



بررسی ارتعاشات آزاد و پایداری نانوتیوب دوار حامل جریان

محمد ارمانی^۱، مهدی صالحی^{۱*}

۱- گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجفآباد، ایران
* نجفآباد، کد پستی ۸۵۱۴۱۴۳۱۳۱، mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>در تحقیق حاضر محور دوار با استفاده از مدل تیر اویلر-برنولی شبیه‌سازی می‌شود. نیروهای وارد بر تیر تحت اثر ارتعاشات آن از سمت جریان داخلی، با استفاده از تئوری بدنه‌های باریک (Slender body theorem) شبیه‌سازی می‌شود. برای انتقال معادلات از فضای محلی به غیر محلی از تئوری ارینگن استفاده شده است. سپس با ترکیب معادلات حاکم بر محور دوار با نیروهای داخلی وارد شده از طرف جریان، معادلات خطی‌سازی شده‌ی همگیر سیستم استخراج می‌شود. سپس با استفاده از روش‌های تحلیل بردار ویژه، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات محور و پایداری آن در سرعت‌های دورانی مختلف مطالعه می‌شود. همچنین اثر پارامترهایی چون سرعت دورانی، نسبت جرمی جریان داخلی به جرم محور، ضریب لاغری محور بر مرز پایداری بررسی خواهد شد.</p>	<p>مقاله پژوهشی کامل دریافت: ۳ مهر ۱۳۹۷ پذیرش: ۱۶ آذر ۱۳۹۷ ارائه در سایت: ۱۰ بهمن ۱۳۹۷</p>
	<p>کلیدواژگان تیر اویلر-برنولی نانو تیوب دوار حامل جریان ارتعاشات تئوری ارینگن</p>

Free vibration and stability analysis of a rotating nano tube containing internal flow

Mohammad Armaghani¹, Mehdi Salehi^{1*}

1- Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.
*Najafabad,, P.O.B. 8514143131, mehdi.salehi@pmc.iaun.ac.ir

Article Information

Original Research Paper
Received 25 September 2018
Accepted 7 December 2018
Available 30 January 2019

Keywords

Euler-Bernoulli beam
rotating nanotube
vibrations
Erlingen theory

ABSTRACT

In this thesis, using the Euler-Bernoulli beam model and Eringen nonlocal elasticity theory, also taking into account the effects of Coriolis acceleration, the equations of the vibration of the rotating nanotubes are governed. Moreover the forces imposing on the rotating nanotubes under the influence of vibrations from the internal flow side using the theory of slender body theorem is simulated and calculated. By combining the governing equations on the axial axis of nanotube, the equations of internal forces from the internal flow of the system are extracted. Then, using eigenvalue analysis methods, the natural frequencies of the vibration is governed and its stability at Different rotation speeds and axiality are studied. Also, the effects of parameters such as rotational speed, axial flow velocity, mass ratio of internal flow to mass axis, slip coefficient, and ... on the study boundary of stability will be investigated.

۱- مقدمه

بعد از کشف نانولوله‌های کربنی در سال ۱۹۹۱ [۱]، به دلیل خواص ویژه مکانیکی، الکتریکی و حرارتی، بسیار مورد توجه محققان و پژوهشگران قرار گرفت. در حال حاضر با گذشت تقریباً دو دهه از زمان کشف CNT ها، نانوتیوب‌های کربنیتک لایه (SWCNT) و نانوتیوب‌های کربنچند لایه (MWCNT) در قطعات و سیستم‌های با مقیاس نانو نقش مهمی ایفا میکنند [۲-۵]. از طرفی به دلیل کاربرد گسترده این ساختار، علاقه پژوهشگران به شناخت و پیش‌بینی رفتار نانولوله‌های کربنی در شرایط و کاربردهای گوناگون جلب شده است. لذا در سال‌های اخیر مطالعات زیادی توسط محققین در این حوزه صورت گرفته و روش‌های مختلفی برای شناخت رفتار نانو ساختارهای کربنی ارائه شده است [۶-۹]. انجام آزمایشات تجربی در مقیاس نانو علاوه بر دشواری زیاد، هزینه گزافی به دنبال دارد. این موضوع دانشمندان را به روش‌های محاسباتی برای تحلیل رفتار نانو ساختارها متمایل ساخته است [۱۰]. تئوری الاستیسیته غیر محلی در سال ۱۹۷۲ توسط ارینگن [۱۱] ارائه شده است. این تئوری یک مدل اصلاحی از تئوری کلاسیک الاستیسیته است که اثرات اندازه نیروهای تاثیرگذار در ابعاد نانو لحاظ شده است. یکی از روش‌های آنالیز دینامیکی نانو ساختارها، روش شبیه سازی دینامیک مولکولی (MD) است. این روش علی‌رغم محاسن زیاد، بسیار دشوار بوده و خصوصاً در مدل‌های مقیاس بزرگ، نیازمند سیستم‌های پردازش بسیار قوی است [۹]. روش دیگری که در تحلیل مسایل مربوط به نانو ساختارها مورد استفاده قرار میگیرد، روش مکانیک پیوسته است. در این روش با در نظر گرفتن نانو لوله بصورت یک مدل پیوسته، از روابط کلاسیک مکانیک محیط‌های پیوسته در تحلیل نانو ساختارها استفاده میشود [۸-۱۲-۱۳]. یکی دیگر از روش‌های موجود در تحلیل مسایل در مقیاس نانو، روش مکانیک مولکولی است. این روش بستری را ایجاد نمود تا دانشمندان بتوانند از انواع روش‌های تحلیل سازه‌ای در حل مسایل مربوط به نانو ساختارها استفاده کنند [۱۴-۱۶]. یکی از پرکاربردترین روشها در آنالیزهای سازه‌ای، روش المان محدود است. از این رو پژوهشگران با مدلسازی انواع نانو ساختارها در نرم‌افزارهای المان محدود، آنالیزهای متنوعی بر روی آنها انجام دادند و نتایج قابل قبولی نسبت به سایر روشها بدست آوردند [۱۷-۱۹].

نانولوله‌ها بعنوان تشدیدگر در سیستم‌های پردازش سیگنال نقش کلیدی دارند [۲۰]. کاهش اندازه تشدیدگرها فرکانس تشدید آنها

را افزایش داده و از طرفی باعث کاهش مصرف انرژی در آنها می‌شود [۷]. در نانولوله‌هایی که بعنوان حسگر مورد استفاده قرار میگیرند، افزایش فرکانس رزونانس، حساسیت سیستم را افزایش خواهد داد [۲۱]. در سیستم‌های انتقال بی‌سیم، بالاتر بودن فرکانس رزونانس تشدیدگرها، توانایی ساخت فیلترها (Filters) و ترکیب کننده‌ها (Mixers) و ارتعاش‌سنج‌های (Oscillators) فرکانس بالا را میسر خواهد ساخت [۷]. پیشرفت در ساخت سیستم‌های نانو الکترومکانیکال فرکانس بالا، منجر به کاربردهای جدیدی در زمینه‌های گوناگون از قبیل mechanical mass ها، charge detectors ها [۲۲] و [۲۳]، تجهیزات مقیاس مقیاس نانو با قابلیت پردازش سیگنال فرکانس بالا [۲۴] و همچنین تصویر برداری بیولوژیکی خواهد شد [۲۵].

در سال‌های اخیر محققین بر روی کاربرد نانولوله‌های کربنی بعنوان نوسانگر [۲۶] و تشدیدگر [۲۷] مطالعاتی انجام داده‌اند. خواص متمایز و ساختار اتمی ویژه نانولوله‌های کربنی، آنها را بعنوان یکی از گزینه‌های مناسب در ساخت انواع تجهیزات مقیاس نانو مطرح می‌سازد [۲۱ و ۲۲]. Zhao و Cummings در سال ۲۰۰۶ رفتار نانولوله‌های دولایه کربنی (DWCNT) در نقش نوسانگر را مورد مطالعه قرار دادند. آنها با استفاده از روش دینامیک مولکولی تغییرات فرکانس نانولوله نوسانگر را تحت تاثیر تغییرات دما و انرژی بررسی نمودند. نتایج حاصله نشان داد که در یک مقدار انرژی ثابت، دمای اولیه هیچ تاثیری بر روی فرکانس نوسان نانولوله دولایه کربنی (DWCNT) ندارد. لیکن در یک دمای ثابت، فرکانس نوسان به میزان خفیفی متاثر از درجه حرارت خواهد بود [۲۸]. Peng و همکارانش در سال ۲۰۰۶ با استفاده از ترکیب جدیدی از دو روش تحریک (drive) و تشخیص (detection)، توانستند علاوه بر اندازه‌گیری دامنه و فاز نوسان، تحرکات ناشی از بارهای استاتیکی وارد بر نوسانگر را نیز اندازه‌گیری نمایند. آنها ادعا نمودند با این روش، تشدیدگرها قابلیت اندازه‌گیری اجرام با دقت را خواهند داشت [۲۹]. در سال ۲۰۱۰ گروهی از پژوهشگران ژاپنی، رفتار نوسانگرهای نانولوله کربنی معلق در مایعات را بصورت تجربی مورد بررسی قرار دادند. آنها پس از بررسی مودهای ارتعاشی یک نانولوله خاص در خلأ، آنرا درون آب قرار داده و مشاهده کردند که نانولوله تحت اثر لزجت بسیار زیاد آب، نوسان اصلی (fundamental oscillation) خود را از دست میدهد. همچنین

$\sigma + i\omega$ متغیر تبدیل لاپلاس و علامت (\wedge) و $(\dot{})$ به ترتیب نشان دهنده‌ی تبدیل لاپلاس توابع و $\mathbf{\theta}/\partial\mathbf{z}$ است.

معادله حرکت تیر اویلر برنولی دوار حامل جریان با استفاده از تئوری بدنه‌های باریک به صورت زیر است.

$$X: m\dot{\omega} - 2m\Omega\dot{u} - m\Omega^2\omega + EI\omega^4 = -M_i\dot{\omega} + 2U\dot{\omega}' + u^2\omega'' \quad (6)$$

$$Y: m\dot{u} - 2m\Omega\dot{\omega} - m\Omega^2u + EIu^4 = -M_i\dot{u} + 2Uu' + u^2\dot{u} \quad (7)$$

این معادله، معادله محلی (local) است. برای انتقال این معادله به ابعاد نانو از تئوری ارینگن استفاده می‌شود.

برای استفاده از معادلات محلی در محیط نانو از تئوری ارینگن استفاده می‌شود. اپراتور ارینگن که در ماتریس نیرو و جرم ضرب می‌شود به صورت زیر است.

$$(1 - \mu^2 \frac{d^2}{dz^2}) \quad (8)$$

$$\mu = e_0 a \quad (9)$$

که در رابطه بالا، μ ضریب غیرمحلی (non-locality) است که طبق رابطه بالا محاسبه می‌شود. در این رابطه e_0 ثابت ماده است که به صورت تجربی تعیین می‌گردد و a نیز فاصله پیوند مولکولی اتم‌های کربن است.

با استفاده از روابط بالا، معادلات نانوتیر (ویلر برنولی) دوار حامل نانو جریان با فرض بدنه باریک، به صورت زیر استخراج می‌شود. با استفاده از روابط بالا، معادلات نانوتیر (ویلر برنولی) دوار حامل نانو جریان با فرض بدنه باریک، به صورت زیر استخراج می‌شود.

$$X: m\dot{\omega} - 2\Omega\dot{u} - \Omega^2\omega + \mu^2 m - \dot{\omega} + 2\Omega\dot{u}'' - \Omega^2\omega'' + EI\omega^4 = [-M_i\dot{\omega} + 2U\dot{\omega}' + u^2\omega''] + \mu^2 M_i\dot{\omega}'' + 2U\dot{\omega}''' + U^2\omega^4 \quad (10)$$

$$Y: m\dot{u} - 2\Omega\dot{\omega} + \Omega^2u - \mu^2 m\dot{u}'' + 2\Omega\dot{\omega}'' - \Omega^2u'' + EIu^4 = [-M_i\dot{u} + 2U\dot{u}' + u^2u''] + \mu^2 M_i\dot{u}'' + 2U\dot{u}''' + U^2u^4 \quad (11)$$

با استفاده از تعریف پارامتر خمش موهومی به صورت $D = W + iV$ می‌توان معادله فوق را ترکیب و معادله نهایی را به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$EI\hat{\Delta}^{(4)} + m(s^2 + 2\Omega is - \Omega^2)\hat{\Delta} - mc_0 a^2 (s^2 + 2\Omega is - \Omega^2)\hat{\Delta}'' + M_i s^2 \hat{\Delta} + 2Us\hat{\Delta}' + U^2\hat{\Delta}'' - M_i c_0 a^2 s^2 \hat{\Delta}''' + 2Us\hat{\Delta}'''' + U^2\hat{\Delta}^4 = 0 \quad (12)$$

که در معادله فوق E مدول الاستیسته، a ممان دوم سطح، m جرم بر واحد طول نانو لوله، s عملگر لاپلاس، ω سرعت

ملاحظه شد که با کاهش دمای آب به دلیل افزایش لزجت آن، فرکانس تشدید نانولوله افزایش یافت [۳۰].

در این تحقیق با استفاده از مدل تیر اویلر برنولی، تئوری بدنه‌های باریک و تئوری ارینگن، معادلات حاکم بر نانو تیر دوار حامل جریان استخراج شده است. سپس با استفاده از روش گالرکین فرکانس‌های طبیعی سیستم استخراج و پایداری آن تحت تاثیر پارامترهایی مانند نسبت جرم سیال به سازه، سرعت محوری سیال داخلی و سرعت دورانی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن ارائه شده است.

۲- معادلات حاکم

در برخی موارد به کار بردن روش انرژی، که بر اساس کمیت‌های عددی انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل دستگاه می‌باشد، نسبت به روش برداری مناسب‌تر است. این روش که مبتنی بر اصل هامیلتون می‌باشد، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (1)$$

که در این رابطه، T انرژی جنبشی، U انرژی پتانسیل، W کار انجام شده توسط نیروهای غیر پتانسیل نظیر نیروی میرایی و بارهای خارجی دلخواه و δ نشان دهنده تغییرات این انرژی‌ها می‌باشد.

اصل هامیلتون بیان می‌دارد، مجموع تغییرات انرژی‌های جنبشی و پتانسیل دستگاه و کار انجام شده توسط نیروهای غیر پتانسیل در فاصله زمانی $t_2 - t_1$ برابر صفر است.

با استفاده از اصل هامیلتون، معادله ارتعاشات تیر اویلر برنولی به صورت زیر بدست می‌آید.

$$m\dot{\omega} - 2m\Omega\dot{u} - m\Omega^2\omega + EI\omega^{(4)} = F_{\omega} \quad (2)$$

$$m\dot{u} - 2m\Omega\dot{\omega} - m\Omega^2u + EIu^{(4)} = F_u \quad (3)$$

با در نظر گرفتن ارتعاشات در جهت U و W ؛ نیروهای وارده از طرف سیال به محور به صورت زیر محاسبه می‌شود [۳۳].

$$\hat{F}_{\omega} = -M_i(s^2\hat{\omega} + 2Us\hat{\omega}' + U^2\hat{\omega}'') \quad (4)$$

$$\hat{F}_u = -M_i(s^2\hat{u} + 2Us\hat{u}' + U^2\hat{u}'') \quad (5)$$

که در این معادلات M_i و U به ترتیب جرم سیال داخلی بر واحد طول و سرعت محوری جریان سیال بوده و در این معادلات $s =$

$$\begin{aligned}
 M_{3ij} &= \beta \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i \xi d\xi \\
 M_{4ij} &= -\mu^2 \beta \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i'' \xi d\xi \\
 C_{1ij} &= 1 - \beta \theta^2 \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i \xi d\xi \\
 C_{2ij} &= -\mu^2 (1 - \beta \theta^2) \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i'' \xi d\xi \\
 C_{3ij} &= 2\beta u \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i' \xi d\xi \\
 C_{4ij} &= 2\beta u \mu^2 \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i''' \xi d\xi
 \end{aligned} \tag{۲۱}$$

$$\begin{aligned}
 K_{1ij} &= \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i^4 \xi d\xi \\
 K_{2ij} &= -1 - \beta \theta^2 \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i \xi d\xi \\
 K_{3ij} &= \mu^2 (1 - \beta \theta^2) \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i'' \xi d\xi \\
 K_{4ij} &= \beta u^2 \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i'' \xi d\xi \\
 K_{5ij} &= -\mu^2 \beta u^2 \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i^4 \xi d\xi
 \end{aligned} \tag{۲۲}$$

حال با انجام آنالیز مقدار ویژه می‌توان فرکانس‌های سیستم را بدست آورد. برای استخراج انتگرالهای بالا و ماتریسهای جرم و سختی از شکل مودهای تیر دو سر مفصل به عنوان توابع تقریب استفاده شده است که به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\varphi_n \xi = \sin n\pi\xi \quad ; \quad n = 1, 2, 3 \tag{۲۳}$$

۴- نتایج

نتایج برای چندین حالت مختلف ارائه شده است. در ابتدا با صفر قراردادن سرعت محوری، پایداری سیستم بررسی شده است. در ادامه پایداری سیستم در حضور جریان محوری بررسی شده و تاثیرات ناشی از دوران سیستم حذف شده است. در دو قسمت بعد یا ثابت نگاه‌داشتن سرعت دورانی یا محوری، تاثیر پارامتر دیگر بر پایداری سیستم بررسی شده است.

در ابتدا با حذف ماتریس میرایی ناشی از دوران، ناپایداری سیستم بررسی شده و نتایج آن برای b و m مختلف در شکل-های ۱ تا ۴ رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود با افزایش سرعت دورانی تیر، به علت افزایش سختی ناشی از

دورانی، M جرم بر واحد طول، u سرعت محوری سیال و $e_0 a$ ضریب نانوکالیته است. با بی‌بعدسازی معادله فوق می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 &\delta^{(4)} + 1 - \beta \bar{s}^2 + 2\theta i \bar{s} - \theta^2 \delta \\
 &- \mu^2 (1 - \beta (\bar{s}^2 + 2\theta i \bar{s} - \theta^2)) \delta'' \\
 &+ \beta \bar{s}^2 \delta + 2u \bar{s} \delta + u^2 \delta'' - \mu^2 \beta \bar{s}^2 \delta \\
 &+ 2u \bar{s} \delta + u^2 \delta'' = 0, \\
 &\mu = \frac{c_0 a}{L}, \xi = \frac{z}{L}, \Delta = \omega + iu, \\
 &\delta = \sqrt{\frac{EI}{m + ML^4}} \bar{s}, \frac{s}{\Gamma}, \\
 &\theta = \frac{\Omega}{\Gamma}, \beta = \frac{M}{m + M}, u = \frac{U}{\Gamma L}, \\
 &\delta = \frac{\Delta}{L}, \xi = \frac{z}{L}
 \end{aligned} \tag{۱۳}$$

همانطور که می‌دانیم برای تیر دو سر مفصل جابه‌جایی و ممان خمشی در دو سر آن صفر است.

بنابراین شرایط مرزی حاکم بر مسئله بصورت زیر است:

$$\delta = 0, M = 0 \text{ at } \xi = 0, 1 \tag{۱۴}$$

۳- روش حل معادلات

برای حل مسئله به روش مودال یا گلرکین کفایت، پاسخ سیستم را بر حسب شکل مودها یا توابع تقریبی بسط دهیم. سپس با قرار دادن بسط بدست آمده در معادله حاکم، ضرب شکل مودها در آن و در نهایت انتگرال گیری، می‌توان معادله با مشتقات جزئی را به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل در حوزه زمان تبدیل نمود. بسط پاسخ سیستم بر حسب شکل مودها:

$$\delta(\xi, t) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(\xi) \cdot \eta_i(t) = \varphi_i(\xi) \cdot \eta_i(t) \tag{۱۵}$$

با نوشتن معادلات به فرم ماتریسی داریم:

$$M\eta + C\eta + K\eta = 0 \tag{۱۶}$$

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 \tag{۱۷}$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \tag{۱۸}$$

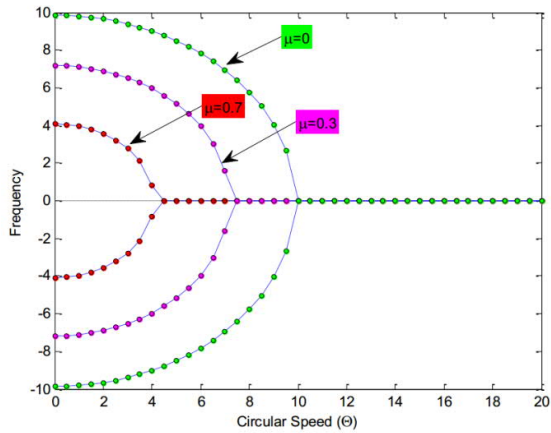
$$K = K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \tag{۱۹}$$

که ماتریس‌ها به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

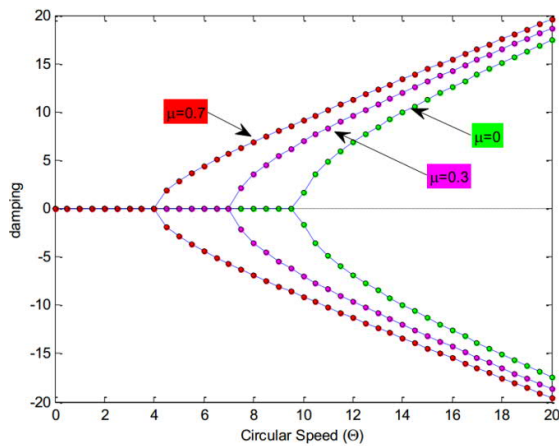
$$M_{1ij} = 1 - \beta \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i \xi d\xi \tag{۲۰}$$

$$M_{2ij} = -\mu^2 (1 - \beta) \int_0^1 \varphi_i \xi \cdot \varphi_i'' \xi d\xi$$

دوران، سختی کل سیستم کاهش می‌یابد و در نتیجه، فرکانس سیستم کاهش می‌یابد و در نهایت با صفر شدن فرکانس سیستم، ناپایداری اتفاق می‌افتد که از نوع واگرایی استاتیکی می‌باشد.

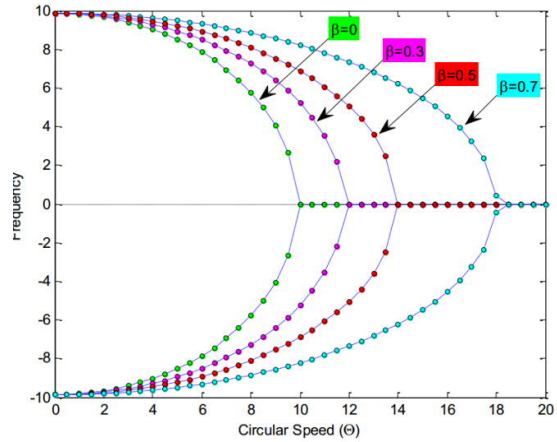


شکل ۳ شکل منحنی میرایی بر حسب سرعت دورانی برای μ های مختلف (بدون ماتریس میرایی)

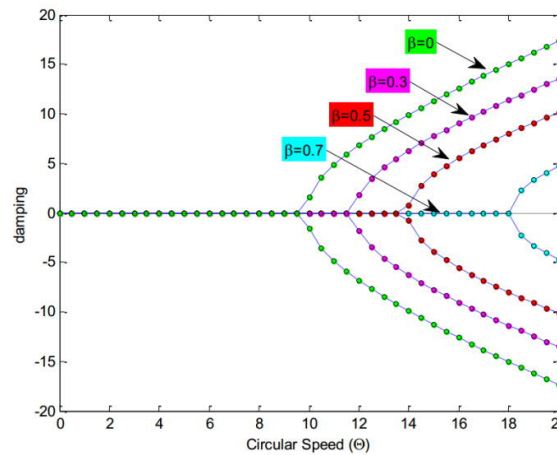


شکل ۴ شکل منحنی میرایی بر حسب سرعت دورانی برای μ های مختلف (بدون ماتریس میرایی)

نکته مهم در روش گلرکین بررسی همگرایی پاسخ با افزایش تعداد مودها است. به همین دلیل نتایج پاسخ بر حسب تعداد شکل مودها در شکل ۵ رسم شده است. مشاهده می‌شود که با انتخاب حتی یک مود، جوابها از دقت بالایی برخوردار بوده و از انطباق بسیار خوبی با جوابهای بدست آمده از مودهای بالاتر برخوردار است.

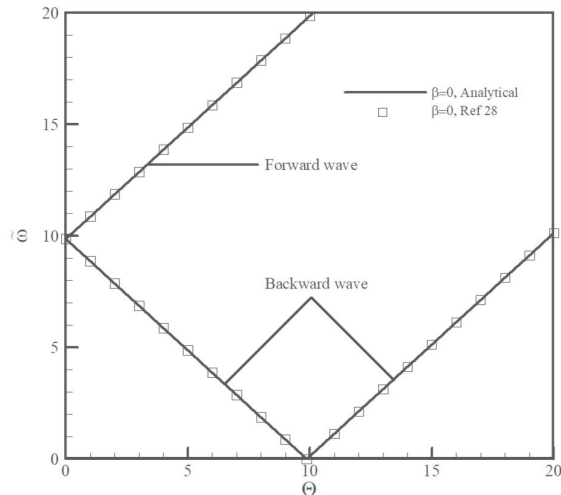


شکل ۱ شکل منحنی فرکانس بر حسب سرعت دورانی برای β های مختلف (بدون ماتریس میرایی)



شکل ۲ شکل منحنی میرایی بر حسب سرعت دورانی برای β های مختلف (بدون ماتریس میرایی)

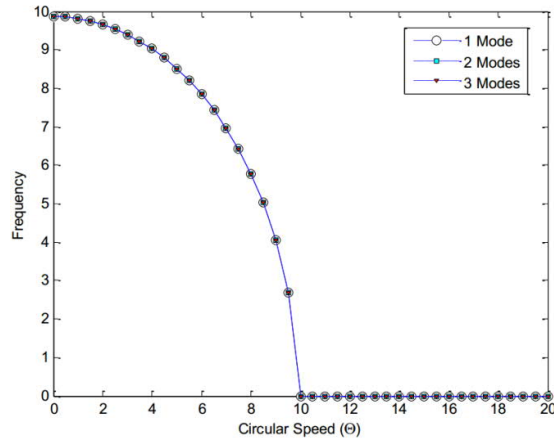
اعتبارسنجی با استفاده از محور دوار با استفاده از مرجع [۳۲] به صورت زیر است.



شکل ۸ اعتبارسنجی با استفاده از مرجع [۳۲] برای محور دوار

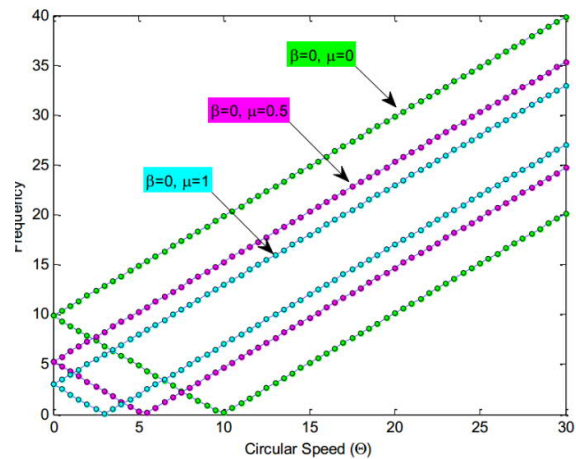
۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، یک محور دوار با استفاده از مدل تیر اویلر-برنولی دوار شبیه‌سازی شده است. نیروهای وارد بر تیر ناشی از جریان داخلی، با استفاده از تئوری بدنه‌های شبیه‌سازی شده است. برای شبیه‌سازی دینامیک سیال خارجی، معادلات حاکم بر سیال حول وضعیت پایدار چرخشی محور، خطی سازی شده است. سپس با در نظر گرفتن دیواره‌ی دایره شکل محور به عنوان مرز سیال خارجی، نیروهای وارد بر بدنه محور از طرف سیال به صورت توابعی از حرکت مقطع محور بدست آمده است. با ترکیب معادلات حاکم بر محور، نیروهای داخلی وارد شده از طرف جریان داخلی و نیروهای وارد شده از طرف سیال خارجی، معادلات خطی‌سازی شده‌ی همگیر سیستم استخراج گردید. سپس با استفاده از روش‌های تحلیل بردار ویژه، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشات محور و پایداری آن در سرعت‌های دورانی مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. اثر پارامترهایی چون سرعت دورانی، نسبت جرمی جریان داخلی به جرم محور، ضریب لاغری محور بر مرز پایداری بررسی شد. برای سیستم حاوی جریان داخلی محوری، با اعمال سرعت چرخشی به سیستم، ناپایداری زودتر اتفاق می‌افتد. نکته مهم دیگر در این مورد، شیفت منحنی فرکانس به سمت پایین و کاهش فرکانس‌ها می باشد.

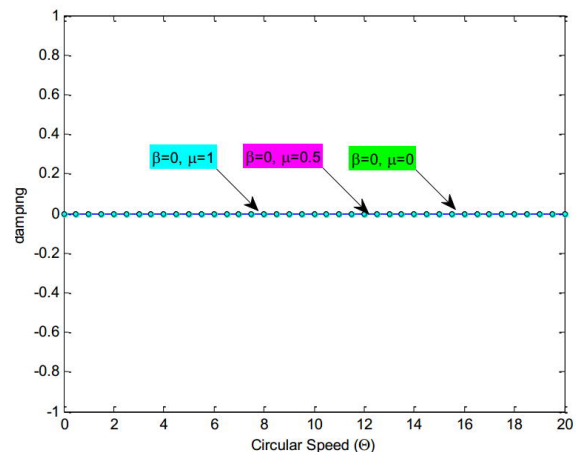


شکل ۵ همگرایی فرکانس طبیعی اول بر حسب تعداد شکل مودها در روش گلرکین

حال با اضافه کردن ماتریس میرایی ناشی از دوران، منحنی فرکانس و میرایی بر حسب سرعت دورانی برای $\beta=0$ و μ های مختلف استخراج شده و در شکل‌های زیر رسم شده است.



شکل ۶ منحنی فرکانس بر حسب سرعت دورانی ($u=0, \beta=0$)



شکل ۷ منحنی میرایی بر حسب سرعت دورانی ($u=0, \beta=0$)

- [12] ustapha, Zhong Free transverse vibration of an axially loaded non-prismatic single-walled carbon nanotube embedded in a two-parameter elastic medium - Computational Materials Science 50 (2010) 742–751.
- [13] Murmu, Adhikari - Nonlocal vibration of carbon nanotubes with attached buckyballs at tip - Mechanics Research Communications 38 (2011) 62–67.
- [14] Chowdhury et al - A molecular mechanics approach for the vibration of single-walled carbon nanotubes - Computational Materials Science 48 (2010) 730–735.
- [15] S.K. Georgantzinos, N.K. Anifantis- Vibration analysis of multi-walled carbon nanotubes using a spring–mass based finite element model – Computational Materials Science 47 (2009) 168–177.
- [16] Hashemnia, Farid, Vatankhah - Vibrational analysis of carbon nanotubes and graphene sheets using molecular structural mechanics approach - Computational Materials Science 47 (2009) 79–85.
- [17] Tserpes, Papanikos - Finite element modeling of single-walled carbon nanotubes - Composites: Part B 36 (2005) 468–477.
- [18] Sakhaee-Pour, Ahmadian, Vafai -Vibrational analysis of single-walled carbon nanotubes using beam element – Thin Walled Structures 47 (2009) 646–652.
- [19] A numerical study of vibrational properties of single-walled carbon nanotubes- Computational Materials Science 43 (2008) 540–548- Hosseini, Majzoubi.
- [20] H.J. De Los Santos, Introduction to Microelectromechanical Microwave Systems, Artech House Publishers, London, 1999.
- [21] K. Jensen, K. Kim, A. Zettl, Nature Nanotechnology 3 (2008) 533.
- [22] P. Poncharal, Z.L. Wang, D. Ugarte, W.A. de Heer, Science 283 (1999) 1513.
- [23] A.N. Cleland, M.L. Roukes, Nature 392 (1998) 160.
- [24] A. Erbe, R.H. Blick, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control 49 (2002) 1114.
- [25] T.A. Barrett, C.R. Miers, H.A. Sommer, K. Mochizuki, J.T. Markert, J. Appl. Phys. 83 (1998) 6235.
- [26] Q. Zheng, Q. Jiang, Phys. Rev. Lett. 88 (2002) 045503.
- [27] V. Sazonova, Y. Yaish, H. Ustunel, D. Roundy, T.A. Arias, P.L. McEuen, Nature 431 (2004) 284.
- [28] Xiongce Zhao, Peter T. Cummings, " Molecular dynamics study of carbon nanotube oscillators revisited", J.CHEMICAL PHYSICS 124, 134705 (2006).
- [29] H. B. Peng, C. W. Chang, S. Aloni, T. D. Yuzvinsky, and A. Zettl, "Ultrahigh Frequency Nanotube Resonators", PRL 97, 087203 (2006).
- [30] Shunichi Sawano, Takayuki Arie, and Seiji Akita, "Carbon Nanotube Resonator in Liquid", Nano Lett. 2010, 10, 3395–3398.
- [31]. Paidoussis MP. Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow. Academic press; 1998 Oct 12.

۶- فهرست علائم

T	انرژی جنبشی (J)
V	انرژی پتانسیل (J)
W	کار انجام شده (J)
M_i	جرم بر واحد طول سیال (Kg/m)
U	سرعت محوری سیال (m/s)
μ	ضریب غیرمحلی
ω	سرعت دورانی (rad/s)
E	مدول الاستیسیته (MPa)
I	ممان دوم سطح (m^4)
M	ماتریس جرم
C	ماتریس میرایی
K	ماتریس سختی
ξ	طول بی بعد
β	جرم بی بعد
φ	شکل مود تیر

۷- مراجع

- [1] S. Iijima, Nature 354 (1991) 56–58.
- [2] Maslov L 2006 Concept of nonvolatile memory based on multiwall carbon nanotubes Nanotechnology 17 2475–82.
- [3] Deshpande V V, Chiu H-Y, Postma H W Ch, Mik' o C, Forr' o L and Bockrath M 2006 Carbon nanotube linear bearing nanoswitches Nano Lett. 6 1092–5.
- [4] Dong L, Nelson B J, Fukuda T and Arai R 2006 Towards nanotube linear servomotors IEEE Trans. Automation Sci. Eng. 3 228–35.
- [5] Kang J W, Song K O, Hwang H J and Jiang Q 2006 Nanotube oscillator based on a short single-walled carbon nanotube bundle- Nanotechnology 17 2250–8.
- [6] Li, Chou- A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes - International Journal of Solids and Structures 40 (2003) 2487–2499.
- [7] Li, Chou Single-walled carbon nanotubes as ultrahigh frequency nanomechanical resonators - PHYSICAL REVIEW B 68, 073405 (2003).
- [8] Gupta, Batra- Continuum structures equivalent in normal mode vibrations to single-walled carbon nanotubes - Computational Materials Science 43 (2008) 715–723.
- [9] Kang et al- Frequency change by inter-walled length difference of double-wall carbon nanotube resonator - Solid State Communications 149 (2009) 1574–1577.
- [10] Srivastava, D.; Menon, M.; Kyeongjae Cho; , "Computational nanotechnology with carbon nanotubes and fullerenes," Computing in Science & Engineering , vol.3, no.4, pp.42-55, Jul/Aug 2001.
- [11] Eringen AC. Linear theory of nonlocal elasticity and dispersion of plane waves. International Journal of Engineering Science. 1972 May 1;10(5):425-35.