



تحلیل ارتعاشات و کنترل میکروتیر یکسر گیردار به همراه لایه‌های عملگر و حسگر پیزوالکتریک با فرض اثرات سطح

محمد خواجه‌کبابز^۱، سید علی افتخاری^{۲*}، محمد هاشمیان^۲

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، واحد خمینی‌شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، واحد خمینی‌شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران

* اصفهان، ۸۱۷۴۸۱۴۳۱۳، a.eftekhari@iaukhsh.ac.ir

چکیده	اطلاعات مقاله
امروزه پیش بینی رفتار ارتعاشی و دینامیکی سازه‌های میکرو مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. در این پژوهش تحلیل ارتعاشات و کنترل میکروتیر یکسر گیردار به همراه لایه‌های پیزوالکتریک عملگر و حسگر با فرض اثرات تنش سطح مورد ارزیابی قرار گرفته است. معادلات دیفرانسیل حاکم با استفاده از روش انرژی و اصل همپلتون استخراج شده و از روش مجموع مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته برای گسسته‌سازی و تبدیل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای به دسته معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده شده است. اثر تغییرات هندسه مدل و مدول الاستیسیته سطح، تنش پسماند سطح و چگالی سطحی بر فرکانس طبیعی مدل میکروتیر با لایه‌های پیزوالکتریک بررسی شده است. همچنین تأثیر طراحی کنترلر بهینه خطی بر تغییرات پاسخ دینامیکی و ولتاژ کنترلی پیزوالکتریک مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج نشان دهنده افزایش سرعت پاسخ و کاهش سریعتر دامنه ارتعاشی مدل با طراحی کنترلر بهینه خطی است.	مقاله پژوهشی کامل دریافت: ۳ اردیبهشت ۱۳۹۷ پذیرش: ۲۹ خرداد ۱۳۹۷ ارائه در سایت: ۱۵ مرداد ۱۳۹۷
	کلیدواژگان میکروتیر لایه‌های پیزوالکتریک اثرات انرژی سطح تحلیل ارتعاشات آزاد کنترلر بهینه خطی

Vibration analysis and control of cantilever micro-beam integrated piezoelectric actuator and sensor layers considering surface effects

Mohamad Khaje khabaz¹, S. Ali Eftekhari^{2*}, Mohammad Hashemian²

1- M.Sc. Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, **Islamic Azad University**, Isfahan, Iran.

2- Assistant Prof., Department of Mechanical Engineering, Khomeinishahr Branch, **Islamic Azad University**, Isfahan, Iran.

* P.O.B. 8174814313 Isfahan, Iran, a.eftekhari@iaukhsh.ac.ir

Article Information

Original Research Paper
Received 23 April 2018
Accepted 19 June 2018
Available Online 6 August 2018

Keywords

Micro-beam
Piezoelectric layers
Surface energy effects
Free vibration analysis
Linear optimal control

ABSTRACT

Nowadays, accurate prediction of micro structure vibration and dynamic behavior have been considered by many researchers. In this work, vibration analysis and control of cantilever micro-beam integrated with piezoelectric actuator and sensor layers considering surface effects have been investigated. Hamilton's principle and Energy method are used to derive governing partial differential equation of the motion. GDQM is applied to discretize the PDE into the ordinary differential equation. The effects of system geometry, Young's modules of surface stress, surface residual stress and surface mass density on natural frequency are analyzed. Also, the effect of linear optimal controller design on dynamic the response time and piezoelectric control voltage has been evaluated. Results indicate that respond on model increases and vibration amplitude decreases faster.

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. khaje khabaz, S. A. Eftekhari, M. Hashemian, Vibration analysis and control of cantilever micro-beam integrated piezoelectric actuator and sensor layers considering surface effects, *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 9, No. 2, pp. 34-45, 2017 (In Persian)

۱- مقدمه

امروزه گسترش کاربرد و عملکرد سیستم‌ها در ابعاد میکرو و زیر- میکرو مورد توجه بسیاری از صنایع و علوم مهندسی قرار گرفته است. قابلیت مدل‌سازی بسیاری از سیستم‌ها به وسیله‌ی تیرها و همچنین استفاده وسیع از میکروتیرها (تیرهایی که ابعاد مشخص آن‌ها مانند قطر، طول و ضخامت در محدوده‌ی میکرو است) سبب شده تا بسیاری از پژوهشگران به بررسی رفتار مکانیکی و دینامیکی آن‌ها بپردازند. از جمله کاربردهای میکروتیرها می‌توان به مواردی همچون شتاب‌سنج‌ها، میکرو- عملگرهای الکتریکی، میکروسوئیچ‌ها، میکروسکوپ نیروی اتمی، آینه‌های میکرو و... اشاره کرد.

یکی از مولفه‌های اصلی در ابعاد میکرو و نانو نحوه‌ی تحریک آن‌ها می‌باشد. انتخاب مکانیزم تحریک به فاکتورهای زیادی بستگی دارد و در نهایت مشخصات سیستم را تعیین می‌نماید. این نوع سیستم‌ها توسط روش‌هایی از قبیل گرمایی، الکترواستاتیک، استفاده از مواد هوشمند پیزوالکتریک تحریک می‌شوند [۱]. مواد پیزوالکتریک از جمله موادی هستند که کاربرد آن‌ها در سیستم‌های میکرو الکترومکانیک به طور روز افزون در حال گسترش است. این مواد بسیار سبک بوده و قابلیت پاسخ‌دهی سریع در یک میدان الکترومکانیکی را دارا می‌باشند [۲]. این گونه مواد در کاربردهای مختلفی نظیر کنترل شکل سازه‌ها، ایجاد امواج صوتی و عیب‌یابی سازه‌ها و همچنین به طور گسترده در ادواتی که به عنوان مبدل، حسگر و محرک کار می‌کنند مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۳].

به علت محدودیت‌های موجود در روش طراحی معمول، جامعه مهندسان به سمت مفهوم کنترل سازه‌گرایش پیدا کرده است. کنترل سازه به این معنی است که با در نظر گرفتن سازه به عنوان یک سیستم دینامیکی، برخی از خصوصیات آن نظیر سختی و میرایی را بتوان طوری تنظیم کرد که اثر دینامیکی نیرو بر سازه تا سطح قابل قبولی کاهش پیدا کند، با این کار فرکانس طبیعی سازه، شکل طبیعی و همچنین مقادیر میرایی متناظر آن طوری تغییر می‌یابد که نیروهای دینامیکی ناشی از بارهای محیطی کاهش پیدا کند [۴]. این مهم با بکارگیری روش‌های کنترل فعال محاسبه می‌شود.

در میان تحقیقات انجام شده در ابعاد میکرو و نانو با فرض بکارگیری اثرات سطح تحقیقاتی توسط پژوهشگران متعددی انجام شده که از میان آن‌ها می‌توان به پژوهش‌ها و ژانگ که مدل اصلاح شده محیط پیوسته الاستیسته سطح را برای نانو

تیر اویلر برنولی که به صورت الکتریکی تحریک شده است را اشاره کرد [۵]. آن‌ها از روش وابسته به اندازه و با استفاده از تئوری گورتین موردادک، جهت شبیه‌سازی لایه و تنش سطح بهره جستند. شنی استحکام پیچشی وابسته به اندازه المان ساختارهای نانو اندازه را با در نظر گرفتن اثرات تنش سطح بر اساس تئوری گورتین موردادک بررسی نمود [۶]. انصاری و همکاران اثر تنش سطح را بر روی ناپایداری کشیدگی به درون نانو ورق‌های دایروی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها یک مدل غیر کلاسیک ورق را با در نظر گرفتن اثرات تنش سطح بر اساس تئوری گورتین موردادک بدست آوردند [۷]. طبق تحقیقات آن‌ها پدیده کشیدگی به درون به شدت وابسته به اثرات اندازه بوده و اثرات تنش سطح نقش قابل ملاحظه‌ای در این پدیده ایفا کرده است. هو و همکاران به بررسی ارتعاشات یک مدل نانو تیر دارای عیب با تأثیر اثرات سطح پرداختند [۸]. آن‌ها در لبه مدل نانو تیر یک ترک فرض کرده و به مدل‌سازی نانو تیر با فرض اثرات سطح آن پرداختند. در پژوهش آن‌ها تأثیر مدول الاستیسته سطح، تنش پسماند سطح و چگالی سطحی به طور مجزا مورد بررسی قرار گرفته است. هو و همکاران در پژوهشی دیگر به بررسی تأثیر لایه سطحی بر روی کمانش و ارتعاشات یک نانو سیم پرداختند [۹]. تحقیق آن‌ها شامل یک مدل اصلاح شده هسته-پوسته به منظور بررسی اثرات سطح در تحقیق به همراه گزارشات تجربی توسعه یافته است. نتایج آن‌ها نشان داد که با فرض تنش لایه‌ی سطح، فرکانس طبیعی و بار کمانش مدل افزایش می‌یابد.

از آنجایی که میکروتیرها از نوع سیستم‌های پیوسته به حساب می‌آیند معادلات حاکم از نوع معادلات دیفرانسیل پاره‌ای است و این سیستم‌ها دارای تعداد بی نهایت درجه آزادی هستند. از این رو گسسته‌سازی و کاهش معادلات دیفرانسیل و تبدیل آن به معادلات دیفرانسیل معمولی به طرق مختلف انجام پذیرفته و سپس کنترل سیستم گسسته بررسی می‌شود.

ژانگ و همکاران کنترل ارتعاشات یک میکروتیر که با عملگر پیزوالکتریک تحریک شده است را مورد بررسی قرار دادند [۱۰]. آن‌ها مدل تیر اویلر برنولی یکسر گیردار را برای مدل‌سازی فرض و از روش جمع مودها، پاسخ سیستم را به صورت مجموعه‌ای از شکل مودها بیان کردند. سپس با انتقال معادلات به فضای حالت به کمک کنترل‌های تطبیقی بر مبنای مشاهده‌گر به کنترل ارتعاشات میکروتیر پرداختند.

اثرات سطح نظیر تنش پسماند سطح، مدول الاستیسته سطحی و چگالی سطحی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و سرانجام رفتار دینامیکی مدل با طراحی یک کنترلر بهینه خطی^۲ مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت.

۲- استخراج معادلات حرکت

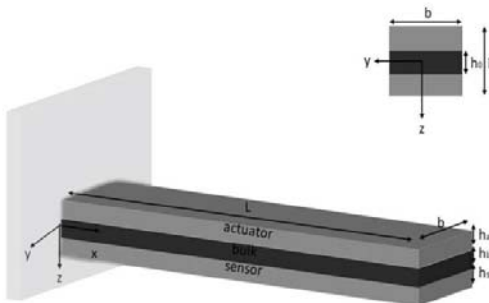
به منظور مدل‌سازی میکروتیر یکسر گیردار با لایه‌های عملگر و حسگر پیزوالکتریک در این پژوهش از مدل تیر اویلر-برنولی استفاده شده است. بدین منظور روابط بردار جابه‌جایی به صورت رابطه (۱) خواهد بود.

$$U_1 = -Z \frac{\partial w(X, t)}{\partial X}$$

$$U_2 = 0$$

$$U_3 = w(X, t)$$
(۱)

شکل ۱ نمای مدل ارائه شده میکروتیر با لایه‌های پیزوالکتریک را نمایش می‌دهد.



شکل ۱ نمای میکروتیر یکسر گیردار با لایه‌های پیزوالکتریک عملگر و حسگر

رابطه (۲) بیان کننده انرژی کرنشی بر اساس تئوری کلاسیک با فرض میدان الکتریکی را نشان می‌دهد [۱۴].

$$U = \int_{\Omega} (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} - D_i E_i) dV \quad (۲)$$

در این رابطه Ω حجم تحت تنش است. σ_{ij} و ε_{ij} به ترتیب تانسور تنش و کرنش است. E_i و D_i نیز در این رابطه به ترتیب بیان کننده جابه‌جایی الکتریکی^۳ و میدان الکتریکی^۱ هستند، که هر کدام از روابط (۳) تا (۶) بدست می‌آیند [۱۵].

وانگ و همکاران کنترل و حذف ارتعاشات ناشی از یک جابه‌جایی اولیه و پایدار نمودن ارتعاشات دامنه را به کمک یک کنترل مقاوم بررسی کردند [۱۱]. در این مدل‌سازی که بر مبنای تیر اویلر برنولی بوده است، انتهای گیردار مدل با سرعت متغیر با زمان در جهت طولی در حال حرکت بوده و روی سر آزاد آن یک جرم وجود داشته است. آن‌ها از روش گلرکین برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای بهره جستند.

ماریناکی و همکاران با استفاده از کنترل بهینه خطی به بررسی کاهش دامنه ارتعاشات یک تیر پرداختند [۱۲]. آن‌ها یک مدل تیر تیموشنکو خطی را با استفاده از روش گلرکین به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کردند. آن‌ها با استفاده از پایدارسازی خطی ریکاتی و الگوریتم بهینه‌سازی پرندهگان کاهش مصرف انرژی کنترلی را مورد بررسی قرار دادند.

چهرمی پایدارسازی میکروتیر یکسرگیردار در نقطه‌ی انتهای را مورد ارزیابی قرار داده است [۱۳]. در این پژوهش برای مدل تیر تیموشنکو کلاسیک با فرض یک لایه پیزوالکتریک بر روی آن با استفاده از اصل همیلتون معادلات دیفرانسیل پاره‌ای استخراج شده است. به کمک روش گلرکین معادلات دیفرانسیل معمولی بدست آمده و سپس اثر طراحی کنترلر بر روی مود اول و دوم مورد بررسی شده است.

این پژوهش به بررسی ارتعاشات آزاد و کنترل میکرو تیر یکسر گیردار با لایه‌های پیزوالکتریک می‌پردازد. با بررسی سوابق مطالعات انجام شده در این حوزه مشخص است که فرض تنش-های سطح برای میکروتیر یکسر گیردار با لایه‌های پیزوالکتریک مورد توجه قرار گرفته نشده است. همچنین کنترل میکرو تیر به منظور کاهش دامنه ارتعاشاتی آن با استفاده از کنترل بهینه خطی تا کنون از طرف پژوهشگران ارزیابی نشده است. در این پژوهش ابتدا به مدل‌سازی میکروتیر با استفاده از تئوری کلاسیک محیط پیوسته و تئوری اثرات سطحی گورتین مورد اکم پرداخته می‌شود. سپس به کمک اصل همیلتون معادلات حاکم بر میکرو تیر با لایه‌های پیزوالکتریک عملگر و حسگر استخراج شده است. به کمک روش مربعات دیفرانسیل تعمیم یافته (GDQM^۱) معادلات دیفرانسیل پاره‌ای گسسته شده و به مجموعه‌ای از معادلات خطی معمولی تبدیل می‌شود. در ادامه با انتقال معادلات به فضای حالت سیستم تحلیل ارتعاشات و تأثیر

2. Linear Optimal Control
3. Electrical Displacement

1. Generalized Differential Quadrature Method

با جایگذاری روابط (۸) تا (۱۱) در معادله (۲)، انرژی کرنشی برای بالک و پیزوالکتریک به صورت روابط (۱۲) و (۱۳) بدست خواهد آمد.

$$U^{Bulk} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{A^{Bulk}} \left[EZ^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \right] dA^{Bulk} dx \quad (12)$$

$$U^{Piezo} = \frac{1}{2} \int_0^L \int_{A^{Piezo}} \left[C_{11}^{(p)} Z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + e_{31} Z \left(\frac{\partial \Phi^{(p)}}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + e_{31} Z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial \Phi^{(p)}}{\partial z} \right) + \epsilon_{33} \left(\frac{\partial \Phi^{(p)}}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \Phi^{(p)}}{\partial z} \right) \right] dA^{Piezo} dx \quad (13)$$

مقادیر انرژی جنبشی نیز برای بالک و پیزو الکتریک به ترتیب از رابطه‌های (۱۴) و (۱۵) بدست می‌آید [۱۵].

$$T^{Bulk} = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ I_0^{Bulk} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + I_2^{Bulk} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 \right\} dx \quad (14)$$

$$T^{Piezo} = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ I_0^{Piezo} \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + I_2^{Piezo} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \right)^2 \right\} dx \quad (15)$$

که در آن I_0 و I_2 ممان اینرسی سطح و حجم برای بالک و پیزوالکتریک هستند.

گورتین موردادک اثرات سطح را در قالب یک تئوری مکانیک محیط پیوسته ارائه نمودند. این تئوری نقش قابل توجهی برای در نظر گرفتن اثرات تنش سطح روی پاسخ مکانیکی دارد. بر اساس این تئوری لایه سطح یک جامد، به عنوان یک لایه با ضخامت صفر و ویژگی‌های ماده‌ای متفاوت از توده زیرین در نظر گرفته شده، که توسط رویه‌ای به خوبی به توده متصل شده است. بر اساس این تئوری، تنش‌های سطح توسط معادله‌های (۱۶) قابل محاسبه می‌باشند [۱۷].

$$\tau_{\alpha\beta} = \mu^s (u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha}) + (\lambda^s + \tau^s) u_{k,k} \delta_{\alpha\beta} + \tau^s (\delta_{\alpha\beta} - u_{\beta,\alpha}) \quad (16-f)$$

$$\tau_{n\alpha} = \tau^s (u_{n,\alpha}) \quad (16-b)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \epsilon_{mm} + 2\mu \epsilon_{ij} - e_{nij} E_n \quad (3)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (4)$$

$$D_i = e_{imn} \epsilon_{mm} + \epsilon_{im} E_m \quad (5)$$

$$E_i = -\Phi_{,i} \quad (6)$$

در این روابط e ، ϵ و δ_{ij} به ترتیب بیان کننده‌ی ضریب ثابت تنش پیزوالکتریک^۳، ضریب ثابت دی‌الکتریک^۲ و دلتای کرونیگر هستند. λ و μ ثابت‌های لامه بوده که به ترتیب از روابط (۷-الف) و (۷-ب) بدست می‌آیند.

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (7-f)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (7-b)$$

در روابط (۷) ν و E به ترتیب بیان کننده‌ی نسبت پواسون و مدول الاستیسته یانگ هستند. $\Phi_{,i}$ نشان دهنده‌ی پتانسیل الکتریکی برای لایه‌ی عملگر و حسگر پیزوالکتریک است که از روابط (۸) بدست می‌آید [۱۶].

$$\Phi^{(a)}(x, z, t) = \sin(\beta z) \phi^{(a)}(x, t) + \frac{2zV_0}{h_p^a} \quad (8-f)$$

$$\Phi^{(s)}(x, z, t) = \sin(\beta z) \phi^{(s)}(x, t) \quad (8-b)$$

در روابط (۸) V_0 نشان دهنده ولتاژ الکتریکی خارجی و h_p ضخامت پیزوالکتریک است و همچنین $\beta = \pi/h_p$ تعریف شده است. با جایگذاری رابطه (۱) در (۴) رابطه کرنش مسئله به شکل رابطه (۹) بدست می‌آید.

$$\epsilon_{11} = -Z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (9)$$

روابط (۱۰-الف) و (۱۰-ب) بیان کننده‌ی تنش بالک و تنش پیزوالکتریک است.

$$\sigma_{11}^b = -EZ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (10-f)$$

$$\sigma_{11}^p = C_{11}^p \epsilon_{11} - e_{31} E_3^p \quad (10-b)$$

همچنین جابه‌جایی پیزوالکتریک به صورت رابطه (۱۱) ارائه شده است.

$$D_3 = e_{31} \epsilon_{11} + \epsilon_{33} E_3^p \quad (11)$$

1. Electrical Field
2. Piezoelectric coefficient
3. Dielectric permittivity constant

$$U_s^{(p)} = \frac{1}{2} \int_0^L \oint_{\partial A^{(p)}} \left((\tau^{s(p)} + E^{s(p)} \varepsilon_{11}^s - e_{31}^{s(p)} E_3) \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \tau^{s(p)} \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x} \right)^2 \right) ds dx \quad (21)$$

بدین ترتیب با استفاده از اصل همیتون و اصول حساب تغییرات می‌توان معادلات حرکت سیستم را بدست آورد. رابطه (۲۲) بیان کننده این اصل است.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (\Pi^{Total \ strain \ energies} - \Pi^{Total \ kinetic \ energies}) dt = 0 \quad (22)$$

که از اختلاف مجموع انرژی‌های کرنشی کل مدل از قبیل انرژی‌های حجمی و سطحی بالک و لایه‌های پیزوالکتریک و انرژی‌های جنبشی بدست می‌آید. در نتیجه معادله حرکت میکروتیر یکسرگیردار با لایه‌های پیزوالکتریک عملگر و حسگر به شکل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (۲۳) حاصل خواهد شد.

$$\begin{aligned} \delta w: & (A_1 + A_2 + A_3 + B_1^s + B_4^s + B_6^s + B_8^s) \\ & + B_{10}^s + B_{14}^s + B_{15}^s \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \\ & + (A_4 + B_2^s + B_5^s + B_7^s) \left(\frac{\partial^2 \phi^{(a)}}{\partial x^2} \right) \\ & + (A_5 + B_{11}^s + B_{13}^s + B_{16}^s) \left(\frac{\partial^2 \phi^{(s)}}{\partial x^2} \right) - \\ & (B_3^s + B_9^s + B_{12}^s) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + (A_6) \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \right) \\ & + (A_7) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = 0 \\ \delta \phi^{(a)}: & (A_8 + B_5^s + B_7^s + B_2^s) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ & + (A_9) (\phi^{(a)}) = 0 \\ \delta \phi^{(s)}: & (A_{10} + B_{16}^s + B_{11}^s + B_{13}^s) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ & + (A_{11}) (\phi^{(s)}) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

که در آن A_i ($i = 1, 11$) و B_i^s ($i = 1, 16$) به ترتیب ضرایب معادلات و ضرایب اثرات سطح هستند.

τ^s پارامتر تنش پسماند سطح، μ^s و λ^s ثابت‌های لامه سطح هستند. به این ترتیب انرژی کرنشی سطحی به شکل رابطه (۱۷) تعریف خواهد شد.

$$U_s = \frac{1}{2} \int_0^L \oint_{\partial A} (\tau_{ij} \varepsilon_{ij} + \tau_{ni} u_{n,i}) \quad (17)$$

برای محاسبه اثرات باید بر روی هر کدام از سطوح به صورت مستقل رابطه گورتین موردادک بر قرار باشد. سه فاکتور اساسی در اثرات سطح عبارتند از τ^s ، E^s و e_{31}^s که به ترتیب عبارتند از تنش پسماند سطح، مدول الاستیسته سطحی و ضریب ثابت پیزوالکتریک سطحی که همگی بر ماتریس سختی مدل تأثیر می‌گذارند. چگالی سطحی که با ρ^s نشان داده می‌شود نیز بر روی ماتریس جرم معادلات تأثیر می‌گذارد. با توجه به روابط (۱۶) تنش‌های پسماند سطح برای بالک به صورت روابط (۱۸) خواهد بود.

$$\tau_{11}^{s(b)} = \tau^{s(b)} + E^{s(b)} \varepsilon_{11}^s \quad (18 - \text{الف})$$

$$\tau_{31}^{s(b)} = \frac{\partial w(x)}{\partial x} \quad (18 - \text{ب})$$

رابطه‌ی تنش پسماند سطح برای لایه‌های پیزوالکتریک به صورت روابط (۱۹) خواهد بود.

$$\tau_{11}^{s(p)} = \tau^{s(p)} + E^{s(p)} \varepsilon_{11}^s - e_{31}^{s(p)} E_3 \quad (19 - \text{الف})$$

$$\tau_{31}^{s(p)} = \frac{\partial w(x)}{\partial x} \quad (19 - \text{ب})$$

با جایگذاری روابط بیان شده در معادله‌ی انرژی کرنش سطح برای بالک و پیزوالکتریک به ترتیب به شکل روابط (۲۰) و (۲۱) بدست می‌آید.

$$U_s^{(b)} \quad (20)$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^L \oint_{\partial A^{(b)}} \left((\tau^{s(b)} + E^{s(b)} \varepsilon_{11}^s) \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \tau^{s(b)} \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x} \right)^2 \right) ds dx$$

۳- روش حل مسئله

به منظور حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای در این پژوهش از روش مجموع مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته (GDQM) برای گسسته‌سازی معادلات استفاده شده است. مفهوم اصلی این روش، بکارگیری مشتقات به صورت مجموع ضرایب وزنی تابع است که به صورت گره‌های فرضی در دامنه‌ی حل معادلات دیفرانسیل تقریب زده می‌شوند. به این ترتیب معادلات دیفرانسیل پاره‌ای به صورت مجموعه‌ای از دسته معادلات دیفرانسیل معمولی تقریب زده می‌شوند. مشتقات جزئی تابع f در نقطه x_i به صورت رابطه (۲۴) بیان می‌شود [۱۸].

$$\left. \frac{d^n f}{dx^n} \right|_{x=x_i} = \sum_{j=1}^N C_{ij}^{(n)} f(x_j) \quad (24)$$

که در آن C_{ij} بیان کننده‌ی ضرایب وزنی و n نشان دهنده‌ی مرتبه مشتقات معادله و تعداد گره‌های فرضی بر روی مدل هستند. به این ترتیب برای دسته معادلات حاکم بر مسئله ضریب وزنی اول به شکل رابطه‌ی (۲۵) خواهد بود.

$$C_{ij}^{(1)} = \begin{cases} \frac{\prod_{k=1, k \neq i}^N (x_i - x_k)}{\prod_{k=1, k \neq j}^N (x_j - x_k)} & (i \neq j) \\ \sum_{k=1, k \neq i}^N \frac{1}{(x_i - x_k)} & (i = j) \end{cases} \quad (25)$$

که در آن :

$$i, j = 1, 2, \dots, M$$

ضرایب مرتبه بالا نیز توسط روابط (۲۶) قابل بیان است.

$$C_{ij}^{(2)} = \sum_{K=1}^N C_{ik}^{(1)} C_{kj}^{(1)} \quad (26)$$

$$C_{ij}^{(3)} = \sum_{K=1}^N C_{ik}^{(1)} C_{kj}^{(2)} = \sum_{K=1}^N C_{ik}^{(2)} C_{kj}^{(1)}$$

$$C_{ij}^{(4)} = \sum_{K=1}^N C_{ik}^{(1)} C_{kj}^{(3)} = \sum_{K=1}^N C_{ik}^{(3)} C_{kj}^{(1)}$$

به این ترتیب معادلات گسسته‌سازی شده به شکل رابطه (۲۷) در خواهد آمد.

$$\delta w: (A_1 + A_2 + A_3 + B_1^S + B_4^S + B_6^S + B_8^S + B_{10}^S + B_{14}^S + B_{15}^S) \sum_{k=1}^N C_{ik}^{(4)} w_k \quad (27)$$

$$\begin{aligned} &+(A_4 + B_2^S + B_5^S + B_7^S) \sum_{k=1}^N C_{ik}^{(2)} \phi_k^{(a)} \\ &+(A_5 + B_{11}^S + B_{13}^S + B_{16}^S) \sum_{k=1}^N C_{ik}^{(2)} \phi_k^{(s)} \\ &+(A_6) \sum_{k=1}^N A_{ik}^{(2)} w_k \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + (A_7) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) = 0 \\ &\delta \phi^{(a)}: (A_8 + B_5^S + B_7^S + B_2^S) \sum_{k=1}^N C_{ik}^{(2)} w_k \\ &+(A_9) (\phi^{(a)}) = 0 \\ &\delta \phi^{(s)}: (A_{10} + B_{16}^S + B_{11}^S + B_{13}^S) \sum_{k=1}^N C_{ik}^{(2)} w_k \\ &+(A_{11}) (\phi^{(s)}) = 0 \end{aligned}$$

با توجه به مجموعه معادلات (۲۷) فرم ماتریسی آن به شکل رابطه‌های (۲۸) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} M^{ww} \ddot{w} & \quad \quad \quad - (28) \\ + [K^{ww} - K^{w\phi(s)} (K^{\phi(s)\phi(s)})^{-1} K^{\phi(s)w}] w & \quad \quad \quad \text{(الف)} \\ = P - K^{w\phi(a)} \phi^{(a)} & \end{aligned}$$

$$\phi^{(s)} = [-K^{\phi(s)\phi(s)}]^{-1} [K^{\phi(s)w}] w \quad \quad \quad \text{(ب - 28)}$$

که در آن $[K]$ و $[M]$ ماتریس‌های سختی و جرم مدل هستند و در آن p نیروی خارجی اعمالی از عملگر پیزوالکتریک خواهد بود. برای اعمال کنترل، بهتر است که معادله دینامیک سیستم به شکل فضای حالت تبدیل شود. بنابراین با تعریف متغیرهای فضای حالت به صورت $\{\xi\} = \begin{Bmatrix} \dot{\eta} \\ \eta \end{Bmatrix}$ معادله دینامیکی سیستم در فرم فضای حالت به صورت رابطه (۲۹) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \{\dot{\xi}\} &= [A]\{\xi\} + [B]\{V_a\} \\ [y] &= [\bar{C}_0]\{\xi\} \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن V_a ورودی کنترلی و $\{\xi\}$ حالت‌های سیستم است. همچنین $[A]$ ماتریس حالت سیستم، $[B]$ ماتریس کنترل و $[\bar{C}_0]$ ماتریس خروجی سیستم است و به صورت روابط (۳۰) تعریف می‌گردد.

$$[A] = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \end{bmatrix} \quad (30)$$

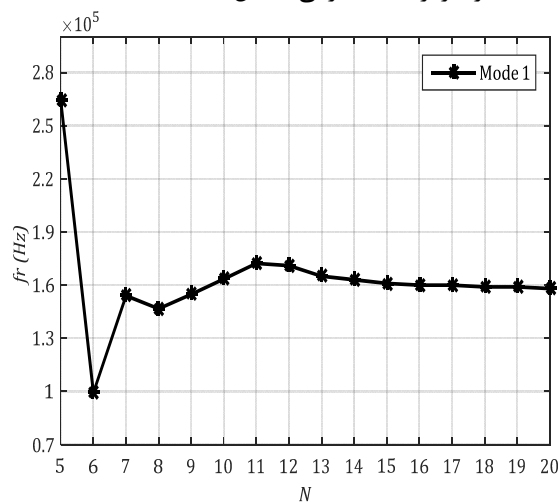
$$[B] = \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1}[P_a] \end{bmatrix}$$

جدول ۱ خواص هندسی و خصوصیات مکانیکی میکروتیر با لایه-

های پیزو الکتریک

پیزوالکتریک عملگر و حسگر	میکروتیر	پارامترها
۳	۳	ضخامت (μm)
۴۵۰	۴۵۰	طول (μm)
۵۰	۵۰	عرض (μm)
۶۴	۲۱۰	مدول الاستیسیته (GPa)
۷۵۰۰	۲۳۳۱	چگالی (Kg/m^3)
۰/۲۷	۰/۲۴	ضریب پواسون
-۱۰	-	e_{31} (C/m^2)
$۱/۰.۲۷۵ \times ۱۰^{-۸}$	-	ϵ_{33} ($C^2/m^2 N$)

با در نظر گرفتن ماتریس جرم و سفتی و حل مسئله مقادیر ویژه، فرکانس طبیعی سیستم حاصل می‌شود. در شکل ۲ تأثیر تعداد گره بر روی همگرایی فرکانس طبیعی مود اول برای مدل میکروتیر با لایه‌های پیزوالکتریک نشان داده شده است. محور افقی تعداد گره‌های فرض شده و محور عمودی فرکانس طبیعی مدل را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل مشخص است برای تعداد گره به ازای مقادیر ۵ گره جواب‌ها دارای دقت کافی نمی‌باشد. با افزایش گره‌ها، مقادیر فرکانسی همگرا شده بطوریکه به ازای تعداد گره برابر ۱۵ همگرایی حاصل شده است.



شکل ۲ تأثیر تعداد گره بر همگرایی و دقت فرکانس میکروتیر یکسر گیردار با لایه های پیزوالکتریک برای مود اول ارتعاشی

شکل ۳ تأثیر تغییرات نسبت طول به ضخامت میکروتیر با لایه‌های پیزو الکتریک به فرکانس طبیعی را نشان می‌دهد. برای کلیه حالت‌های زیر نسبت عرض میکروتیر به ضخامت کل لایه‌ها برابر ۲ فرض شده و هر لایه دارای ضخامت برابر با هرکدام از

فرض ماتریس میرایی مطابق رابطه (۳۱) است.

$$C = \alpha[M] + \beta[K] \quad (31)$$

که در آن α و β به ضرایب ریلی معروف هستند.

با توجه به روابط فضای حالت بدست آمده می‌توان روابط کنترل بهینه خطی (LQR) را ارائه داد. در این روش سیستم کنترل فیدبک حالت جهت مینیمم کردن تابع انرژی و تابع خطا که متناسب با اندازه مورد نیاز برای پاسخ سیستم است، طراحی می‌شود. بنابراین تابع هدف بصورت رابطه (۳۲) تعریف می‌گردد. [۱۹].

$$J = \int_0^{\infty} (\{y\}^T [Q] \{y\} + \{V_a\}^T [R] \{V_a\}) dt \quad (32)$$

که در آن $[Q]$ و $[R]$ به ترتیب ماتریس‌های وزنی حالت و هزینه سیستم نام دارند که به ترتیب ماتریس‌های وزنی نیمه مثبت معین و مثبت معین می‌باشند. بنابراین با فرض فیدبک حالت کامل، ولتاژ اعمالی به عملگر از رابطه‌ی (۳۳) بدست می‌آید.

$$\{V_a\} = -[G_c] \{\xi\} = -[R]^{-1} [B]^T [\hat{P}] \{\xi\} \quad (33)$$

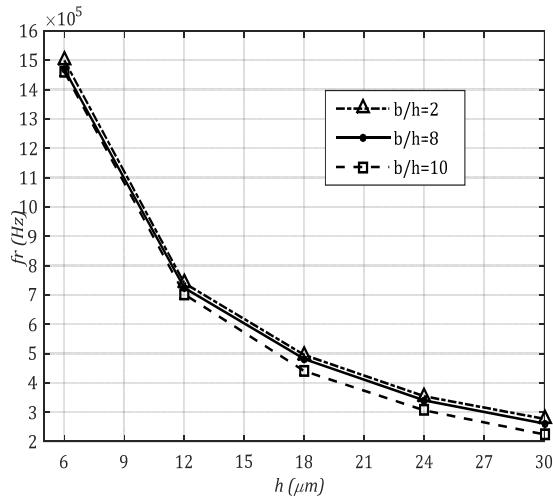
که $[G_c]$ ضریب کنترل کننده است. $[\hat{P}]$ را می‌توان از حل معادله ریکاتی (۳۴) به صورت زیر بدست آورد [۱۹].

$$[A]^T [\hat{P}] + [\hat{P}] [A]^T - [\hat{P}] [B] [R]^{-1} [\hat{P}] + [\hat{C}_0]^T [Q] [\hat{C}_0] = 0 \quad (34)$$

۴- نتایج

جهت حصول اطمینان از جواب‌های حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش (GDQM) ابتدا لازم است تا همگرایی و دقت حل مسئله برای تعداد مختلف گره‌های فرضی بر روی مدل ارائه شده مورد ارزیابی قرار گیرد. خواص مکانیکی و هندسی در این شبیه‌سازی برای لایه‌های میکروتیر و پیزوالکتریک مطابق جدول ۱ است.

هرچه نسبت عرض به ضخامت میکروتیر در یک طول ثابت افزایش می‌یابد فرکانس طبیعی مدل نیز کاهش می‌یابد. از طرف دیگر هرچه ضخامت مدل در یک نسبت ثابت عرض به ضخامت افزایش یابد، فرکانس طبیعی مدل کاهش پیدا می‌کند.



شکل ۴ تغییرات نسبت عرض به ضخامت در ضخامت‌های متفاوت بر فرکانس طبیعی مود اول ارتعاشی میکروتیر یکسر گیردار با لایه‌های پیزوالکتریک

به منظور بررسی اثرات انرژی سطح بر روی مدل میکروتیر یکسرگیردار با لایه‌های عملگر و حسگر پیزوالکتریک مقادیر اثرات سطح مطابق جدول ۲ مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه رفتار ارتعاشات آزاد مدل با فرض هریک از فاکتورهای تنش پسماند سطح، مدول الاستیک سطحی و چگالی سطحی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

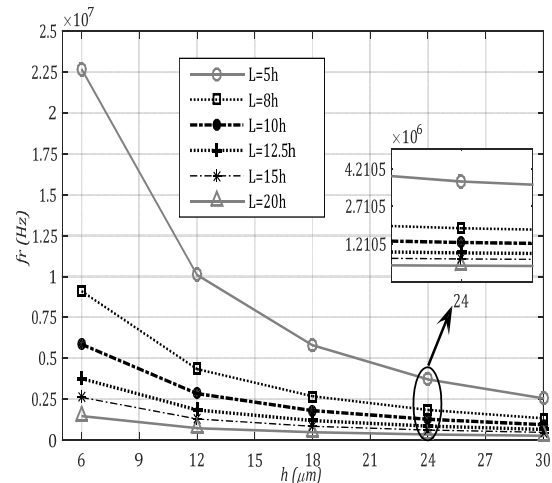
جدول ۲ مقادیر اثرات سطح

پیزوالکتریک عملگر و حسگر	میکروتیر	پارامترها
$3/17 \times 10^{-7}$	$3/17 \times 10^{-7}$	چگالی سطحی (Kg/m^2)
۰/۶۰۵	۰/۶۰۵	تنش پسماند سطح (N/m)
-3×10^{-4}	-	$e_{31}^s (C/m)$
-۴/۴۸۸	-۴/۴۸۸	$\lambda^s (N/m)$
-۲/۷۷۴	-۲/۷۷۴	$\mu^s (N/m)$

اثر مدول الاستیسیته سطح بر فرکانس طبیعی اول ارتعاشی در تغییرات نسبت طول بر ضخامت در شکل ۵ نمایش داده شده است. بالاترین مقدار فرکانسی مربوط به کمترین نسبت طول به

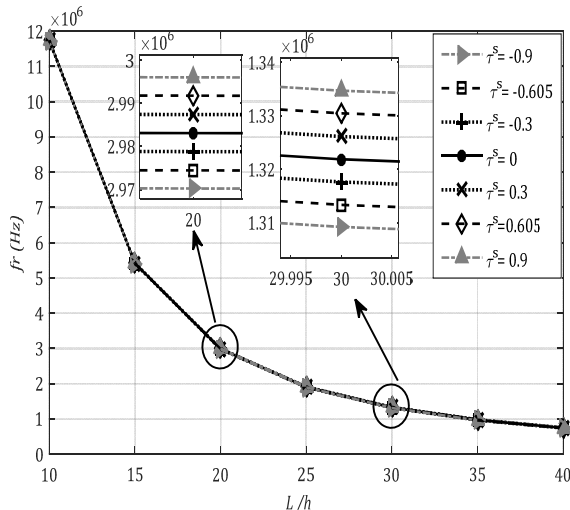
لایه‌های دیگر است. همان‌گونه که در شکل مشاهده می‌شود، بیشترین فرکانس طبیعی مربوط به نسبت ۵ برابر ضخامت به طول است و کمترین اندازه فرکانس طبیعی برای حالت ۲۰ برابر ضخامت به طول بدست می‌آید. بدین ترتیب در یک ضخامت ثابت هرچه طول مدل افزایش یافته است فرکانس‌های طبیعی کم شده و در یک نسبت ثابت طول به ضخامت به ازای کاهش ضخامت، مقادیر فرکانس افزایش یافته است. به عنوان مثال هنگامی که طول میکروتیر ۱۵ میکرومتر است، بالاترین فرکانس طبیعی مشاهده می‌شود و رفته رفته با نزدیک شدن به طول ۱۳۵ میکرومتر از فرکانس طبیعی در هر چهار مود کاسته می‌شود. به عبارت دیگر هر اندازه از ابعاد مدل سازی از میکرو به ابعاد ماکرو نزدیک می‌شویم، از اندازه فرکانس طبیعی کاسته می‌شود. در واقع افزایش طول میکروتیر سبب کاهش سفتی مدل شده و فرکانس طبیعی پایه مدل کاهش می‌یابد.

نکته قابل ملاحظه دیگر آنکه بیشترین نرخ تغییرات فرکانس در ضخامت‌های ۳ تا ۱۲ میکرومتر مشاهده می‌شود. به عبارتی در ضخامت‌های کوچکتر تأثیر پارامتر طول به نسبت ضخامت محسوس‌تر بوده است و هرچند افزایش ضخامت منجر به سختی مدل‌سازی می‌شود اما به دلیل تأثیر بیشتر افزایش طول، مقادیر فرکانس طبیعی کاهش یافته است.



شکل ۳ مقایسه تأثیر تغییرات نسبت طول به ضخامت بر فرکانس طبیعی مود اول میکروتیر با لایه‌های پیزوالکتریک

روند تغییرات فرکانس طبیعی برای مود اول ارتعاشی به ضخامت با توجه به نسبت‌های متفاوت عرض به ضخامت در شکل ۴ نشان داده شده است. بالاترین میزان فرکانس طبیعی مربوط به کمترین نسبت عرض میکروتیر به ضخامت است و



شکل ۶ تغییرات نسبت طول به ضخامت با فرض تنش پسماند

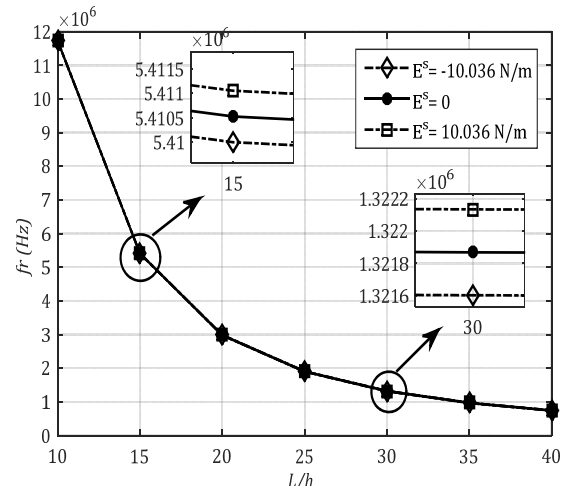
سطحی بر مدل میکروتیر یکسرگیردار با لایه‌های پیزوالکتریک جدول ۳ تأثیر چگالی سطحی بر روی فرکانس طبیعی اول مدل میکروتیر یکسرگیردار با لایه‌های پیزوالکتریک را در یک ضخامت و طول ثابت نمایش می‌دهد. با افزودن مقادیر چگالی سطحی، فرکانس‌های طبیعی کاهش یافته است که این موضوع را می‌توان با توجه به افزایش ماتریس جرمی مدل توجیه نمود. همچنین با افزایش اندازه چگالی سطحی مدل، کاهش فرکانس طبیعی قابل ملاحظه‌تر است.

جدول ۲ مقادیر فرکانس اول برای میکروتیر با لایه‌های پیزو الکتریک با ضخامت ۳ میکرومتر و طول ۶۰ میکرومتر

ω_1 (Hz)	τ^s (N/m)	E^s (N/m)	ρ^s (Kg/m ²)
۱۱۷۲۲۰۵۳	۰/۶۰۵	۱۰/۰۳۶	۰
۱۱۷۲۱۷۸۸	۰/۶۰۵	۱۰/۰۳۶	7×10^{-7}
۱۱۷۲۱۷۰۸	۰/۶۰۵	۱۰/۰۳۶	7×10^{-6}

شکل ۷ رفتار دینامیکی انتهای مدل ارائه شده را بدون در نظر گرفتن میرایی نشان می‌دهد. در این شبیه‌سازی مدل تحت یک جابه‌جایی اولیه در انتهای میکرو تیر به اندازه ۵ درصد طول قرار گرفته و رها می‌شود. محور افقی زمان شبیه‌سازی برحسب ثانیه و محور عمودی جابه‌جایی انتهای تیر برحسب متر را نشان می‌دهد. واضح است که با افزایش تغییر شکل اولیه دامنه سیستم افزایش می‌یابد. از آن جهت که برای بررسی رفتار دینامیکی سیستم میرایی در نظر گرفته نشده است، نوسان مدل در طول زمان همواره ادامه خواهد داشت.

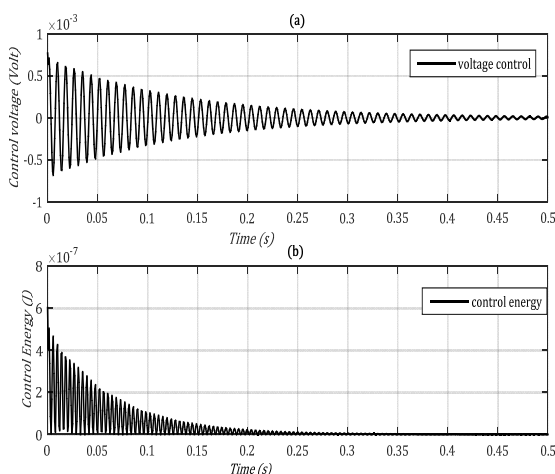
ضخامت است. به عبارتی با افزایش طول مدل از فرکانس طبیعی کاسته می‌شود. همچنین افزودن پارامترهای سطح سبب تغییرات کم در فرکانس طبیعی مدل می‌شود.



شکل ۵ تغییرات نسبت طول به ضخامت با فرض مدول الاستیسته سطحی بر دو فرکانس اول میکروتیر یکسرگیردار با لایه‌های پیزوالکتریک

اثر پارامتر تنش پسماند سطح بر روی فرکانس طبیعی اول ارتعاشی در طول‌های متفاوت را می‌توان در شکل ۶ مشاهده کرد. افزودن جملات تنش پسماند سطح تغییراتی در فرکانس‌های طبیعی به وجود می‌آورد و این افزایش فرکانس‌های طبیعی به دلیل افزایش سفتی مدل است. از طرفی با افزایش ابعاد مدل از مقدار تغییرات فرکانس طبیعی کاسته شده است. به عبارتی با افزایش ابعاد مدل نتایج فرض تنش پسماند سطح و عدم فرض اثرات سطح به یکدیگر نزدیک شده‌اند. موضوع با اهمیت دیگر تأثیر بیشتر تنش پسماند سطح نسبت به سایر پارامترهای تنش سطح است. به عبارتی افزایش یا کاهش تنش پسماند سطح تأثیر بزرگتری بر رفتار مدل نسبت به سایر پارامترهای مدول الاستیسته سطح دارد. نکته قابل توجه دیگر در این مدل‌سازی آن است که تا نسبت‌های طول به ضخامت کمتر از ۱۵ اثرات فاکتورهای تنش سطح بیشتر بود است، به عبارتی برای هندسه‌هایی که تعداد اتم‌های نزدیک سطح در مقایسه با تعداد کل اتم‌ها بیشتر است، تأثیر تنش‌های سطح به مراتب افزایش می‌یابد.

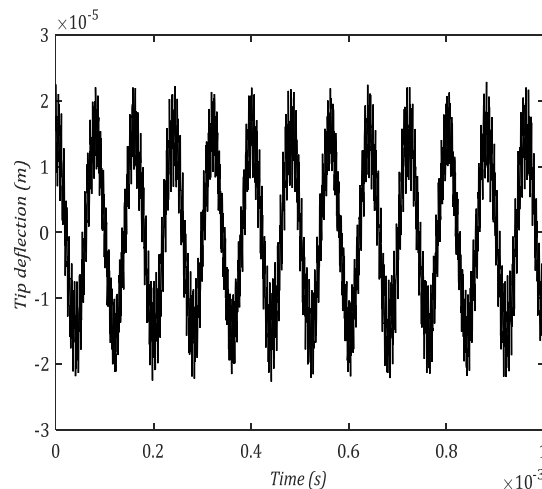
شکل‌های ۹ میزان ولتاژ کنترلی و همچنین انرژی کنترلی در شرایط شبیه‌سازی مدل میکروتیر یکسرگیردار با لایه‌های حسگر و عملگر پیزوالکتریک را نشان می‌دهد. با تابع هزینه پیش فرض میزان ولتاژ کنترلی مطابق شکل است و رفته رفته با کاهش دامنه ارتعاشات از ولتاژ اعمالی به سیستم در طول زمان کاسته می‌شود. در واقع حسگر پیزوالکتریک با دریافت کرنش از میکروتیر میزان ولتاژ را به کنترلر (LQR) انتقال داده و کنترلر تنظیمات مطلوب را مقایسه و عملگر میزان ولتاژ تنظیم را اعمال می‌کند. همچنین میزان انرژی مصرفی به سیستم با نزدیک شدن به زمان نشست سیستم کاهش می‌یابد. با کاهش هزینه کنترلی سیستم قادر خواهد بود تا مقادیر بزرگتری از ولتاژ را مصرف کند. در این صورت کاهش سریع دامنه ارتعاشی مدل را شاهد خواهیم بود.



شکل ۹ تغییرات ولتاژ کنترلی و انرژی کنترلی در شرایط کنترل فعال (LQR)

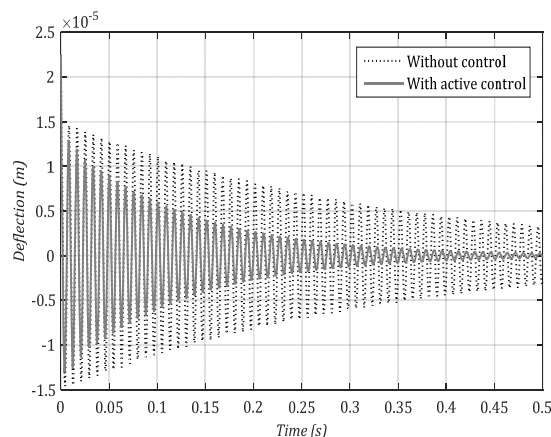
شکل ۱۰ نتایج حاصل از شبیه‌سازی حداکثر ولتاژ کنترلی به زمان نشست برای مدل میکروتیر یکسر گیردار با لایه‌های پیزوالکتریک عملگر و حسگر می‌پردازد. با توجه به شکل مشخص است که کاهش ولتاژ کنترلی افزایش زمان نشست را به دنبال دارد. همچنین برای زمان نشست کوچک، نرخ کاهش ولتاژ کنترلی سریع‌تر از نرخ افزایش زمان نشست سیستم است.

افزایش ولتاژ اعمالی و در پی آن کاهش دامنه ارتعاشات مدل تحت تأثیر ماتریس هزینه کنترل ارزان بوده است. از طرفی نرخ هزینه کنترلی گران سبب کاهش ولتاژ اعمالی به مدل شده که افزایش دستیابی به زمان پایداری و دمپ کامل دامنه ارتعاشی را



شکل ۷ رفتار دینامیکی جابه‌جایی انتهایی میکروتیر یکسرگیردار با لایه‌های پیزوالکتریک عملگر و حسگر

شکل ۸ به مقایسه‌ی پاسخ دینامیکی دامنه‌ی جابه‌جایی برای انتهایی مدل میکروتیر در دو حالت بدون کنترل و در حضور کنترلر فیدبک بهینه می‌پردازد. در این مدل هزینه‌ی کنترلی ۱ در نظر گرفته شده است. عملکرد کنترلر بهینه، سبب افزایش سرعت پاسخ و کاهش سریعتر دامنه‌ی ارتعاشات مدل شده است. در نتیجه با اعمال کنترلر بهینه، زمان نشست سیستم کاهش یافته است. در این مدل‌سازی با توجه به ماتریس هزینه کنترلی طراحی شده، جابه‌جایی انتهایی مدل ۱۷ درصد سریعتر کاهش یافته و به زمان نشست خود نزدیک می‌شود. با اعمال تغییرات مورد نظر طراح، در ضرایب ماتریس وزنی حالت‌های سیستم و هزینه‌ی کنترلی مطلوب می‌توان میزان سرعت دستیابی به زمان نشست و میزان کاهش دامنه دلخواه را تنظیم نمود.



شکل ۸ جابه‌جایی انتهایی میکروتیر یکسر گیردار در حالت بدون کنترل و کنترل فعال (LQR)

همچنین نرخ تغییرات ولتاژ کنترلی ماکزیمم عملگر پیزوالکتریک، در زمان‌های نشست کوچکتر با سرعت بیشتری نسبت به زمان‌های نشست بزرگتر کاهش می‌یابد.

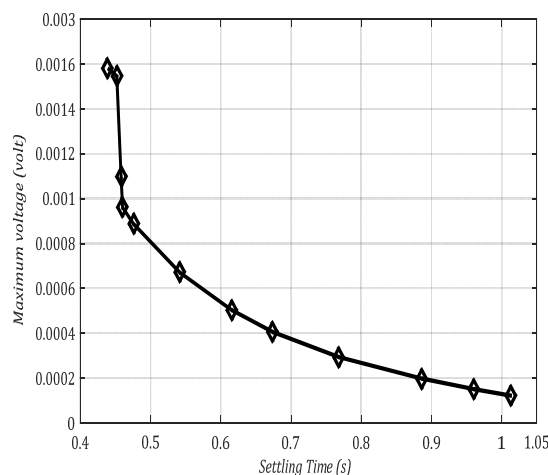
۶- فهرست علائم

U	انرژی کرنشی
ϵ_{ij}	کرنش
Ω	حجم
b	عرض میکروتیر (μm)
A	مساحت (μm^2)
L	طول (μm)
D_i	جابه‌جایی الکتریکی
E_i	میدان الکتریکی
e_{imn}	ضریب ثابت تنش پیزوالکتریک (Cm^{-2})
ϵ	ضریب ثابت دی‌الکتریک ($\text{C}^2\text{m}^{-2}\text{N}^{-1}$)
h	ضخامت (μm)
V_0	ولتاژ الکتریکی خارجی
C_{ij}	ضرایب وزنی
I	ممان اینرسی
T	انرژی جنبشی
E	مدول الاستیسیته یانگ (GPa)

علائم یونانی

ρ	چگالی (kgm^{-3})
ρ^s	چگالی سطح (kgm^{-2})
μ	مدول برش
σ_{ij}	تنش
Φ_i	پتانسیل الکتریکی
τ^s	تنش پسماند سطح (Nm^{-1})
μ	ثابت لامه (Nm^{-1})
λ	ثابت لامه (Nm^{-1})
ν	نسبت پواسون
C_{ij}^p	مدول الاستیسیته پیزوالکتریک (GPa)
α	ضرایب ریلی
β	ضرایب ریلی
ξ	حالت‌های سیستم

موجب می‌شود. نکته قابل مشاهده دیگر در این شبیه‌سازی نرخ تغییرات ولتاژ ماکزیمم است بطوریکه هر چه هزینه کنترلی کاهش یابد سیستم نرخ تغییرات زمان نشست سیستم بیشتر بوده است و سیستم با سرعت بیشتری پایدار شده است. رفته رفته با افزایش هزینه کنترل سیستم، نرخ تغییرات زمان نشست و پایداری مدل کاهش می‌یابد.



شکل ۱۰ منحنی ماکزیمم ولتاژ اعمالی به عملگر پیزوالکتریک بر حسب زمان نشست

۵- جمع‌بندی

در این پژوهش تحلیل ارتعاشات و کنترل بهینه خطی میکروتیر یکسر گیردار به همراه لایه‌های پیزوالکتریک عملگر و حسگر با فرض اثرات سطح مورد مطالعه قرار گرفت. بدین منظور پس از استخراج معادلات حرکت به کمک اصل همپلتون، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای با استفاده از روش GDQM به دسته معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شد. بررسی ارتعاشاتی تنش‌های سطحی نشان می‌دهد که فرض این پارامترها در تغییرات فرکانس با نزدیک شدن از ابعاد میکرو به ماکرو کاهش می‌یابد. از طرفی موثرترین پارامتر از میان اثرات سطح مربوط به تنش‌های پسماند سطح بوده است. با این وجود بکارگیری کلیه‌ی فرض‌های اثر سطح از قبیل مدول الاستیسیته سطحی، تنش پسماند سطحی و چگالی سطحی می‌تواند جهت دستیابی به رفتار دقیق فرکانسی می‌تواند حائز اهمیت باشد. در روش کنترلی LQR تغییرات هزینه کنترلی تأثیر مستقیم بر پایدارسازی و کاهش دامنه سیستم دارند. بطوریکه افزایش ضرایب حالت سیستم سبب کاهش زمان نشست سیستم شده و افزایش ضریب هزینه کنترلی سبب افزایش زمان نشست می‌شود.

- actuators using particle swarm optimization, *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, No. 6, pp. 6872-6883, 2011.
- [13] M. J. Shirazi, *Positioning, Tracking and Shape Control in Micro-beams Via Piezoelectric Actuators*, master of science Thesis, Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Sharif University of Technology, 2011. (In Persian)
- [14] V. Mohammadi, R. Ansari, M. F. Shojaei, R. Gholami, S. Sahmani, Size-dependent dynamic pull-in instability of hydrostatically and electrostatically actuated circular microplates, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 73, No. 3, pp. 1515-1526, 2013.
- [15] A. G. Arani, M. Abdollahian, R. Kolahchi, Nonlinear vibration of a nanobeam elastically bonded with a piezoelectric nanobeam via strain gradient theory, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 100, pp. 32-40, 2015.
- [16] R. Kolahchi, M. S. Zarei, M. H. Hajmohammad, A. Nouri, Wave propagation of embedded viscoelastic FG-CNT-reinforced sandwich plates integrated with sensor and actuator based on refined zigzag theory, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 130, pp. 534-545, 2017.
- [17] M. Keivani, A. Koochi, A. Kanani, M. R. Mardaneh, H. M. Sedighi, M. Abadyan, Using strain gradient elasticity in conjunction with Gurtin-Murdoch theory for modeling the coupled effects of surface and size phenomena on the instability of narrow nano-switch, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 231, No. 17, pp. 3277-3288, 2017.
- [18] M. Mohammadimehr, H. Mohammadi Hooyeh, H. Afshari, M. R. Salarkia, Free vibration analysis of double-bonded isotropic piezoelectric Timoshenko microbeam based on strain gradient and surface stress elasticity theories under initial stress using differential quadrature method, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, Vol. 24, No. 4, pp. 287-303, 2017/03/12, 2017.
- [19] A. K. Sedigh, *Modern control systems*, University of Tehran Press, 2003.

بالانویس‌ها

پیزوالکتریک	P
نماد انرژی سطح	s
بالک	(b)
عملگر	(a)
حسگر	(s)
مجموع انرژی‌های کرنشی	Total strain energies
مجموع انرژی‌های جنبشی	Total kinetic energies

۷- مراجع

- [1] E. Karimi, *Pull-in instability of cantilever and fixed-fixed nano-switches by hybrid nanlocal Euler-Bernoulli model*, M.Sc. Thesis Thesis, Mechanical Engineering, Islamic Azad University Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University Khomeinishahr Branch, 2014. (In Persian)
- [2] V. Piefort, *Finite element modelling of piezoelectric active structures*, Thesis, Ph. D. thesis. Bruxelles, Belgium: Université Libre de Bruxelles, Department for Mechanical Engineering and Robotics, 2001.
- [3] P. Quinn, L. Palacios, G. Carman, J. Speyer, Health monitoring of structures using directional piezoelectrics, in *Proceeding of*, 27-30.
- [4] E. Salehi, *Active Vibration Control of Functionally Graded Carbon Nano Tube Reinforcement Composite (FG-CNTRC) Beam under Thermal loads*, M.Sc. Thesis Thesis, Mechanical Engineering, Islamic Azad University Najaf abad Branch, Islamic Azad University Najaf abad Branch, 2016. (In Persian)
- [5] Y. Fu, J. Zhang, Size-dependent pull-in phenomena in electrically actuated nanobeams incorporating surface energies, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 35, No. 2, pp. 941-951, 2011.
- [6] V. B. Shenoy, Size-dependent rigidities of nanosized torsional elements, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 15, pp. 4039-4052, 2002.
- [7] R. Ansari, R. Gholami, M. F. Shojaei, V. Mohammadi, S. Sahmani, Surface stress effect on the pull-in instability of circular nanoplates, *Acta Astronautica*, Vol. 102, pp. 140-150, 2014.
- [8] K.-M. Hu, W.-M. Zhang, Z.-K. Peng, G. Meng, Transverse vibrations of mixed-mode cracked nanobeams with surface effect, *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 138, No. 1, pp. 011020, 2016.
- [9] K.-M. Hu, W.-M. Zhang, Z.-Y. Zhong, Z.-K. Peng, G. Meng, Effect of surface layer thickness on buckling and vibration of nonlocal nanowires, *Physics Letters A*, Vol. 378, No. 7, pp. 650-654, 2014.
- [10] W. Zhang, G. Meng, H. Li, Adaptive vibration control of micro-cantilever beam with piezoelectric actuator in MEMS, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 28, No. 3, pp. 321-327, 2006.
- [11] L. Wang, H.-h. Chen, X.-d. He, Active H_∞ control of the vibration of an axially moving cantilever beam by magnetic force, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 8, pp. 2863-2878, 2011.
- [12] M. Marinaki, Y. Marinakis, G. E. Stavroulakis, Vibration control of beams with piezoelectric sensors and