جدول ۳ می‌توان دریافت که اثر پارامترهای مقیاس طول ماده پیچیده است و تاثیر یکنواختی بر فرکانس‌های طبیعی مانند پارامترهای غیرموضعی ندارد.

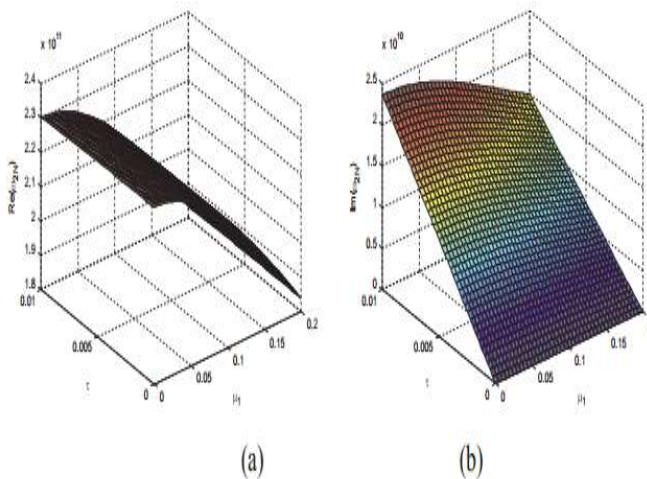
شکل‌های ۱-۲ تغییر بخش‌های حقیقی و موهومی دو فرکانس طبیعی اولیه یک نانولوله طره با ثوابت ویسکوالاستیک و پارامتر غیر موضعی مختلف را نشان می‌دهند. در فرکانس طبیعی اولیه بخش حقیقی به تدریج با افزایش پارامتر غیر موضعی μ_1 افزایش می‌یابد. با این وجود در فرکانس‌های بالاتر، بخش حقیقی فرکانس با افزایش پارامتر غیر موضعی μ_1 به شدت کاهش می‌یابد. با توجه به شکل ۱ و شکل ۲ می‌توان

جدول ۳ مقایسه فرکانس‌های طبیعی (GHz) یک SWCNT با پارامترهای مقیاس طول ماده مختلف، $\mu_1 = 0$ ، $H_x = 0$ و $\tau = 0$

BC	$\mu_2 = 0.0$	$\mu_2 = 0.05$	$\mu_2 = 0.10$	$\mu_2 = 0.15$	$\mu_2 = 0.20$
C-F	39.539	41.561	61.306	74.499	65.737
	231.42	158.82	249.77	120.60	161.40
	592.39	308.12	624.52	307.34	324.99
	1046.0	757.05	769.26	742.71	582.94



شکل ۱ اثر ثابت ویسکوالاستیک ثابت τ و پارامتر غیرموضعی μ_1 بر فرکانس طبیعی اولیه.



شکل ۲ اثر ثابت ویسکوالاستیک ثابت τ و پارامتر غیرموضعی μ_1 بر فرکانس طبیعی ثانویه.

یابد. هنگامی که میدان مغناطیسی طولی $4 \times 10^8 \text{ A/m} < H_x < 0.45 \times 10^8 \text{ A/m}$ باشد، پارامتر غیرموضعی دارای یک مقدار بحرانی می‌باشد μ_{1cc} . هنگامی که پارامتر غیرموضعی $\mu_1 < \mu_{1cc}$ باشد، فرکانس طبیعی ثانویه با افزایش پارامتر غیرموضعی افزایش می‌یابد. اگر $\mu_1 > \mu_{1cc}$ باشد، فرکانس طبیعی ثانویه با افزایش μ_1 کاهش می‌یابد. علاوه بر این مقدار بحرانی μ_{1cc} با افزایش میدان مغناطیسی طولی H_x کاهش می‌یابد.

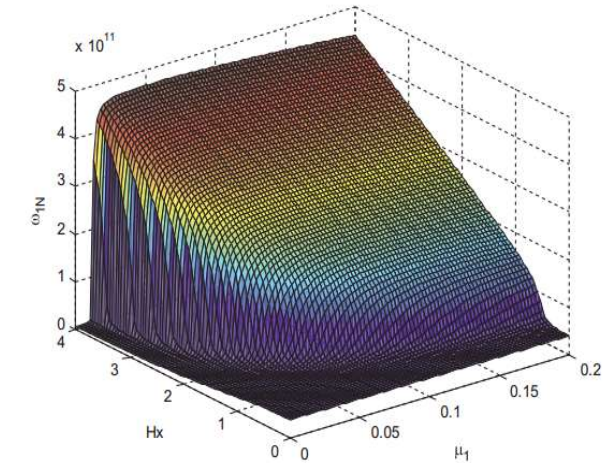
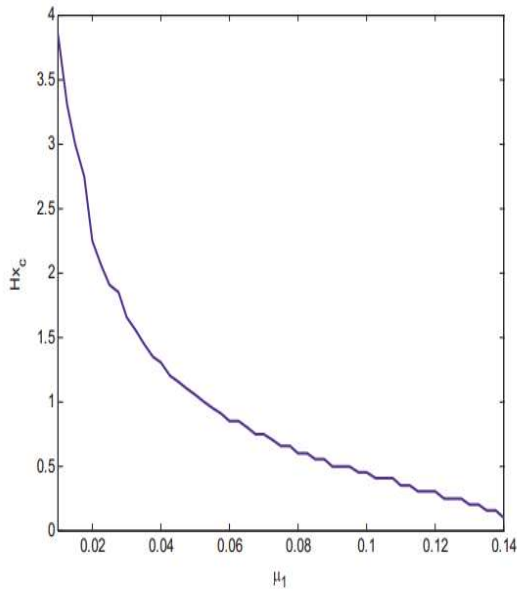
برای فرکانس طبیعی سوم، اثر زوجی میدان مغناطیسی طولی و پارامتر غیرموضعی مشابه فرکانس طبیعی ثانویه است. در صورتی که پارامتر غیرموضعی ثابت باشد، فرکانس با افزایش میدان مغناطیسی طولی H_x افزایش می‌یابد. هنگامی که میدان مغناطیسی طولی H_x کمتر از $0.6 \times 10^8 \text{ A/m}$ باشد، فرکانس طبیعی سوم با افزایش پارامتر غیرموضعی کاهش می‌یابد. هنگامی که میدان مغناطیسی طولی $0.6 \times 10^8 \text{ A/m} < H_x < 4 \times 10^8 \text{ A/m}$ باشد، پارامتر غیرموضعی دارای یک مقدار بحرانی می‌باشد μ_{1ccc} . هنگامی که پارامتر غیرموضعی $\mu_1 < \mu_{1ccc}$ باشد، فرکانس طبیعی ثانویه با افزایش پارامتر غیرموضعی افزایش می‌یابد. اگر $\mu_1 > \mu_{1ccc}$ باشد، فرکانس طبیعی ثانویه با افزایش μ_1 کاهش می‌یابد. علاوه بر این مقدار بحرانی μ_{1ccc} با افزایش میدان مغناطیسی طولی H_x کاهش می‌یابد.

جدول ۱ مقایسه فرکانس‌های طبیعی (GHz) یک SWCNT با مقادیر مختلفی از ثابت ویسکوالاستیک τ و پارامتر غیرموضعی μ_1 و $H_x = 0$ و $\mu_2 = 0$

BC	Undamped elastic beam ($\tau = 0$)			Kelvin-Voigt viscoelastic beam ($\tau = 0.01$)		
	$\mu_1 = 0.0$	$\mu_1 = 0.1$	$\mu_1 = 0.2$	$\mu_1 = 0.0$	$\mu_1 = 0.1$	$\mu_1 = 0.2$
C-F	39.539	39.698	40.196	39.533 + 0.6906i	39.692 + 0.6962i	40.190 + 0.7138i
	231.42	216.86	183.90	230.20 + 23.657i	215.87 + 20.775i	183.29 + 14.940i
	592.39	489.12	350.97	571.75 + 155.02i	477.57 + 105.68i	346.72 + 54.413i
	1046.0	739.43	466.15	927.65 + 483.35i	698.87 + 241.53i	456.16 + 95.990i

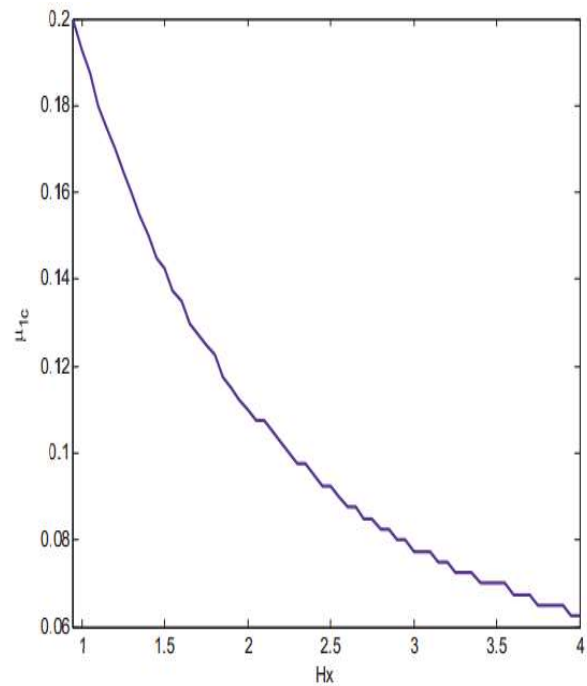
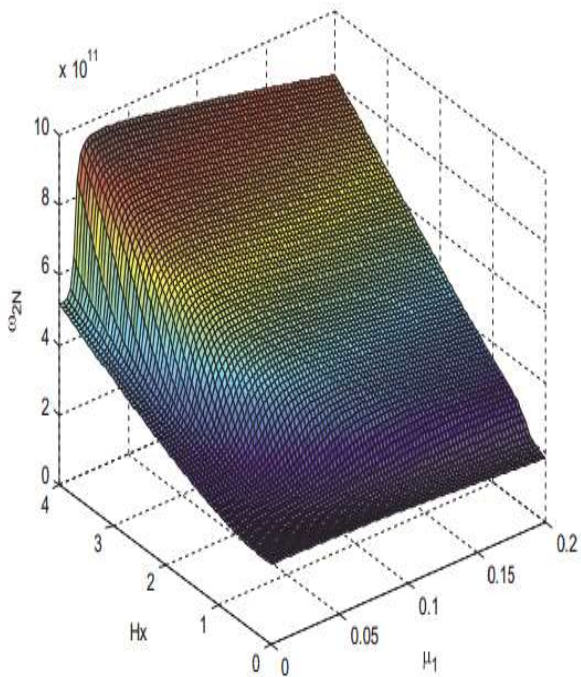
جدول ۲ مقایسه فرکانس‌های طبیعی (GHz) یک SWCNT با مقادیر مختلفی از ثابت ویسکوالاستیک τ ، $\mu_1 = 0$ ، $H_x = 0$ و $\mu_2 = 0$

BC	$\tau = 0.0$	$\tau = 0.005$	$\tau = 0.01$	$\tau = 0.015$	$\tau = 0.02$
C-F	39.539	39.538 + 0.3453i	39.533 + 0.6906i	39.526 + 1.0359i	39.515 + 1.3812i
	231.42	231.11 + 11.826i	230.20 + 23.657i	228.68 + 35.485i	226.53 + 47.314i
	592.39	587.29 + 77.510i	571.75 + 155.02i	544.84 + 232.53i	504.78 + 310.04i
	1046.0	1017.7 + 241.67i	927.65 + 483.35i	754.00 + 725.02i	-



شکل ۳ اثر میدان مغناطیسی طولی H_x و پارامتر غیرموضعی μ_1 بر فرکانس طبیعی اولیه.

شکل ۵ مقدار بحرانی میدان مغناطیسی طولی با تغییر پارامتر غیرموضعی برای فرکانس طبیعی اولیه.



شکل ۴ مقدار بحرانی پارامتر غیرموضعی با تغییر میدان مغناطیسی طولی برای فرکانس طبیعی اولیه.

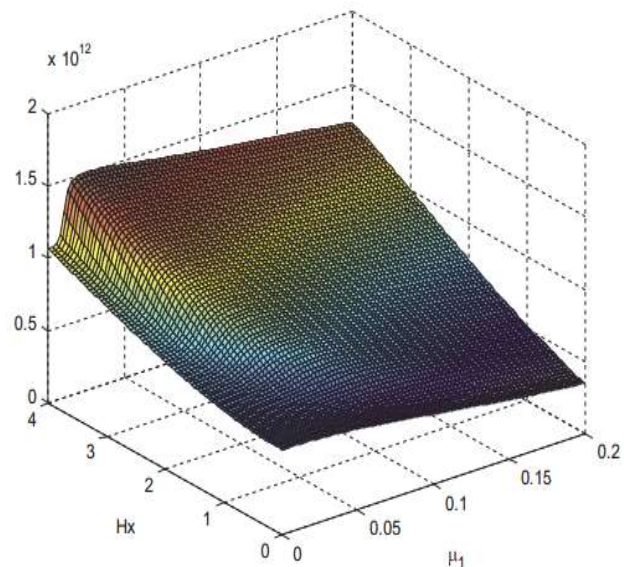
شکل ۶ اثر میدان مغناطیسی طولی H_x و پارامتر غیرموضعی μ_1 بر فرکانس طبیعی ثانویه.

زوجی بر فرکانس طبیعی اولیه و فرکانس‌های طبیعی بالاتر متفاوت می‌باشد.

ممکن است نتایج بالا به منظور درک خواص ارتعاشی SWCNTs ویسکوالاستیک مفید بوده و به کاربرد بالقوه نانولوله‌های کربنی در نانو تکنولوژی کمک نماید.

۷- مراجع

- [1] P.J. F Harris, Carbon Nanotubes and Related Structures, Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [2] A.N. Cleland, Foundation of Nanomechanics, Springer, New York, 2003.
- [3] S.S. Kuznetsov, Y.E. Lozovik, A.M. Popov, The nanoactuator based on a carbon nanotube, *Phys. Solid State*, Vol. 49, No. 5. pp, 1004–1012, 2007.
- [4] J.-S. McEwen, P. Gaspard, T.V. de Bocarmé, N. Kruse, Nanometric chemical clocks, *Proceed. Natl. Acad. Sci. USA* Vol.106, No.9. pp.3006–3010, 2009.
- [5] J.A. Pelesko, D.H. Bernstein, Modeling MEMS and NEMS, *FL: Chapman & Hall/CRC, Boca Raton*, 2003.
- [6] W. Wu, M. Palaniapan, W.-K. Wong, Multiwall carbon nanotube resonator for ultrasensitive mass detection, *Electron. Lett.* Vol.44, No.18. pp. 1060–1061, 2008.
- [7] A.C. Eringen, D.G.B. Edelen, On nonlocal elasticity, *Int. J. Eng. Sci.* Vol.10, No.3, pp. 233–248, 1972.
- [8] A.C. Eringen, On differential-equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface-waves, *J. Appl. Phys.* Vol. 54, pp. 4703–4710, 1983.
- [9] J. Peddieson, G.R. Buchanan, R.P. McNitt, Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *Int. J. Eng. Sci.* Vol. 41. No.3. pp. 305–312, 2003.
- [10] J.N. Reddy, Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams, *Int. J. Eng. Sci.* Vol. 45, 288–307, 2007.
- [11] J. Zang, B. Fang, Y.-W. Zhang, T.-Z. Yang, D.-H. Li, Longitudinal wave propagation in a piezoelectric nanoplate considering surface effects and nonlocal elasticity theory, *Physica E*, Vol. 63, No. 9, pp. 147–150, 2014.
- [12] A. Zemri, M.S.A. Houari, A.A. Bousahla, A. Tounsi, A mechanical response of functionally graded nanoscale beam: an assessment of a refined nonlocal shear deformation theory beam theory, *Struct. Eng. Mech.* Vol. 54, No. 4, pp. 693–710, 2015.
- [13] I. Belkorissat, M.S.A. Houari, A. Tounsi, E.A.A. Bedia, S.R. Mahmoud, On vibration properties of functionally graded nano-plate using a new nonlocal refined four variable model, *Steel Compos. Struct.* Vol. 18, No. 4, pp. 1063–1081, 2015.
- [14] Y.-W. Zhang, J. Chen, W. Zeng, Y.-Y. Teng, B. Fang, J. Zang, Surface and thermal effects of the flexural wave propagation of piezoelectric functionally graded nanobeam using nonlocal elasticity, *Comput. Mater. Sci.* Vol.97, pp. 222–226, 2015.
- [15] F. Bounouara, K.H. Benrahou, I. Belkorissat, A. Tounsi, A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for free vibration of functionally graded nanoscale plates resting on elastic foundation, *Steel Compos. Struct.* Vol. 20, No. 2, pp. 227–249, 2016.



شکل ۷ اثر میدان مغناطیسی طولی H_x و پارامتر غیرموضعی μ_1 بر فرکانس طبیعی سوم.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله خواص ارتعاشی نانولوله‌های ویسکوالاستیک تحت میدان مغناطیسی طولی مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور به کارگیری معادلات ارتعاشی از مدل تیر تیموشنکو گرادین کرنش غیرموضعی و قوانین نیوتون استفاده شده است. اثر پارامتر غیرموضعی، ثابت ویسکوالاستیک، پارامتر مقیاس طولی ماده و میدان مغناطیسی طولی بر فرکانس‌های طبیعی بصورت جزئی مورد بحث قرار گرفته است. نتایج اصلی به شرح زیر است:

- (۱) فرکانس طبیعی اولیه با افزایش پارامتر غیرموضعی به صورت تدریجی افزایش می‌یابد، در حالی که در فرکانس‌های طبیعی بالاتر با افزایش پارامتر غیرموضعی به صورت قابل توجهی کاهش می‌یابد. تاثیر پارامترهای مقیاس طول ماده پیچیده است و مانند پارامترهای غیرموضعی تاثیر یکنواختی بر فرکانس‌های طبیعی ندارند.
- (۲) تاثیر ثابت ویسکوالاستیک بر بخش موهومی فرکانس‌های طبیعی احتمالا خطی می‌باشد، در حالی که اثر آن بر بخش حقیقی فرکانس‌های طبیعی قابل چشم‌پوشی می‌باشد.
- (۳) اثر زوجی میدان مغناطیسی طولی و پارامتر غیرموضعی پیچیده است و تاثیر یکنواختی بر فرکانس‌های طبیعی ندارد. اثر

- [31] B. Karami, M. Janghorban, A. Tounsi, Nonlocal strain gradient 3D elasticity theory for anisotropic spherical nanoparticles, *Steel Compos. Struct.*, Vol. 27, No. 2, pp. 201–216, 2018.
- [32] B. Karami, M. Janghorban, D. Shahsavari, A. Tounsi, A size-dependent quasi-3D model for wave dispersion analysis of FG nanoplates, *Steel Compos. Struct.* Vol. 28, No.1, pp. 99–110, 2018.
- [33] F. Ebrahimi, M.R. Barati, A. Dabbagh, A nonlocal strain gradient theory for wave propagation analysis in temperature-dependent inhomogeneous nanoplates, *Int. J. Eng. Sci.* Vol. 107, pp.169–182, 2016.
- [34] L. Li, X. Li, Y. Hu, Free vibration analysis of nonlocal strain gradient beams made of functionally graded material, *Int. J. Eng. Sci.* Vol. 102, pp. 77–92, 2016.
- [35] Y. Zhen, L. Zhou, Wave propagation in fluid-conveying viscoelastic carbon nanotubes under longitudinal magnetic field with thermal and surface effect via nonlocal strain gradient theory, *Mod. Phys. Lett. B*, Vol. 31, No.8, pp. 1-16, 2008.
- [36] B. Karami, M. Janghorban, A. Tounsi, Variational approach for wave dispersion in anisotropic doubly-curved nanoshells based on a new nonlocal strain gradient higher order shell theory, *Thin-Walled Struct.* Vol. 129, pp. 251–264, 2018.
- [37] M. Xu, D.N. Futaba, T. Yamada, M. Yumura, K. Hata, Carbon nanotubes with temperature-invariant viscoelasticity from -196° to 1000°C , *Science* 330, pp. 1364–1368, 2012.
- [38] W.J. Chang, H.L. Lee, Vibration analysis of viscoelastic carbon nanotubes, *Micro. Nano Lett.* Vol. 7, No. 12, pp. 1308–1312, 2012.
- [39] M. Pang, Y.Q. Zhang, W.Q. Chen, Transverse wave propagation in viscoelastic single-walled carbon nanotubes with small scale and surface effects, *J. Appl. Phys.* Vol. 117, pp. 1-6, 2015.
- [40] Y. Tang, Y. Liu, D. Zhao, Viscoelastic wave propagation in the viscoelastic single walled carbon nanotubes based on nonlocal strain gradient theory, *Physica E*, Vol. 84, pp. 202–208, 2016.
- [41] S. Narendar, S.S. Gupta, S. Gopalakrishnan, Wave propagation in single-walled carbon nanotube under longitudinal magnetic field using nonlocal Euler-Bernoulli beam theory, *Appl. Math. Model.* Vol. 36. pp. 4529–4538, 2012.
- [42] M. Hosseini, M. Sadeghi-Goughari, Vibration and instability analysis of nanotubes conveying fluid subjected to a longitudinal magnetic field, *Appl. Math. Model.* Vol. 40, pp. 2560–2576, 2016.
- [43] L. Li, Y. Hu, L. Ling, Wave propagation in viscoelastic single-walled carbon nanotubes with surface effect under magnetic field based on nonlocal strain gradient theory, *Physica E*, Vol. 75, pp 118–124, 2016.
- [44] D. Karličić, P. Kozić, R. Pavlović, N. Nešić, Dynamic stability of single-walled carbon nanotube embedded in a viscoelastic medium under the influence of the axially harmonic load, *Compos. Struct.* Vol. 162, pp. 227–243, 2017.
- [45] L. Li, Y. Hu, Nonlinear bending and free vibration analyses of nonlocal strain gradient beams made of functionally graded material, *Int. J. Eng. Sci.* Vol. 107, pp. 77–97, 2016.
- [46] F. Tornabene, N. Fantuzzi, F. Ubertini, E. Viola, Strong formulation finite element method based on differential
- [16] H. Bellifa, K.H. benrahou, A.A. Bousahla, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, A nonlocal zeroth-order shear deformation theory for nonlinear postbuckling of nanobeams, *Struct. Eng. Mech.*, Vol. 62, No. 6, pp. 695–702, 2017.
- [17] A. Besseghier, M.S.A. Houari, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, Free vibration analysis of embedded nanosize FG plates using a new nonlocal trigonometric shear deformation theory, *Smart Struct. Syst.*, Vol. 19, No. 6, pp. 601–614, 2017.
- [18] Y.-W. Zhang, L. Zhou, B. Fang, T.-Z. Yang, Quantum effects on thermal vibration of single-walled carbon nanotubes conveying fluid, *Acta Mech. Solida Sin.* Vol. 30, pp. 550–556, 2017.
- [19] M. Yazid, H. Heireche, A. Tounsi, A.A. Bousahla, M.S.A. Houari, A novel nonlocal refined plate theory for stability response of orthotropic single-layer graphene sheet resting on elastic medium, *Smart Struct. Syst.* Vol. 21, No. 1. pp. 15 25, 2018.
- [20] Y. Mokhtar, H. Heireche, A.A. Bousahla, M.S.A. Houari, A. Tounsi, S.R. Mahmoud, A novel shear deformation theory for buckling analysis of single layer grapheme sheet based on nonlocal elasticity theory, *Smart Struct. Syst.* Vol. 21, No. 4, pp. 397–405, 2018.
- [21] A. Mouffoki, E.A.A. Bedia, M.S.A. Houari, A. ounsi, S.R. Mahmoud, Vibration analysis of nonlocal advanced nanobeams in hygro-thermal environment using a new two-unknown trigonometric shear deformation beam theory, *Smart Struct. Syst.* Vol. 20, No. 3. pp. 369–383, 2017.
- [22] K. Bouafia, A. Kaci, M.S.A. Houari, A. Benzair, A. Tounsi, A nonlocal quasi-3D theory for bending and free flexural vibration behaviors of functionally graded nanobeams, *Smart Struct. Syst.* Vol. 19, No. 2. pp. 115–126, 2017.
- [23] M. Ahouel, M.S.A. Houari, E.A.A. Bedia, A. Tounsi, Size-dependent mechanical behavior of functionally graded trigonometric shear deformable nanobeams including neutral surface position concept, *Steel Compos. Struct.*, Vol. 20, No. 5, pp. 963–981, 2016.
- [24] C.W. Lim, C.M. Wang, Exact variational nonlocal stress modeling with asymptotic higher-order strain gradients for nanobeams, *J. Appl. Phys.* Vol. 101, No. 054312, pp.1-7, 2007.
- [25] L. Wang, Wave propagation of fluid-conveying single-walled carbon nanotubes via gradient elasticity theory, *Comput. Mater. Sci.* Vol. 49, pp. 761–766, 2010.
- [26] L.L. Ke, Y.S. Wang, Flow-induced vibration and instability of embedded doublewalled carbon nanotubes based on a modified couple stress theory, *Physica E*, Vol. 43, pp. 1031–1039, 2011.
- [27] H. Ma, X.L. Gao, J. Reddy, A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory, *J. Mech. Phys. Solid.* Vol. 56, 3379–3391, 2008.
- [28] C. Li, L. Yao, W.Q. Chen, S. Li, Comments on nonlocal effects in nano-cantilever beams, *Int. J. Eng. Sci.* Vol. 87, pp. 47–57, 2015.
- [29] M.A. Eltaher, M.A. Hamed, A.M. Sadoun, A. Mansour, Mechanical analysis of higher order gradient nanobeams, *Appl. Math. Comput.* Vol. 229, pp. 260–272, 2014.
- [30] C.W. Lim, G. Zhang, J.N. Reddy, A higher-order nonlocal elasticity and strain gradient theory and its applications in wave propagation, *J. Mech. Phys. Solid.* Vol.78, pp. 298–313, 2015.

- quadrature: a survey, *Appl. Mech. Rev.* Vol. 67, pp. 1-55. 2015.
- [47] F. Tornabene, M. Baccocchi, N. Fantuzzi, J.N. Reddy, Multiscale approach for three-Phase CNT/Polymer/Fiber laminated nanocomposite structures, *Polym. Compos.* 2017, <https://doi.org/10.1002/pc.24520>.
- [48] Damjan Banić, M. Baccocchi, F. Tornabene, A.J.M. Ferreira, Influence of Winkler- Pasternak foundation on the vibrational behavior of plates and shells reinforced by agglomerated carbon nanotubes, *Appl. Sci.* Vol. 7, No. 1228, pp. 1-55, 2017.
- [49] N. Fantuzzi, F. Tornabene, M. Baccocchi, R. Dimitri, Free vibration analysis of arbitrarily shaped Functionally Graded Carbon Nanotube-reinforced plates, *Compos. Part B*, Vol. 115, pp. 384-408, 2017.
- [50] F. Tornabene, N. Fantuzzi, M. Baccocchi, Linear static response of nanocomposite plates and shells reinforced by agglomerated carbon nanotubes, *Compos. Part B*, Vol. 115, pp. 449-476, 2017.
- [51] F. Tornabene, N. Fantuzzi, M. Baccocchi, E. Viola, Effect of agglomeration on the natural frequencies of functionally graded carbon nanotube-reinforced laminated composite doublycurved shells, *Compos. Part B* 89 (2016) 187-218.
- [52] F. Tornabene, N. Fantuzzi, M. Baccocchi, The local GDQ method for the natural frequencies of doubly-curved shells with variable thickness: a general formulation, *Compos. Part B*, Vol. 92, pp. 265-289, 2016.
- [53] Y. Wang, Y.B. Zhao, G.W. Wei, A note on the numerical solution of high-order differential equations, *J. Comput. Appl. Math.* Vol. 159, pp. 387-398, 2003.
- [54] L. Zhang, Y. Xiang, G.W. Wei, Local adaptive differential quadrature for free vibration analysis of cylindrical shells with various boundary conditions, *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 48, pp. 1126-1138, 2006.
- [55] C.H.W. NG, Y. Zhao, Y. Xiang, G.W. Wei, On the accuracy and stability of a variety of differential quadrature formulations for the vibration analysis of beams, *Int. J. Eng. Appl. Sci.* Vol.1, No. 4. pp. 1-25, 2009.
- [56] Y. Lei, S. Adhikari, M.I. Friswell, Vibration of nonlocal Kelvin-Voigt viscoelastic damped Timoshenko beams, *Int. J. Eng. Sci.* No. 66-67, pp. 1-13, 2013.
- [57] Z.-B. Shen, X.-F. Li, L.-P. Sheng, G.-J. Tang, Transverse vibration of nanotube-based micro-mass sensor via nonlocal Timoshenko beam theory, *Comput. Mater. Sci.* Vol. 53, pp. 340-346, 2012.