

## مدل سازی و تحلیل مودال برای نوسانات تیر IPMC و شبیه سازی به عنوان عملگر

آرش رجایی<sup>۱</sup>، علی مختاریان<sup>۲\*</sup>، مصطفی پیرمردیان<sup>۳</sup>

\* نویسنده مسئول: [mokhtarian@iaukhsh.ac.ir](mailto:mokhtarian@iaukhsh.ac.ir)

### چکیده

هدف این مقاله تحلیل مودال تیر از جنس پلیمر-یونی فلزی است، سپس سیستم را به یک مود با پارامترهای منحصر به فرد خود خلاصه کرده تا در شبیه سازی عملگر به ما کمک کند. در این مقاله ابتدا با استفاده از تحلیل ریاضی و فرم بسته تابع تبدیل سیستم تیر یکسر گیردار، پاسخ دینامیکی آن را به نیروهای ورودی مختلف (متمرکز و پیوسته) محاسبه کرده و برای انواع مختلف سیستم، نقاط تشدید و ضد تشدید را در تحلیل فرکانسی پیدا می شود، سپس با استفاده از آنالیز مودال در سیستم، کل پاسخ آن را در مود پایه خلاصه کرده و پارامترهای فرکانس طبیعی نامیرا و ضریب میرایی در این مود برای سیستم معرفی می شود، سپس تیر یکسر گیردار کامپوزیتی را به عنوان یک عملگر در نظر گرفته می شود که با ولتاژ ورودی، تغییر مکان و نیرو در سر آزاد خود ایجاد می کند که با بررسی پاسخ ها به ورودی ها، رفتار سیستم تحلیل می شود.

### واژه های کلیدی

تحلیل مودال، کامپوزیت پلیمر-یونی فلزی، تیر یکسر گیردار، عملگر، تابع تبدیل، تحلیل دینامیکی

تاریخ ارسال: ۹۵/۰۷/۱۲

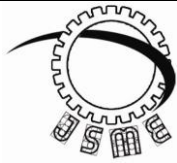
تاریخ بازنگری: ۹۵/۱۰/۱۹

تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۱/۲۸

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مکترونیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر، اصفهان، ایران.

۲- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر، اصفهان، ایران.

۳- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خمینی شهر، اصفهان، ایران.



Journal of  
Solid Mechanics in  
Engineering

# Journal of Solid Mechanics in Engineering

<http://jsme.iaukhsh.ac.ir>



## Modeling and modal analysis to oscillations of IPMC cantilever beam and simulating as an actuator

Arash Rajaei<sup>1</sup>, Ali Mokhtarian<sup>2,\*</sup>, Mostafa Pirmoradian<sup>3</sup>

\* Corresponding Author: [mokhtarian@iaukhsh.ac.ir](mailto:mokhtarian@iaukhsh.ac.ir)

### Abstract:

The purpose of this article is modal analysis of ionic polymer metal composite beams, then briefing the system to the unique parameters to help in up modeling of the actuator. In this paper at first using of Mathematical analysis and Closed form transfer function of cantilever beam dynamic response to the forces of different inputs (intensive and continuous) is calculated and for different types of systems resonance and anti-resonance points in frequency analysis are found, then with using modal analysis of system the entire response is briefed in the basic mode and parameters of un-damped natural frequency and damping coefficient in this mode is to introduced for the system, after the cantilever composite beam considered as an operator with the input voltage, displacement and produces a force on the free end, By observing the behavior of the system, analyzed responses to the inputs.

### Key words:

Modal analysis  
IPMC  
Cantilever beam  
Actuator  
Transfer function  
Dynamics analysis

1- MSc Student, Department of mechanical Engineering, Khomoeinishahr Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

2- Assistant Professor, Department of mechanical Engineering, Khomoeinishahr Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

3- Assistant professor, Department of mechanical Engineering, Khomoeinishahr Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

## ۱- مقدمه

از نیازهای روزافزون صنعت رباتیک استفاده از عضلات و ماهیچه‌های مصنوعی به منظور حذف موتورها و سروو موتورهای محرک بازوهای عملگرهاست که به منظور بهینه کردن وزن و هزینه‌های تولید و همچنین صرف انرژی کمتر برای حرکت عملگرها از کامپوزیت‌های پلیمریونی فلزی استفاده می‌شود، همچنین برای ساده‌سازی و کم کردن هزینه‌های ساخت حسگرها از این کامپوزیت‌ها می‌توان استفاده کرد.

در سالیان اخیر تحقیقات زیادی در زمینه مدلسازی این نوع کامپوزیت انجام شده.

بوچلر و همکارانش [۱] یک نوع فرمولاسیون برای این نوع پلیمرها طراحی کردند که بر مبنای روش گالرکین بود، همچنین بسیاری از مدل‌هایی که بر پایه فیزیک این نوع پلیمرها بود مورد پژوهش قرار گرفت، برای مثال دی گانز و همکارانش [۲] از علم ترمودینامیک و مدل خطی آن برای مطالعه نحوه انتقال در این پلیمرها استفاده کردند، جایی که یک مدل استاتیکی برای مکانیزمهای محرکی و حسگری برای این سازه‌ها در نظر گرفتند.

بر اساس یک مدل میکرو مکانیکی، نعمت ناصر و همکارانش [۸] یک معادل دیفرانسیل جزئی برای نحوه شارژ دینامیکی این پلیمرها ارائه دادند. این مدل توسط فارینهولت و همکارانش [۳] برای ارائه پاسخی برای پاسخ حساسیت شارژ برای یک پلیمر یونی - فلزی یکسر گیردار که تحت تحریک جابجایی انتهای آزادش هست دادند، همچنین با استفاده از همین معادله، چن و همکارانش [۴] یک تابع تبدیل مناسب و بر پایه مشخصات هندسی برای پلیمر یکسر گیردار تحریک شده از سر آزاد در نظر گرفتند که در این مدل اثرات مقاومت سطحی توزیع شده نیز در نظر گرفته شده بود.

پارک و همکارانش [۸] پاسخ تیر اوپلر- برنولی با شرایط مرزی، آزاد- آزاد را که جرم متمرکز با اینرسی چرخشی و عرضی را حمل می‌کند، تحت تراست انتهایی بررسی نمود. همچنین پارک [۹] پایداری تیر تیموشنکوی دو سر آزاد IPMC تحت نیروی تعقیب کننده کنترل شده ثابت را مطالعه نمود. به دلیل دشواری در شبیه سازی تجربی نیروی تعقیب کننده برای یافتن محدوده فلاتر به صورت آزمایشگاهی، فعالیت‌های زیادی انجام نگرفته است. شوگیاما و همکارانش [۱۰] تأثیر میرایی داخلی را روی پایداری تیر دو سر آزاد IPMC تحت تراست انتهایی بررسی کردند. کانو و همکارانش مدلی دینامیکی برای فیلم محرک نازک کامپوزیت پلیمری-ژلی ICPF ارائه کردند [۱۱،۱۲].

مدل شاهین پور و همکارانش [۱۳] بر اساس نظریه تغییر شکل غیرهمگن ژل‌های پلیمری یونی تحت تاثیر میدان الکتریکی، اولین مدلی بود که پیشنهاد شد. این پژوهش بر اساس وجود میدان پی‌اچ توزیعی یون‌ها به همراه شبکه ژلی که یک توزیع یکتا و منحصربه‌فرد را به وجود می‌آوردند به وجود آمده بود. آنها همچنین پیشنهاد دادند که بر طبق تاثیر کاربردی میدان الکتریکی در راستای ضخامت پلیمر، ماده ما دچار خمش می‌شود. ویژگی‌های دینامیکی پلیمر یونی و مدل تحلیل آن توسط کانو و همکارانش پیشنهاد شد [۱۴]. پاسخ به ورودی پله تحت تاثیر ولتاژ ثابت ورودی به سیستم نیز توسط یک تابع تبدیل مرتبه بالا شرح داده شد. کانو و همکارانش [۱۲] همچنین مدلی را پیشنهاد کردند که در آن پلیمرها بصورت شبکه‌ای از المان‌های الکتریکی مقاومت و خازن در نظر گرفته شده بودند. خمش محرک نیز در سه فرایند مرحله‌ای اتفاق می‌افتاد که عبارت بودند از مرحله الکتریکی، مرحله ایجاد تنش و مرحله مکانیکی.

مجرد و همکارانش [۱۵] در تحقیقاتشان، یک مدل الکترومکانیکی را در نظر گرفتند که ویژگی‌های آن وابسته

تحریک نیروی متمرکز در انتهای آزاد و همچنین نیروی گسترده قرارداد و سپس پاسخ تغییر مکان انتهای آزاد بدست می آید. در ادامه می توان به بررسی پاسخ سیستم به ورودی های مختلف نیرویی (متمرکز یا گسترده) پرداخت. سپس تیر یکسر گیردار کامپوزیتی را به عنوان یک عملگر در نظر گرفته که با ولتاژ ورودی، تغییر مکان و نیرو در سر آزاد خود ایجاد می کند. سیستمی که توسط آنالیز به یک مود با پارامترهای منحصر به خود خلاصه شده، اکنون ما را در مدل سازی توابع تبدیل ریاضی برای در نظر گرفتن آن به عنوان محرک کمک می کند.

از مزیت های این روش این است که رفتار یک سیستم پیوسته را در نزدیکی یکی از فرکانس های تشدید، می توان با تقریب بسیار مناسبی با رفتار پاسخ تنها یک مود در آن محدوده فرکانسی برآورد کرد. (به بیانی دیگر، سیستمی با بی نهایت درجه آزادی در محدوده ای از پاسخ فرکانسی شبیه یک سیستم یک درجه آزادی با ویژگی های خاص خود عمل می کند).

## ۲- تحلیل سیستم به روش تابع تبدیل

ابتدا مدل دینامیکی یک تیر کامپوزیتی IPMC یکسر گیردار توسط روش تابع تبدیل آنالیز می شود. و عبارتی تحلیلی و فرم بسته برای دو سیستم مختلف و توابع تبدیل آن ها به دست می آوریم. صفرها و قطب های این توابع نقش بسیار مهمی در رفتار و پایداری سیستم ایفا می کنند. همچنین نقاط تشدید و ضد تشدید نیز به دست آمده اند.

سیستم را تحت تحریک نیروی متمرکز در انتهای آزاد و همچنین نیروی گسترده قرار داده و سپس پاسخ تغییر مکان انتهای آزاد را بدست می آوریم. در ادامه می توان به بررسی پاسخ سیستم به ورودی های مختلف نیرویی (متمرکز یا گسترده) پرداخت.

به تغییر مکان سر آزاد پلیمر بود. تغییر مکان بصورت یک تابع خطی در یک جهت انتخابی و یک تابع توانی چند جمله ای در جهت دیگر توصیف شده بود. ویژگی های ارتعاشات و تشدید این پلیمرها نیز توسط مجرد در نظر گرفته شده اند [۱۶]. آن ها نشان دادند که هر چقدر ولتاژ اعمالی افزایش پیدا کند، بیشینه تغییر مکان در انتهای آزاد نیز تا یک فرکانس بحرانی افزایش می یابد؛ و بعد از آن فرکانس کاهش پیدا می کند. شاهین پور [۱۷] یک مدل ریاضی برای تشریح رفتار پلیمرهای کامپوزیتی یونی ارائه کرد. میزان حساسیت ماده و ویژگی های محرک بودن در امتداد مشخصه های ارتعاشاتی و رزونانسی آن تشریح شدند. مدل الکترومکانیکی خطی دیگری توسط نیوبری و لئواریه شده است [۱۸] که براساس مدار معادل مربوط به مشخصه های مکانیکی، الکتریکی و الکترومکانیکی بیان شده است. مشخصه چشمگیر این بررسی ربط دادن عبارات مربوط به کوپل الکترومکانیکی و ضرایب کرنشی خمش بوده است.

IPMC ها در پاسخ به یک فعال ساز الکتریکی، دچار خمیدگی می شوند. علت این امر نیز حرکت کاتیون ها در شبکه پلیمری است. عمدتاً دو نوع پلیمر نافون (پرفلورو سولفونات محصول شرکت دوپونت) و فلمیون (پرفلورو کربوکسیلات، محصول شرکت آساهی گلاس ژاپن) به عنوان پلیمر پایه برای تولید این کامپوزیت ها استفاده می شود. برای برانگیختن کاتیون های شبکه IPMC و ایجاد یک خمیدگی نیاز به ولتاژهای پایین در محدود ۱-۱۰ ولت و فرکانس های پایین تر از ۱ هرتز است.

باتوجه به تحقیقات پیشین و بررسی روش های استفاده شده در تحلیل این کامپوزیت بر آن شدیم تا به عنوان نوآوری از روش تابع تبدیل با در نظر گرفتن میرایی داخلی بهره ببریم. در این مقاله ابتدا مدل دینامیکی یک تیر کامپوزیتی IPMC یکسر گیردار توسط روش تابع تبدیل آنالیز می شود و عبارتی تحلیلی و فرم بسته برای دو سیستم مختلف و توابع تبدیل آنها بدست می آید. صفرها و قطب های این توابع نقش بسیار مهمی در رفتار و پایداری سیستم ایفا می کنند. همچنین نقاط تشدید و ضد تشدید نیز به دست آمده اند. سیستم را تحت

تابع تبدیل دوم را می توان با مساوی صفر قرار دادن نیروی متمرکز، نسبت خیز انتهایی تیر به نیروی گسترده روی آن در حیطه لاپلاس را به فرم زیر نوشت:

$$G2(L, s) = \frac{Z(L, s)}{U(s)} \quad (۴)$$

ابتدا حالتی را در نظر گرفته می شود که تنها ورودی سیستم نیروی متمرکز نقطه ای در انتهای آزاد تیر باشد. با جای گذاری شرایط مرزی در معادله می توان تغییر مکان هر نقطه از تیر را در حیطه لاپلاس به فرم زیر نوشت:

$$z(x, s) = \frac{-2Q(s)}{EI\lambda^3 D(s)} (\cos(\lambda L) C \cosh(\lambda L - \lambda x) \sin(\lambda x) - \cos(\lambda L - \lambda x) C \cosh(\lambda x) \sinh(\lambda x))$$

تابع تبدیل در انتهای آزاد تیر، عبارتست از:

$$G1(L, s) = \frac{\sinh(2\lambda L) - \sin(2\lambda L)}{EI\lambda^3 D(s)} \quad (۶)$$

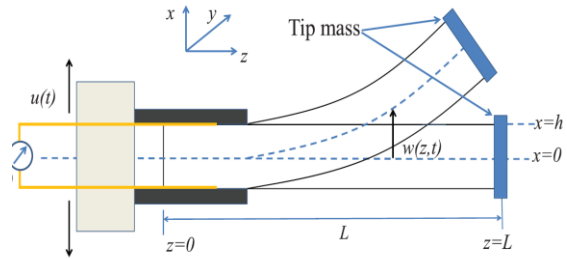
اکنون حالتی را بررسی می شود که فقط نیروی گسترده روی تیر یکسرگیردار قرار داشته باشد. می دانیم که پاسخ خصوصی سیستم به این ورودی در حیطه لاپلاس عبارتست از:

$$W(x, s) = \frac{U(s)}{Cs + ms^2} \quad (۷)$$

اکنون اگر شرایط مرزی در پاسخ عمومی جایگذاری می شود، مطابق حالت قبل نیز می توان پاسخ دینامیکی را در حیطه لاپلاس در نقاط مختلف سرتاسر تیر به فرم زیر نوشت:

$$Z^{di}(x, s) = \frac{-U(s)}{2EI\lambda^4 D(s)} (D(s) - \cosh(\lambda x) \cdot \cos(2\lambda L - \lambda x) - \cosh(2\lambda l - \lambda x) + 2\cosh(\lambda x) \cdot \cos(\lambda x) \cdot \sinh(\lambda x) + \sin(2\lambda L - \lambda x) + \sinh(2\lambda L - \lambda x) \cdot \sin(\lambda x)) \quad (۸)$$

لذا تابع تبدیل این خروجی نسبت به ورودی نیروی گسترده عبارتست از:



شکل (۱) نمایی از مدل هندسی سیستم، [۷]

### ۲-۱-مدل سازی دینامیکی سیستم

با توجه به شکل (۱)، معادلات حرکت تیر اویلر برنولی را که تحت تاثیر نیروی خارجی قرار گرفته است نوشته می شود. به ترتیب سختی خمشی  $EI$ ، میرایی ساختاری تیر  $\tau$ ، میرایی محیط  $C$  و همچنین چگالی مربوط به تیر  $m$  می باشند. جابجایی عرضی تیر  $Z(x, t)$  و نیروی خارجی وارده بر تیر  $u(t)$  است.

$$I \left( E + \tau \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^4 z(x, t)}{\partial x^4} + C \frac{\partial z(x, t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 z(x, t)}{\partial t^2} = -u(t) \quad [۷], (۱)$$

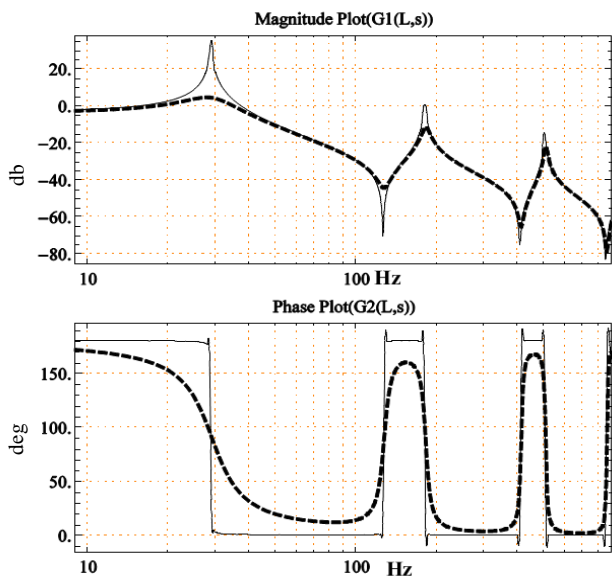
اکنون شرایط مرزی مربوط به تیر با توجه به نیروی متمرکز و همچنین حالت یکسرگیردار آن به فرم زیر نوشته می شود:

$$z(0, t) = 0; \frac{\partial z(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (۲)$$

$$\frac{\partial^2 z(L, t)}{\partial x^2} = 0; EI \frac{\partial^3 z(L, t)}{\partial x^3} = -q(t)$$

اکنون برای ورودی اولیه (نیروی متمرکز در سر آزاد تیر)، با مساوی صفر در نظر گرفتن نیروی گسترده روی تیر، می توان تغییر مکان سر آزاد را به ورودی گفته شده در حیطه لاپلاس به فرم زیر نوشت:

$$G1(L, s) = \frac{Z(L, s)}{Q(s)} \quad (۳)$$



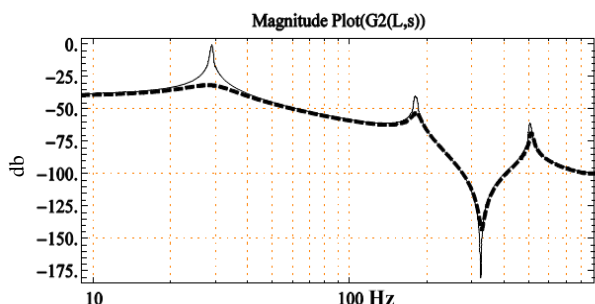
شکل (۲): نمودارهای بود مربوط به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی

متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر

$$(c = 2, \text{dashline} / c = 0.02, \text{solidline})$$

$$b \rightarrow 0.01, h \rightarrow 0.2 \times 10^{-3}, L \rightarrow 0.04, \tau \rightarrow 10^6$$

را برای مقادیر مختلف میرایی محیط در شکل (۳) داریم:



شکل (۳): اندازه پاسخ فرکانسی را برای تابع تبدیل مربوط به نیروی

هارمونیک گسترده

$$(c = 2, \text{dashline} / c = 0.02, \text{solidline})$$

$$b \rightarrow 0.01, h \rightarrow 0.2 \times 10^{-3}, L \rightarrow 0.04, \tau \rightarrow 10^6$$

همان طور که از نمودارها بر می آید افزایش میرایی باعث می شود که در فرکانس های تشدید هرچه میرایی بالاتر رود بزرگی تشدید و فاز آن کمتر شده و شاهد تشدید ملایم تری هستیم.

### ۲-۲-۲-۱- مقادیر مختلف عرض تیر

نمودارهای بود به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر را برای مقادیر مختلف

$$G2(L, s) = - \frac{[\text{Cosh}(\lambda L) - \text{Cos}(\lambda L)]^2}{EI\lambda^4 D(s)} \quad (9)$$

با استفاده از مقادیر قطب ها می توان پاسخی تقریبی برای فرکانس های تشدید سیستم برای هر مود را به دست آورد. با توجه به اینکه قسمت حقیقی منفی مربوط به قطب ها مقدار نسبی پایینی دارد (در سیستم های مورد نظر ما)، قسمت موهومی مربوط به مقادیر ویژه را می توان به عنوان فرکانس تشدید در نظر گرفت. همچنین دامنه و فاز پاسخ فرکانسی را در امتداد تیر یکسر گیردار در فرکانس های تشدید نیز می توان ترسیم کرد.

از قسمت موهومی زوج صفرهای مزدوج و مختلط مربوط به هر کدام از توابع تبدیل در این تحلیل می توان نقاط آنتی رزونانس را برای هر کدام از شرایط نیرویی پیدا کرد (البته برای صفرهایی از توابع که قسمت موهومی شان صفر نباشد). همچنین دامنه و فاز پاسخ فرکانسی را در امتداد تیر یکسر گیردار در فرکانس های آنتی رزونانس نیز می توان ترسیم کرد.

### ۲-۲-۲-۲- نتایج عددی و نمودارها

در این بخش با استفاده از توابع تبدیل نمودارهای مربوط به اعمال نیروی گسترده و آزاد در سر آزاد تیر رسم و بررسی می شود.

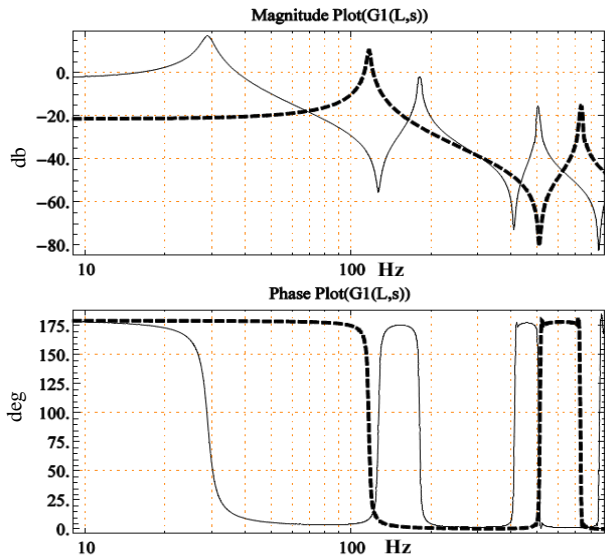
#### ۲-۲-۲-۱- مقادیر مختلف میرایی محیط:

نمودارهای مربوط به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر را برای مقادیر مختلف میرایی محیط در شکل (۲) مشاهده می شود.

شود تشدید در فرکانس بالاتری رخ می‌دهد.

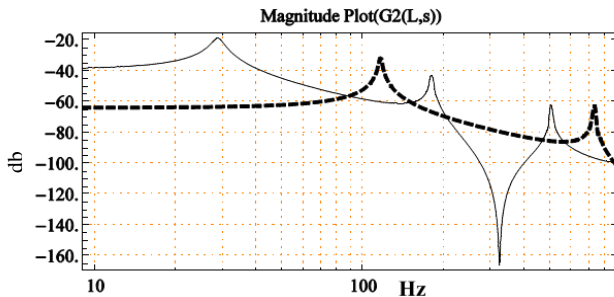
۲-۲-۳- مقادیر مختلف طول تیر

نمودارهای بود مربوط به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر برای مقادیر مختلف طول تیر در شکل (۶) مشاهده می‌شود.



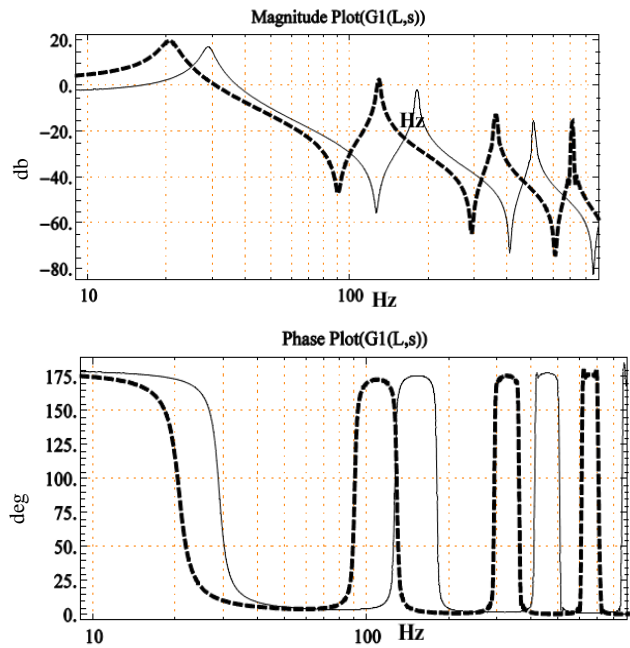
شکل (۶): نمودارهای بود مربوط به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر را برای مقادیر مختلف (L → 0.02 , dashed line), (L → 0.04 , solid line) و سایر ورودی های  $b \rightarrow 0.01, h \rightarrow 0.2 * 10^{-3}, \tau \rightarrow 10^6, C \rightarrow 0.5$

اندازه پاسخ فرکانسی را برای تابع تبدیل مربوط به نیروی هارمونیک گسترده را برای مقادیر مختلف طول تیر را در شکل (۷) داریم:



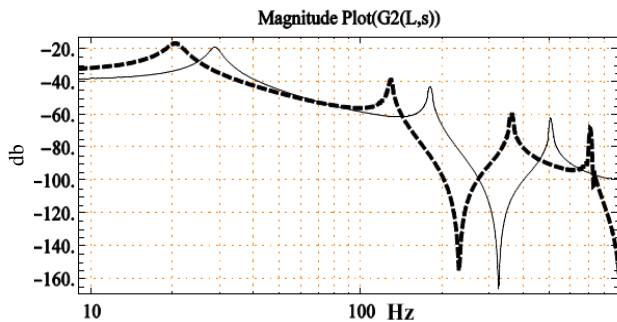
شکل (۷): پاسخ فرکانسی را برای تابع تبدیل مربوط به نیروی هارمونیک گسترده را برای مقادیر مختلف طول تیر (L → 0.02 , dashed line), (L → 0.04 , solid line) و سایر ورودی های  $b \rightarrow 0.01, h \rightarrow 0.2 * 10^{-3}, \tau \rightarrow 10^6, C \rightarrow 0.5$

عرض تیر را در شکل (۴) مشاهده می‌کنیم:



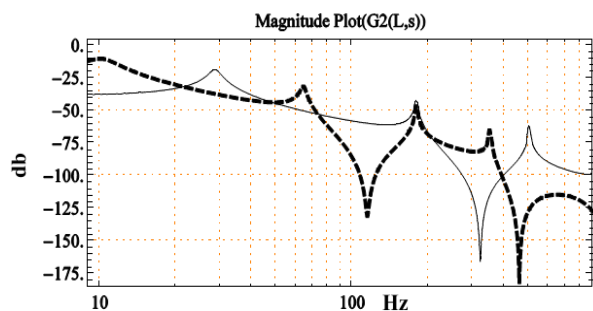
شکل (۴): نمودارهای بود مربوط به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر را برای مقادیر مختلف عرض تیر (b → 0.005 , dashed line), (b → 0.01 , solid line) و ورودی  $C \rightarrow 0.5$

اندازه پاسخ فرکانسی برای تابع تبدیل مربوط به نیروی هارمونیک گسترده را برای مقادیر مختلف عرض تیر را در شکل (۵) مشاهده می‌شود:



شکل (۵): پاسخ فرکانسی برای تابع تبدیل مربوط به نیروی هارمونیک گسترده برای مقادیر مختلف عرض تیر (b → 0.005 , dashed line), (b → 0.01 , solid line) و سایر ورودی های  $h \rightarrow 0.2 * 10^{-3}, L \rightarrow 0.04, \tau \rightarrow 10^6, C \rightarrow 0.5$

همان‌طور که از نمودارهای این قسمت برمی‌آید تغییر در عرض تیر تاثیری بر اندازه تشدید ندارد و فقط هرچه عرض بیشتر می-



شکل (۹): پاسخ فرکانسی برای تابع تبدیل مربوط به نیروی هارمونیک گسترده

برای مقادیر مختلف ارتفاع

تیر  $(h \rightarrow 0.2 * 10^{-3}, \text{solid line})$ ,  $(h \rightarrow 0.1 * 10^{-3}, \text{dashed line})$

همانطور که دیده شد، هرچه ضخامت تیر بیشتر می شود، تشدیدها و ضد تشدیدها در فرکانس های پایین تری رخ می دهد.

### ۳-۱-امپدانس الکتریکی

امپدانس الکتریکی مقدار مقاومتی است که تحت یک اختلاف پتانسیل در برابر جریان الکتریکی ظاهر می شود. مقدار امپدانس یک عدد حقیقی یا مختلط است که بنا بر قانون اهم از نسبت ولتاژ به جریان به دست می آید. در مدارهای که تحت ولتاژ و جریان متناوب قرار دارد، مقادیر ولتاژ و جریان تحت تبدیل فازبردار به صورت مختلط نمایش داده می شوند و در نتیجه امپدانس، عددی مختلط خواهد بود. بنابراین در یک مدار با ولتاژهای مستقیم، امپدانس عددی حقیقی خواهد بود.

### ۳-۱-۱-امپدانس الکتریکی تیر یکسرگردار بدون در نظر

#### گرفتن اثرات سطحی مقاومت الکترو

پتانسیل الکتریکی در دو سطح رویه تیر را برابر در نظر گرفته می شود، بنابراین این:

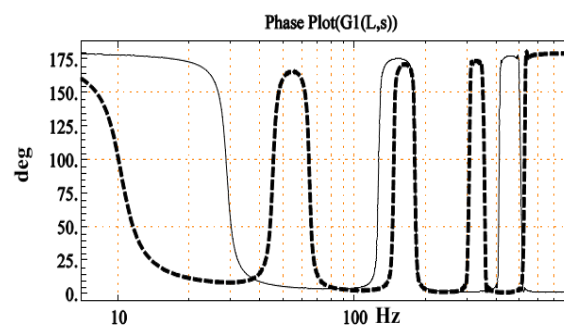
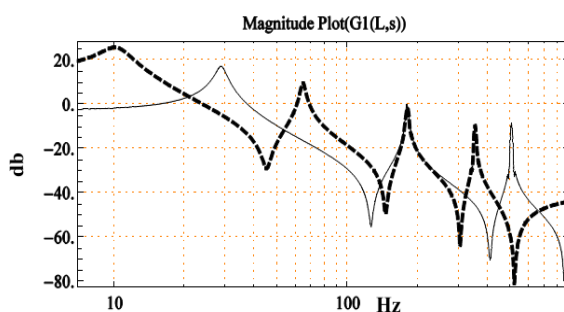
$$\phi(x, \pm h, s) = \pm V(s) \quad (10)$$

همچنین با توجه به معادلات زیر می توان ثوابت C را به دست آورد و نهایتاً:

همانطور که از نمودارهای این قسمت برمی آید تغییر در طول تیر صرفاً فاصله تشدیدها را کم کرده و تاثیری بر اندازه آن ها نگذاشته است.

### ۲-۲-۴-مقادیر مختلف ارتفاع تیر

نمودارهای بود مربوط به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر را برای مقادیر مختلف ارتفاع تیر را در شکل (۸) مشاهده می کنیم:



شکل (۸): نمودارهای بود مربوط به تابع تبدیل در صورت اعمال نیروی متمرکز هارمونیک در سر آزاد تیر برای مقادیر مختلف ارتفاع تیر  $(h \rightarrow 0.1 * 10^{-3}, \text{dashed line})$ ,  $(h \rightarrow 0.2 * 10^{-3}, \text{solid line})$  اندازه پاسخ فرکانسی را برای تابع تبدیل مربوط به نیروی هارمونیک گسترده را برای مقادیر مختلف ارتفاع تیر را در شکل (۹) داریم:



$$B(s) = \frac{r_0}{b} A(s) \quad (18)$$

$$A(s) = \frac{2b}{R} + \frac{\Theta(s)}{1 + r_2 * \Theta/b} = \Theta(s)$$

#### ۴- تابع تبدیل نهایی برای تیر بعنوان عملگر

نمایش ریاضی رابطه میان ورودی و خروجی یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان است. در ساده ترین شکل برای یک سیستم پیوسته زمان با ورودی  $X(t)$  و خروجی  $Y(t)$ ، تابع تبدیل نگاشت خطی تبدیل لاپلاس ورودی  $X(s)$  و خروجی  $Y(s)$  است.

برای این کار از رابطه زیر شروع می کنیم:

$$\sigma(x, z, s) = 2\alpha_0 \times c_2(x, s) \times \text{Sinh}(\beta z) \quad (19)$$

که در رابطه فوق ثابت مربوطه با توجه به رابطه به دست آمده برای امیدانس ها به دست می آید. ممان خمشی ایجاد شده توسط تنش به وجود آمده از ولتاژ ورودی در هر نقطه از طول تیر عبارتست از:

$$M(x, s) = \int_{-h}^h z \sigma(x, z, s) dz \quad (20)$$

برای تشریح رفتار کلی مربوط به تیر پلیمری یونی فلزی، باید خواص مکانیکی مربوط به تیر را نیز در تابع تبدیل لحاظ کرد، لذا اگر تیر را به صورت یک نوسان گر از مرتبه دوم در نظر گرفته شود، با توجه به روابطی که به آن ها پرداخته شد، تابع تبدیل مربوط به آن را به فرم کلی زیر می توان نوشت:

$$G(s) = \frac{\omega n^2}{s^2 + 2s \xi_n \omega_n + \omega_n^2} \quad (21)$$

با توجه به ساده سازی های مربوط به خواص اکثر سیستم ها

می توان نوشت:  $\beta = \sqrt{\frac{K}{a}}$  ؛ لذا:

$$f(s) = \frac{-L^2 \alpha_0 b}{EI} \frac{K ke (\beta h - 1)}{[s\beta h + K]} \quad (22)$$

$$E(x, z, s) = 2c_2(x, s) \frac{\text{Cosh}(\beta z)}{ke * \beta(s)^2} + a_1(x, s) \quad (11)$$

$$\phi(x, z, s) = -2c_2(x, s) \frac{\text{Sinh}(\beta z)}{ke * \beta(s)^2} - a_1(x, s)z + a_2(x, s) \quad (12)$$

و همچنین:

$$-d \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + s\rho + K\rho = 0 \quad (13)$$

می توان نوشت:

$$E(x, h, s) = \left(-\frac{V(s)}{2h}\right) \frac{\beta(s)h(s+K)}{s\beta(s)h + K \tanh(\beta(s)h)} \quad (14)$$

شارژ الکتریکی نیز از انتگرال گیری تغییر مکان الکتریکی به دست می آید:

$$Q(s) = s * i(s) = \iint_{0,0}^{l,b} D dx dy \quad (15)$$

$$= \iint_{0,0}^{l,b} ke * E dx dy$$

لذا امیدانس الکتریکی این تیر از رابطه زیر حاصل می شود:

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{V(s)}{sQ(s)} = \frac{s + \frac{K \tanh(\beta(s)h)}{ke * b L}}{\frac{ke * b L}{2h} s(s+K)} \quad (16)$$

که  $\frac{ke * b L}{2h}$  ظرفیت کامپوزیت است. (در این قسمت از تیر محرک، مقاومت سطحی در نظر گرفته نشده است.)

#### ۳-۲- امیدانس الکتریکی تیر یکسر گیردار با در نظر گرفتن اثرات سطحی

امیدانس در این حالت برابر است با:

$$\frac{V(s)}{I(s)} = \frac{2\sqrt{B(s)}}{A(s) \tanh(L\sqrt{B(s)})} \quad (17)$$

که در روابط فوق:

۵- مشخصات و نتایج عددی برای یک عملگر

خواص ورودی سیستم عبارتند از:

$$I = \frac{2}{3}bh^3; E = 5.71 * 10^8; m = 0.176; L = 0.04; b = 0.01; h = 0.2 * 10^{-3}; F = 96487; R = 8.3143; T = 300; d = 1.38 * 10^{-9}; ke = 1.34 * 10^{-6}; C = 1091; \alpha_0 = 0.129$$

تابع بالا که بصورت جمع نیز بیان شده است، پس از ساده سازی های انجام گرفته در محیط نرم افزاری ممتیکا عبارت است از:

(۲۳)

$$f(s) = \frac{-4198}{11040s + 4194000}$$

$$H(s) = F(s).X(s) = \frac{-0.01324s + 0.0914}{s^2 + 322.4s + 236.4}$$

این تابع تبدیل کاملاً در خصوص رفتار الکترومکانیکی سیستم به عنوان یک عملگر است.

اما در خصوص تابع تبدیل تیر به عنوان یک سیستم مکانیکی ارتعاشاتی، با توجه به پارامتر میرایی داخلی و محیطی توصیف شده می توان برای یک حالت خاص برای تنها مود پایه این سیستم نوشت:

(۲۴)

$$G(s) = \frac{835.21}{s^2 + 5.78s + 835.21}$$

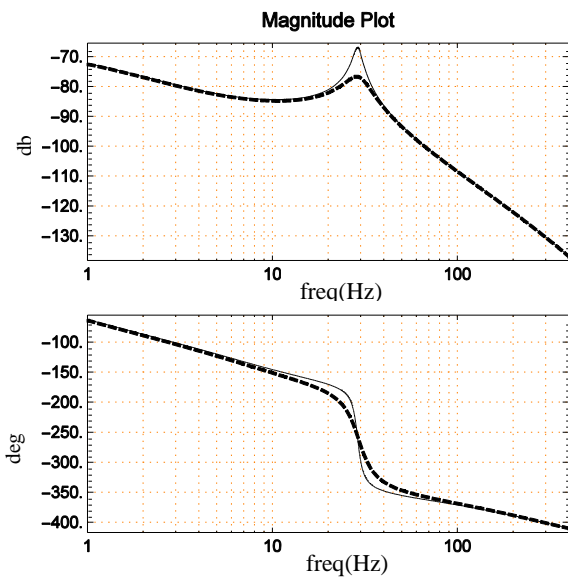
و نهایتاً تابع تبدیل مربوط به سیستم محرک بصورت عددی عبارت است از:

(۲۵)

$$P(s) = H(s).G(s) = \frac{-11.8s + 79.66}{s^4 + 328.1s^3 + 2934s^2 + 270500s + 197400}$$

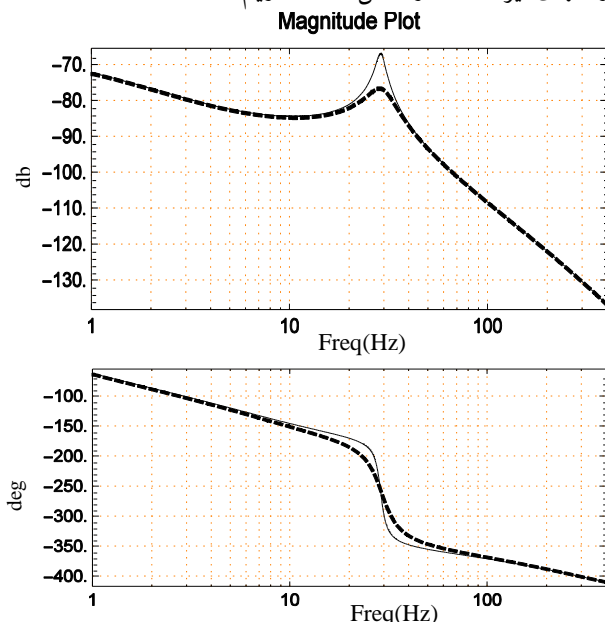
اکنون نمودارهای سیستم را برای مقادیر مختلف نسبت

میرایی سیستم در مود اول در شکل (۱۰) ترسیم می کنیم:



شکل (۱۰): تابع تبدیل ولتاژ ورودی به دفلکشن خروجی برای عملگر در مقادیر مختلف نسبت میرایی (dash line: c=0.1, solid line c=0.3)

و همچنین برای تابع تبدیلی که خروجی آن نیروی متمرکز در انتهای تیر است، در شکل (۱۱) داریم:



شکل (۱۱): تابع تبدیل ولتاژ ورودی به نیروی خروجی برای عملگر در مقادیر مختلف نسبت میرایی (dash line c=0.1, solid line c=0.3)

۶- نتیجه گیری

همان طور که از نمودارها بر می آید، به وضوح مشاهده می شود که تغییر در ابعاد تیر، هیچ تأثیری بر اندازه تشدید ندارد، به طوری که قله های نمودارها که نشان دهنده

آنالیز مودال به یک محرک درجه دوم تبدیل کردیم، دامنه منحنی نیرو و دفلکشن خروجی آن در سر آزاد خود در یک نقطه فرکانسی خاص که به فرکانس تشدید معروف است، بیشترین مقدار خود را پیدا کرده است و یک نقطه پیک و قله در منحنی پاسخ مشاهده می‌کنیم، نکته دیگر این است که افزایش دمپینگ و میرایی در سیستم باعث کاهش نیرو و دفلکشن خروجی شده و نقطه پیک و فرکانس مربوط به بیشترین خروجی دینامیکی را نیز به سمت چپ فرکانسی در یک فرکانس پایتتر از حالت بدون میرایی منتقل کرده می‌دهد.

#### ۷- فهرست علائم

##### ۷-منابع:

- [1] M. Aureli, C. Prince, M. Porfiri, And S. D. Peterson, "Energy Harvesting From Base Excitation Of Ionic Polymer Metal Composites In Fluid Environments," *Smart Mater. Struct.*, Vol. 19, No. 1, P. 15003, 2009.
- [2] S. D. Peterson And M. Porfiri, "Energy Exchange Between A Vortex Ring And An Ionic Polymer Metal Composite," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 100, No. 11, P. 114102, 2012.
- [3] C. Bonomo, L. Fortuna, P. Giannone, S. Graziani, And S. Strazzeri, "A Resonant Force Sensor Based On Ionic Polymer Metal Composites," *Smart Mater. Struct.*, Vol. 17, No. 1, P. 15014, 2007.
- [4] B. Paola, L. Fortuna, P. Giannone, S. Graziani, And S. Strazzeri, "Ipmcs As Vibration Sensors," In *Instrumentation And Measurement Technology Conference*

تشدیدها بودند، در راستای محور عمودی جابه جایی نداشته‌اند و فقط فرکانس تشدید تغییر کرده، ولی زمانی که به نمودار مربوط به بررسی تشدیدها در میرایی‌های مختلف دقت کنیم به این نتیجه می‌رسیم که میرا کردن تیر می‌تواند تشدید را پایین‌تر آورده و ما شاهد پدیده تشدید ملایم‌تری با افزایش میرایی هستیم، همچنین از آنالیز و توجه به شکل مودها در می‌یابیم که برای بررسی رفتار یک سیستم پیوسته در نزدیکی و یکی از فرکانس‌های تشدید، می‌توان با تقریب مناسبی رفتار تنها یک مود در آن محدوده فرکانسی

E	مدول یانگ، میدان الکتریکی
I	ممان اینرسی
$\tau$	میرایی ساختاری
C	میرایی محیط
m	جرم
Z	جابه جایی عرضی
x	جابه جایی طولی
t	زمان
U(t)	نیروی متمرکز
q(t)	نیروی گسترده
h	ضخامت تیر
b	عرض تیر
$\lambda$	مقادیر ویژه
L	طول تیر
$\omega$	سرعت زاویه ای
k	ثابت فنر
$\xi_i$	نسبت میرایی
$\omega_i$	فرکانس طبیعی
D	تغییر مکان الکتریکی
$\sigma$	تنش
$\alpha_0$	ثابت کوپلینگ تنش-شار
$F_{point}$	نیروی متمرکز
$q^{dist}$	نیروی گسترده

را بررسی کرد، همچنین وقتی تیر کامپوزیتی را با استفاده از

- [11] R. Kanno, S. Tadokoro, T. Takamori, M. Hattori, And K. Oguro, "Linear Approximate Dynamic Model Of Icpf (Ionic Conducting Polymer Gel Film) Actuator," In Robotics And Automation, 1996. Proceedings., 1996 Ieee International Conference On, 1996, Vol. 1, Pp. 219–225.
- [12] R. Kanno, S. Tadokoro, T. Takamori, And K. Oguro, "3-Dimensional Dynamic Model Of Ionic Conducting Polymer Gel Film (Icpf) Actuator," In Systems, Man, And Cybernetics, 1996., Ieee International Conference On, 1996, Vol. 3, Pp. 2179–2184.
- [13] M. Shahinpoor, "Nonhomogeneous Large-Deformation Theory Of Ionic Polymeric Gels In Electric And Ph Fields," In 1993 North American Conference On Smart Structures And Materials, 1993, Pp. 40–55.
- [14] R. Kanno, A. Kurata, M. Hattori, S. Tadokoro, T. Takamori, And K. Oguro, "Characteristics And Modeling Of Icpf Actuator," In Proceedings Of The Japan-Usa Symposium On Flexible Automation, 1994, Vol. 2, Pp. 691–698.
- [15] M. Mojarad And M. Shahinpoor, "Ion-Exchange-Metal Composite Sensor Films," In Smart Structures And Materials' 97, 1997, Pp. 52–60.
- [16] M. Shahinpoor, M. Mojarad, And K. Salehpoor, "Electrically Induced Large-Amplitude Vibration And Resonance Characteristics On Ionic Polymeric Proceedings, 2008. Imtc 2008. Ieee, 2008, Pp. 2065–2069.
- [5] U. Zangrilli And L. M. Weiland, "Prediction Of The Ionic Polymer Transducer Sensing Of Shear Loading," Smart Mater. Struct., Vol. 20, No. 9, P. 94013, 2011.
- [6] Y. Bahramzadeh And M. Shahinpoor, "Dynamic Curvature Sensing Employing Ionic-Polymer--Metal Composite Sensors," Smart Mater. Struct., Vol. 20, No. 9, P. 94011, 2011.
- [7] C. Lim, H. Lei, And X. Tan, "A Dynamic Physics-Based Model For Base-Excited Ipmc Sensors," In Spie Smart Structures And Materials+ Nondestructive Evaluation And Health Monitoring, 2012, P. 83400h–83400h.
- [8] Y. P. Park And C. D. Mote, "The Maximum Controlled Follower Force On A Free-Free Beam Carrying A Concentrated Mass," J. Sound Vib., Vol. 98, No. 2, Pp. 247–256, 1985.
- [9] Y. P. Park, "Dynamic Stability Of A Free Timoshenko Beam Under A Controlled Follower Force," J. Sound Vib., Vol. 113, No. 3, Pp. 407–415, 1987.
- [10] Y. Sugiyama, T. Katayama, H. Fukuda, And C. Kar, "Effect Of Internal Damping On The Stability Of Free-Free Beams Under An End Thrust," Trans. Japan Soc. Mech. Eng, Vol. 55, No. 88, Pp. 243–247, 1989.

Membrane-Metal Composites Artificial Muscles,” In Smart Structures And Materials’ 97, 1997, Pp. 829–838.

- [17] M. Shahinpoor, Y. Bar-Cohen, J. O. Simpson, And J. Smith, “Ionic Polymer-Metal Composites (Ipmcs) As Biomimetic Sensors, Actuators And Artificial Muscles-A Review,” Smart Mater. Struct., Vol. 7, No. 6, P. R15, 1998.
- [18] K. Mallavarapu And D. J. Leo, “Feedback Control Of The Bending Response Of Ionic Polymer Actuators,” J. Intell. Mater. Syst. Struct., Vol. 12, No. 3, Pp. 143–155, 2001.

