فصلنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک جامدات

www.jsme.ir

فصلنامه علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک جامدات

بررسی تغییرات انتگرال J و چقرمگی شکست Blunt V-notch تحت مود I بارگذاری

فاطمه نوری ازغد[1]، حسن خادمی زاده[2،*]، احسان براتی[3]

* نویسنده مسئول : hkhademizadeh@iaukhsh.ac.ir

چکیده

امروزه مکانیک شکست در شیارهای U و V شکل مورد توجه محققان قرار گرفته است. محاسبه مقدار بحرانی انتگرال J در سازه های مهندسی برای بررسی شروع رشد ترک از اهمیت بسزایی برخوردار است. این کمیت در شیارها بر خلاف ترک ها، به نوع ماده و ابعاد هندسی وابسته است. بنابراین برای تعیین Jcr، باید برای هر ماده مشخص، در هر عمق و شعاع شیار خاص، آزمایش تجربی انجام شود. در این مقاله برای یافتن معادل‌های جهت محاسبه Jcr در شیار V شکل انحنادار تحت مود I بارگذاری، رابطه‌ای بین انتگرال J و پارامتر شکست دیگری به نام متوسط چگالی انرژی کرنشی استخراج شده است. با استفاده از این رابطه می‌توان با مرتبط نمودن Jcr در شیار V شکل انحنادار به JIC در ترک (در همان ماده) و آزمایش بر روی یک ماده دارای ترک و تعیین JIC، مقدار Jcr آن ماده را در هر عمق و شعاع شیار دلخواهی محاسبه نمود. در نهایت تأثیر زاویه شیار، نسبت شعاع حجم کنترل به شعاع شیار و ضریب پوآسون بر مقادیر بی‌بعد انتگرال J و Jcr بررسی گردیده است. نتایج نشان داده است که افزایش زاویه شیار و ضریب پوآسون، باعث کاهش مقدار چقرمگی شکست ولی افزایش نسبت شعاع حجم کنترل به شعاع شیار، باعث افزایش چقرمگی شکست می‌گردد.

واژه‌های کلیدی

انتگرال J، چقرمگی شکست، شیار V شکل، مود I بارگذاری.

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر

۲- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی‌شهر

۳- استادیار، مجتمع مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۱- مقدمه

امروزه مکانیک شکست و مطالعه بر روی شیارهای U و V شکل مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. یکی از دلایل اهمیت مکانیک شکست در شیار وجود قطعات شیاردار در نمونه‌های صنعتی می‌باشد که می‌بایست تحلیل مناسبی برای شکست آنها انجام شود. رزوه پیچهایی که به صورت نورد تهیه می‌شوند نمونه مناسبی از کاربرد شیار در کارهای مهندسی می‌باشد. ایجاد شیار در شافتها برای کاربردهای مختلف از قبیل نصب ارینگ، خار، و . . . را می‌توان از دیگر موارد استفاده از شیار در طراحی‌های مهندسی نام برد. در بعضی قطعات صنعتی نظیر غلتک نورد گرم از شیارهایی جهت خنک‌کاری و نیز روغنکاری استفاده می‌شود. در این گونه قطعات نیز باید مکانیک شکست در شیار را مورد توجه قرار داد. شیارهایی که در روتور توربین برای نصب پره‌ها ایجاد می‌شود نیز نمونه دیگری از کاربرد شیار در کارهای مهندسی است.

در بحث مکانیک شکست، دو روش برای محاسبه پارامتر شکست وجود دارد. روش اول مکانیک شکست الاستیک خطی[1] نامیده می‌شود که در موادی که بتوان از منطقه پلاستیک ایجاد شده در اطراف ترک یا شیار صرفنظر کرد، کاربرد دارد. روش دوم، مکانیک شکست الاستیک - پلاستیک[2] است که اغلب برای رفتار غیرخطی مواد به کار برده می‌شود. در روش مکانیک شکست الاستیک - پلاستیک معیارهای مختلفی برای شکست در شیارها ارائه شده است.

یکی از معیارهای شکست، معیار متوسط چگالی انرژی کرنشی می‌باشد. این معیار توسط لازارین و زامباردی [۱] برای مواد ترد و نیمه‌ترد ارائه شده است. به دلیل خطای کم این معیار در پیش‌بینی بار بحرانی شکست، یکی از معیارهای پرکاربرد در مکانیک شکست در شیار می‌باشد. مزیت دیگر این معیار این است که مقدار بحرانی آن در ترک و شیار یکسان می‌باشد. بر طبق این معیار ناحیه‌ای در اطراف شیار به عنوان حجم کنترل درنظر گرفته می‌شود. سپس مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی درون این منطقه محاسبه می‌گردد. چنانچه متوسط چگالی انرژی کرنشی جذب شده درون این ناحیه به مقدار بحرانی خود برسد، شکست اتفاق می‌افتد. این مقدار بحرانی فقط به خصوصیات مکانیکی ماده بستگی دارد. یوزیباش و همکارانش [۲] در سال ۲۰۰۴ پارامتر شعاع کنترل R_C را معرفی کردند و به کمک معیار چگالی انرژی کرنشی موضعی و مقدار متوسط آن درون حجم کنترل، شکست نمونه را پیش‌بینی نمودند. کار آنها توسط لازارین و برتو [۳] در سال ۲۰۰۵ و بر روی شیارهای V شکل انحنادار توسعه یافت. گومز و همکارانش [۴] در سال ۲۰۰۷ معیار انرژی کرنشی را در شیارهای V شکل انحنادار برای بارگذاری در مود ترکیبی (I و II) معرفی نموده و با استفاده از آن توانستند شکست نمونه را پیش‌بینی کنند.

یکی دیگر از این معیارهای شکست، $J=J_{cr}$ می‌باشد که برای پیش‌بینی شکست در نمونه توسعه یافته است. همچنین یکی از پارامترهای مهم در مکانیک شکست، انتگرال J می‌باشد که توسط رایس ارائه شده است. او مفهوم نرخ آزادسازی انرژی را برای مواد غیرخطی کلیت بخشید و این پارامتر را با استفاده از یک انتگرال خطی مستقل از مسیر محاسبه نمود که در طول یک کانتور دلخواه در اطراف ترک یا شیار محاسبه می‌گردد. چنانچه این پارامتر به مقدار بحرانی خود (J_{IC} و یا J_{cr}) برسد، شکست اتفاق می‌افتد. اگر نمونه‌ای دارای ترک تیز باشد، مقدار بحرانی انتگرال J با J_{IC} نمایش داده خواهد شد. اما اگر نمونه دارای شیار باشد، باید از J_{cr}

1- Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM)
2- Elastic - Plastic Fracture Mechanics (EPFM)

استفاده نمود که معمولاً بزرگتر از J_{IC} است. تاکنون بررسی‌های مختلفی بر روی مقدار انتگرال J و روابط مربوط به آن در شیارها انجام شده است. از جمله این کارها می‌توان به کار چن و لو [۵] در سال ۲۰۰۴ اشاره نمود که مستقل از مسیر بودن مقدار انتگرال J در شیارها را بررسی نمودند. لیویری [۶] در سال ۲۰۰۳ یک مسیر انتگرال‌گیری مستقل از مسیر جدید برای محاسبه مقدار انتگرال J در شیارهای U و V شکل ارائه داد. البته با تعریف شعاع کنترل توسط یوزیباش و همکارانش در سال ۲۰۰۴، دیگر مسیر ارائه شده توسط لیویری مورد استفاده قرار نگرفت. اما بررسی‌های مختلف نشان داد که این مسیر با مسیرهای دیگر ارائه شده در سالهای بعد دارای اختلاف اندکی است. ماتوینکو و موروزوف [۷] در سال ۲۰۰۴ انتگرال J و رابطه آن با انرژی را برای قطعات دارای شیار و ترک به دست آوردند. در این مقاله بر مبنای تمرکز تنش در نزدیکی نوک ترک یا شیار، تحلیل صورت گرفته و تأثیر توان سختی کرنشی بر روی انتگرال J بحث شده است. همچنین ونگ و همکارانش [۸] در سال ۲۰۰۵ پارامتری به نام SI[1] معرفی کردند که می‌تواند معیاری برای شکست در حالت الاستیک ـ پلاستیک باشد. سپس رابطه بین این پارامتر جدید و انتگرال J را نیز به دست آوردند. ژو و جویس [۹] نیز در سال ۲۰۰۷ تغییرات انتگرال J بر حسب رشد ترک را در نمونه‌ای ترک‌دار تحت خمش برای یک نمونه فولاد آلیاژی به دست آوردند.

رابطه بین پارامتر شکست متوسط چگالی انرژی کرنشی و انتگرال J اولین بار توسط برتو و لازارین [۱۰] در سال ۲۰۰۷ برای شیارهای V شکل نوک تیز و انحنادار به دست آمده است. در سال ۲۰۱۱ براتی و برتو [۱۱] با استفاده از معیار متوسط چگالی انرژی کرنشی و نیز یک روش عددی، روابطی برای محاسبه مقدار بحرانی انتگرال J (چقرمگی شکست) درشیارهای U شکل تحت مود I بارگذاری ارائه نمودند. در نهایت در سال ۲۰۱۱ برتو و براتی [۱۲] با استفاده از چگالی انرژی کرنشی، شکست در شیارهای U شکل تحت خمش سه نقطه‌ای را بررسی نمودند.

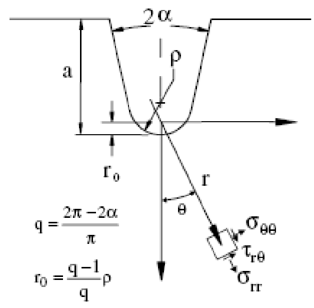
با توجه به اینکه انتگرال J یک پارامتر شکست می‌باشد، می‌توان از آن برای پیش‌بینی بار بحرانی شکست استفاده نمود. مقدار بحرانی انتگرال J (J_{cr}) در شیارها ـ برخلاف مقدار بحرانی انتگرال J در ترک (J_{IC}) که فقط به جنس ماده بستگی دارد ـ علاوه بر جنس ماده، به عمق و شعاع شیار نیز وابسته است. بنابراین برای تعیین J_{cr}، باید برای هر ماده مشخص، در هر عمق و شعاع شیار خاص، آزمایش تجربی انجام شود. با توجه به زمان و هزینه‌بر بودن آزمایش برای هر ابعاد شیار و هر ماده مشخص، از این معیار در پیش‌بینی بار بحرانی شکست کمتر استفاده شده است. در این مقاله برای یافتن معادله‌ای برای محاسبه J_{cr} در شیار V شکل انحنادار، رابطه بین انتگرال J و پارامتر شکست متوسط چگالی انرژی کرنشی استخراج شده است. با استفاده از این رابطه می‌توان مقدار J_{cr} در شیار V شکل انحنادار را به مقدار J_{IC} در ترک (در همان ماده) مرتبط نمود. بنابراین می‌توان با آزمایش بر روی یک ماده دارای ترک و تعیین J_{IC}، مقدار J_{cr} آن ماده را در هر عمق و شعاع شیار دلخواهی محاسبه نمود. لذا نیاز به آزمایش تجربی برای هر عمق و شعاع شیار دلخواه مرتفع می‌شود.

با استفاده از رابطه به دست آمده، تأثیر زاویه شیار، نسبت شعاع حجم کنترل به شعاع شیار و ضریب پوآسون بر مقدار انتگرال J و چقرمگی شکست بررسی می‌گردد.

1- Structural Intensity (SI)

۲- محاسبه مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی

شیاری مطابق شکل ۱ با شعاع انتهای ρ، زاویه 2α و عمق a در نظر گرفته می‌شود.



شکل (۱) پارامترهای مهم در شیار V شکل انحنادار [۱۰]

لازارین و برتو [۳] توزیع چگالی انرژی کرنشی را در مقالات قبلی برای شیار V شکل تحت مود یک بارگذاری به صورت یک رابطه پیچیده ارائه کردند. در این مقاله، روابط فوق برای شیار V شکل ساده سازی شده است و مقدار انرژی کرنشی مطابق آنچه در رابطه (۱) آورده شده است به دست می‌آید:

$$E_1 = \frac{1}{2E}\left[\frac{\sigma_{\max}}{r_0^{\lambda-1}(1+\tilde{\omega})}\right]^2 I_1 \qquad (۱)$$

که در آن I_1 به صورت رابطه (۲) محاسبه می‌شود که رابطه (۳) نیز در آن برقرار است.

$$I_1 = I_\lambda + I_\mu + I_{\lambda\mu}$$

$$\begin{aligned}
I_\lambda &= \left(\frac{2}{\lambda}\right)\left(\frac{1}{1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)}\right)^2(1+\nu)\left\{\left[\left(\frac{q-1}{q}\right)\rho+R_c\right]^{2\lambda}\left[\left(\frac{1-2\nu}{1-\lambda}\right)\sin 2(1-\lambda)\theta^* - (1-\lambda)^2\chi_b\sin 2\theta^*\right.\right. \\
&\quad \left.\left. + \left(\lambda^2-2\lambda-4\nu+3+\chi_b{}^2(1-\lambda)^2\right)\theta^*\right] - N(\theta^*)\right\} \\
I_\mu &= 2r_0{}^{2(\lambda-\mu)}\left(\frac{q}{4(q-1)[1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)]}\right)^2\left(\frac{1+\nu}{\mu}\right)\left\{\left[\left(\frac{q-1}{q}\right)\rho+R_c\right]^{2\mu}\left\{\left(\frac{1-2\nu}{1-\mu}\right)\chi_d{}^2\sin 2(1-\mu)\theta^*\right.\right. \\
&\quad \left.\left. -(1-\mu)\chi_c\chi_d\sin 2\theta^* + \left[\chi_d{}^2(\mu^2-2\mu-4\nu+3)+\chi_c{}^2\right]\theta^*\right\} - P(\theta^*)\right\} \\
I_{\lambda\mu} &= 4r_0{}^{(\lambda-\mu)}\left(\frac{q}{4(q-1)[1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)]^2}\right)\left(\frac{1+\nu}{\lambda+\mu}\right)\left\{\left[\left(\frac{q-1}{q}\right)\rho+R_c\right]^{\lambda+\mu}\left\{4\chi_d\left(\frac{1-2\nu}{2-\lambda-\mu}\right)\sin(2-\lambda-\mu)\theta^*\right.\right. \\
&\quad +\left(\frac{1}{\lambda-\mu}\right)\left\{\chi_d\left[(\mu-1)(2\lambda-1)-\mu-8\nu+5\right]+2\chi_c\chi_b(1-\lambda)\right\}\sin(\lambda-\mu)\theta^* + 2\chi_c\left(\frac{\lambda-1}{2+\mu-\lambda}\right)\sin(2+\mu-\lambda)\theta^* \\
&\quad \left.\left. +2\chi_b\chi_d\left[\frac{(\mu-1)(1-\lambda)}{2-\mu+\lambda}\right]\sin(2-\mu+\lambda)\theta^*\right\} - S(\theta^*)\right\}
\end{aligned} \qquad (۲)$$

$$\begin{aligned}
N(\theta^*) &= \int_0^{\theta^*}\left[\frac{\rho}{q}\left(\sqrt{q^2-1+\cos^2\theta}-\cos\theta\right)\right]^{2\lambda} \times\left[2(1-2\nu)\cos 2(1-\lambda)\theta - 2(1-\lambda)^2\chi_b\cos 2\theta\right. \\
&\quad \left. +\lambda^2-2\lambda-4\nu+3+\chi_b{}^2(1-\lambda)^2\right]d\theta\} \\
P(\theta^*) &= \int_0^{\theta^*}\left[\frac{\rho}{q}\left(\sqrt{q^2-1+\cos^2\theta}-\cos\theta\right)\right]^{2\mu} \times\left[2\chi_d{}^2(1-2\nu)\cos 2(1-\mu)\theta - 2(1-\mu)\chi_c\chi_d\cos 2\theta\right. \\
&\quad \left. +\chi_d{}^2(\mu^2-2\mu-4\nu+3)+\chi_c{}^2\right]d\theta\} \\
S(\theta^*) &= \int_0^{\theta^*}\left[\frac{\rho}{q}\left(\sqrt{q^2-1+\cos^2\theta}-\cos\theta\right)\right]^{\lambda+\mu} \times\left[4\chi_d(1-2\nu)\cos(2-\lambda-\mu)\theta\right. \\
&\quad +\left\{\chi_d\left[(\mu-1)(2\lambda-1)-\mu-8\nu+5\right]+2\chi_c\chi_b(1-\lambda)\right\}\cos(\lambda-\mu)\theta \\
&\quad \left. +2\chi_c(\lambda-1)\cos(2+\mu-\lambda)\theta + 2\chi_b\chi_d(\mu-1)(1-\lambda)\cos(2-\mu+\lambda)\theta\right]d\theta\}
\end{aligned} \qquad (۳)$$

مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی از تقسیم مقدار انرژی کرنشی به اندازه حجم کنترل به دست می‌آید. بنابراین:

$$\overline{W}=\frac{E_1}{\Omega}=\frac{I_1 r_0^{2(1-\lambda)}}{2E\Omega(1+\tilde{\omega})^2}\sigma_{\max}^2 \qquad (۴)$$

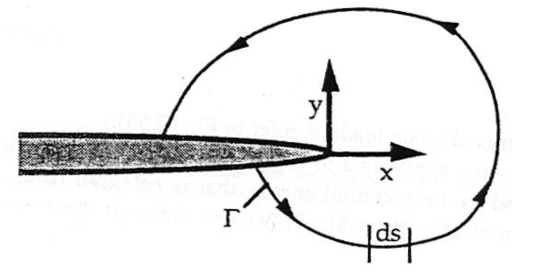
در نتیجه با توجه به رابطه تحلیلی به دست آمده (رابطه ۴) با نوشتن یک کد کامپیوتری، به راحتی می‌توان مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی را محاسبه کرد و از آن برای پیش بینی بار بحرانی شکست استفاده نمود.

۳- انتگرال J

در این بخش روابط مربوط به انتگرال J در نمونه‌های دارای شیار V شکل انحناءدار به صورت تحلیلی بیان می‌شود. رابطه کلی مربوط به انتگرال J به صورت آنچه در معادله (۵) آورده شده می‌باشد [۱۳].

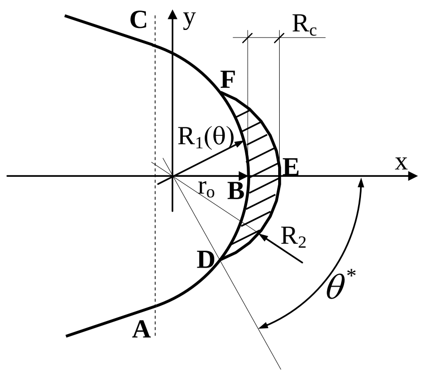
$$J=\int_{\Gamma}\left(W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds\right) \qquad (۵)$$

یک مسیر دلخواه پادساعتگرد Γ در محدوده اطراف ترک مطابق آنچه در شکل (۲) نشان داده شده است، درنظر گرفته می‌شود.



شکل (۲) کانتور Γ برای محاسبه انتگرال J [۶]

که در آن W چگالی انرژی کرنشی[1]، T_i مؤلفه‌های بردار تنش[2]، و u_i مؤلفه‌های بردار جابجایی می‌باشد.



شکل (۳) حجم کنترل در اطراف شیار [۱۴]

اما برای انتگرال J، با توجه به شکل (۳) می‌توان هر مسیری بین نقاط D و F را نیز به عنوان مسیر انتگرال‌گیری درنظر گرفت، مشروط به اینکه این مسیر خارج از ناحیه پلاستیک ایجاد شده در اطراف شیار باشد.

اگر بتوان از منطقه پلاستیک اطراف شیار صرف‌نظر کرد، شرط فوق برداشته می‌شود و می‌توان هر مسیر دلخواهی را بین نقاط D و F به عنوان مسیر انتگرال‌گیری درنظر گرفت. بنابراین با فرض اینکه رفتار ماده الاستیک خطی است، از منطقه پلاستیک اطراف شیار صرفنظر شده و مرز شیار به عنوان مسیر انتگرال‌گیری بین نقاط D و F انتخاب شده است. حسن این کار این است مؤلفه‌های بردار ترکشن (T) صفر می‌شوند. بنابراین ترم دوم انتگرال J صفر شده و فقط ترم اول باقی می‌ماند و نهایتا انتگرال J به صورت زیر خواهد بود[۱۰]:

$$J=\int_{\Gamma} W dy = 2\int_0^{\theta^*} W d\big(R_1(\theta)\sin\theta\big)$$
$$J=2\int_0^{\theta^*} W\left(\frac{dR_1(\theta)}{d\theta}\sin\theta + R_1(\theta)\cos\theta\right)d\theta \qquad (۶)$$

که در نهایت رابطه انتگرال J توسط برتو و لازارین در شیارهای V شکل انحنادار به صورت زیر ارائه شده است [۱۰]:

1- strain energy density
2- Traction Vector

$$J=\frac{(1-\nu^2)\sigma_{\max}^2 r_0^{2(1-\lambda)}}{16E(1+\tilde{\omega})^2\left[1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)\right]^2}\int_0^{\theta^*}\left\{\frac{\rho\left[-\cos(\theta)+\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}\right]}{q}\right\}^{2(\lambda-1)}$$
$$\times\left\{-4(-1+\lambda)\chi_b\cos\left(\frac{\theta(q+q\lambda-2)}{q}\right)+8\cos(\theta-\theta\lambda)\right.$$
$$+4(\lambda-1)\cos\left(\theta+\frac{2\theta}{q}-\theta\lambda\right)+\frac{1}{q-1}\left[q\left(\frac{-\cos(\theta)+\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}}{q-1}\right)^{\mu-\lambda}\right.$$
$$\left.\left.\times\left(\chi_c\cos\left(\frac{\theta(q-2+q\mu)}{q}\right)+2\chi_d\cos(\theta(1-\mu))+\chi_d(\mu-1)\cos\left(\theta+\frac{2\theta}{q}-\theta\mu\right)\right)\right]\right\}^2 \tag{۷}$$
$$\times\left\{\frac{\rho\cos(\theta)\left[-\cos(\theta)+\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}\right]}{q}+\frac{\rho\sin(\theta)\left[\sin(\theta)-\frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}}\right]}{q}\right\}d\theta$$

که با در نظر گرفتن انتگرال I_2 رابطه زیر نتیجه می‌شود:

$$J=\frac{(1-\nu^2)\sigma_{\max}^2 r_0^{2(1-\lambda)} I_2}{16E(1+\tilde{\omega})^2\left[1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)\right]^2} \tag{۸}$$

که در آن:

$$I_2=\int_0^{\theta^*}\left\{\frac{\rho\left[-\cos(\theta)+\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}\right]}{q}\right\}^{2(\lambda-1)}\left\{-4(-1+\lambda)\chi_b\cos\left(\frac{\theta(q+q\lambda-2)}{q}\right)\right.$$
$$+8\cos(\theta-\theta\lambda)+4(\lambda-1)\cos\left(\theta+\frac{2\theta}{q}-\theta\lambda\right)+\frac{1}{q-1}\left[q\left(\frac{-\cos(\theta)+\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}}{q-1}\right)^{\mu-\lambda}\right.$$
$$\left.\left.\times\left(\chi_c\cos\left(\frac{\theta(q-2+q\mu)}{q}\right)+2\chi_d\cos(\theta(1-\mu))+\chi_d(\mu-1)\cos\left(\theta+\frac{2\theta}{q}-\theta\mu\right)\right)\right]\right\}^2 \tag{۹}$$
$$\times\left\{\frac{\rho\cos(\theta)\left[-\cos(\theta)+\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}\right]}{q}+\frac{\rho\sin(\theta)\left[\sin(\theta)-\frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}}\right]}{q}\right\}d\theta$$

۴- رابطه بین J و $\overline{W}$ در شیار V شکل

با استفاده از روابط تحلیلی استخراج شده برای پارامتر شکست متوسط چگالی انرژی کرنشی در شیار V شکل تحت مود I بارگذاری، می‌توان رابطه بین این پارامتر شکست را با پارامتر شکست انتگرال J به دست آورد.

همانطور که در بخش‌های قبل ذکر شد، می‌توان متوسط چگالی انرژی کرنشی را از رابطه (۴) و مقدار انتگرال J را از رابطه (۸) به دست آورد. با تقسیم این دو رابطه بر هم و حذف پارامترهای مشترک می‌توان رابطه بین این دو پارامتر به صورت زیر بدست می‌آید.

$$f=\frac{J}{\overline{W}}=\left(\frac{I_2\Omega\left(1-\nu^2\right)}{8I_1\left[1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)\right]^2}\right)_{plane\ \ strain} \tag{۱۰}$$

بعد تابع f (نسبت مقدار J به مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی) طول می‌باشد. برای تعریف یک تابع بدون بعد می‌توان مقدار تابع f را به یک پارامتر دارای واحد طول نظیر

شعاع انتهای شیار (ρ) و یا شعاع کنترل (R_C) تقسیم نمود. بنابراین تابع h به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$h=\frac{f}{R_C}$$
$$h=\frac{J}{\overline{W}R_C}=\left(\frac{I_2\Omega\left(1-\nu^2\right)}{8I_1\left[1+\lambda+\chi_b\left(1-\lambda\right)\right]^2R_C}\right)_{plane\ \ strain} \qquad (۱۱)$$

با توجه به رابطه (۱۱) واضح است که تابع بدون بعد h وابسته به نسبت (R_C/ρ)، 2α و ν می‌باشد.

محاسبه این رابطه، تعیین رابطه‌ای برای محاسبه مقدار بحرانی انتگرال J (J_{cr}) می‌باشد. چون همانطور که در مقدمه این فصل ذکر شد مقدار J_{cr} به خصوصیات ماده و ابعاد شیار بستگی دارد.

در بار بحرانی می‌توان نوشت:

$$J_{cr}=hW_{cr}R_C=\frac{hR_C\sigma_{ut}^2}{2E} \qquad (۱۲)$$

می‌توان برای بی‌بعد نمودن رابطه فوق به صورت زیر عمل کرد.

$$\frac{J_{cr}}{J_{IC}}=\frac{hR_C\sigma_{ut}^2}{2EJ_{IC}} \qquad (۱۳)$$

با جایگذاری مقدار R_C برای حالت کرنش صفحه‌ای در رابطه (۱۳)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{J_{cr}}{J_{IC}}=\frac{h(1+\nu)(5-8\nu)K_{IC}^2}{8\pi EJ_{IC}} \qquad (۱۴)$$

برای مواد ترد رابطه زیر را می‌توان نوشت [۱۳]:

$$J_{IC}=\frac{K_{IC}^2(1-\nu^2)}{E} \qquad (۱۵)$$

بنابراین در نهایت با جایگذاری رابطه (۱۵) در (۱۴) می‌توان نسبت J_{cr} به J_{IC} را برای مواد همگن دارای شیار V شکل به صورت آنچه در رابطه (۱۶) آمده است به دست آورد.

$$\frac{J_{cr}}{J_{IC}}=\frac{h(5-8\nu)}{8\pi(1-\nu)} \qquad (۱۶)$$

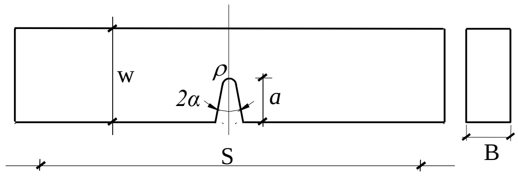
اکنون می‌توان با انجام یک آزمایش بر روی یک ماده دارای ترک و یافتن مقدار J_{IC}، با استفاده از رابطه (۱۶) مقدار J_{cr} آن ماده را برای مقدار دلخواه از عمق، زاویه و شعاع شیار V شکل محاسبه نمود. بنابراین نیاز برای انجام آزمایشهای متعدد برای ابعاد مختلف شیار برطرف شده است.

با توجه به رابطه (۱۶) واضح است که تابع بدون بعد ($\frac{J_{cr}}{J_{IC}}$) وابسته به نسبت (R_C/ρ)، زاویه 2α و پارامتر ν می‌باشد (تابع h وابسته به نسبت (R_C/ρ)، 2α و ν است).

۵- تأثیر پارامترهای موثر بر انتگرال J و چقرمگی شکست

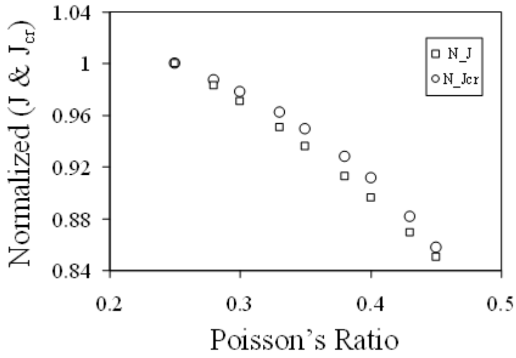
۵-۱- تأثیر ضریب پوآسون بر انتگرال J و چقرمگی شکست

در این بخش تأثیر تغییرات ضریب پوآسون بر مقدار بی‌بعد انتگرال J و تابع بی‌بعد J_{cr} مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. در شکل (۴) نمونه مورد نظر نشان داده شده است.



شکل (۴) هندسه نمونه با شیار V شکل [۱۴]

در بررسی کلیه پارامترهای موثر، ابعاد هندسی قطعه به صورت $S=240mm$، $w=60mm$ و $B=30mm$ در نظر گرفته شده است. پارامترهای $\rho=1mm$، $R_C=0.1mm$، $2\alpha=60°$، $E=70000Pa$، $F=100N$ و $K_t=4.609$ می‌باشد. برای بی‌بعد نمودن پارامترهای انتگرال J و نیز J_{cr} مقادیر حاصل به بیشترین مقدار به دست آمده برای این دو پارامتر تقسیم شده است. نمودار تغییرات انتگرال J بی‌بعد و نیز J_{cr} بی‌بعد بر حسب ضریب پوآسون به صورت شکل (۵) می‌باشد.

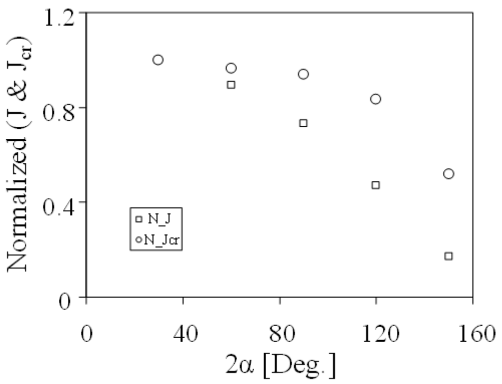


شکل ۵: نمودار تغییرات تابع بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست بر حسب ضریب پوآسون

همانطور که در شکل (۵) قابل مشاهده است، با افزایش ضریب پواسون، مقدار بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست کم می‌شود. اما نمودار انتگرال J با شیب تندتری کاهش می یابد. بنابراین افزایش ضریب پوآسون تأثیر مثبت بر روی بار بحرانی شکست داشته و در نتیجه بار بحرانی شکست افزایش می‌یابد.

۵-۲- تأثیر زاویه شیار بر انتگرال J و چقرمگی شکست

در این بخش تأثیر تغییر زاویه شیار (2α) بر مقدار بی‌بعد انتگرال J و تابع بی‌بعد J_{cr} مورد بررسی قرار می گیرد. ابعاد هندسی قطعه به صورت $S = 240mm$، $w = 60mm$ و $B = 30mm$ در نظر گرفته شده و پارامترهای $\rho = 1mm$، $R_C = 0.1mm$، $\nu = 0.3$، $E = 70000Pa$، $F = 100N$ و $a = 15mm$ می‌باشد. نمودار تغییرات انتگرال J بی‌بعد و نیز J_{cr} بی‌بعد بر حسب زاویه شیار به صورت شکل (۶) است. با توجه به شکل (۶)، با افزایش زاویه شیار، مقدار بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست کاهش می‌یابد. اما شیب نمودار انتگرال J بیشتر بوده و با شدت بیشتری کم می‌شود. بنابراین افزایش زاویه شیار تأثیر مثبت بر روی پارامتر شکست داشته و باعث افزایش بار بحرانی شکست می گردد.

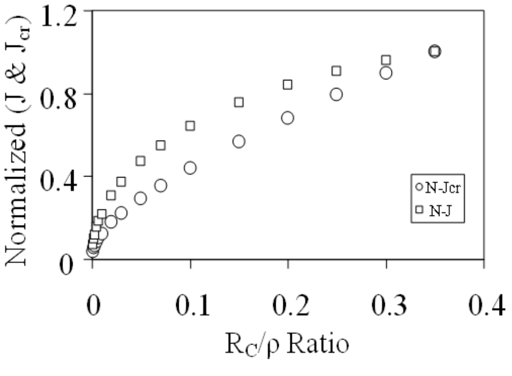


شکل ۶: نمودار تغییرات تابع بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست بر حسب زاویه شیار

۵-۳- تأثیر نسبت (R_C/ρ) بر انتگرال J و چقرمگی شکست

در این بخش تأثیر تغییرات نسبت (R_C/ρ) بر مقدار بی‌بعد انتگرال J و تابع بی‌بعد J_{cr} مورد تحلیل قرار می گیرد. پارامترهای $\rho = 1mm$، $a = 15mm$، $\nu = 0.3$، $2\alpha = 90°$، $E = 70000Pa$، $F = 100N$ و $K_t = 4.609$ می‌باشد. نمودار تغییرات انتگرال J بی‌بعد و نیز J_{cr} بی‌بعد بر حسب نسبت شعاع کنترل به شعاع شیار به صورت شکل (۷) می‌باشد.

در شکل (۷) نشان داده شده که با افزایش نسبت (R_C/ρ)، مقدار تابع بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست افزایش می یابد. ولی روند افزایش نمودار انتگرال J بیشتر است. بنابراین افزایش نسبت (R_C/ρ)، تأثیر منفی بر روی پارامتر شکست داشته و در نتیجه بار بحرانی شکست کاهش می‌یابد.



شکل ۷: نمودار تغییرات تابع بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست بر حسب نسبت (R_C/ρ)

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله رابطه‌ای میان انتگرال J و متوسط چگالی انرژی کرنشی برای شیار V شکل انحنادار ارائه شد که به کمک آن رابطه‌ای تحلیلی جهت محاسبه مقدار بی‌بعد چقرمگی شکست (J_{cr}) به دست آمد. با توجه به اینکه مقدار بحرانی انتگرال J در شیارها، وابسته به پارامترهای زاویه شیار، ضریب پوآسون و نسبت (R_C/ρ) می‌باشد، تأثیر پارامترهای مذکور بر روی مقدار بی‌بعد انتگرال J و J_{cr} بررسی گردید. مشخص شد که با افزایش ضریب پواسون و زاویه شیار، مقدار بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست کم می‌شود. اما نمودار انتگرال J با شیب تندتری کاهش می‌یابد. بنابراین بار بحرانی شکست افزایش می‌یابد. اما با افزایش نسبت (R_C/ρ)، مقدار تابع بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست افزایش می یابد. ولی روند افزایش نمودار انتگرال J بیشتر است. بنابراین افزایش نسبت (R_C/ρ)، باعث کاهش بار بحرانی شکست می‌شود.

فهرست علائم

a	عمق شیار (mm)
B	عرض نمونه (mm)
E	مدول یانگ (GPa)
F_{cr}	بار بحرانی شکست (N)
J	انتگرال J ($N\ mm/mm^2$)
J_{cr}	مقدار بحرانی انتگرال J در شیار ($N\ mm/mm^2$)
J_{IC}	مقدار بحرانی انتگرال J در ترک ($N\ mm/mm^2$)
K_{IC}	چقرمگی شکست ($MPa\ m^{0.5}$)
R_C	شعاع حجم کنترل (mm)
r_o	فاصله از انتهای شیار تا مبداء مختصات (mm)
SED	چگالی انرژی کرنشی
W	چگالی انرژی کرنشی در یک ($N\ mm/mm^3$) نقطه
$\overline{W}$	متوسط چگالی انرژی کرنشی ($N\ mm/mm^3$)
W_{cr}	مقدار بحرانی چگالی انرژی کرنشی ($N\ mm/mm^3$)
w	ضخامت نمونه (mm)
2α	زاویه شیار
ν	ضریب پوآسون
Ω	حجم کنترل (mm^2)
ρ	شعاع کنترل (mm)
σ_{max}	تنش ماکزیمم (MPa)
σ_{ut}	تنش نهایی (MPa)

مراجع

[1] Lazzarin P., Zambardi R., A finite volume energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches, *International Journal of Fracture*, Vol. 112, 2001, pp. 275-298.

[2] Yosibash Z., Bussiba A.R., Gilad I., Failure criteria for brittle elastic materials, *International Journal of Fracture*, Vol. 125, 2004, pp. 307–333.

[3] Lazzarin P., Berto F., Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches, *International Journal of Fracture*, Vol. 135, 2005, pp. 161-185.

[4] Gómez F.J., Elices, M., Berto F., Lazzarin P., Local strain energy to assess the static failure of U-notches in plated under mixed mode loading, *International Journal of Fracture*, Vol. 145, 2007, pp. 29–45.

[5] Chen Y.H., Lu T.J., On the path dependence of the J-integral in notch problems, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, 2004, pp. 607-618.

[6] Livieri P., A new path independent integral applied to notched components under mode I loadings, *International Journal of Fracture*, Vol. 123, 2003, pp. 107-125.

[7] Matvienko Y.G., Morozov E.M., Calculation of the energy J-integral for bodies with notches and cracks, *International Journal of Fracture*, Vol. 125, 2004, pp. 249-261.

[8] Wang F., Lee H.P., Lu C., Relations between structural intensity and J-integral, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, 2005, pp. 1197-1202.
[9] Zhu X.K., Joyce J.A., J-resistance curve testing of HY80 steel using SEB specimens and normalization method, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, 2007, pp. 2263-2281.
[10] Berto F., Lazzarin P., Relationships between J-integral and the strain energy evaluated in a finite volume surrounding the tip of sharp and blunt V-notches, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, 2007, pp. 4621-4645.
[11] Barati E., Berto F., A comparison between rapid expression for evaluation of the critical J-integral in plates with U-notches under mode I loading, *Journal of strain Analysis*, Vol. 46, 2011, pp. 852–865.
[12] Berto F., Barati E., Fracture assessment of U-notches under three point bending by means of local energy density, *Material and design*, Vol. 32, 2011, pp. 822-830.
[13] Rice J.R., A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *Journal of Application Mechanic*, Vol. 35, 1968, pp. 379-386.
[۱۴] نوری ازغد، ف،. ارائه روابط تحلیلی و عددی محاسبه چقرمگی شکست (J_{cr}) در شیارهای V شکل انحناءدار تحت مود I بارگذاری، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ۱۳۹۲.