پائیز ۱۳۹۴/ سال هشتم/ شماره سوم

فصلنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک جامدات

www.jsme.ir

فصلنامه علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک جامدات

ارتعاشات دو صفحه گرافنی حاوی ذره، کوپل شده توسط محیط الاستیک بر اساس تئوری‌های کلاسیک و میندلین با در نظر گرفتن اثرات سطح

محمد هاشمیان[1،*]

* نویسنده مسئول: Hashemian@iaukhsh.ac.ir

چکیده

در این تحقیق ارتعاشات دو نانو صفحه‌ی گرافنی کوپل شده به یکدیگرمورد بررسی قرار گرفته است. نانوصفحات توسط محیط الاستیک پاسترناک به یکدیگر مرتبط شده‌اند. از تئوری‌های ورق کلاسیک و میندلین برای مدل‌سازی نانوصفحات استفاده شده است. بر روی نانوصفحه‌ی بالایی جرمی قرار دارد. روابط حاکم بر اساس روش انرژی و اصل همیلتون بدست آمده و با در نظر گرفتن تئوری‌های اثرات تنش سطح و ارینگن ، بصورت غیرموضعی بیان شده‌اند. با استفاده از روش گالرکین نمودارهای فرکانس بر اساس پارامتر مقیاس کوچک رسم شده و تأثیر پارامترهایی چون جرم متحرک، اثرات سطح و ... بحث شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که با در نظر گرفتن اثرات سطح، فرکانس سیستم افزایش می‌یابد، همچنین اجرام سنگین‌تر دور از تکیه‌گاه‌ها، کاهش فرکانس را در بر دارند.

واژه‌های کلیدی

ارتعاشات، صفحه گرافنی، تئوری کلاسیک، تئوری میندلین، اثرات سطح، سیستم کوپله

[1] - استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی‌شهر، اصفهان، ایران

۱- مقدمه

در مقیاس میکروسکوپی، ترکیبی از پروتون‌ها، نوترون‌ها و الکترون‌ها را می‌توان مشاهده کرد. در این مقیاس ماده یک توزیع ناپیوسته در فضای سه بعدی دارد. اما در مسایل مهندسی مکانیک، نیروها بر کل جسم اعمال می‌شود که شامل یک سطح بسیار بزرگتر از ذرات انفرادی است حتی در جسمی که کاملاً فضای اشغال شده را پر نکرده است، از ترکیب مجزای جسم صرفنظر نموده، فرض می‌شود جسم در تمامی فضایش توزیع شده است. بنابراین، نانوساختارها را با استفاده از مدل مکانیک محیط پیوسته می‌توان بصورت پوسته‌ی یکنواختی در نظر گرفت.

در سال ۲۰۰۱، رو [۱] کمانش نانولوله‌ی کربنی دو جداره را با استفاده از مدل الاستیک بررسی کرد. از آنجا که سهم اصلی نیروی واندروالس بر نانولوله‌ی خارجی از اتم‌های مجاور در نانولوله داخلی حاصل می‌شود، این لایه‌ها را بصورت صفحات موازی و تخت در نظر می‌توان گرفت. تمایز اصلی بین مدل محیط پیوسته کلاسیک و مدل محیط پیوسته غیرموضعی این است که در مکانیک محیط پیوسته کلاسیک فرض می‌شود که مقدار تنش در یک نقطه وابسته به مقدار کرنش در همان نقطه است؛ درحالیکه در مدل مکانیک محیط پیوسته غیرموضعی، تنش در یک نقطه به صورت تابعی از مقدار کرنش در همه نقاط یک جسم فرض می‌شود. این تئوری اصلاح کننده، حاوی اطلاعاتی در مورد نیروهای بین اتم‌هاست و مقیاس اندازه‌ی داخلی به عنوان پارامتر ماده در معادلات ساختاری وارد می‌شود [۲].

صالحی‌خجین و جلیلی [۳] کمانش کامپوزیت پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های کربنی را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق کامپوزیت استفاده شده دارای خاصیت پیزوالکتریک بوده و تحت بارگذاری ترکیبی ترمو الکترو مکانیکی قرار گرفته است.

مصلایی و همکاران [۴]، کمانش پیچشی ترمو الکترومکانیکی پوسته‌ی استوانه‌ای پلیمری تقویت شده با نانولوله‌های نیترید بور را مورد بررسی قرار دادند. پوسته پلیمری در نظر گرفته شده در این تحقیق دارای یک هسته‌ی الاستیک است. نتایج نشان می‌دهند که بازای تقویت بیشتر هسته‌ی الاستیک، بار بحرانی کمانش پیچشی افزوده می‌شود.

وانگ [۵] اثر پدیده انرژی سطح را بر سختی نانوفنر مورد بررسی قرار داد. مدول یانگ قسمت هسته‌ی فنر و سطح جانبی فنر یکسان نمی‌باشند و این مطلب در مورد مدول یانگ برشی نیز صادق است.

لِی و همکاران [۶] ، اثر سطح را بر فرکانس ارتعاشات نانولوله‌ی کربنی دوجداره مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق از مدل تیر تیموشنکو غیرموضعی استفاده شده است.

وانگ [۷] اثر پارامتر سطح را بر کمانش نانوتیر دارای جریان سیال مورد مطالعه قرار داد. در این مقاله از روش تحلیلی برای تعیین بار کمانش استفاده شده است. سیمیسک که تحقیقات گسترده‌ای را بر روی نانوساختارهای با جرم متحرک انجام داده است، اثرات غیرموضعی را بر ارتعاشات اجباری یک سیستم متشکل از دو نانولوله‌ی کربنی دوجداره که بصورت الاستیک به یکدیگر مربوط شده‌اند انجام داد[۸].

قربان‌پور و همکاران [۹] ارتعاشات نانولوله‌ی تک‌جداره‌ی نیتریدبور حاوی ذره‌ی متحرک را مطالعه کردند. برای مدلسازی نانولوله از تئوری اویلر- برنولی استفاده شده است. با توجه به خواص پیزوالاستیسیته نیترید بور، نتایج نشان می-

دهد که فرکانس نانولوله وابسته به میدان الکتریکی وارده است.

نانوصفحات گرافنی می‌توانند به عنوان یک حسگر مورد استفاده قرار گیرند. شِن و همکاران [۱۰]، این حسگر را براساس تئوری صفحه‌ی کرشهوف مورد بررسی قرار دادند. در این مدلسازی نانوصفحه‌ی گرافنی بصورت یک نانوصفحه‌ی مستطیلی که یک جرم موضعی را تحمل می-کند، مدلسازی شده و فرکانس‌های طبیعی بر اساس روش گالرکین استخراج شده‌اند.

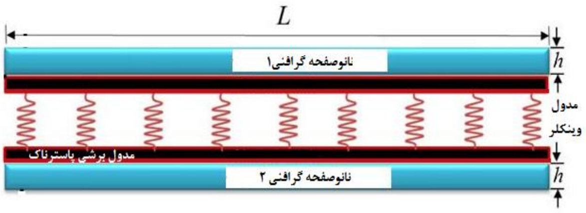
قربان‌پور و همکاران [۱۱]، ارتعاشات غیرموضعی سیستم کوپله‌ای متشکل از صفحات گرافنی دولایه را مطالعه نمودند. صفحات گرافنی در این تحقیق بصورت ارتوتروپیک در نظر گرفته شده‌اند. نتایج بیانگر افزایش فرکانس سیستم مذکور در مقایسه با تک‌لایه صفحه‌ی گرافنی می‌باشد.

قربان‌پور و همکاران [۱۲]، کمانش نانوصفحه‌های گرافنی را بر اساس تئوری میندلین مورد بررسی قرار دادند. نانوصفحات تحت میدان الکتریکی در راستای ضخامت قرار دارند. در این تحقیق بر اساس شرایط مرزی مختلف بار بحرانی کمانش محاسبه شده است.

در این مطالعه، بر اساس اصل همیلتون روابط موضعی صفحات تعیین شده و با ترکیب این روابط با روابط غیرموضعی ارینگن و سطح، روابط حاکم غیرموضعی بدست می‌آیند.

۲- شماتیک مسأله

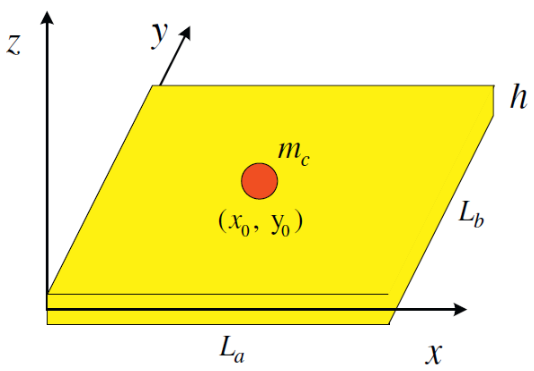
دو صفحه‌ی گرافنی موازی را در نظر بگیرید، این دو صفحه توسط محیطی الاستیک مطابق شکل (۱) به یکدیگر کوپل شده‌اند. همانگونه که در شکل بیان شده است، محیط ارتباط دهنده این صفحات اثرات فنری (وینکلر) و برشی (پاسترناک) بر آنها اعمال می‌دارد.



شکل (۱) صفحات گرافنی کوپل شده توسط محیط الاستیک

روی نانو صفحه گرافنی بالایی یک ذره در ابعاد نانو که می‌تواند در نقش ویروس یا باکتری باشد، حرکت می‌کند. این ذره، عامل اصلی ارتعاشات این سیستم کوپله است.

صفحه‌ای مستطیل شکل را در نظر بگیرید که محورهای x و y دو محور متعامد داخل صفحه‌ای و محور z عمود بر صفحه اختیار شده است. جابه‌جایی در راستای محورهای x، y و z بترتیب با u، v و w نمایش داده می‌شود (شکل(۲)).



شکل(۲) ذره واقع بر نانوصفحه‌ی بالایی [۱۰]

۳-بدست آوردن روابط موضعی حاکم

در این قسمت روابط حاکم بر نانوصفحات کوپل شده فوق بر اساس تئوری‌های کلاسیک و میندلین بدست می‌آید.

۳-۱- میدان جابه‌جایی

این میدان بر اساس تئوری کلاسیک به صورت،

$$u(x,y,z,t)=u_0-z\,\frac{\partial w_0}{\partial x},\quad v(x,y,z,t)=v_0-z\,\frac{\partial w_0}{\partial y},\quad w(x,y,z,t)=w_0(x,y,t), \tag{۱}$$

و براساس تئوری میندلین به صورت،

$$u(x,y,z,t)=z\,\psi_x(x,y,t),\quad v(x,y,z,t)=z\,\psi_y(x,y,t),\quad w(x,y,z,t)=w_0(x,y,t). \tag{۲}$$

که در این روابط، u_0، w_0 و v_0 بیانگر جابه‌جایی‌های لایه‌ی میانی ، t بیانگر زمان و ψ_x و ψ_y چرخش سطح مقطع را نمایش می‌دهند.

۳-۲- میدان کرنش

با مشتق گیری از مؤلفه‌های میدان جابه‌جایی به میدان کرنش می‌توان دست یافت. این میدان برای تئوری کلاسیک به صورت،

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\frac{\partial u_0}{\partial x}-z\,\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}+\frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial x})^2\\ \frac{\partial v_0}{\partial y}-z\,\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}+\frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial x})^2\\ \frac{\partial u_0}{\partial y}+\frac{\partial v_0}{\partial x}-2z\,\frac{\partial^2 w_0}{\partial x\,\partial y}+\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}\end{Bmatrix}, \tag{۳}$$

و برای تئوری میندلین از قرار زیر تعیین می‌شود.

$$\varepsilon_{xx}=z\,\frac{\partial\psi_x}{\partial x},\ \varepsilon_{yy}=z\,\frac{\partial\psi_y}{\partial y},\quad \gamma_{yz}=\frac{\partial w_0}{\partial y}+\psi_y,\ \gamma_{xz}=\frac{\partial w_0}{\partial x}+\psi_x,\quad \gamma_{xy}=z\,(\frac{\partial\psi_x}{\partial y}+\frac{\partial\psi_y}{\partial x}). \tag{۴}$$

که ε_{xx}و ε_{yy} کرنش‌های عمودی و γ_{xy}، γ_{xz}و γ_{yz} کرنش‌های برشی را نمایش می‌دهند.

۳-۳- روش انرژی

برای اعمال روش انرژی نیاز به محاسبه انرژی‌های مختلف از جمله انرژی کرنشی (U)، انرژی جنبشی (K) و انرژی محیط الاستیک و ذره‌ی متحرک است. انرژی کرنشی عبارتست از:

$$U=\frac{1}{2}\int_v \sigma_{ij}\,\varepsilon_{ij}\,dv, \tag{۵}$$

که براساس تئوری کلاسیک و میندلین به ترتیب به صورت روابط (۶) و (۷) ساده می‌شود.

$$U=\frac{1}{2}\int_A\Bigg(N_{xx}\left[\frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial x})^2\right]+N_{yy}\left[\frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial y})^2\right]-M_{xx}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\right]-M_{yy}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\right]+N_{xy}\left[\frac{1}{2}(\frac{\partial w_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial y})\right]-M_{xy}\left[\frac{\partial^2 w_0}{\partial x\,\partial y}\right]\Bigg)dxdy. \tag{۶}$$

$$U=\frac{1}{2}\int_{\Omega_0}\Bigg(M_{xx}\,\frac{\partial\psi_x}{\partial x}+M_{yy}\,\frac{\partial\psi_y}{\partial x}+M_{xy}\left(\frac{\partial\psi_x}{\partial y}+\frac{\partial\psi_y}{\partial x}\right)+Q_{xz}\left(\frac{\partial w_0}{\partial x}+\psi_x\right)+Q_{yz}\left(\frac{\partial w_0}{\partial y}+\psi_y\right)\Bigg)dxdy, \tag{۷}$$

که در روابط فوق نیروها و گشتاورهای منتجه به صورت زیر تعریف شده‌اند،

$$\left\{(N_{xx},N_{yy},N_{xy}),(M_{xx},M_{yy},M_{xy})\right\}=\int_{-h/2}^{h/2}\left\{\sigma_{xx},\sigma_{yy},\tau_{xy}\right\}(1,z)\,dz,\quad \left\{Q_{xx},Q_{yy}\right\}=K_s\int_{-h/2}^{h/2}\left\{\tau_{xz},\tau_{yz}\right\}dz. \tag{۸}$$

دو صفحه‌ی گرافنی توسط محیط پاسترناک به هم مربوط می‌شوند. در این محیط تأثیر صفحات بر یکدیگر را با فنرهای کششی و برشی می‌توان مدل‌سازی کرد. از طرفی ذره متحرک دارای جرم m_c بوده، با در نظر گرفتن اینرسی ذره، نیروی محیط و ذره برابر خواهد بود با:

$$f=q-(k_w w)+k_g\nabla^2(w), \tag{۹}$$

که k_w و k_g بترتیب ثابت‌های فنری و برشی محیط بوده و q اینرسی ذره است:

$$q\left(x,t\right)=\left\{m_c.\delta\left(x-x_0\right)\delta\left(y-y_0\right).\frac{\partial^2 w\left(x,t\right)}{\partial t^2}\right\}. \quad (۱۰)$$

در این رابطه x_0 و y_0 بیانگر موقعیت ذره بر روی صفحه‌ی گرافنی بوده و δ تابع ضربه می‌باشد. با اعمال اصل همیلتون و جداسازی ضرایب δw_0، $\delta\psi_x$ و $\delta\psi_y$ روابط موضعی حاکم بر اساس تئوری میندلین حاصل می-شود.

۴- بدست آوردن روابط غیرموضعی حاکم با در نظر گرفتن تئوری سطح

سطح نانولوله‌ها نسبت به حجم درونی آنها (بالک) مقدار قابل ملاحظه‌ای است. لایه سطحی بعلت وجود اثرات تنش سطح، خواص مکانیکی متفاوتی نسبت به بالک دارد. در مقیاس میکرو این پدیده بدین صورت توجیه می‌شود که اتم‌های سطحی نسبت به اتم‌های بالک، در شرایط تعادل متفاوتی بوده که این موضوع از انرژی متفاوت این دو قسمت نشأت می‌گیرد؛ به عبارتی لایه سطح چون لایه‌ای با انرژی مشخص بر بالک متصل گردیده است. برای مجزاسازی تنش‌های سطح و تنش‌های بالک، از بالانویس-های s و b استفاده می‌شود.

تنش‌های بالک بر اساس رابطه ارینگن [۲] به شکل غیرموضعی (۱۱) برای تئوری کلاسیک هستند،

$$\begin{aligned}
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{xx}^{nlb}=C_{11}(\varepsilon_{xx})+C_{12}(\varepsilon_{yy})+\frac{\upsilon}{1-\upsilon}\sigma_{zz}\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{yy}^{nlb}=C_{12}(\varepsilon_{xx})+C_{11}(\varepsilon_{yy})+\frac{\upsilon}{1-\upsilon}\sigma_{zz}\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{xy}^{nlb}=2C_{66}\varepsilon_{xy}
\end{aligned} \quad (۱۱)$$

براساس تئوری میندلین علاوه بر تنش‌های غیرموضعی (۱۱) به تنش‌های غیر موضعی زیر نیز نیاز است،

$$\begin{aligned}
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{xz}^{nlb}=2C_{44}\varepsilon_{xz}\,,\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{yz}^{nlb}=2C_{55}\varepsilon_{yz}\,.
\end{aligned} \quad (۱۲)$$

که در این روابط برخلاف تئوری‌های محیط پیوسته کلاسیک، با در نظر گرفتن اثرات سطح، تنش در راستای z قابل توجه بوده و بصورت خطی در ضخامت لایه سطح تغییر می‌کند [۱۳]، همچنین μ اثرات اندازه کوچک را در بر دارد. تنش‌های لایه سطح نیز به صورت غیر موضعی برای تئوری کلاسیک بصورت،

$$\begin{aligned}
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{xx}^{nls}=\tau^s+C_{11}^s(-z\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})+C_{12}^s(-z\,\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}),\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{yy}^{nls}=\tau^s+C_{12}^s(-z\,\frac{\partial^2 w}{\partial x^2})+C_{11}^s(-z\,\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}),\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{xz}^{nls}=\tau^s\,\frac{\partial w}{\partial x},\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{yz}^{nls}=\tau^s\,\frac{\partial w}{\partial y},
\end{aligned} \quad (۱۳)$$

و برای تئوری میندلین،

$$\begin{aligned}
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{xx}^{nls}=\tau^s+C_{11}^s(z\,\frac{\partial \psi_x}{\partial x})+C_{12}^s(z\,\frac{\partial \psi_y}{\partial x}),\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{yy}^{nls}=\tau^s+C_{12}^s(z\,\frac{\partial \psi_x}{\partial x})+C_{22}^s(z\,\frac{\partial \psi_y}{\partial x})\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{xz}^{nls}=\tau^s\,\frac{\partial w}{\partial x},\\
&(1-\mu\nabla^2)\sigma_{yz}^{nls}=\tau^s\,\frac{\partial w}{\partial y},
\end{aligned} \quad (۱۴)$$

هستند. C_{ij} ها بیانگر درایه‌های ماتریس سختی در روابط ساختاری هستند. با ترکیب روابط غیرموضعی (۱۱) – (۱۴) با روابط حاکم کلاسیک (موضعی)، معادلات حاکم بدست می‌آیند.

۵- حل روابط حاکم و محاسبه فرکانس طبیعی

بر اساس روش جداسازی متغیرها، می‌توان درجات آزادی را بر اساس توابع زیر که شرایط مرزی را ارضا می‌کند، جایگذاری کرد،

$$
\begin{aligned}
w_k &= W_k \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right)e^{i\omega t}\\
\psi_{xk} &= \phi_{x1}\cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{L}\right)e^{i\omega t}\\
\psi_{yk} &= \phi_{yk}\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{L}\right)e^{i\omega t}
\end{aligned}
\qquad (۱۵)
$$

که در این روابط، ω فرکانس طبیعی سیستم، m شماره مود طولی و n شماره مود عرضی را نمایش می‌دهد. $k=1,2$ نیز اشاره به دونانوصفحه گرافنی دارد. با جایگذاری رابطه (۱۵) در روابط حاکم غیرموضعی و اعمال روش گالرکین، معادلات حاکم بصورت روابط (۱۶) و (۱۷) بترتیب برای صفحات کلاسیک و میندلین مرتب می‌-شود،

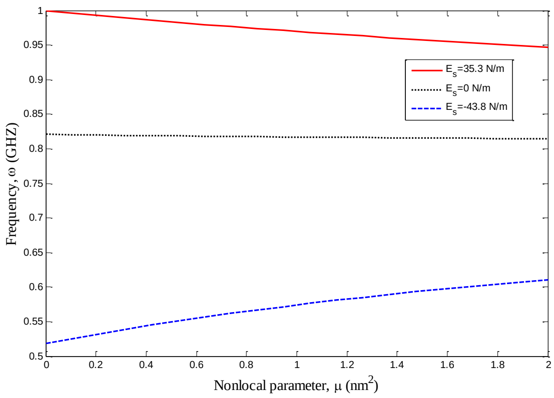
$$
\left(\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12}\\ K_{21} & K_{22}\end{bmatrix}+\omega^2\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12}\\ M_{21} & M_{22}\end{bmatrix}\right)\begin{bmatrix} w_1\\ w_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}, \qquad (۱۶)
$$

$$
\left(\begin{bmatrix}
K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16}\\
K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26}\\
K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36}\\
K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46}\\
K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56}\\
K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66}
\end{bmatrix}
+\omega^2\begin{bmatrix}
M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16}\\
M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26}\\
M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{36}\\
M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} & M_{45} & M_{46}\\
M_{51} & M_{52} & M_{53} & M_{54} & M_{55} & M_{56}\\
M_{61} & M_{62} & M_{63} & M_{64} & M_{65} & M_{66}
\end{bmatrix}\right)
\begin{bmatrix} w_1\\ w_2\\ \phi_{x1}\\ \phi_{x2}\\ \phi_{y1}\\ \phi_{y2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}. \qquad (۱۷)
$$

برای تعیین فرکانس طبیعی کافی است، مقادیر ویژه را تعیین کرد.

۶- نتایج عددی

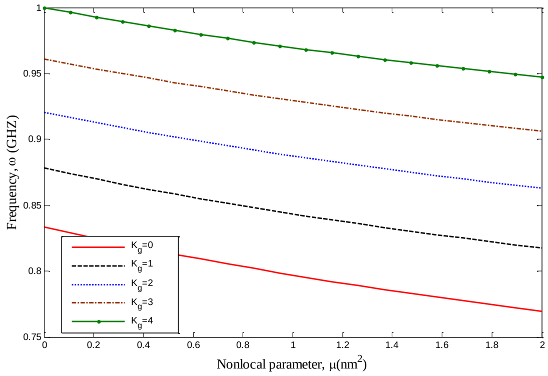
برای ترسیم نمودارهای مرتبط با این تحقیق و مقایسه‌ی آن با مقالات موجود از داده‌های عددی مرتبط به [۱۰] استفاده می‌شود. در تحقیق فوق مدول یانگ نانوصفحه $1.06\,Tpa$، ضریب پواسون $\nu=0.25$، ضخامت نانوصفحه $h=0.34\,nm$ و دانسیته آن $2250\,kg/m^3$ است. در ادامه در مورد منحنی‌های فرکانس بحث می‌گردد و تأثیر پارامترهای مختلف بر آنها مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل (۳)، دیاگرام فرکانس نانوصفحه مدل شده بر اساس تئوری کلاسیک بر حسب پارامتر مقیاس کوچک نمایش داده شده است. در این شکل، سه مقدار برای مدول یانگ سطح در نظر گرفته شده است. می‌توان ملاحظه کرد که با صرفنظر از تئوری تنش سطح $(E_s=0)$، فرکانس نانوصفحه‌ی کلاسیک در محدوده پایین‌تری نسبت به زمانی‌که مدول سطح مثبت در نظر گرفته شده، قرار دارد. چنانچه جسم دارای مدول سطح بیشتری باشد، صلبیت آن بیشتر بوده و در نتیجه فرکانس بیشتری انتظار می‌رود، که این موضوع در شکل (۳) نیز نمایش داده شده است.



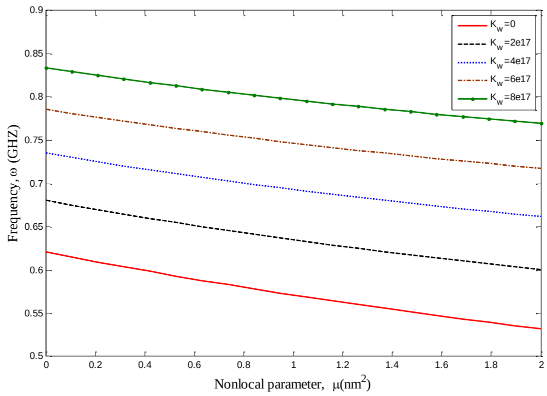
شکل (۳) اثر مدول سطح بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک

در اشکال (۴) و (۵) به‌ترتیب اثرات محیط پاسترناک و وینکلر بر منحنی فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در نانوصفحه‌ی کلاسیک نمایش داده شده است. با دقت در این اشکال می‌توان دریافت که کمترین فرکانس متعلق به حالتی است که نانوصفحه در هیچ محیطی احاطه نشده باشد. هر چه محیط قوی‌تر باشد (ضرایب بزرگتر پاسترناک و وینکلر)، فرکانس سیستم افزایش می‌یابد. با مستحکم‌تر

شدن محیط سختی سیستم بیشتر شده و نتیجه فوق دور از انتظار نیست.

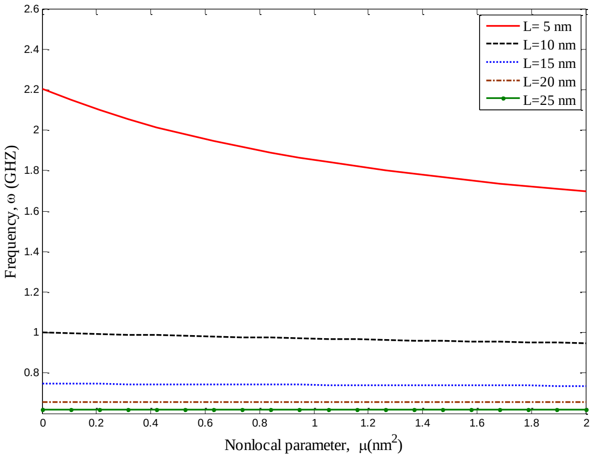


شکل (۴) اثر محیط پاسترناک بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک



شکل (۵) اثر محیط وینکلر بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک

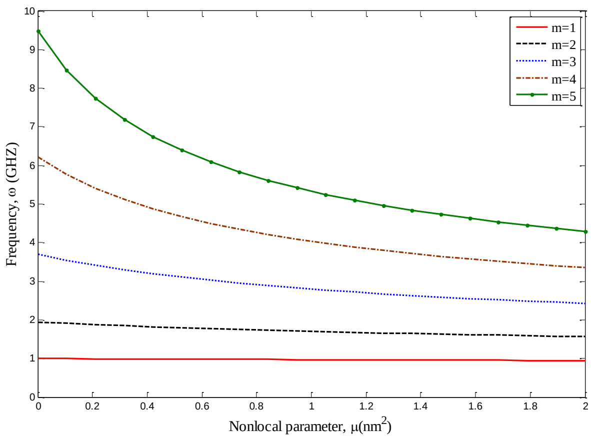
در شکل (۶) اثر ابعاد نانوصفحه $\left(L_a = L_b = L\right)$ بر منحنی فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک، نمایش داده شده است. با افزایش طول نانوصفحات، مقدار فرکانس کاهش یافته است. بازای طول‌های مختلف، افزایش پارامتر مقیاس کوچک باعث کاهش فرکانس شده است؛ این کاهش فرکانس در طول‌های کوتاهتر محسوس‌تر است. از لحاظ فیزیکی با افزایش طول، صلبیت کاهش یافته و کاهش فرکانس قابل توجیه است.



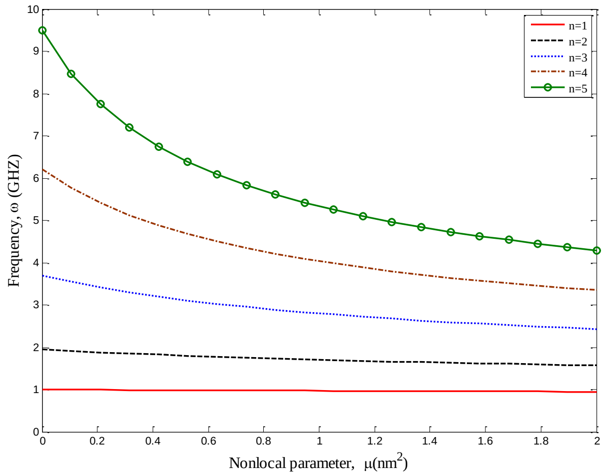
شکل (۶) اثر طول نانوصفحه بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک

در اشکال (۷) تا (۹) اثر مود ارتعاشات بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک نمایش داده شده است. با دقت در این نمودارها، در مودهای بزرگتر، کاهش فرکانس با افزایش پارامتر مقیاس کوچک، محسوس‌تر است.

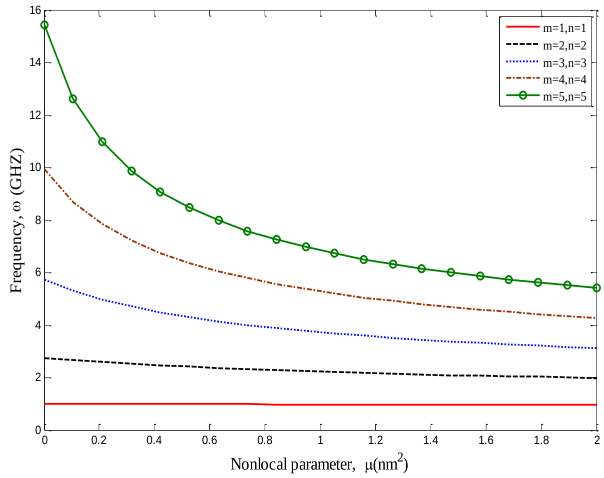
در شکل (۱۰) تأثیر جرم ذره بر منحنی فرکانس نانوصفحه بر حسب پارامتر مقیاس کوچک نمایش داده شده است. چنانچه از جرم متمرکز صرف نظر شود، بیشترین فرکانس برای نانوصفحه مشاهده می‌شود و با افزایش جرم ذره متحرک فرکانس نانوصفحه کاهش می‌یابد.



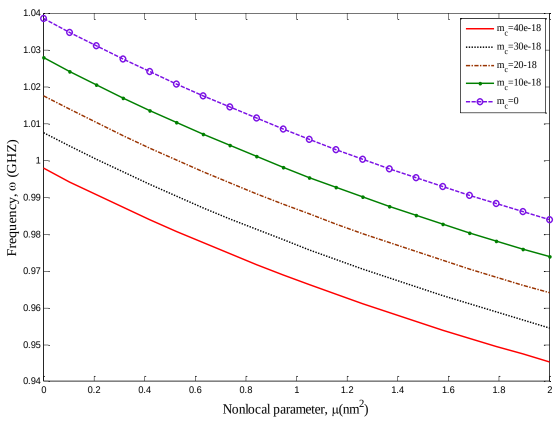
شکل(۷) اثر شماره مود طولی بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک



شکل(۸) اثر شماره مود عرضی بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک

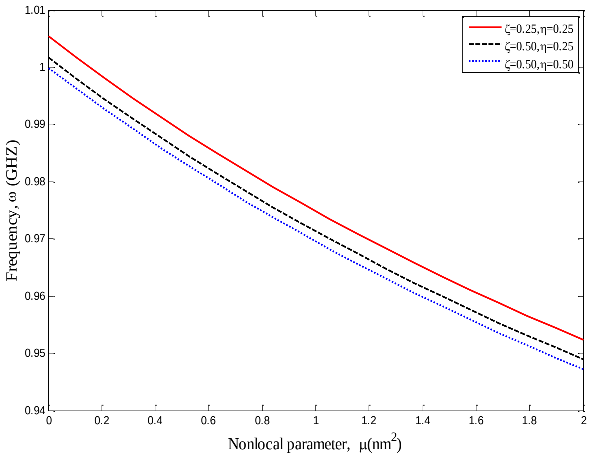


شکل(۹) اثر مود طولی وعرضی بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک



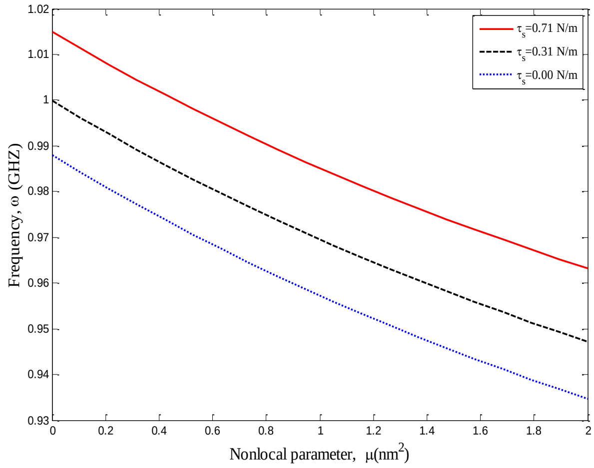
شکل (۱۰) اثر جرم ذره‌ی متحرک بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک

جرم ذره متمرکز به درایه‌های ماتریس جرم افزوده می‌شود و بطور کلی بر اساس مفاهیم ارتعاشات، با افزایش ماتریس جرم، فرکانس طبیعی سیستم کاهش می‌یابد. جرم ذره متمرکز به درایه‌های ماتریس جرم افزوده می‌شود و بطور کلی بر اساس مفاهیم ارتعاشات، با افزایش ماتریس جرم، فرکانس طبیعی سیستم کاهش می‌یابد. موقعیت جرم ذره در شکل (۱۱) بحث شده است. هر چه نانوذره از تکیه‌گاه‌ها دورتر شود، فرکانس کمتری را برای نانوصفحه در بر دارد. در لبه‌های صفحه بدلیل وجود تکیه‌گاهها، کرنش پذیری کمتر بوده و چنانچه ذره در نزدیکی لبه‌ها اعمال شود، تغییرات کمی در صلبیت نانوصفحه ایجاد می‌شود. همانگونه که در این شکل مشخص است زمانی‌که ذره متحرک در وسط صفحه قرار دارد، کمترین فرکانس مشاهده می‌شود. که در شکل فوق، $\zeta = \dfrac{x_0}{L_a}$ و $\eta = \dfrac{y_0}{L_b}$ است.



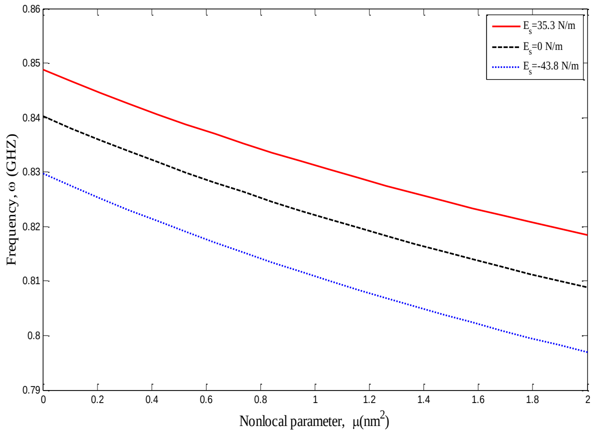
شکل (۱۱) اثر موقعیت ذره بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک

نهایتاً در شکل(۱۲) اثر تنش پسماند سطح بر منحنی تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک نمایش داده شده است. همانگونه که مشخص است هر چه تنش پسماند سطح بیشتر باشد، فرکانس نانوصفحه در محدوده‌ی بالاتری قرار دارد. تنش پسماند حکم یک تنش کششی محبوس در سطح جسم را دارد بنابراین هر چه این مقدار بیشتر باشد، صلبیت بیشتر می‌گردد که این امر در شکل فوق نیز منعکس گردیده است.

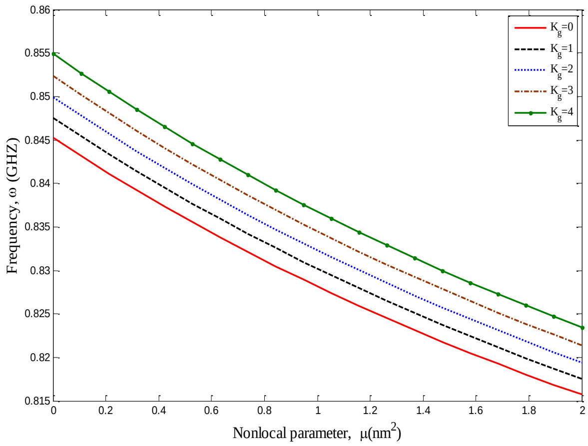


شکل (۱۲) اثر تنش پسماند سطح بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه کلاسیک

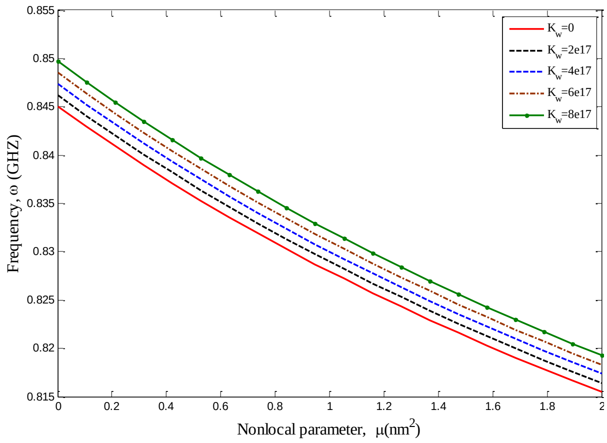
نمودارهای مربوط به نانوصفحه‌ی میندلین در ادامه در اشکال(۱۳) تا (۲۲) آورده شده‌اند. بطور کلی هر پارامتری که باعث افزایش سختی و صلبیت سیستم شود، افزایش فرکانس را در بردارد. به این دلیل با در نظر گرفتن اثرات سطح، نانوصفحه در محدوده‌ی فرکانسی بالاتری قرار می‌گیرد. همچنین مستحکم‌تر شدن محیط پاسترناک و وینکلر افزایش فرکانس را به دنبال دارد. پارامترهای مربوط به جرم ذره و موقعیت ذره در این تحقیق بررسی شدند؛ با افزایش جرم ذره، محدوده‌ی فرکانسی پایین‌تری برای نانوصفحه بدست می‌آید و هرچه نانوذره از تکیه‌گاهها دورتر شود، کاهش فرکانس نانوصفحه انتظار می‌رود.تأثیر ابعاد نانوصفحه نیز نشان داده شده است. افزایش طول نانوصفحه، کاهش فرکانس را در بردارد.



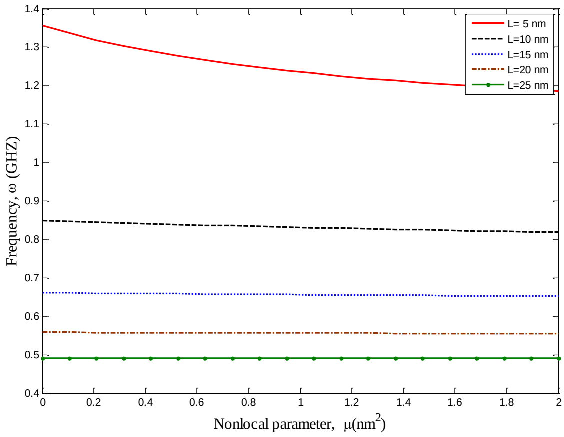
شکل (۱۳) اثر مدول سطح بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



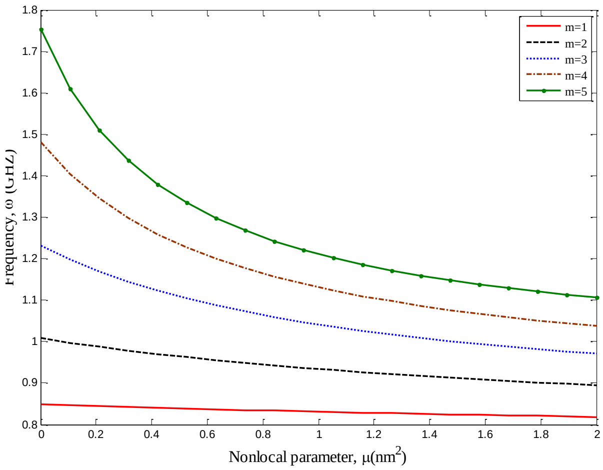
شکل (۱۴) اثر محیط پاسترناک بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



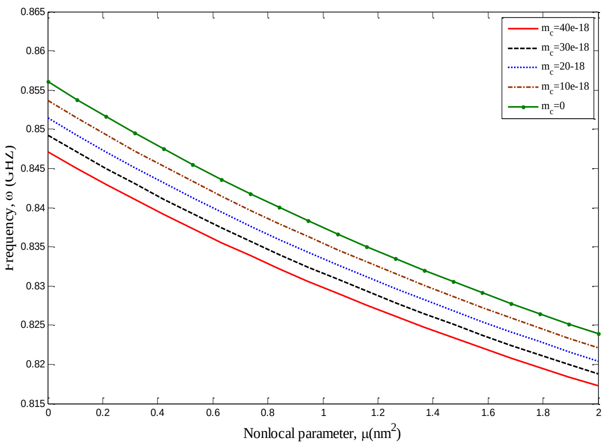
شکل (۱۵) اثر محیط وینکلر بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



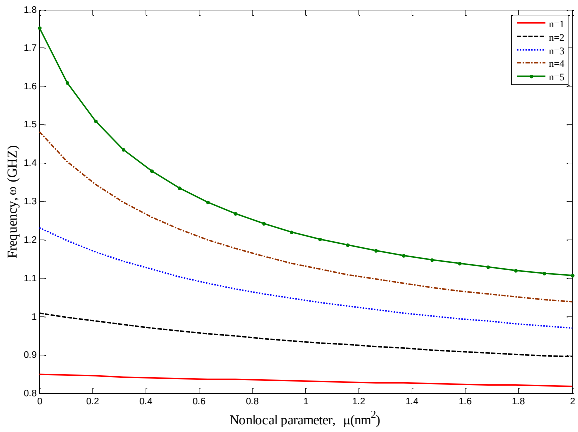
شکل (۱۶) اثر طول نانولوله بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



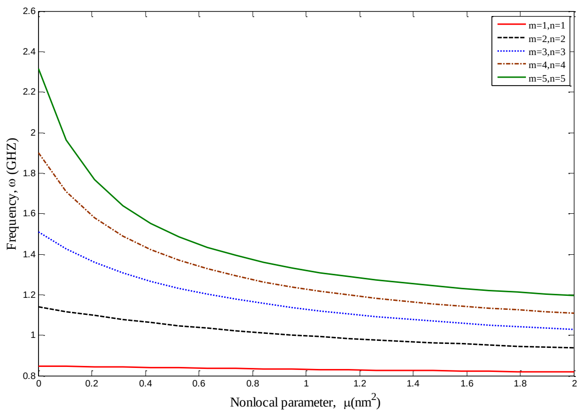
شکل (۱۷) اثر شماره مود طولی بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



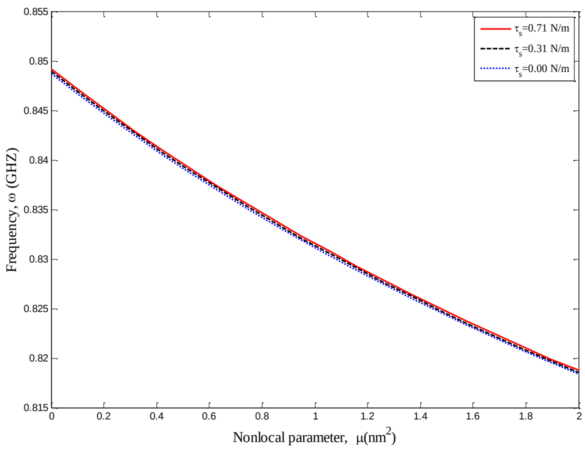
شکل (۱۸) اثر جرم متحرک بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



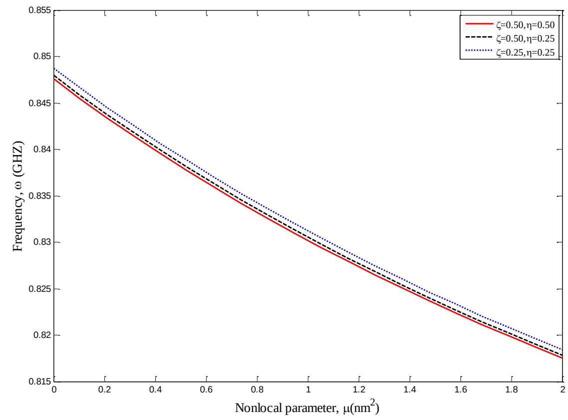
شکل (۱۹) اثر شماره مود عرضی بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



شکل (۲۰) اثر شماره مود طولی و عرضی بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین

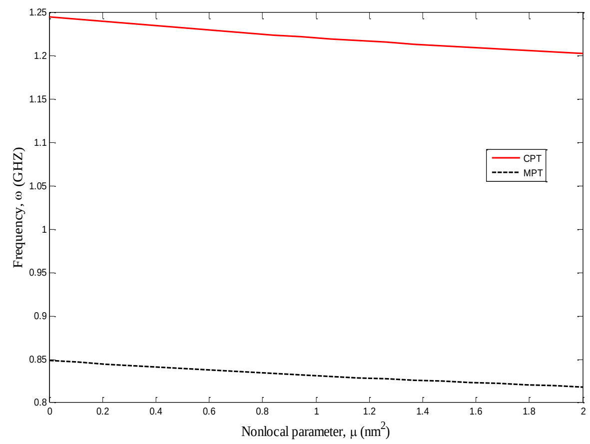


شکل (۲۱) اثر تنش پسماند سطح بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین



شکل (۲۲) اثر موقعیت جرم متحرک بر تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحه میندلین

در شکل (۲۳) بازای پارامترهای ثابت و معینی، فرکانس نانوصفحات کلاسیک و میندلین مقایسه شده است. در این شکل مشخص است که نانوصفحه میندلین در محدوده‌ی فرکانسی پایین‌تری قرار می‌گیرد. چنانچه روابط جابه‌جایی مربوط به این صفحات در نظر گرفته شود، مشخص می‌شود که نانوصفحه‌ی میندلین درجات آزادی بیشتری نسبت به نانوصفحه‌ی کلاسیک در نظر می‌گیرد، بنابراین مدل ارائه شده بر اساس تئوری کلاسیک از صلبیت و سختی بیشتری نسبت به مدل ارائه شده توسط تئوری میندلین برخوردار است.



شکل(۲۳) مقایسه تغییرات فرکانس بر حسب پارامتر مقیاس کوچک در صفحات کلاسیک (CPT) و میندلین (MPT)

۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق ارتعاشات نانوصفحات گرافنی کوپل شده توسط تئوری‌های صفحه کلاسیک و منیدلین مورد بررسی قرار گرفت. بر روی نانوصفحه بالایی، یک جرم متمرکز قرار دارد. روابط حاکم بر اساس روش انرژی و اصل همیلتون بدست آمده و با در نظر گرفتن تئوری‌های سطح و ارینگن بصورت غیرموضعی بیان شده‌اند. بر اساس این تحلیل که اساس کار نانو حسگرها است، نتایج زیر بدست می‌آید:

* غالباً با در نظر گرفتن اثرات مقیاس کوچک، فرکانس سیستم کوپله کاهش می‌یابد.

* با در نظر گرفتن اثرات سطح، فرکانس سیستم کوپله افزایش می‌یابد.

* محیط پاسترناک و وینکلر افزایش فرکانس سیستم کوپله را در بر دارند.

* موقعیت و مقدار جرم متمرکز در ارتعاشات نانوصفحات مؤثر بوده، بگونه‌ای که با افزایش جرم و دور شدن آن از تکیه‌گاه‌ها، فرکانس سیستم کوپله کاهش می‌یابد.

* تئوری میندلین مقدار کمتری را برای فرکانس سیستم کوپله در مقایسه با تئوری کلاسیک پیش‌بینی می کند.

مراجع:

[1] Ru C.Q., Axially compressed buckling of a doublewalled carbon nanotube embedded in an elastic medium, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, 2001, pp. 1265-1279.

[2] Eringen A.C., On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, *Journal of Applied Physics*, vol. 54, 1983, pp. 4703-4710.

[3] Salehi-Khojin A., Jalili N., Buckling of boron nitride nanotube reinforced piezoelectric polymeric composites subject to combined electro-thermo-mechanical loadings, *Composites Science and Technology*, vol. 68, 2008, pp. 1489-1501.

[4] Mosallaie Barzoki A.A., Ghorbanpour Arani A., Kolahchi R., Mozdianfard M.R., Electro-thermo-mechanical torsional buckling of a piezoelectric polymeric cylindrical shell reinforced by DWBNNTs with an elastic core, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, 2012, pp. 2983-2995.

[5] Wang D.-H., Wang G.-F., Influence of surface energy on the stiffness of nanosprings, *Applied Physics Letters*, vol. 98, 2011, pp. 083112-083113.

[6] Lei X.-w., Natsuki T., Shi J.-x., Ni Q.-q., Surface effects on the vibrational frequency of double-walled carbon nanotubes using the nonlocal Timoshenko beam model, *Composites Part B: Engineering*, vol. 43, 2012, pp. 64-69.

[7] Wang L., Surface effect on buckling configuration of nanobeams containing internal flowing fluid: A nonlinear analysis, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, vol. 44, 2012, pp. 808-812.

[8] Şimşek M., Nonlocal effects in the forced vibration of an elastically connected double-carbon nanotube system under a moving nanoparticle, *Computational Materials Science*, vol. 50, 2011, pp. 2112-2123.

[9] Ghorbanpour Arani A., Roudbari M.A., Amir S., Nonlocal vibration of SWBNNT embedded in bundle of CNTs under a moving nanoparticle, *Physica B: Condensed Matter*, vol. 407, 2012, pp. 3646-3653.

[10] Shen Z.-B., Tang H.-L., Li D.-K., Tang G.-J., Vibration of single-layered graphene sheet-based nanomechanical sensor via nonlocal Kirchhoff plate theory, *Computational Materials Science*, vol. 61, 2012, pp. 200-205.

[11] Ghorbanpour Arani A., Shiravand A., Rahi M., Kolahchi R., Nonlocal vibration of coupled DLGS systems embedded on Visco-Pasternak foundation, *Physica B: Condensed Matter*, vol. 407, 2012, pp. 4123-4131.

[12] Ghorbanpour Arani A., Kolahchi R., Vossough H., Buckling analysis and smart control of SLGS using elastically coupled PVDF nanoplate based on the nonlocal Mindlin plate theory, *Physica B: Condensed Matter*, vol. 407, 2012, pp. 4458-4465.

[13] Ansari R., Sahmani S., Surface stress effects on the free vibration behavior of nanoplates, *International Journal of Engineering Science*, vol. 49, 2011, pp. 1204-1215.