

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال نهم، شماره چهل و چهارم، مهر و آبان ۱۴۰۲

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸۸X



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

تعیین بازده به مقیاس‌های چپ و راست در زنجیره تأمین سبز دو مرحله‌ای با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای

روح‌اله شرف‌الدین^۱، امیر غلام‌ابری^{۲*}، محمد فلاح^۳

(^۱) گروه مهندسی صنایع، واحد رودهن، دانشگاه آزاد اسلامی، رودهن، ایران

(^۲) گروه ریاضی، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران

(^۳) گروه مهندسی صنایع، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۰۴ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۱۴

چکیده

در عصر حاضر ارزیابی و سپس بهبود عملکرد سیستم‌های تولیدی و در کل زنجیره‌های تأمین، بعنوان تنها راه ممکن جهت رقابت در بازار جهانی کسب و کار مطرح می‌باشد. تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) بعنوان یک روش برنامه‌ریزی ریاضی، روشی ناپارامتریک برای اندازه‌گیری کارایی نسبی سیستم‌های تولیدی و واحدهای تصمیم‌گیرنده با چندین ورودی و خروجی همگن است. تعیین نوع بازده به مقیاس (RTS) به مدیران کمک می‌کند که پیش‌بینی‌های دقیق‌تری در رابطه با توسعه یا تحدید واحد تصمیم‌گیرنده (DMU) داشته باشند. با توجه به اهمیت RTS در رابطه با تصمیم‌گیری‌های مدیریتی، روش‌های مختلف و متنوعی از سوی پژوهشگران علم DEA جهت معرفی و تعیین نوع آن ارائه شده است. تحقیق‌ها در ارزیابی RTS، منجر به دسته‌بندی کلی‌تری از انواع RTS، با عناوین بازده به مقیاس چپ (L-RTS) و بازده به مقیاس راست (R-RTS) شده است. این تحقیق به مطالعه فرآیند تولید دو مرحله‌ای می‌پردازد و یک رویکرد برای برآورد نوع بازده به مقیاس راست و چپ DMUs معرفی می‌نماید. در این مقاله کاربرد مدل DEA شبکه‌ای برای محاسبه کارایی نسبی و بازده به مقیاس شرکت‌های سیمان حاضر در بورس اوراق بهادار مورد مطالعه قرار گرفته است. داده‌های مورد استفاده در مدل، مربوط به فرآیند تولید ۴۲ شرکت سیمان در سال ۱۴۰۰ می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، فرآیند تولید دو مرحله‌ای، کارایی نسبی، بازده به مقیاس چپ (L-RTS)، بازده به مقیاس راست (R-RTS).

۱- مقدمه

یکی از ابزارهای مناسب و کارآمد در زمینه ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری^۲ (DMU)، تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها^۳ (DEA) می‌باشد که بعنوان یک روش غیرپارامتری به منظور محاسبه کارایی DMUs استفاده می‌شود.

به‌طور کلی، شالوده روش‌های ناپارامتری برای اندازه‌گیری کارایی، با انتشار مقاله‌ای از فارل (۱۹۵۷) بنیان نهاده شد. فارل برای اولین بار "مرز کارایی فارل" را بعنوان مرز غیرپارامتری کارایی معرفی کرد و مدلی برای ارزیابی و محاسبه کارایی با ورودی‌های چندگانه و یک خروجی ارائه نمود [۱]. تقریباً پس از دو دهه چارنز، کوپر و رودز (۱۹۷۸) این تکنیک را برای چند خروجی تعمیم دادند. آنها برای ارزیابی عملکرد مجموعه‌ای از DMUs از تکنیک DEA استفاده نمودند. مدل پیشنهاد شده توسط آنها به مدل^۴ (CCR) معروف شد [۲]. در سالهای اخیر به منظور ارزیابی عملکرد سازمان‌ها و صنایع مختلف از جمله صنعت بانکداری، پست، بیمارستان و ... کاربردهای متفاوتی از DEA دیده می‌شود. در برخی از نمونه‌ها، DMUs ممکن است ساختار دومرحله‌ای داشته باشند، یعنی خروجی‌های اولین مرحله بعنوان ورودی دومین مرحله مورد استفاده قرار می‌گیرند. کاستلی (۲۰۰۴) و تون (۲۰۰۹) در این خصوص مدل‌هایی را برای ارزیابی DMUs با ساختار شبکه‌ای ارائه دادند [۳-۴]. اولین پژوهش‌ها در زمینه بازده به مقیاس^۵ (RTS) که در واقع توسط آن میزان تغییرات خروجی در صورت افزایش ورودی نشان داده می‌شود و به سه حالت افزایشی، ثابت و کاهش‌ی تقسیم می‌شود مربوط به بنکر و همکاران (۱۹۸۴) می‌باشد. آنها با ارائه یک ساختار اصل موضوعی، نشان دادند که مدل CCR ارائه شده

توسط چارنز و همکاران (۱۹۷۸)، به ارزیابی عملکرد DMUs در یک مجموعه امکان تولید^۶ (PPS) می‌پردازد که در آن پیش‌فرض RTS ثابت پذیرفته شده است. بنکر و همکاران (۱۹۸۴) پیش‌فرض^۷ "RTS ثابت" را از PPS ای که مدل CCR ارزیابی عملکردش را در آن انجام می‌داد، کنار گذاشتند. آنها PPS حاصل را PPS ای با "RTS متغیر" نامیدند و مدل دیگری تحت عنوان مدل^۸ (BCC) را برای ارزیابی عملکرد DMUs در این PPS جدید ارائه کردند [۵]. اهمیت تعیین نوع RTS هر DMU در تحلیل کارایی و همچنین تأثیر مفهوم RTS در اقتصاد و مدیریت، بنکر (۱۹۸۴) را بر آن داشت که برای اولین بار به تحلیل تئوریک RTS تحت DEA بپردازد. او با ارائه یک ساختار تئوریک و با استفاده از مدل پوششی CCR روشی را برای معرفی و شناسایی RTS مطرح کرد [۶].

بعد از آن، روش‌های بسیاری برای شناسایی RTS از سوی محققان ارائه گردید. در این زمینه می‌توان به مقالات پژوهشگران مختلف نظیر بنکر و ترال (۱۹۹۲)، ژو و شن (۱۹۹۵)، بنکر و همکاران (۱۹۹۶)، فار و گروسکوف (۲۰۰۰)، خدابخشی و همکاران (۲۰۱۰) و وانگ و همکاران (۲۰۱۷) اشاره نمود که در این راستا به بحث و بررسی پرداختند [۷-۱۲].

برای نخستین بار مفاهیم دیگری بنام بازده به مقیاس چپ^۸ (L-RTS) و بازده به مقیاس راست^۹ (R-RTS) توسط گلانی و یو (۱۹۹۷) مطرح شدند. این پژوهشگران دسته بندی ثابت، افزایشی و کاهش‌ی را برای L-RTS و همچنین R-RTS بیان کردند که البته در مواردی با مشکل نشدنی بودن روبرو شدند [۱۳]. هدجی کاستاس و سوتریو (۲۰۰۶)

⁶ Production possibility set (PPS)

⁷ Banker, Charnes & Cooper (BCC)

⁸ Left-Return to Scale (L-RTS)

⁹ Right-Return to Scale (R-RTS)

² Decision Making Units (DMU)

³ Data Envelopment Analysis (DEA)

⁴ Charnes, Cooper & Rhodes (CCR)

⁵ Return to Scale (RTS)

عوامل محیطی در چهار بعد هوا، خاک، آلودگی آب و یکنواختی زیست محیطی را برآورد نمودند [۲۰]. البته ضعف مشترک تمامی این مدل‌ها پارامتریک بودن مدل‌های بکار رفته در این روش‌هاست. در واقع مشخص نبودن محدوده پارامتر بکار رفته در مدل‌های این روش‌ها، کاربران را در استفاده از آنها دچار مشکلات اساسی می‌نماید. سایر بخش‌های مقاله به شرح ذیل سازماندهی شده است:

در بخش دوم مفاهیم پایه مربوط به بازده به مقیاس چپ و راست بطور مختصر تشریح شده‌اند. در بخش سوم بازده به مقیاس چپ و راست زنجیره تأمین تعیین گردید. بخش چهارم اختصاص به یک مثال کاربردی جهت نشان دادن نتایج نظری تحقیق دارد. خاتمه این کار تحقیقاتی در بخش پنجم به نتیجه‌گیری و همچنین پیشنهاد زمینه‌های ممکن برای توسعه این مقاله اختصاص داده شده است.

۲- مفاهیم پایه

۲-۱- تعریف بازده به مقیاس چپ و راست

برای نقاط مرزی در جعبه سیاه^{۱۱}

فرض کنیم وجود دارد $\delta^* > 0$ بطوریکه:

$$(x_p, y_p) \in \supset T_v$$

$$\exists \delta^*, \forall \delta \in [0, \delta^*]$$

$$a. \left((1+\delta) x_p, (1+\delta) y_p \right) \in \text{int } T_v, \\ R - IRS$$

مانند نقطه B در شکل (۱)

$$b. \left((1+\delta) x_p, (1+\delta) y_p \right) \notin T_v, \\ R - DRS$$

مانند نقطه F در شکل (۱)

مبانی تئوریک را در خصوص معرفی و شناسایی $R-RTS$ و $L-RTS$ بنیان نهادند [۱۴].

در سالهای بعد پژوهش‌ها در این زمینه ادامه یافت و اسلامی و خوئینی (۲۰۱۳)، الهیار و رستمی (۲۰۱۴) و امیدی و همکاران (۲۰۱۹) با الگو گرفتن از دسته‌های خاصی از مدل‌های مضرپی و پوششی DEA به ارزیابی $R-RTS$ و $L-RTS$ پرداختند. مدل‌های مطرح شده توسط آنها همواره شدنی بوده و ضعف نشدنی بودن مدل‌های روش گلانی و یو (۱۹۹۷) را نداشتند [۱۷-۱۵].

توسلی و فرضی‌پور سائن (۲۰۱۹) در مقاله خود به این نکته اشاره داشتند که در بسیاری از برنامه‌های زندگی واقعی همه ورودی‌ها و یا خروجی‌ها قطعی نیستند و برخی ممکن است تصادفی باشند. در این مقاله با ارائه یک مدل DEA تصادفی پیشنهادی، کلیه تأمین‌کنندگان براساس نمره کارایی آنها به دو گروه کارآمد و ناکارآمد طبقه بندی می‌شوند. نتایج این تحقیق نشان دهنده دقت بالای پیش بینی توسط مدل پیشنهادی است [۱۸].

علیرضایی و همکاران (۲۰۱۸) در پژوهش خود یکی از مهمترین مشکلات برای تنظیم یک مدل آنالیز پوششی داده‌ها تحت عنوان شناسایی بازده مناسب به مقیاس (RTS) برای داده‌ها را بررسی نمودند. در این مقاله، یک روش غیر آماری جدید و هدفمند برای شناسایی بازده به مقیاس تکنولوژیکی داده‌ها معرفی شده است. رویکرد پیشنهادی آنها روش زاویه^{۱۰} نامیده می‌شود. آنها این روش را با استفاده از داده‌های دنیای واقعی یک بانک بزرگ کانادایی مورد آزمایش قرار دادند [۱۹].

چزوسکی و همکاران (۲۰۲۰) در مقاله خود به ارزیابی مقرون به صرفه بودن سیاست‌های زیست محیطی در سطح شهر تحت سناریوهای مختلف با استفاده از بازده به مقیاس (RTS) پرداختند. آنها

¹¹ Black Box

¹⁰ Angles

لذا برای محاسبه بازده به مقیاس چپ و راست در *BlackBox* نقاط جدید شامل $[(1+\delta) x_p, (1+\delta) y_p]$ و همچنین $[(1-\delta) x_p, (1-\delta) y_p]$ را با فرض $\delta \rightarrow 0^+$ در *PPS* قبلی (مجموعه امکان تولید قبلی) به صورت ذیل ارزیابی می‌نمائیم:

$$\begin{aligned} \theta_1^* &= \text{Min } \theta, \\ \text{s.t:} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq (1+\delta) x_{ip}, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq (1+\delta) y_{rp}, \quad r = 1, 2, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

نتایج مدل (۱):

- $\theta_1^* < 1 \rightarrow R-IRS$
- $\theta_1^* \text{ Inf} \rightarrow R-DRS$
- $\theta_1^* = 1 \rightarrow R-CRS$

$$\begin{aligned} \theta_2^* &= \text{Min } \theta, \\ \text{s.t:} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\leq (1-\delta) x_{ip}, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} &\geq (1-\delta) y_{rp}, \quad r = 1, 2, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1, \\ \lambda_j &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

نتایج مدل (۲):

- $\theta_2^* < 1 \rightarrow L-DRS$
- $\theta_2^* \text{ Inf} \rightarrow L-IRS$
- $\theta_2^* = 1 \rightarrow L-CRS$

$$c. \quad ((1+\delta) x_p, (1+\delta) y_p) \in \supset T_v, \\ R-CRS$$

مانند نقطه *D* در شکل (۱)

به‌طور مشابه فرض کنیم وجود دارد $\delta^* > 0$ بطوریکه:

$$\begin{aligned} \exists \delta^*, \forall \delta \in [0, \delta^*] \\ a. \quad ((1-\delta) x_p, (1-\delta) y_p) \in \text{int } T_v, \\ L-DRS \end{aligned}$$

مانند نقطه *F* در شکل (۱)

$$b. \quad ((1-\delta) x_p, (1-\delta) y_p) \notin T_v, \\ L-IRS$$

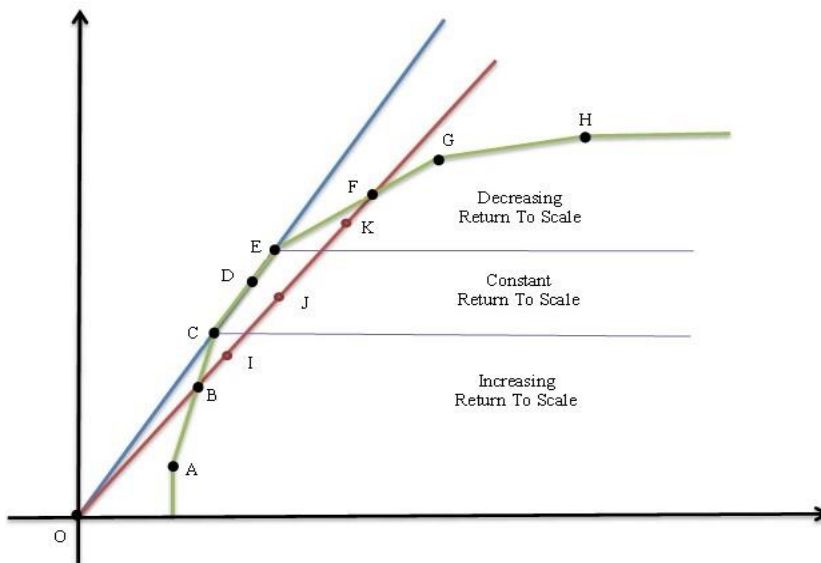
مانند نقطه *B* در شکل (۱)

$$c. \quad ((1-\delta) x_p, (1-\delta) y_p) \in \supset T_v, \\ L-CRS$$

مانند نقطه *D* در شکل (۱)

مفهوم نمادهای فوق به شرح ذیل می‌باشد:

- نماد *R-IRS* نشان‌دهنده بازده به مقیاس راست، صعودی است.
- نماد *L-IRS* نشان‌دهنده بازده به مقیاس چپ، صعودی است.
- نماد *R-DRS* نشان‌دهنده بازده به مقیاس راست، نزولی است.
- نماد *L-DRS* نشان‌دهنده بازده به مقیاس چپ، نزولی است.
- نماد *R-CRS* نشان‌دهنده بازده به مقیاس راست، ثابت است.
- نماد *L-CRS* نشان می‌دهد بازده به مقیاس چپ، ثابت است.



شکل ۱: انواع نواحی بازده به مقیاس و نقاط مهم مرزی و داخلی با بازده به مقیاس‌های متفاوت

فرض کنیم $(x_p, y_p) \in \text{int } T_v$ ، دارای کارایی در ماهیت ورودی θ_p^{*2} باشد:

با فرض $\delta \rightarrow 0^+$ ابتدا $[(1-\delta)x_p, (1-\delta)y_p]$ را در T_v برای مدل (۲) مورد ارزیابی قرار می‌دهیم: فرض کنیم در این ارزیابی نمره کارایی واحد جدید θ_{1-p}^* باشد.

حالت اول:

اگر $\theta_{1-p}^* < \theta_p^*$ باشد، آنگاه: $L-DRS$ مانند نقطه k در شکل (۱)

حالت دوم:

اگر $\theta_{1-p}^* = \theta_p^*$ باشد، آنگاه: $L-CRS$ مانند نقطه J در شکل (۱)

اگر $\theta_{1-p}^* > \theta_p^*$ باشد، آنگاه: $L-IRS$ مانند نقطه I در شکل (۱)

۳- محاسبه بازده به مقیاس چپ و راست در زنجیره تأمین^{۱۲}

۲-۲- تعریف بازده به مقیاس چپ و راست برای نقاط داخلی

فرض کنیم $(x_p, y_p) \in \text{int } T_v$ ، دارای کارایی در ماهیت ورودی θ_p^{*1} باشد:

با فرض $\delta \rightarrow 0^+$ ابتدا $[(1+\delta)x_p, (1+\delta)y_p]$ را در T_v برای مدل (۲-۹) مورد ارزیابی قرار می‌دهیم:

فرض کنیم در این ارزیابی نمره کارایی واحد جدید θ_{R-p}^* باشد.

حالت اول:

اگر $\theta_{R-p}^* > \theta_p^*$ باشد، آنگاه: $R-DRS$ مانند نقطه k در شکل (۱)

حالت دوم:

اگر $\theta_{R-p}^* = \theta_p^*$ باشد، آنگاه: $R-CRS$ مانند نقطه J در شکل (۱)

اگر $\theta_{R-p}^* < \theta_p^*$ باشد، آنگاه: $R-IRS$ مانند نقطه I در شکل (۱)

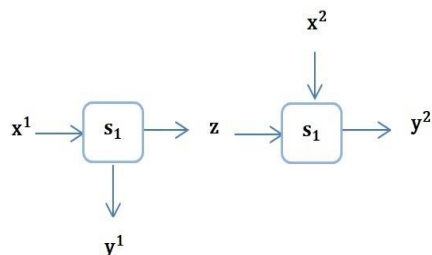
مدل ارزیابی در مرحله اول S_1 بصورت ذیل معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned} \theta_p^1 &= \text{Min } \theta, \\ \text{s.t:} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 &\leq \theta x_{ip}^1, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 &\geq y_{rp}^1, \quad r = 1, 2, \dots, s_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj}^1 &\geq z_{lp}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj}^1 &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj}^2, \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 &\leq x_{ip}^2, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 &\geq y_{rp}^2, \quad r = 1, 2, \dots, s_2 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 &= 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1, \\ \lambda_j^1, \lambda_j^2 &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (4) \end{aligned}$$

مدل ارزیابی در مرحله دوم S_2 بصورت ذیل معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned} \theta_p^2 &= \text{Min } \theta, \\ \text{s.t:} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 &\leq x_{ip}^1, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 &\geq y_{rp}^1, \quad r = 1, 2, \dots, s_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj}^1 &\leq z_{lp}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj}^1 &\geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj}^2, \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 &\leq \theta x_{ip}^2, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 &\geq y_{rp}^2, \quad r = 1, 2, \dots, s_2 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 &= 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1, \\ \lambda_j^1, \lambda_j^2 &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (5) \end{aligned}$$

برای تبیین موضوع ابتدا زنجیره تأمین دو مرحله‌ای را مطابق شکل (۲) در نظر می‌گیریم.



شکل ۲: زنجیره تأمین دو مرحله‌ای

برای ارزیابی زنجیره تأمین دو مرحله‌ای فوق، سه مدل ارزیابی تحت عنوان مدل کل زنجیره تأمین، مرحله اول و مرحله دوم را در نظر می‌گیریم.

۳-۱- تعیین بازده به مقیاس چپ و راست در

زنجیره تأمین

مدل زنجیره تأمین کل تحت عنوان مدل $Total$ بصورت ذیل در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \theta_p^T &= \text{Min } \theta, \\ \text{s.t:} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 &\leq \theta x_{ip}^1, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 &\geq y_{rp}^1, \quad r = 1, 2, \dots, s_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj}^1 &\geq z_{lp}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj}^2 &\leq z_{lp}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 &\leq \theta x_{ip}^2, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 &\geq y_{rp}^2, \quad r = 1, 2, \dots, s_2 \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 &= 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1, \\ \lambda_j^1, \lambda_j^2 &\geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (3) \end{aligned}$$

Min θ ,

s.t :

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 \leq \theta x_{ip}^1 (1-\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 \geq y_{rp}^1, \quad r = 1, 2, \dots, s_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq z_{lp} (1-\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 \leq x_{ip}^2 (1-\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_2$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 \geq y_{rp}^2, \quad r = 1, 2, \dots, s_2$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 = 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1,$$

$$\lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (7)$$

در واقع $(1+\delta)$ مدل (۶) را تشکیل می‌دهد و $(1-\delta)$ مدل (۷) را تشکیل می‌دهد. تابع هدف مدل (۶) را $\bar{\theta}_p^1$ در نظر می‌گیریم و تابع هدف مدل (۷) را θ_p^{*1} در نظر می‌گیریم.

به همین ترتیب متناسب مدل مرحله دوم S_2 برای بازده به مقیاس راست داریم:

Min θ ,

s.t:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 \leq x_{ip}^1, \quad i = 1, 2, \dots, m_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 \geq y_{rp}^1 (1+\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \leq z_{lp} (1+\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 \leq \theta x_{ip}^2, \quad i = 1, 2, \dots, m_2$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 \geq y_{rp}^2 (1+\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_2$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 = 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1,$$

$$\lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (8)$$

در ادامه جهت تعیین بازده به مقیاس چپ و راست در زنجیره تأمین از مدل‌های ذیل استفاده می‌نماییم. فرض کنیم $DMU_p : (x_p, z_p, y_p)$ یک زنجیره تأمین دلخواه با فرمت شکل (۲) باشد، با مفروضات قبل جهت تعیین بازده به مقیاس چپ و راست در مرحله اول، دوم و کل داریم:

$$S_1 : ((1\pm\delta) x_p, (1\pm\delta) z_p, y_p)$$

$$S_2 : (x_p, (1\pm\delta) z_p, (1\pm\delta) y_p)$$

$$T : ((1\pm\delta) x_p, (1\pm\delta) z_p, (1\pm\delta) y_p)$$

لذا متناسب مدل مرحله اول S_1 برای بازده به مقیاس راست داریم:

Min θ ,

s.t:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 \leq \theta x_{ip}^1 (1+\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 \geq y_{rp}^1, \quad r = 1, 2, \dots, s_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq z_{lp} (1+\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 \leq x_{ip}^2 (1+\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_2$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 \geq y_{rp}^2, \quad r = 1, 2, \dots, s_2$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 = 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1,$$

$$\lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (6)$$

همچنین متناسب مدل مرحله اول S_1 برای بازده به مقیاس چپ داریم:

متناسب زنجیره تأمین کل یا $Total$ برای بازده به مقیاس چپ داریم:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \theta, \\ & \text{s.t:} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 \leq \theta x_{ip}^1 (1-\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 \geq y_{rp}^1 (1-\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq z_{lp} (1-\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj} \leq z_{lp} (1-\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 \leq \theta x_{ip}^2 (1-\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 \geq y_{rp}^2 (1-\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_2 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 = 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1, \\ & \lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (11) \end{aligned}$$

در واقع $(1+\delta)$ مدل (۱۰) را تشکیل می‌دهد و $(1-\delta)$ مدل (۱۱) را تشکیل می‌دهد. تابع هدف مدل (۱۰) را $\bar{\theta}_p^T$ در نظر می‌گیریم و تابع هدف مدل (۱۱) را θ_p^{*T} در نظر می‌گیریم.

۳-۲- بحث در نتایج مدل‌های (۳) تا (۱۱) و تعیین بازده به مقیاس چپ و راست

فرض کنیم جوابهای بهین مدل‌های (۳) تا (۱۱) همانطور که بیان گردید به صورت ذیل باشد:

- تابع هدف بهین مدل (۳): θ_p^T
- تابع هدف بهین مدل (۴): θ_p^1
- تابع هدف بهین مدل (۵): θ_p^2
- تابع هدف بهین مدل (۶): $\bar{\theta}_p^1$
- تابع هدف بهین مدل (۷): θ_p^{*1}
- تابع هدف بهین مدل (۸): $\bar{\theta}_p^2$
- تابع هدف بهین مدل (۹): θ_p^{*2}
- تابع هدف بهین مدل (۱۰): $\bar{\theta}_p^T$
- تابع هدف بهین مدل (۱۱): θ_p^{*T}

همچنین متناسب مدل مرحله اول S_2 برای بازده به مقیاس چپ داریم:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \theta, \\ & \text{s.t:} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 \leq x_{ip}^1, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 \geq y_{rp}^1 (1-\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \leq z_{lp} (1-\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj}, \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 \leq \theta x_{ip}^2, \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 \geq y_{rp}^2 (1-\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_2 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 = 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1, \\ & \lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (9) \end{aligned}$$

در واقع $(1+\delta)$ مدل (۸) را تشکیل می‌دهد و $(1-\delta)$ مدل (۹) را تشکیل می‌دهد. تابع هدف مدل (۸) را $\bar{\theta}_p^2$ در نظر می‌گیریم و تابع هدف مدل (۹) را θ_p^{*2} در نظر می‌گیریم.

متناسب زنجیره تأمین کل یا $Total$ برای بازده به مقیاس راست داریم:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \theta, \\ & \text{s.t:} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij}^1 \leq \theta x_{ip}^1 (1+\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 y_{rj}^1 \geq y_{rp}^1 (1+\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{lj} \geq z_{lp} (1+\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{lj} \leq z_{lp} (1+\delta), \quad l = 1, 2, \dots, p_1 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 x_{ij}^2 \leq \theta x_{ip}^2 (1+\delta), \quad i = 1, 2, \dots, m_2 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj}^2 \geq y_{rp}^2 (1+\delta), \quad r = 1, 2, \dots, s_2 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 = 1, \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 = 1, \\ & \lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad \theta \text{ free} \quad (10) \end{aligned}$$

نقطه $((1+\delta)x_p, (1+\delta)z_p, (1+\delta)y_p)$

توسط مدل (۱۰) حل شود.

❖ اگر $\bar{\theta}_p^T = \theta_p^T$ باشد آنگاه: R-T-CRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^T < \theta_p^T$ باشد آنگاه: R-T-IRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^T > \theta_p^T$ باشد آنگاه: R-T-DRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^T$ نشدنی باشد آنگاه: R-T-DRS

نقطه $((1-\delta)x_p, (1-\delta)z_p, (1-\delta)y_p)$

توسط مدل (۱۱) حل شود.

❖ اگر $\theta_p^{*T} = \theta_p^T$ باشد آنگاه: L-T-CRS

❖ اگر $\theta_p^{*T} < \theta_p^T$ باشد آنگاه: L-T-DRS

❖ اگر $\theta_p^{*T} > \theta_p^T$ باشد آنگاه: L-T-IRS

لم ۱-

$$I) \theta_p^1 \leq \theta_p^T$$

$$II) \theta_p^2 \leq \theta_p^T$$

برهان: بخش (I) را ثابت نموده، (II) نیز بطور مشابه

اثبات می‌گردد.

فرض کنیم جواب بهین مدل (۳)، $(\theta_p^T, \lambda^1, \lambda^2)$

باشد. از اینکه $0 \leq \theta_p^T \leq 1$ است، لذا $\theta x_p^2 \leq x_p^2$

است. بعلاوه داریم:

$$a) \sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_j \geq z_p$$

$$b) \sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_j \leq z_p$$

از قیود (a) و (b) نتیجه گرفته می‌شود که:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_j \geq \lambda_j^2 z_j$$

لذا جواب بهین مدل (۳) یک جواب شدنی مدل (۴)

است و چون مسأله (۴) از نوع مینیم‌سازی است پس

۳-۲-۱- حالت اول: بررسی بازده به مقیاس چپ

و راست مرحله اول S_1

نقطه $((1+\delta)x_p, (1+\delta)z_p, y_p)$ توسط مدل

(۶) حل شود.

❖ اگر $\bar{\theta}_p^1 = \theta_p^1$ باشد آنگاه: R-S₁-CRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^1 < \theta_p^1$ باشد آنگاه: R-S₁-IRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^1 > \theta_p^1$ باشد آنگاه: R-S₁-DRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^1$ نشدنی باشد آنگاه: R-S₁-DRS

نقطه $((1-\delta)x_p, (1-\delta)z_p, y_p)$ توسط مدل

(۷) حل شود.

❖ اگر $\theta_p^{*1} = \theta_p^1$ باشد آنگاه: L-S₁-CRS

❖ اگر $\theta_p^{*1} < \theta_p^1$ باشد آنگاه: L-S₁-DRS

❖ اگر $\theta_p^{*1} > \theta_p^1$ باشد آنگاه: L-S₁-IRS

۳-۲-۲- حالت دوم: بررسی بازده به مقیاس

چپ و راست مرحله دوم S_2

نقطه $((x_p, (1+\delta)z_p, (1+\delta)y_p)$ توسط مدل

(۸) حل شود.

❖ اگر $\bar{\theta}_p^2 = \theta_p^2$ باشد آنگاه: R-S₂-CRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^2 < \theta_p^2$ باشد آنگاه: R-S₂-IRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^2 > \theta_p^2$ باشد آنگاه: R-S₂-DRS

❖ اگر $\bar{\theta}_p^2$ نشدنی باشد آنگاه: R-S₂-DRS

نقطه $((x_p, (1-\delta)z_p, (1-\delta)y_p)$ توسط مدل

(۹) حل شود.

❖ اگر $\theta_p^{*2} = \theta_p^2$ باشد آنگاه: L-S₂-CRS

❖ اگر $\theta_p^{*2} < \theta_p^2$ باشد آنگاه: L-S₂-DRS

❖ اگر $\theta_p^{*2} > \theta_p^2$ باشد آنگاه: L-S₂-IRS

۳-۲-۳- حالت سوم: بررسی بازده به مقیاس

چپ و راست کل زنجیره تأمین Total

رابطه (I) برقرار می‌شود. به همین ترتیب رابطه (II) پس $\theta_p^T = 1$ و به همین ترتیب بخش بعدی اثبات نیز برقرار می‌گردد.

لم ۲-

1) $\theta_p^1 = 1$

یا

2) $\theta_p^2 = 1$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه گرفته می‌شود که:

$$\theta_p^T = 1$$

برهان: فرض کنیم $\theta_p^1 = 1$ باشد، لذا طبق لم (۱) داریم:

$$1 = \theta_p^1 \leq \theta_p^T$$

بعلاوه می‌دانیم $\theta_p^T \leq 1$ لذا داریم:

$$1 = \theta_p^1 \leq \theta_p^T \leq 1$$

۴- مثال کاربردی

مدیریت زنجیره تأمین، یک موضوع حیاتی و مهم در سازمان‌ها و شرکت‌ها می‌باشد. مدیران جهت ارزیابی عملکرد، نیاز به طراحی مدل‌های مناسب در این زمینه دارند. در این تحقیق، برای تعیین بازده به مقیاس چپ و راست مراحل اول، دوم و کل زنجیره تعداد ۴۲ شرکت از شرکت‌های فعال در صنعت سیمان در نظر گرفته شده است. به منظور آزمون مدل ارائه شده، از داده‌های واقعی صنعت سیمان حاضر در بورس اوراق بهادار در سال ۱۴۰۰، استفاده شده است. مدل‌های ارائه شده قادر هستند بازده به مقیاس چپ و راست مراحل اول، دوم و کل زنجیره تأمین متناظر این صنعت را محاسبه نمایند. بر همین اساس شاخص‌های مدنظر در جدول (۱) بیان شده است که شامل شاخص‌های مالی، اقتصادی و تولیدی می‌باشند.

جدول ۱: معرفی شاخص‌ها و تعاریف آنها برای واحد تصمیم گیرنده J ام در ورودی‌ها و خروجی‌ها و داده‌های میانی

نمادها	دسته‌بندی شاخص‌ها	عنوان شاخص‌ها
X_{ij}^1	ورودی‌های مرحله اول	کیفیت تأمین کنندگان به لحاظ پایداری در عرضه مواد معدنی و لوازم مصرفی
		مجموع سرمایه گذاری اولیه در بهره برداری از معادن و فرآیند کارخانه
		انعطاف پذیری تأمین کنندگان
		مجموع هزینه پرداخت انرژی
		مجموع هزینه حمل و نقل پرداختی
		مجموع هزینه خرید مواد معدنی، شیمیایی و لوازم مصرفی دیگر
		مجموع هزینه پرداختی بابت برداشت از معادن به پیمانکاران
Y_{rj}^1	خروجی‌های مرحله اول	مجموع ذخایر معدنی در اختیار
		تأثیر عملکرد کارخانه بر ایجاد آثار مخرب زیست محیطی در برداشت از معادن
		مجموع ذرات غبار تولید شده (mg / m^3)
		تأثیر مجموع نفوذ آب مصرفی و فاضلاب در آب‌های زیر زمینی

نمادها		دسته‌بندی شاخص‌ها	عنوان شاخص‌ها
	y_{5j}^1		میانگین سالانه گازهای گلخانه‌ای از نوع CO منتشر شده (mg / m^3)
Z_{ij}^{12}	Z_{1j}^{12}	داده‌های میانی (خروجی مرحله اول و ورودی مرحله دوم)	مجموع تناژ مواد اولیه شیمیایی و معدنی افزودنی در فرآیند تولید
	Z_{2j}^{12}		مجموع هزینه تحقیق و توسعه
	Z_{3j}^{12}		مجموع تناژ تولیدی کلینکر کارخانه
	Z_{4j}^{12}		مجموع تناژ تولیدی سیمان کارخانه
	Z_{5j}^{12}		بهای تمام شده محصول
X_{ij}^2	X_{1j}^2	ورودی‌های مرحله دوم	تلاش در راستای استفاده از فناوری‌های پیشرفته و مواد اولیه جایگزین
	X_{2j}^2		مجموع هزینه بازاریابی
	X_{3j}^2		اثرگذاری کارخانه در منطقه فعالیت
	X_{4j}^2		پاسخگویی اجتماعی
	X_{5j}^2		هزینه طراحی سازگاری با محیط زیست
Y_{ij}^2	y_{1j}^2	خروجی مرحله دوم (خروجی نهایی)	مجموع دارایی‌ها
	y_{2j}^2		رقابت پذیری و جهانی سازی برند کارخانه
	y_{3j}^2		مجموع سود حاصل شده
	y_{4j}^2		رضایت مندی مشتریان
	y_{5j}^2		مجموع ارزش ریالی دارایی‌ها و موجودی نگهداری شده آماده برای فروش

تعریف گردید. در ادامه توسط نرم افزار گمز مدل‌های (۳) الی (۱۱) را اجرا کرده و سپس بازده به مقیاس چپ و راست هر مرحله و کل زنجیره تأمین دو مرحله‌ای محاسبه گردید. نتایج در جدول (۲) نشان داده شده است:

برای نشان دادن کاربرد روش پیشنهادی، داده‌های واقعی ۴۲ شرکت سیمانی حاضر در بورس اوراق بهادار در سال ۱۴۰۰ با ورودی‌ها، خروجی‌ها و داده‌های میانی در نظر گرفته شد. مطابق با جداول فوق شاخص‌ها بر اساس نظر کارشناسان و مدیران

جدول ۲: نتایج بازده به مقیاس چپ و راست مرحله اول، دوم و کل زنجیره تأمین

نام شرکت		بازده به مقیاس راست	بازده به مقیاس چپ	سایز بازده به مقیاس	بازده به مقیاس راست	بازده به مقیاس چپ	سایز بازده به مقیاس	بازده به مقیاس راست کل	بازده به مقیاس چپ کل	سایز بازده به مقیاس کل
		S_1	S_1	S_1	S_2	S_2	S_2	کل	کل	کل
ساباد	DMU1	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R-S ₂ -DRS	L-S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سابیک	DMU2	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R-S ₂ -DRS	L-S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
ساراب	DMU3	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -CRS	بهینه هست	R-S ₂ -DRS	L-S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-CRS	L-T-CRS	بهینه هست
ساربیل	DMU4	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R-S ₂ -DRS	L-S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست

نام شرکت		بازده به مقیاس راست S_1	بازده به مقیاس چپ S_1	سایز بازده به مقیاس S_1	بازده به مقیاس راست S_2	بازده به مقیاس چپ S_2	سایز بازده به مقیاس S_2	بازده به مقیاس راست کل	بازده به مقیاس چپ کل	سایز بازده به مقیاس کل
ساروم	DMU5	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
ساوه	DMU6	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سیافر	DMU7	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سیچنو	DMU8	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سیزوا	DMU9	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سبهان	DMU10	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سپاها	DMU11	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
ستران	DMU12	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سجام	DMU13	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -CRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-CRS	L-T-CRS	بهینه هست
سختاش	DMU14	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سخرم	DMU15	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سخرز	DMU16	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سرخواف	DMU17	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سرخوز	DMU18	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سدشت	DMU19	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سدور	DMU20	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سرد	DMU21	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سشرق	DMU22	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سشمال	DMU23	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سصفها	DMU24	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سصوفی	DMU25	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سغرب	DMU26	R-S ₁ -IRS	L-S ₁ -IRS	افزایش سایز	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سفار	DMU27	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سفارس	DMU28	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سفاروم	DMU29	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سفانو	DMU30	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سفپروز	DMU31	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سقاین	DMU32	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سکارون	DMU33	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -DRS	کاهش سایز	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سکرد	DMU34	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سکرما	DMU35	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سلار	DMU36	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سمازن	DMU37	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سمتاز	DMU38	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سنیر	DMU39	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سهرمز	DMU40	R-S ₁ -CRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -DRS	کاهش سایز	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سهگمت	DMU41	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست
سیلام	DMU42	R-S ₁ -DRS	L-S ₁ -IRS	بهینه هست	R- S ₂ -DRS	L- S ₂ -IRS	بهینه هست	R-T-DRS	L-T-IRS	بهینه هست

۵- نتیجه گیری

اصولاً محاسبه بازده به مقیاس چپ و راست اطلاعات مفیدی را در خصوص توسعه یا تحدید *DMU* ها ارائه می‌دهد. در واقع هر چند ممکن است از لحاظ عملکرد *DMU* ها کارا باشند ولی این دلیل نمی‌شود که نتوان وضعیت آنها را بهبود بخشید. اگر بازده به مقیاس راست افزایشی باشد بدین معنی است که افزایش سایز (*DMU* توسعه) *DMU* ها به صرفه بوده و باعث بهبود بهره‌وری می‌گردد. ولی اگر بازده به مقیاس راست کاهش‌ی و یا ثابت باشد بدین معنی است که نباید سایز *DMU* ها را افزایش داد و در واقع عدم توسعه *DMU* ها به صرفه می‌باشد. اگر بازده به مقیاس چپ کاهش‌ی باشد بدین معنی است که سایز *DMU* ها بیش از اندازه بزرگ شده و کاهش سایز (*DMU* تحدید) *DMU* ها بهره‌وری را افزایش می‌دهد. ولی اگر بازده به مقیاس چپ افزایشی و یا ثابت باشد بدین معنی است که نباید سایز *DMU* ها را کاهش داد و در واقع عدم تحدید *DMU* ها به صرفه می‌باشد. نتایج حاصل از این تحقیق در جدول شماره (۲) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد نتایج بازده به مقیاس کل زنجیره تأمین نشان‌دهنده این موضوع هست که سایز تمامی *DMU* ها بهینه می‌باشد. محاسبه بازده به مقیاس در حضور عوامل غیرقابل کنترل و نامطلوب می‌تواند به عنوان موضوع تحقیق آتی مدنظر قرار گیرد.

European Journal of Operational Research, 81, 590-596.

[9] Banker, R.D., Chang, H., Cooper, W.W. 1996, Equivalence and implementation of alternative methods for determining returns to scale in data envelopment analysis, European Journal of Operational Research, 89, 473-481.

[10] Fare, R., Grosskopf, S. 2000, Network DEA, Socio-Economic Planning Sciences, 34, 35-49.

[11] Khodabakhshi, M., Gholami, Y., Kheirollahi, H. 2010, An additive model approach for estimating returns to scale in imprecise data envelopment analysis, Applied Mathematical Modelling, 34, 1247-1257.

[12] Wang, Zh., He, W., Wang, B. 2017, Performance and reduction potential of energy and co2 emissions among the APEC's members with considering the return to scale, Energy, 138, 552-562.

[13] Golany, B., Yu, G. 1997, Estimating returns to scale in DEA, European Journal of Operational Research, 103, 28-37.

[14] Hadjicostas, P., Soteriou, A.C. 2006, One-sided elasticities and technical efficiency in multi-output production: a theoretical framework, European Journal of Operational Research, 168, 425-449.

[15] Eslami, R., Khoveyni, M. 2013, Right and left returns to scales in data analysis: Determining type and measuring value, Computers & Industrial Engineering, 65, 500-508.

فهرست منابع

[1] Farrell, M.J. 1957, The Measurement of Productive Efficiency, Journal of the Royal Statistical Society Series, 120, 253-281.

[2] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. 1978, Measuring the Efficiency of decision making units, European Journal of Operation Research, 2, 429-444.

[3] Castelli, L., Pesenti, R., Ukovich, W. 2004, DEA like models for the efficiency evaluation of hierarchically structured units, European Journal of Operational Research, 154, 465-476.

[4] Tone, K., Tsutsui, M. 2009, Network DEA: A Slacks-based measure approach, European Journal of Operational Research, 197, 243-252.

[5] Banker, R.D., Charnes, A., Cooper, W.W. 1984, Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis, Management Science, 30, 1078-1092.

[6] Banker, R.D. 1984, Estimating most productive scale size using data envelopment analysis, European Journal of Operation Research, 17, 35-44.

[7] Banker, R.D., Thrall, R.M. 1992, Estimation of Returns to Scale using Data Envelopment Analysis, European Journal of Operational Research, 62, 74-84.

[8] Zhu, J., Shen, Z. 1995, A Discussion of Testing DMUs' Returns to Scale,

[16] Allahyar, M., Rostamy-Malkhalifeh, M. 2014, An Improved Approach for Estimating Returns to Scale in DEA, *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, 37, 1185-1194.

[17] Omid, M., Rostamy-Malkhalifeh, M., Payan, A., Hosseinzade Lotfi, F. 2019, Estimation of Overall Returns to Scale (RTS) of a Frontier unit using the left and right RTS, *Computational Economics*, 53, 633-655.

[18] Tavassoli, M., Farzipoor Saen, R. 2019, Predicting group membership of sustainable suppliers via data envelopment analysis and discriminant analysis, *Sustainable Production and Consumption*, 18, 41-52.

[19] Alirezaee, M., Hajinezhad, E., Paradi, J.C. 2018, Objective identification of technological returns to scale for data envelopment analysis models, *European Journal of Operational Research*, 266, 678-688.

[20] Czyzewski, B., Smedzik-Ambrozy, K., Mrowczynska-Kaminska, A. 2020, Impact of environmental policy on eco-efficiency in country districts in Poland: How does the decreasing return to scale change perspectives?, *Environmental Impact Assessment Review*, 84, 106431.