

شبیه‌سازی عددی و بررسی تجربی یک لوله گردبادی در مقیاس میکرو

نادر رهبر^{۱*}، محسن طاهریان^۲، مصطفی شاطری^۳، محمد صادق ولی‌پور^۴

۱- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
۲- دانشجوی کارشناسی، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
۳- دانشجوی کارشناسی، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
۴- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان
* سمنان، صندوق پستی: ۱۷۹-۳۵۱۴۱، rahbar@semnaniau.ac.ir

چکیده

در این تحقیق با استفاده از روش عددی، اثر جدایش انرژی درون لوله گردبادی تبریدی با چهار نازل مماسی در مقیاس میکرو به صورت دو بعدی متقارن محوری و سه بعدی شبیه سازی شده است. با محاسبه عدد نودسن در نازل‌های ورودی جریان، مشاهده شد که عدد نودسن در حدود $5-10 \times 9/6$ می باشد که در این محدوده جریان پیوسته بوده لذا معادلات پیوستگی، ناوراستوکس و انرژی با شرایط مرزی بدون لغزش در دیواره حاکم می‌باشند. جریان پایا، تراکم پذیر، لزج و مغشوش فرض شده و از مدل اغتشاشی SST $k-\omega$ برای مدل‌سازی اغتشاشات استفاده می‌شود. دمای سرد بی‌بعد کارآیی آیزنتروپیک و قدرت سرمایش پارامترهای موثری بودند که مورد بررسی و مطالعه قرار گرفتند. برای پی بردن به صحت مدل‌سازی، نتایج حاصل با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید و مشخص شد که مدل‌سازی سه بعدی دقت بهتری را نسبت به مدل دو بعدی دارد.

کلیدواژگان

لوله گردبادی تبریدی در مقیاس میکرو، CFD، جدایش انرژی، کارآیی آیزنتروپیک، قدرت سرمایش.

Numerical simulation and experimental study on a microscale vortex tube

Nader Rahbar^{1*}, Mostafa Shateri¹, Mohsan Taherian¹, Mohammad Sadegh Valipoor²

1- Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, Semnan, Iran
2- School of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran
*P.O.B. 35145-179, Semnan, Iran, nrahbar@gmail.com

Abstract

In This paper, energy separation phenomenon in a micro-scale vortex tube was investigated by using the computational fluid dynamic. The flow is assumed as steady, turbulent, compressible ideal gas, and the shear-stress transport $sst\ k - \omega$ is used for modeling of turbulence phenomenon. The results show that 3-D CFD simulation is more accurate than 2-D axisymmetric one. Moreover, optimum cold-mass ratios to maximize the refrigeration-power and isentropic-efficiency are evaluated. The results of static temperature, velocity magnitude and pressure distributions show that the temperature-separation in the micro-scale vortex tube is a function of kinetic-energy variation and air-expansion in the radial direction.

Keywords

Euler equations - Finite volume method - multigrid technique - Coarse fine sequence method

۱- مقدمه

محیط می‌باشد، بنابراین گرادیان محوری فشار بین صفحه شیپوره و خروجی لوله گرم وجود خواهد داشت، ثانیاً با توجه به این که در یک طرف لوله یعنی خروجی سرد، به دلیل نصب روزه سطح مقطع کوچکتری وجود دارد، جریان به سطح مقطع بزرگتر هدایت خواهد شد، با حرکت سیال به سمت انتهای گرم به مرور از سرعت آن کاسته شده و در نتیجه از شدت نیروی گریز از مرکز کاسته می‌شود لذا، سطح مقطع جریان بتدریج افزایش می‌یابد زیرا نیروی گریز از مرکز دیگر قادر نیست تا سیال را در نزدیکی جداره لوله نگه دارد. بدین ترتیب با حرکت جریان به سمت شیر تنظیم قسمت مرکزی لوله نیز توسط سیال اشغال می‌شود. از طرفی بعلت محدودیتی که شیر انتهای گرم در مقابل حرکت قسمت مرکزی جریان پدید می‌آورد یک نقطه سکون روی محور لوله پدید می‌آید. با توجه به خلاء پدید آمده در مرکز صفحه شیپوره، قسمت

لوله گردبادی وسیله‌ای است که بدون هیچ جزء مکانیکی متحرک جریان پر فشار ورودی را به دو جریان خروجی با فشارهای پایین که یکی گرمتر و دیگری سردتر از جریان ورودی است تقسیم می‌کند. هوای متراکم مطابق شکل ۱ با عبور از یک یا چند شیپوره به صورت کاملاً مماسی به قسمت اصلی دستگاه که شامل یک لوله می‌باشد وارد می‌شود. با ورود مماسی جریان سیال به درون لوله و به دلیل نیروی گریز از مرکز، سیال ورودی در نزدیکی جداره لوله حرکت کرده و باعث ایجاد خلاء نسبی در مرکز لوله در سطح مقطعی از لوله که شیپوره را در بر دارد (صفحه شیپوره‌ها)، می‌گردد. جریان ورودی با حرکت مارپیچ به سمت انتهایی از دستگاه که شیر تنظیم قرار دارد، پیش خواهد رفت زیرا، اولاً فشار پشت شیپوره بیشتر از فشار

را برای شرایط عملکرد نسبت فشار (Pin/PC=6) و قطرهای ۰.۱، ۰.۲، ۰.۳ میلی‌متر گزارش کرده‌اند. همچنین در سال ۲۰۰۶ حمودی [۱۰،۱۵] نیز به منظور یافتن روشی برای سرمایه‌ش میکرو چیپ‌های الکترونیکی لوله گردبادی در مقیاس میکرو را ساخته و مورد آزمایش قرار داد. هدف اصلی او از این بررسی تجربی تاثیر تست فشار پایین و بدست آوردن رینولدز بحرانی در کانال تزریق از رژیم جریان آرام به جریان مغشوش توسعه یافته به منظور تعیین کمینه شرایط عملکردی این دستگاه برای کاربردهای سرمایه‌ش بوده است. علاوه بر این وی تاثیر تست فشار بالا در ورودی بر جدایش دما در نسبت‌های جرمی سرد متفاوت برای لوله گردبادی در مقیاس میکرو و همچنین تاثیر طول لوله و اندازه روزه خروجی سرد را مورد بررسی قرار داده است.

در این تحقیق به منظور درک علل جدایش انرژی و یافتن توزیع فشار، دمای استاتیک، سرعت کل، سرعت چرخشی و سرعت محوری در لوله گردبادی در مقیاس میکرو از دینامیک سیالات محاسباتی به کمک نرم‌افزار فلوئنت استفاده شده است.

۲- بررسی رژیم جریان و معادلات حاکم

در ابتدا به بررسی پیوستگی جریان درون شکاف‌های ورودی به دلیل مقیاس میکرو بودن آن‌ها پرداخته شده است. وقتی مرتبه مسافت آزاد میانگین بین برخوردهای مولکولی از مرتبه‌ی بزرگی یک بعد جسم باشد، فرض پیوسته بودن جریان دیگر معتبر نیست. یکی از پارامترهای بی بعد مهم در جریان‌های رقیق، عدد نودسن است که به صورت نسبت مسافت آزاد میانگین به یک بعد مشخصه تعریف می‌شود، که برحسب عدد ماخ و عدد رینولدز از رابطه ۱ بدست می‌آید [۱۶].

$$kn = \sqrt{\frac{\pi\gamma}{2}} \frac{M_{in}}{Re_{in}} \quad (1)$$

که در آن عدد رینولدز:

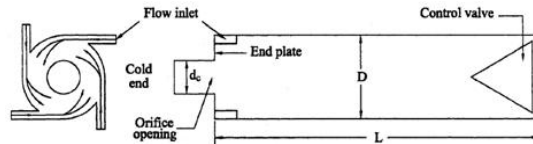
$$Re_{in} = \frac{md_n}{4A\mu} \quad (2)$$

با توجه به جدول ۱ بعد از محاسبه عدد نودسن و به دلیل کوچکتر بودن آن از ۰/۰۰۱ نتیجه می‌شود که رژیم جریان پیوسته بوده و می‌توان از معادلات نوابراستوکس و انرژی با شرط مرزی بدون لغزش استفاده کرد.

جدول انواع رژیم جریان با توجه به عدد نودسن [۱۶]

رژیم جریان	روش محاسبه	محدوده K_n
پیوسته	معادلات نوابراستوکس با شرط مرزی بدون لغزش و بدون پرش	$K_n \leq 0.001$
جریان لغزشی	معادلات نوابراستوکس با شرط مرزی لغزش و پرش، DSMC	$0.001 \leq K_n \leq 0.1$
گذرا	BTE, DSMC	$0.1 \leq K_n \leq 10$
مولکول آزاد	BTE, DSMC	$K_n \geq 10$

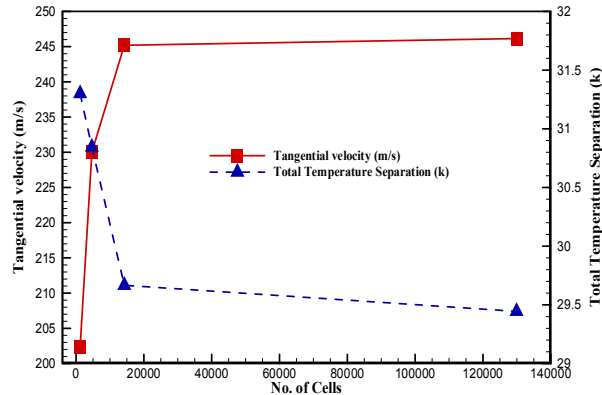
مرکزی جریان شروع به بازگشت نموده و از روزه سرد خارج می‌شود، که همان جریان سرد می‌باشد. از طرف دیگر جریان نزدیک جداره لوله (جریان پیرامونی) از شیر تنظیم عبور کرده و از لوله خارج می‌شود که همان جریان گرم می‌باشد. پدیده تقسیم جریان ورودی به دو جریان سرد و گرم مجزای جدایش دما یا انرژی نامیده می‌شود.



شکل ۱ طراحواره لوله گردبادی [۱]

این وسیله برای اولین بار توسط رانک، فیزیکدان فرانسوی کشف شد [۲]. از آن پس مطالعات و بررسی‌های بیشتری برای تشریح علت پیدایش این پدیده انجام گرفت و محققان در زمینه‌های مختلف کاری به شرح این موضوع پرداختند [۳]. در سال‌های اخیر نیز علاوه بر روش‌های آزمایشگاهی از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی نیز برای درک علل جدایش انرژی در لوله گردبادی و طراحی بهینه این وسیله استفاده شده است. فرولینگزدرف و یونگر [۴] با استفاده از نتایج تجربی برن [۵] و بهره بردن از مدل متقارن محوری به شبیه‌سازی عددی جریان تراکم پذیر و پدیده جدایش انرژی با استفاده از کد CFX و مدل توربولانسی k-ε پرداختند. همچنین آنها برای محاسبه نسبت ویسکوزیته مغشوش به آرام در مدل توربولانسی k-ε از رابطه گزارش شده توسط کیز [۶] استفاده کردند. بهارا و همکارانش [۷] یک مدل عددی سه بعدی برای آنالیز جدایش انرژی توسط کد STAR CD با مدل توربولانسی k-ε RNG انجام داده‌اند. آنها اثر شکل، اندازه و تعداد نازل را بر جدایش دما درون لوله گردبادی بررسی کرده و ضریب عملکرد (COP) را برای لوله گردبادی به عنوان موتور گرمایی و ماشین تبرید محاسبه نمودند. الجویل و همکارانش [۸] از یک مدل دو بعدی با شرط تقارن محوری توسط کد تجاری فلوئنت مکانیزم جدایش انرژی درون لوله گردبادی جریان مخالف را با استفاده از دو مدل توربولانسی Standard k-ε و RNG k-ε بررسی کردند، نتایج آنها حاکی از آن است که مدل k-ε RNG بهتر از مدل Standard k-ε می‌باشد. اسکای و همکارانش [۹] توسط کد تجاری فلوئنت به مدل سازی یک لوله گردبادی تجاری با استفاده از مدل Standard k-ε پرداختند. ایمسا و پرمونگ [۱۰] با استفاده از یک مدل ریاضی و بهره بردن از دو مدل توربولانسی ASM و k-ε به بررسی اثر جدایش دما پرداختند. نتایج کار آنها حاکی از عملکرد بهتر مدل ASM می‌باشد. عامری و بهنیا [۱۱] با در نظر گرفتن جریان لزج و تراکم پذیر به شبیه سازی عددی دو بعدی و سه بعدی لوله گردبادی با مدل اغتشاشی RSM توسط کد فلوئنت پرداختند. آنها اثر نسبت طول به قطر لوله در مقابل کارایی آیزنتروپیکی لوله گردبادی را با نتایج تجربی سعیدی و ولی‌پور [۱۲] مقایسه کردند. دوتا و همکارانش [۱۳] به بررسی تاثیر روش‌های توربولانسی Standard k-ε, RNG k-ε, Standard k-ω و SST k-ω بر یک مدل عددی دو بعدی همراه با شرط تقارن محوری توسط کد تجاری فلوئنت پرداختند. آنها نتایج خود را با نتایج تجربی و عددی بهارا و همکارانش [۷] مقایسه کرده و نتیجه گرفتند که پیش‌بینی جدایش دما توسط مدل‌های Standard k-ε, Standard k-ω و SST k-ω به نتایج تجربی نزدیک‌تر است.

لوله گردبادی در مقیاس میکرو برای اولین بار توسط دایسکین و کرامارنکو [۱۴] ساخته شد. آنها کارایی آدیباتیک بدست آمده از نتایج تجربی



شکل ۱: استفاده از شبکه برای مدل دو بعدی

جدول ۲: ابعاد مورد استفاده در مدل سازی دو بعدی

d_n (mm)	d_c (mm)	D (mm)	L (mm)
0.141	0.55	2	20

۴- شرایط مرزی و روند حل

نتایج تجربی بدست آمده از آزمایشات حمودی [۱۵] برای لوله گردبادی در مقیاس میکرو به عنوان مرجع تجربی استفاده شده است. با توجه به شکل ۲ برای ورودی لوله گردبادی در مقیاس میکرو از شرط دبی جرمی ورودی و دمای سکون استفاده شده است. در مدل دو بعدی سیال ورودی به لوله دارای مولفه شعاعی و مماسی بوده و زاویه‌ی بین بردار سرعت با راستای مماسی $16/62$ درجه می‌باشد. برای خروجی سرد از شرط فشار خروجی که برابر با فشار اتمسفر می‌باشد استفاده شده است. در خروجی گرم نیز شرط مرزی فشار خروجی تعریف شده است، که مقدار آن به گونه‌ای تنظیم شده که کسر سرمای مورد نظر حاصل گردد. دیواره را عایق فرض کرده و شرط عدم لغزش برای آن در نظر گرفته می‌شود. در مدل دو بعدی برای محور لوله نیز شرط مرزی تقارن محوری همراه با چرخش در نظر گرفته شده است.

همانطوری که گفته شد برای حل معادلات حاکم بر جریان داخل لوله گردبادی در مقیاس میکرو از نرم‌افزار فلوئنت استفاده شده است. از الگوریتم SIMPLE برای محاسبه‌ی ارتباط بین فشار و سرعت، همچنین به ترتیب برای انفصال ترمهای جابه‌جایی و درون‌یابی فشار از از طرح‌های SOU_1 و $PRESTO_2$ استفاده شده است. به دلیل تراکم پذیر بودن جریان، خواص گاز ایده‌ال برای تغییرات چگالی هوا در نظر گرفته می‌شود. ظرفیت گرمایی ویژه را ثابت فرض نموده، ویسکوزیته و قابلیت هدایت گرمایی متغیر و بر اساس تئوری سینتیک مدل شده‌اند.

۵- روابط مورد نیاز در تحلیل عملکرد لوله گردبادی

پارامترهای عملکرد لوله گردبادی اطلاعاتی مقدماتی در مورد عوامل موثر بر عملکرد لوله گردبادی را تشریح می‌کنند. که این پارامترهای عملکرد عبارتند از:

۱-۴- دمای سرد بی‌بعد

در لوله گردبادی جریان به دو ناحیه سرعت بالا یکی در ناحیه مرکزی و دیگری سرعت پایین در نزدیکی دیواره (ناحیه محدود شده به دیواره) تقسیم‌بندی می‌گردد. در ناحیه سرعت بالا اغتشاشات نیز بالا بوده بنابراین برای حل مسئله در این ناحیه مدل $k-\epsilon$ بهترین مدل در مقایسه با دیگر مدل‌های توربولانسی می‌باشد. همچنین برای ناحیه محدود به دیواره، سرعت پایین بوده (اغتشاشات کم است) بنابراین مدل $k-\omega$ بهترین انتخاب می‌باشد. برای شبیه‌سازی جریان در این نوع لوله گردبادی از مدل انتقال تنش برشی $(SST\ k-\omega)$ که به وسیله منتر توسعه داده شده استفاده گردیده است. زیرا در مدل $SST\ k-\omega$ مدل استاندارد $k-\omega$ و شکل تبدیل یافته مدل $k-\epsilon$ هر دو در یک تابع آمیختگی ضرب شده و آنگاه دو مدل با یکدیگر جمع و ترکیب می‌شوند. تابع آمیختگی طوری طراحی شده است که در نواحی نزدیک دیواره دارای مقدار یک (که باعث فعال شدن مدل $k-\omega$ در آن نواحی می‌شود) و در نواحی دور از دیواره دارای مقدار صفر (که باعث فعال شدن شکل تبدیل یافته مدل $k-\epsilon$ می‌شود) می‌باشد.

۳- مدل سازی هندسی

در این تحقیق از ابعاد لوله گردبادی در مقیاس میکرو ساخته شده توسط حمودی [۱۵] به عنوان هندسه مدل عددی استفاده شده است. به علت ماهیت پیچیده جریان در این وسیله فقط از ابعاد قسمت لوله اصلی به عنوان مرزهای هندسی برای مدل‌های عددی سه بعدی (شکل ۲) و دو بعدی همراه با شرط تقارن محوری و چرخش استفاده شده است.

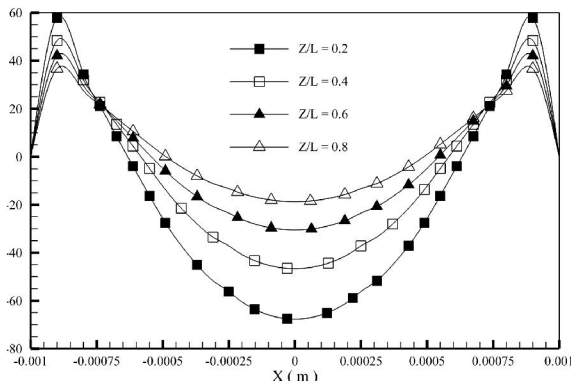
مدل سازی برای لوله گردبادی به طول 20 میلی‌متر، قطر 2 میلی‌متر و قطر ارفیس سرد $1/1$ میلی‌متر صورت گرفته است. در نمونه آزمایشگاهی و مدل سازی سه بعدی جریان از طریق چهار شکاف (نازل) ورودی با سطح مقطع 0.164×0.382 میلی‌متر مربع به صورت مماسی وارد لوله می‌شود. اما در مدل سازی دو بعدی ورودی به صورت کاملاً محیطی مدل سازی شده است، یعنی اندازه شکاف ورودی در مدل دو بعدی به گونه‌ای در نظر گرفته شده که مساحت حاصل از آن با مساحت ورودی کلیه نازل‌های ورودی برابر شود. بنابراین اندازه شکاف ورودی در مدل دو بعدی 0.141 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. همچنین در این مدل روزنه خروجی سرد به گونه‌ای مدل سازی شده که مساحت ایجاد شده از آن با مساحت روزنه خروجی سرد در نمونه آزمایشگاهی برابر شود. جدول ۲ ابعاد مدل دو بعدی را (با توجه به نشانه گذاری داده شده در شکل ۱) ارائه داده است.

جهت مدل‌سازی در نرم افزار نیز آنالیز استقلال از شبکه برای کلیه حالتها صورت گرفته و در این راستا در مدل سازی عددی شبکه‌هایی به صورت سازمان یافته با تعداد سلول 14675 برای مدل دو بعدی و 146500 برای مدل سه بعدی در نظر گرفته شده است. شکل ۳ نمونه ای از استقلال از شبکه برای مدل دو بعدی را نشان می‌دهد.



شکل ۲: مدل سازی سه بعدی لوله گردبادی در مقیاس میکرو

صفر است. برای شعاع $R > 0.75$ سرعت محوری مثبت، نشان دهنده جهت جریان از ورودی به سمت خروجی گرم است که ناحیه پیرامونی نامیده می‌شود و برای شعاع $R < 0.75$ سرعت محوری منفی بیانگر جهت جریان از خروجی گرم به طرف خروجی سرد است که ناحیه مرکزی نامیده می‌شود. در واقع شعاع $R = 0.75$ مرز جدا کننده بین جریان‌های گرم و سرد و مکان هندسی نقطه‌ای از جریان که سیال دارای سرعت محوری صفر و فقط دارای سرعت مماسی است، می‌باشد. شایان ذکر است که سیال دارای سرعت شعاعی بوده ولی مقدار آن در برابر سرعت مماسی و سرعت محوری ناچیز می‌باشد.



شکل ۵ تغییرات سرعت محوری در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف

شکل ۶ نشان دهنده توزیع فشار استاتیکی در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف لوله می‌باشد. با توجه به شکل در شعاع $R < 0.75$ مقدار فشار استاتیکی از انتهای گرم لوله به سمت خروجی سرد کاهش می‌یابد از آنجایی که جریان از نقطه‌ای با فشار بالا به نقطه‌ای با فشار پایین حرکت می‌کند جهت جریان برای این محدوده شعاعی از خروجی گرم به سمت خروجی سرد است و سرعت محوری منفی در این محدوده بیانگر همین مطلب می‌باشد (ناحیه مرکزی). برای شعاع $R > 0.75$ مقدار فشار استاتیکی از ورودی به سمت خروجی گرم کاهش می‌یابد که نشان دهنده جهت جریان از ورودی به خروجی گرم است و سرعت محوری مثبت در این محدوده بیانگر همین مطلب است (ناحیه پیرامونی). در شعاع $R = 0.75$ یک سطح هم فشاری در طول لوله وجود دارد و این همان شعاعی است که سرعت محوری ذرات سیال صفر هستند. بنابراین وجود فشار ثابت در مقاطع مختلف در این شعاع بیانگر وجود ناحیه‌ای جدایی دو جریان گرم و سرد می‌باشد. همانگونه که بیان شد با حرکت از خروجی گرم به طرف صفحه ورودی برای شعاع $R < 0.75$ (ناحیه مرکزی) از مقدار فشار استاتیکی کاسته می‌شود تا اینکه فشار در صفحه ورودی تقریباً به صفر می‌رسد که وجود فشار صفر در نزدیک صفحه ورودی، ایجاد خلأ نسبی بوجود آمده در مرکز گردابه پر قدرت ورودی را نشان می‌دهد. شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب نشان‌دهنده خطوط جریان درون لوله گردبادی برای ناحیه پیرامونی (جریان گرم) و ناحیه مرکزی (جریان سرد) می‌باشند.

در شکل ۹ تغییرات دمای استاتیکی در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف لوله گردبادی در مقیاس میکرو رسم شده است. واضح است که با حرکت از طرف ورودی به خروجی گرم میزان دمای استاتیکی افزایش می‌یابد. علت آن کاهش سرعت مماسی و در نتیجه کم شدن قدرت گردابه و کاهش گردابان شعاعی فشار می‌باشد که موجب گسترده شدن تدریجی جریان گرم از ناحیه پیرامونی در تمام سطح مقطع لوله می‌شود. همچنین تغییرات دمای استاتیکی در راستای شعاعی و نزدیک مقطع ورودی ناشی از وجود گردابان

$$T_c^* = \frac{T_{in} - T_c}{T_{in}} \quad (5)$$

۴-۲- قدرت سرمایش

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_c C_p (T_{in} - T_c) \quad (6)$$

۴-۳- کارایی آیزنتروپیکی

$$\eta_{is} = \frac{T_{in} - T_c}{T_{in} \left[1 - \left(\frac{P_a}{P_{in}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (7)$$

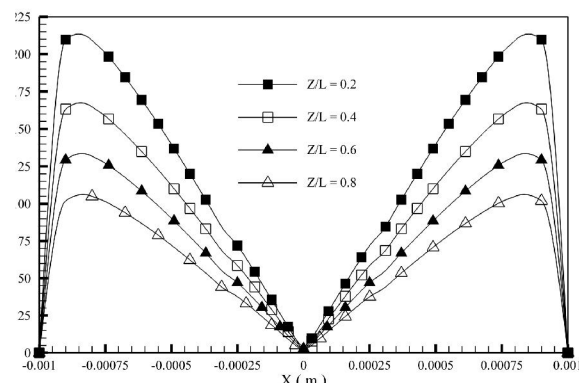
۴-۴- نسبت جرمی سرد

$$y_c = \frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_{in}} \quad (8)$$

۶- نتایج

۵-۱- بررسی میدان جریان درون لوله گردبادی در مقیاس میکرو

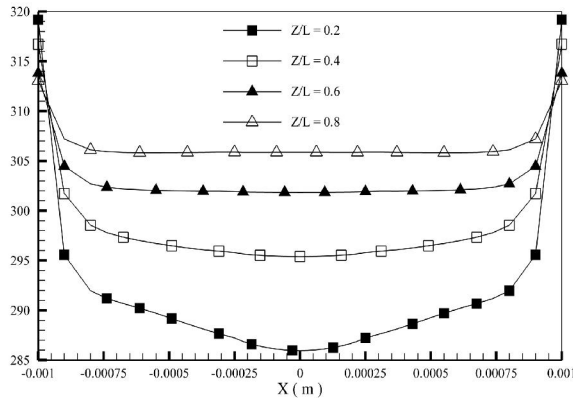
به منظور بررسی میدان جریان از نتایج مدل عددی سه بعدی در صفحه XZ برای فشار ورودی 200 KPa و برای نسبت دبی جرمی سرد 0.58 ، که در آن دمای خروجی سرد بهینه می‌باشد استفاده شده است. در شکل ۴ توزیع سرعت مماسی در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف لوله نشان داده شده است. نزدیک صفحه ورودی سرعت مماسی دارای بیشترین مقدار بوده و هر چه از این صفحه به سمت خروجی گرم پیش می‌رویم به علت وجود اصطکاک در دیواره و بین لایه‌های سیال از مقدار آن کاسته می‌شود. همچنین با حرکت از مرکز لوله به سمت دیواره لوله در راستای شعاعی، سرعت مماسی به صورت خطی تغییر می‌کند ($v_\theta = r\omega$, $\omega = \text{const}$) که در شعاع تقریبی $R = 0.75$ به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد و نشان دهنده وجود ناحیه گردابه اجباری می‌باشد و در محدوده شعاعی بزرگتر از این شعاع، از مقدار سرعت مماسی کاسته می‌شود ($r v_\theta = \text{const}$) که نشان دهنده ناحیه گردابه آزاد (ناحیه محدود شده به دیواره) می‌باشد.



شکل ۴ تغییرات سرعت مماسی در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف

شکل ۵ نمایه سرعت محوری در راستای شعاعی را برای مقاطع مختلف لوله نشان می‌دهد. با توجه به شکل در شعاع $R = 0.75$ مقدار سرعت محوری

جریان (رابطه ۴) نتیجه گرفته می‌شود که اختلاف دمای سکون می‌تواند ناشی از اختلاف دمای استاتیک و یا تغییرات سرعت باشد (با فرض $C_p = cte$).



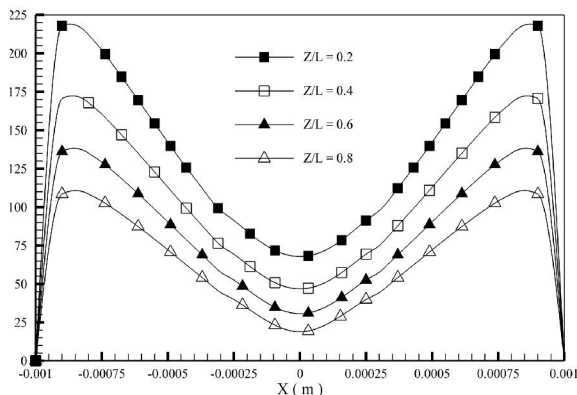
شکل ۹ تغییرات دمای استاتیک در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف

$$h_o = C_p T_o \quad (3)$$

$$T_o = T + \frac{V^2}{2C_p} \quad (4)$$

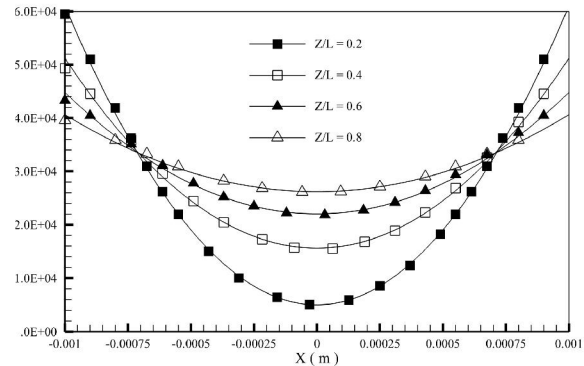
شکل ۱۰ نشان دهنده تغییرات سرعت کل در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف می‌باشد. از طرفی دمای استاتیک در راستای شعاعی به غیر از نزدیک دیواره ثابت می‌باشد. بنابراین طبق رابطه ۴ تغییرات دمای سکون در راستای شعاعی ناشی از تغییرات سرعت می‌باشد. پس جدایش دما در راستای شعاعی به علت ترکیب انبساط شعاعی هوا از دیواره به محور و تغییرات انرژی سینتیک می‌باشد.

با بررسی توزیع سرعت محوری، سرعت چرخشی، سرعت کل، فشار استاتیک و دمای استاتیک درون لوله گردبادی در مقیاس میکرو می‌توان نتیجه گرفت که مکانیزم جدایش انرژی و میدان جریان درون این دستگاه با مکانیزم جدایش انرژی و میدان جریان درون لوله گردبادی بررسی شده توسط عامری و بهنیا [۱۱]، و دوتا و همکارانش [۱۳] مشابه می‌باشد.

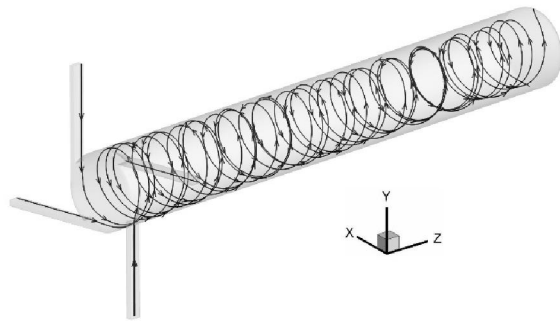


شکل ۱۰ تغییرات سرعت کل در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف

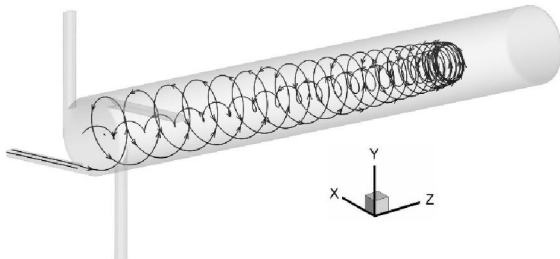
شعاعی فشار (انبساط هوا از دیواره به محور) می‌باشد. اما در فاصله اندک دورتر از مقطع ورودی دیگر شاهد تغییر دمای استاتیک در راستای شعاعی نبوده مگر در نزدیک دیواره به علت وجود گرادیان سرعت کل بالا در نزدیک دیواره (شکل ۱۰) که موجب افزایش اصطکاک بین لایه‌های سیال یا به عبارتی تنش برشی شده و دما افزایش می‌یابد.



شکل ۶ تغییرات فشار استاتیک در راستای شعاعی برای مقاطع مختلف



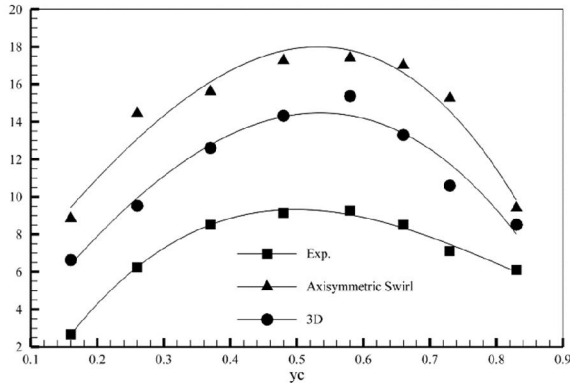
شکل ۷ طرحواره خطوط جریان درون لوله گردبادی در مقیاس میکرو برای ناحیه پیرامونی



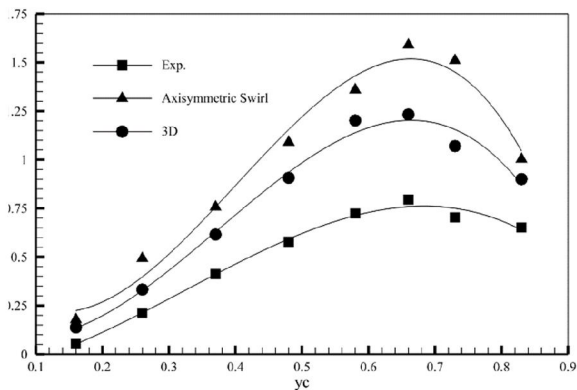
شکل ۸ طرحواره خطوط جریان درون لوله گردبادی در مقیاس میکرو برای ناحیه مرکزی

پس جدایش انرژی در راستای شعاعی ناشی از تغییرات دمای استاتیک نمی‌باشد. این موضوع در شکل ۱۱ رسم شده است. این شکل نشان دهنده تغییرات دمای استاتیک در راستای طولی از لوله گردبادی برای شعاع‌های متفاوت است که بیانگر تغییرات ناچیز دمای استاتیک در راستای شعاعی می‌باشد. در واقع جدایش انرژی ناشی از تغییرات آنتالپی سکون در میدان جریان می‌باشد. آنتالپی سکون عبارت است از مجموع آنتالپی استاتیک و انرژی سینتیک. دمای استاتیک از آنتالپی استاتیک و دمای سکون از آنتالپی سکون محاسبه می‌شوند. رابطه ۳ نشان دهنده ارتباط بین دمای سکون و آنتالپی سکون می‌باشد که می‌توان نتیجه گرفت اختلاف آنتالپی سکون موجب اختلاف دمای سکون می‌شود. از رابطه دمای سکون با دمای استاتیک و سرعت

همچنین با توجه به نتایج عددی و آزمایشگاهی [۱] با افزایش γ_c مقدار قدرت سرمایش افزایش می‌یابد و بیشینه قدرت سرمایش در $\gamma_c = 0.165$ اتفاق می‌افتد که نتایج حاصل از این قسمت برای لوله گردبادی در مقیاس میکرو در مقایسه با نتایج تجربی و عددی اسکای و همکارانش [۹] برای لوله گردبادی مرسوم مطابقت خوبی دارد.



شکل ۱۳ تغییرات کارایی آیزنتروپیک برحسب نسبت جرمی سرد حاصل از نتایج عددی و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی [۱۵]



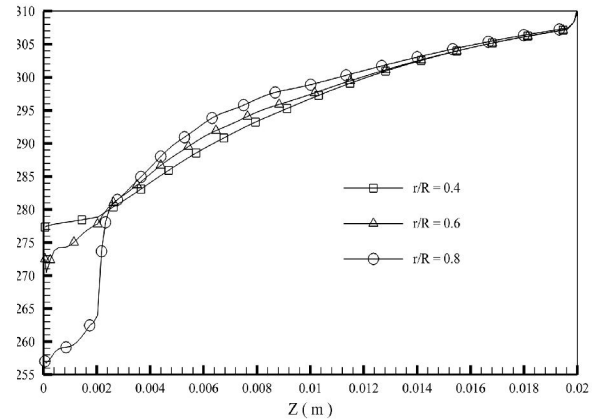
شکل ۱۴ تغییرات قدرت سرمایش برحسب نسبت جرمی سرد حاصل از نتایج عددی و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی [۱]

۷- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

نتایج حاصل از مدل‌سازی سه بعدی مطابقت بهتری را نسبت به مدل دو بعدی در ارزیابی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. استفاده از شرط مرزی تقارن محوری تا حد زیادی سه بعدی بودن جریان را ارضاء می‌کند اما اثرات نازل ورودی در تحلیل را در نظر نمی‌گیرد بنابراین از آنجایی که هزینه محاسباتی مدل‌سازی دو بعدی خیلی کمتر از مدل‌سازی سه بعدی می‌باشد می‌توان از آن برای بررسی‌های اولیه استفاده کرد ولی برای طراحی دقیق این وسیله مدل‌سازی سه بعدی به همراه مدل‌های توربولانسی دقیق‌تر پیشنهاد می‌شود.

۸- فهرست علائم

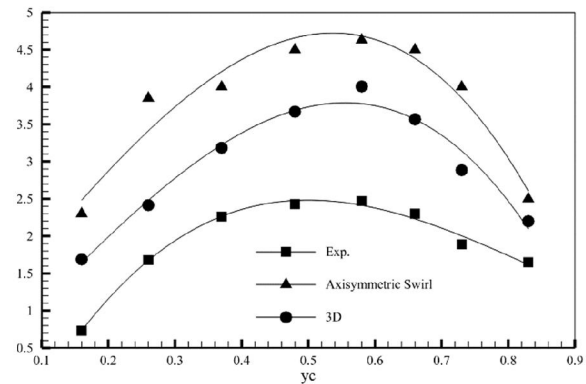
A	m^2	مساحت سطح مقطع نازل ورودی،
C_p	$J.Kg^{-1}.K^{-1}$	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت،
D	m	قطر لوله گردبادی،



شکل ۱۱ تغییرات دمای استاتیک در راستای طولی برای شعاع‌های مختلف

۵-۲- مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی

با توجه به شکل ۱۲ نتایج حاصل از مدل‌سازی دو بعدی و سه بعدی به ترتیب مقدار دمای سرد بی بعد را به میزان ۲٪ و ۱٪ بیشتر از نتایج آزمایشگاهی [۱۵] پیش‌بینی می‌کند. نتایج مدل‌سازی سه بعدی به نتایج تجربی نزدیک‌تر بوده و بیشینه اختلاف حاصل از دمای سرد بین مدل دو بعدی و سه بعدی ۰.۰۶٪ می‌باشد. با افزایش γ_c مقدار دمای سرد بی‌بعد افزایش یافته و در $\gamma_c = 0.58$ به مقدار بهینه خود می‌رسد و با افزایش بیشتر γ_c از این مقدار میزان دمای سرد بی‌بعد کاهش می‌یابد که با نتایج آزمایشگاهی [۱۵] مطابقت دارد.



شکل ۱۲ تغییرات دمای سرد بی‌بعد برحسب نسبت جرمی سرد حاصل از نتایج عددی و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی [۱۵]

مقادیر کارایی آیزنتروپیک برحسب نسبت‌های جرمی سرد مختلف در شکل ۱۳ رسم گشته‌اند. نتایج مدل‌سازی سه بعدی به نتایج تجربی نزدیک‌تر بوده و ماکزیمم اختلاف حاصل از کارایی آیزنتروپیک بین مدل دو بعدی و سه بعدی ۲٪ می‌باشد. با توجه به نتایج عددی و آزمایشگاهی [۱۵] با افزایش γ_c مقدار کارایی آیزنتروپیک افزایش یافته و در $\gamma_c = 0.58$ به مقدار بیشینه خود می‌رسند که مقادیر γ_c بیشینه حاصل از این قسمت با دمای سرد بی‌بعد یکسان می‌باشد.

شکل ۱۴ نشان دهنده قدرت سرمایش برحسب نسبت‌های جرمی سرد مختلف می‌باشد. نتایج عددی قدرت سرمایش را بیشتر از نتایج آزمایشگاهی [۱] پیش‌بینی می‌کند ولی مطابقت خوبی را نشان می‌دهد.

- [13] Dutta, T. Sinhamahapatra K. Bandyopdhyay, S. 2010 "Comparison of different turbulence models in predicting the temperature separation in a Ranque-Hilsch vortex tube", International Journal of Refrigeration.
- [14] Dyskin, L., Kramarenko, P., 1984, "Energy characteristics of vortex microtubes." Journal of Engineering Physics and Thermophysics 47(6): 1394-1395.
- [15] Hamoudi, A., Fartaj, A., Rankin, G.W., 2008 "Performance Characteristics of a Microscale Ranque-Hilsch Vortex.", J. Fluids Eng. 130 (10).
- [16] Zhang, Z., 2007. Nano/microscale heat transfer, McGraw-Hill Professional

d_c	m	قطر اریفیس،
d_n	m	قطر هیدرولیکی نازل ورودی،
h	$J.Kg^{-1}$	انتالپی،
K_n		عدد نودسن
L	m	طول لوله گردبادی،
M		عدد ماخ
\dot{m}	$Kg.s^{-1}$	دبی جرمی،
P	Pa	فشار،
\dot{Q}_c	W	قدرت سرمایش،
R	m	شعاع لوله گردبادی،
r	m	تغییرات شعاع لوله،
Re		عدد رینولدز
T	K	دما،
V	$m.s^{-1}$	سرعت کل،
y_c		نسبت جرمی سرد
X, Y, Z	m	مولفه‌های مختصات عمومی،
		علائم یونانی
γ	C_p/C_v	نسبت گرمای ویژه،
η_{is}		کارایی آیزنتروپیک
μ	$Kg.m^{-1}.s^{-1}$	لزجت دینامیکی،
		ژبرنویس
a		اتمسفر
c		خروجی سرد
h		خروجی گرم
in		ورودی
o		سکون

۹- مراجع

- [1] Hamoudi, A., 2006. "An Investigation of Micro-Scale Ranque-Hilsch Vortex Tube," MS thesis, Mechanical, Automotive and Materials Engineering Dept., University of Windsor, Windsor, Canada.
- [2] Ranque, G., 1932. "Method and Apparatus for Obtaining From a Fluid Under Pressure Two Currents of Fluids at Different Temperatures," U.S. Patent No. 1.952,281.
- [3] Eiamsa-ard, S., Promvong, P., 2008. "Review of Ranque-Hilsch effects in vortex tubes" Renewable & sustainable energy reviews, 12, 1822-1842.
- [4] Fröhlingdorf, W., Unger, H., 1999. "Numerical investigations of the compressible flow and the energy separation in the Ranque-Hilsch vortex tube". International Journal of Heat and Mass Transfer, 42 415-422.
- [5] Bruun, H., 1969. "Experimental investigation of the energy separation in vortex tubes (State and velocity distribution measurements for air in counter flow vortex tube to determine axial variation of flow quantities)". Journal of Mechanical Engineering Science, 11, 567-582.
- [6] Keyes Jr, J., 1960. "An experimental study of gas dynamics in high velocity vortex flow". in, pp. 31-46.
- [7] Behera, U., Paul, P., Kasthuriengan, S. Karunanithi, R., Ram, S. Dinesh, K., Jacob, S., 2005. "CFD analysis and experimental investigations towards optimizing the parameters of Ranque-Hilsch vortex tube". International Journal of Heat and Mass Transfer, 48, 1961-1973.
- [8] Aljuwayhel, N., Nellis, G., Klein, S., 2005 "Parametric and internal study of the vortex tube using a CFD model". International Journal of Refrigeration, 28, 442-450.
- [9] Skye, H., Nellis, G., Klein, S.A., 2006. "Comparison of CFD analysis to empirical data in a commercial vortex tube." International Journal of Refrigeration 29(1):71-80
- [10] Eiamsa-ard, S., Promvong, P., 2007. "Numerical investigation of the thermal separation in a Ranque-Hilsch vortex tube" International Journal of Heat and Mass Transfer, 50 821-832.
- [11] Ameri, M. Behnia, B., 2009. "The study of key design parameters effects on the vortex tube performance". Journal of Thermal Science, 18 370-376.
- [12] Saidi, M. Valipour, M., 2003 "Experimental modeling of vortex tube refrigerator". Applied Thermal Engineering, 23 1971-1980.