

بررسی اثر پارامترهای ارتوتروپیک بر شکست این مواد تحت تماس غلتشی

حامد ذاکر حقیقی^۱، سعید ادیب نظری^{۲*}

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۲، ش.ص: ۱۳۲-۱۱۹، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۷/۰۷)

چکیده

در این مقاله هدف بررسی اثر پارامترها و خواص ارتوتروپیک بر پایداری و استحکام یک بستر ارتوتروپیک در یک مساله تماس غلتشی می‌باشد. در این مساله غلتش یک استوانه صلب را بر روی یک نیم فضای ارتوتروپیک در نظر می‌گیریم. مساله به صورت دو بعدی بررسی گشته و برای یک آرایش خاص ناحیه تماس یعنی یک ناحیه چسبندگی مرکزی همراه با دو ناحیه لغزشی، در حالت کرنش-صفحه‌ای و همچنین با فرض برقراری قانون اصطکاک کلمب در نظر گرفته می‌شود. اگرچه مساله به صورت تحلیلی و با استفاده از روش‌های مستخرج در تحقیقات قبلی خود نویسندگان مورد بررسی قرار خواهد گرفت؛ ولی تاکید اصلی بر روی نتایج و روند وابستگی تنش‌های درون صفحه و داخل بستر به پارامترهای ارتوتروپیک و ضریب اصطکاک می‌باشد. نتایج جالب حاصل از این تحقیق بیان می‌دارد با تغییر مناسب پارامترهای ارتوتروپیک بستر می‌توان تنش‌های ایجاد شده در بستر را کاهش داده و در نتیجه عمر بستر تا حد امکان افزایش یابد. در نهایت می‌توان نتیجه گرفت که جایگزینی مواد ارتوتروپیک و غیرهمگن به جای مواد ایزوتروپیک و همگن در بسیاری از موارد کاربردی جهت افزایش عمر قطعات و کاهش هزینه‌های مصرفی امیدوارکننده خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: مواد ارتوتروپیک، تماس غلتشی، تنش‌های تماسی، ناحیه چسبندگی / لغزشی.

^۱ - دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده مکانیک و برق و کامپیوتر، گروه مهندسی مکانیک، تهران، ایران

^۲ - استاد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده مکانیک و برق و کامپیوتر، گروه مهندسی مکانیک، تهران، ایران

* - نویسنده مسئول مقاله، saeed.adibnazari@gmail.com

پیشگفتار

مساله تماس، یکی از مسائل حائز اهمیت و پرکاربرد در صنعت مثل اجزاء دوار ماشین آلات نظیر بلبرینگ‌ها، یاتاقان‌ها، بادامک‌ها و یا تماس بین چرخ‌های قطار و ریل‌ها و از این قبیل می‌باشد. از طرف دیگر صنایع پیشرفته مثل خودروسازی یا هوا فضا مواد جدیدی را می‌طلبند که در سرعت‌های بالاتر و یا تحت تنش‌های بیشتری بتوانند کار کنند. همچنین خستگی تماس غلتشی موضوع بحرانی دیگری برای قطعات غلتشی تحت تنش زیاد می‌باشد. آلیاژهای کم‌کربن فولاد به شدت تحت تأثیر پدیده خستگی تماس غلتشی می‌باشند در حالیکه مواد سخت‌تر بهتر در این مورد کار می‌کنند. بنابراین بایستی مطالعات مبسوطی برای مواد سخت تحت شرایط گوناگون بارگذاری غلتشی صورت گیرد.

با پیشرفت علم، مسائل مورد بررسی در حوزه مکانیک تماس نیز به صورت دقیق‌تر و با فرضیات و ساده‌سازی کمتری انجام می‌پذیرد. یکی از فرضیاتی که همواره در این حوزه صورت می‌گیرد، فرض ایزوتروپ بودن دو جسم در حال تماس می‌باشد. اگر بخواهیم مساله را به صورت واقعی‌تر بررسی کنیم می‌توان مساله تماس را بر روی یک بستر غیر ایزوتروپیک بررسی کرد که آنگاه ورود پارامترهای آنیزوتروپیک، باعث پیچیدگی بسیار زیاد مساله می‌گردد. در این میان در نظر گرفتن بستر ارتوتروپیک که با خواص فیزیکی مواد کامپوزیتی لایه‌ای مطابقت دارد به نوعی لحاظ کردن مدل واقعی‌تر برای مساله تماس نسبت به بستر ایزوتروپیک می‌باشد. مواد ارتوتروپیک در حالت کلی با داشتن نه ثابت مستقل فیزیکی دارای معادلات فیزیکی بسیار پیچیده‌تر نسبت به مواد ایزوتروپیک می‌باشند. در این مقاله می‌خواهیم مساله تماس غلتشی یک استوانه صلب را بر روی یک بستر ارتوتروپیک در حالت دو بعدی و با در نظر گرفتن شرایط کرنش صفحه‌ای مورد مطالعه قرار دهیم.

مسئله تماس غلتشی برای مواد همگن و ایزوتروپیک در مطالعات بسیاری مورد بررسی قرار گرفته‌اند از جمله: بنتال و جانسون [۱]، کالکر [۲] و ناول و هیلز [۳]. نکنهورس و همکارانش [۴] در سال ۲۰۰۰ با استفاده از روش المان محدود به بررسی تماس غلتشی سه بعدی

پرداختند. آن‌ها از مدل^۱ (ALE) برای توصیف تماس غلتشی استفاده کرده و به بررسی سطح ناحیه تماس و تنش‌های تماسی بین ریل و چرخ پرداختند. در همان سال باجر و بگاز [۵] به تحلیل رفتار دینامیکی چرخ و ریل در مساله تماس غلتشی پرداختند. بررسی تحلیلی و عددی آن‌ها نشان داد که عوامل غیرخطی مثل عدم برقراری قانون اصطکاک کلمب، باعث افزایش نوسان ممان غلتشی می‌شود.

به هر حال با پیشرفت تکنولوژی و تولید مواد نوین برخی محققین به بررسی مسائل پرکاربرد و پیچیده تماس بر روی مواد غیرهمگن و غیرایزوتروپیک پرداختند. در میان مواد غیرایزوتروپیک، مواد ارتوتروپیک نظیر کامپوزیت‌های فایبری را می‌توان یکی از پرکاربردترین آن‌ها دانست. اگر چه مقالات زیادی در ارتباط با تماس یک فرورونده صلب با اشکال مختلف و یک بستر غیرایزوتروپیک ارائه گردیده است؛ ولیکن برای تماس غلتشی با یک محیط ارتوتروپیک مطالعات بسیار اندکی صورت گرفته است.

بررسی بر روی بارگذاری تماسی در مواد ایزوتروپیک عرضی توسط افرادی نظیر گرین و زرنا [۶]، لخنسکی [۷]، اسوکلو [۸] و داهان و زارکا [۹] و در یک فرم مشخص و مناسب توسط ترنر [۱۰] صورت گرفته است. در سال ۱۹۶۳ مسئله یک بار عمودی متمرکز بر روی یک نیم فضای ایزوتروپیک عرضی توسط لخنسکی [۷] حل شد. در سال ۱۹۶۶، ویلیس [۱۱] همین مسئله را برای مواد غیرایزوتروپیک در نظر گرفت؛ اما راه حل تحلیلی کاملی برای آن نیافت. با این حال او سطح تماس و توزیع فشار بین اجسام در تماس را مشخص کرد. در سال ۱۹۶۹، چن [۱۲] با نتایج عددی نشان داد، توزیع تنش برشی ماکزیمم به طور آشکار نسبت به مورد مشابه ایزوتروپیک متفاوت خواهد بود. در سال ۱۹۸۴، بکیرتاش [۱۳] یک مسئله پانچ صلب بر روی یک نیم فضای ارتوتروپیک غیر همگن را در نظر گرفت. او به کمک روش تبدیل فوریه مسئله مقدار مرزی مرکب^۲ را تبدیل به یک معادله انتگرال ویژه کرد که به روش عددی حل شد.

در سال ۲۰۰۳، شی و همکارانش [۱۴] با یک رویکرد عددی به مسئله تماس در مواد ارتوتروپیک پرداختند. در

^۱ -Arbitrary Lagrangian Eulerian

^۲ - Mixed boundary value problem

شده است، ادامه دهیم. یکی از مسائلی که به نظر می‌رسد مطالعه کمی در زمینه آن صورت گرفته باشد، مسئله تماس غلتشی در مواد ارتوتروپیک و یا به طور کلی مواد غیر ایزوتروپیک می‌باشد.

این مطالعه به بررسی تاثیر پارامترهای ارتوتروپیک و ضریب اصطکاک بر روی تنش‌های تماسی و درون بستر می‌پردازد. تطبیق این پارامترها می‌تواند باعث کاهش تنش‌ها و جلوگیری از شکست در مواد ارتوتروپیک و افزایش عمر قطعات ساخته شده از این مواد گردد.

تعریف مساله و معادله حاکم

یک مسأله الاستیک صفحه‌ای مانند شکل (۱) در نظر می‌گیریم. مساله مورد نظر شامل تماس غلتشی با وجود نیروی اصطکاک بین یک غلتنده دایروی صلب تحت نیروهای خارجی P و Q و یک نیم صفحه الاستیک ارتوتروپیک می‌باشد. ارتوتروپی یک حالت خاص از ناهمسانگردی است. به این معنا که خواص آن‌ها به جهتی که در آن اندازه‌گیری می‌شوند، بستگی دارند. مواد ارتوتروپیک دارای دو یا سه محور تقارن عمود بر هم هستند و در حالت کلی، خواص مکانیکی ماده در طول هر کدام از این محورها با محور دیگر متفاوت است. دستگاه مختصات x_1 و x_2 نشان داده شده در شکل محورهای اصلی ارتوتروپی می‌باشند. این محورها موازی و عمود بر سطح تماس قرار گرفته‌اند. سطح تماس نیز در $x_2 = 0$ ، از $x_1 = -a$ تا $x_1 = a$ گسترده می‌باشد. فرض می‌کنیم که در نواحی لغزشی قانون اصطکاک کلمب بر مسأله تماس حاکم باشد. یعنی در نواحی لغزش $Q = \eta P$ که در آن η ضریب اصطکاک می‌باشد.

برای ساده‌سازی معادلات الاستیک صفحه‌ای، چهار ثابت مهندسی مستقل E_{11} ، E_{22} ، G_{12} و ν_{12} را با چهار پارامتر E (سختی مؤثر)، ν (نسبت پواسون مؤثر)، δ (نسبت سختی) و K (پارامتر برش) جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \delta^{-2} & -\nu & 0 \\ -\nu & \delta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2(\kappa + \nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

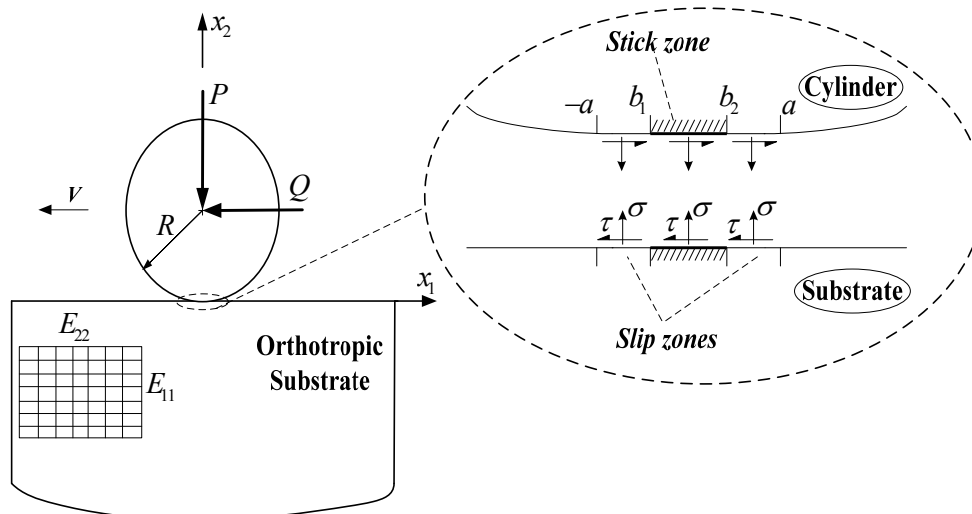
سال ۲۰۰۴، سوانسون [۱۵] یک روش کلی برای محاسبه تنش‌های تحت بارگذاری تماسی برای مواد ارتوتروپیک و با استفاده از ترکیب دو تکنیک حل قبلی به دست آورد.

در سال ۲۰۱۱، ارباس [۱۶] و همکارانش تماس یک پانچ و یک نوار الاستیک ارتوتروپیک را در نظر گرفتند. در سال ۲۰۱۲ رودریگز، آباسکال و علی‌آبادی با استفاده از روش المان مرزی و المان محدود مساله سایش را در مواد غیر ایزوتروپیک تحت تماس غلتشی مورد بررسی قرار دادند. در نتیجه آن‌ها یک الگوریتم مناسب برای تعیین آسیب در قطعه تحت تماس و همچنین توزیع فشار تماسی به دست آوردند. در سال ۲۰۱۳، ژو و همکارانش [۱۷] حل تحلیلی برای تماس لغزشی بین یک پانچ استوانه‌ای و یک ماده پیزوالکتریک به دست آوردند و به بررسی اثر ضریب اصطکاک بر روی ناحیه تماس و تنش‌های تماسی پرداختند. در همان سال رودریگز، میسن و اسپچپر [۱۸] مسئله تماس برای مواد ارتوتروپیک ویسکوالاستیک را بررسی کردند. آن‌ها بر روی تماس فرورونده^۱ صلب کروی با ماده ویسکوالاستیک ارتوتروپیک که در آن شعاع سطح تماس بسیار بزرگ‌تر از اندازه فیبرها بود، تمرکز کردند.

در سال ۲۰۱۴، گولر [۱۹] یک مسئله تماس اصطکاکی دو بعدی یک استمپ صلب را روی یک محیط ارتوتروپیک بررسی کرد. مسئله نیم‌فضای دوبعدی توسط روش تبدیل فوریه انتگرالی فرموله شد. سپس معادله انتگرالی سینگولار با استفاده از روش‌های عددی حل شدند. او تنش‌های تماسی و همچنین شدت تکینگی و ضرایب شدت تنش در هر دو انتهای استمپ را بر حسب پارامترهای مواد ارتوتروپیک و ضریب اصطکاک به دست آورد و نشان داد که این پارامترها تأثیر زیادی بر روی تکینگی تنش‌ها و توزیع تنش‌های تماسی دارند.

با مروری بر مطالعات گذشته در می‌یابیم که اگر چه مقالات بسیاری در زمینه مکانیک تماس موجود می‌باشد؛ ولی اهمیت بسیار بالای این زمینه علمی و کاربرد روز افزون آن در صنایع پراهمیتی از جمله صنعت ریلی و خودرو، ما را بر این می‌دارد که مطالعات گذشته را در شاخه‌هایی که به آن پرداخته نشده است و یا کم‌تر پرداخته

^۱ -Indenter



شکل ۱- تماس غلتشی بین غلتنده و نیم فضای ارتوتروپیک

ضریب اصطکاک را ارائه کرده و در ادامه به نتایج مربوط به تنش‌های داخل بستر ارتوتروپیک می‌پردازیم.

صحت سنجی نتایج برای تنش‌های تماسی سطح

در ابتدای کار لازم است که درستی نتایج به دست آمده و روش مورد استفاده قرار گرفته به طریقی ارزیابی شود. برای این امر پارامترهای ورودی مساله به گونه‌ای انتخاب شده است تا شرایط مساله در نظر گرفته شده با تحقیقات گذشته مطابقت کند و بتوان نتایج را مقایسه کرد. برای تحقق این مطلب مساله تماس غلتشی که توسط گولر و همکارانش [۲۱] و همچنین ناول و هیلز [۳] مورد بررسی قرار گرفته بود، مورد مطالعه قرار گرفته و برخی نتایج این تحقیق با نتایج مطالعات آن‌ها مقایسه گردید. برای اینکه محیط تماسی از ماده ارتوتروپیک به ماده ایزوتروپیک تبدیل گردد، کفایت پارامتر برشی κ و نسبت سختی δ برابر یک قرار داده شوند، $\kappa = 1$ و $\delta = 1$ در اولین مقایسه توزیع تنش‌های مماسی و درون صفحه‌ای در شکل (۲) نشان داده شده است. می‌توان ملاحظه کرد که تطابق قابل قبولی بین نتایج این تحقیق و آنچه که Guler و همکارانش [۲۱] ارائه کرده‌اند وجود دارد.

با استفاده از یک روش تحلیلی مطمئن و با استفاده از روش تبدیل فوریه می‌توان معادلات حاکم بر مساله تماس غلتشی بر یک بستر ارتوتروپیک را به صورت زیر استخراج کرد [۲۰].

$$-\omega_1 q(x_1) - \frac{\delta}{\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{p(t_1)}{t_1 - x_1} dt_1 = \frac{\lambda_1 E}{R} (x_1 - ea), \quad |x_1| < a, \quad (2)$$

$$-\omega_2 \delta p(x_1) + \frac{1}{\pi} \int_{-a}^{+a} \frac{q(t_1)}{t_1 - x_1} dt_1 = \lambda_2 E \delta \zeta, \quad b_1 < x_1 < b_2. \quad (3)$$

از آنجا که معادلات انتگرالی به دست آمده کوپل بوده و جواب تحلیلی برای آن‌ها وجود ندارد با به کارگیری روش عددی گوس-چبیشف آن‌ها را گسسته سازی کرده و با اتخاذ یک روش سعی و خطا دستگاه معادلات جبری حاصل را حل می‌کنیم.

$$\sum_{k=1}^n \frac{(1-s_k^2)F(s_k)}{(n+1)} \left(\frac{1}{s_k - r_i} \right) + \frac{\lambda_1 a^2}{\delta p} (r_i - e) = \quad (4)$$

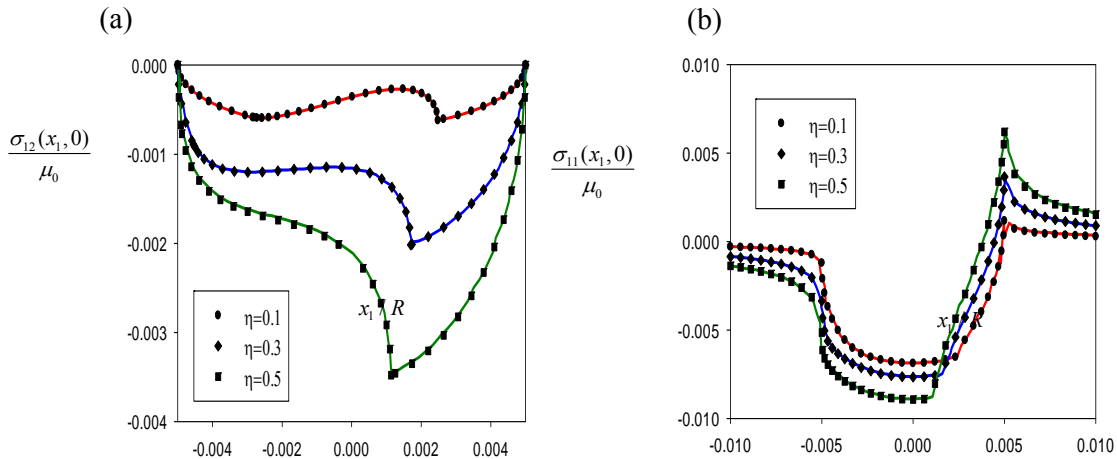
$$-\frac{\omega_1}{\delta} \tilde{q}(r_i), \quad (i = 1, \dots, n+1)$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{(1-\lambda_j^2)G(\lambda_j)}{(m+1)} \left(\frac{1}{\lambda_j - z_j} \right) = \quad (5)$$

$$\frac{\lambda_j a}{p} \frac{\delta \zeta}{\eta} + M(\rho, z_j + \rho_j), \quad (j = 1, \dots, m+1)$$

نتایج و بحث

در بخش نخست نتایج مربوط به تنش‌های سطحی تماس و چگونگی تغییرات آن‌ها بر حسب پارامترهای ارتوتروپی و



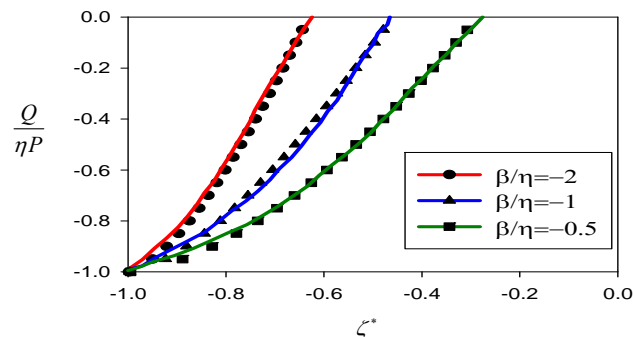
شکل ۲- توزیع تنشهای مماسی و درون صفحه ای سطح برای مساله تماس اصطکاکی یک غلتنده استوانه ای بر روی یک محیط ایزوتروپیک؛ منحنی های مربوط به نتایج **Guler** و همکارانش [۲۱] و منحنی های نقطه ای مربوط به این تحقیق می باشند. ($\nu = 3/7, \kappa = 1, \delta^4 = 1, a/R = 0.005$)

لبه عقبی تماس با افزایش κ و η ، افزایش قابل توجهی می یابد. علاوه بر آن می توان ملاحظه نمود که برای یک نیروی اعمالی ثابت طول ناحیه تماس با افزایش پارامتر برشی افزایش می یابد. از طرف دیگر، همان گونه که در شکل (۴) b, d و f نشان داده شده است، هنگامی که پارامتر برشی افزایش می یابد، مولفه درون صفحه ای تنش $\sigma_{11}(x_1, 0)$ در لبه جلویی تماس فشاری تر گشته و مقادیر پیک این مولفه در لبه عقبی تماس افزایش می یابد. بنابراین می توان با کنترل مقادیر κ و η ، این تنش ها را در محدوده مجازشان نگه داشت.

در مقایسه دوم پارامتر نسبت خزشی برای مقادیر مختلف β/η مورد بررسی قرار گرفته است. همان گونه که در شکل (۳) ملاحظه می شود، نتایج به دست آمده در تطابق کامل با نتایج ناول و هیلز [۳] می باشند.

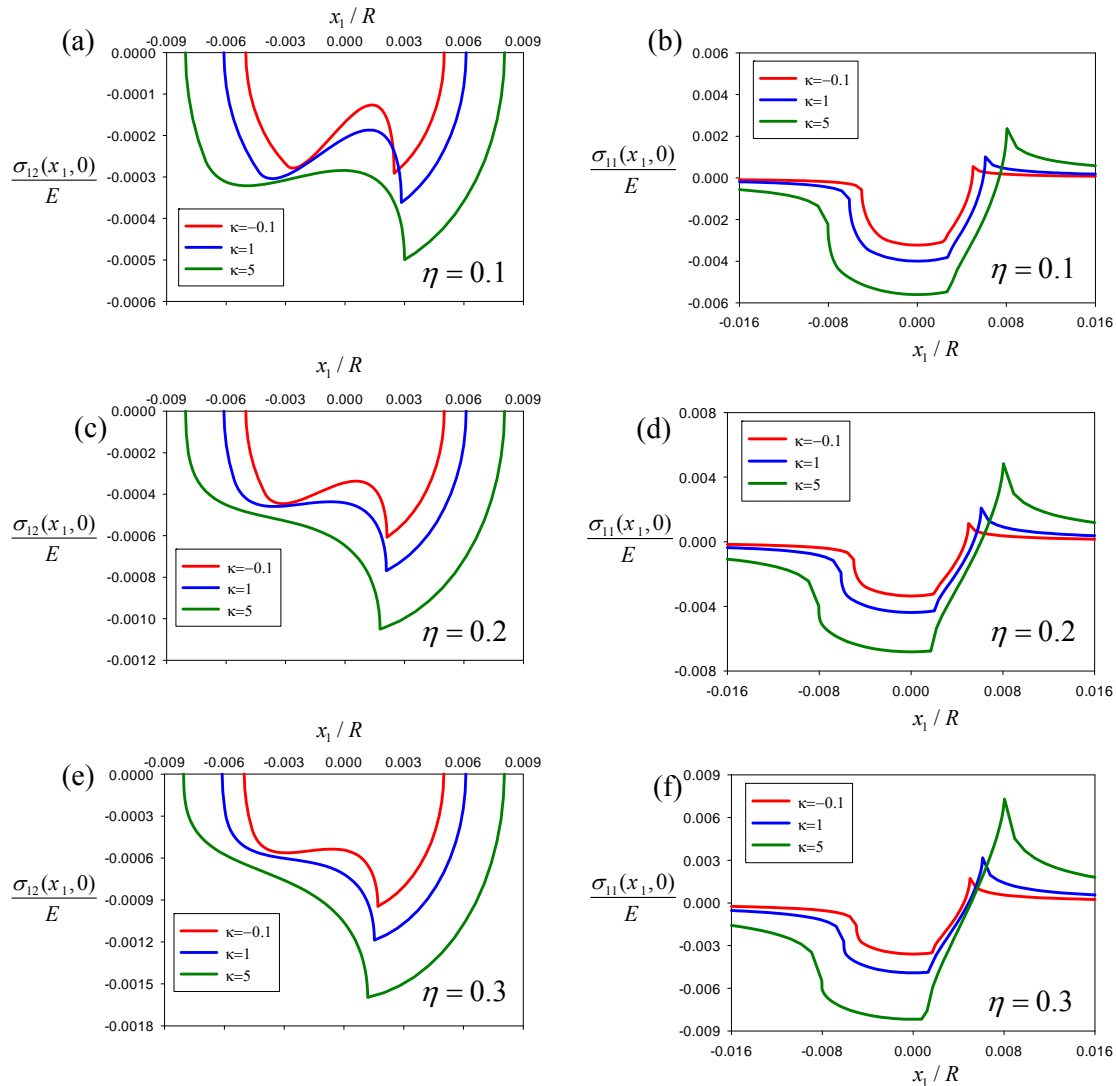
اثر پارامتر برشی بر توزیع تنش های تماس

شکل (۴) a, c و e تاثیر پارامتر برشی κ و ضریب اصطکاک η را بر توزیع تنش مماسی سطح نشان می دهد. تاثیر مستقیم ضریب اصطکاک بر مولفه مماسی تنش کاملاً واضح می باشد. به عبارت دیگر مقدار پیک تنش مماسی در



شکل (۳) توزیع پارامتر نسبت خزشی در مساله تماس اصطکاکی برای یک غلتنده استوانه ای بر روی محیط ایزوتروپیک؛ منحنی های مربوط به نتایج **Hills** و **Nowll** [۳] و منحنی های نقطه ای مربوط به نتایج این تحقیق می باشند

$$\left(\nu = 3/7, \kappa = 1, \delta^4 = 1, \zeta^* = \zeta R / a\eta \sqrt{1 + (\beta/\eta)^2}, \beta = \frac{1}{2}(1 - \nu) \right)$$



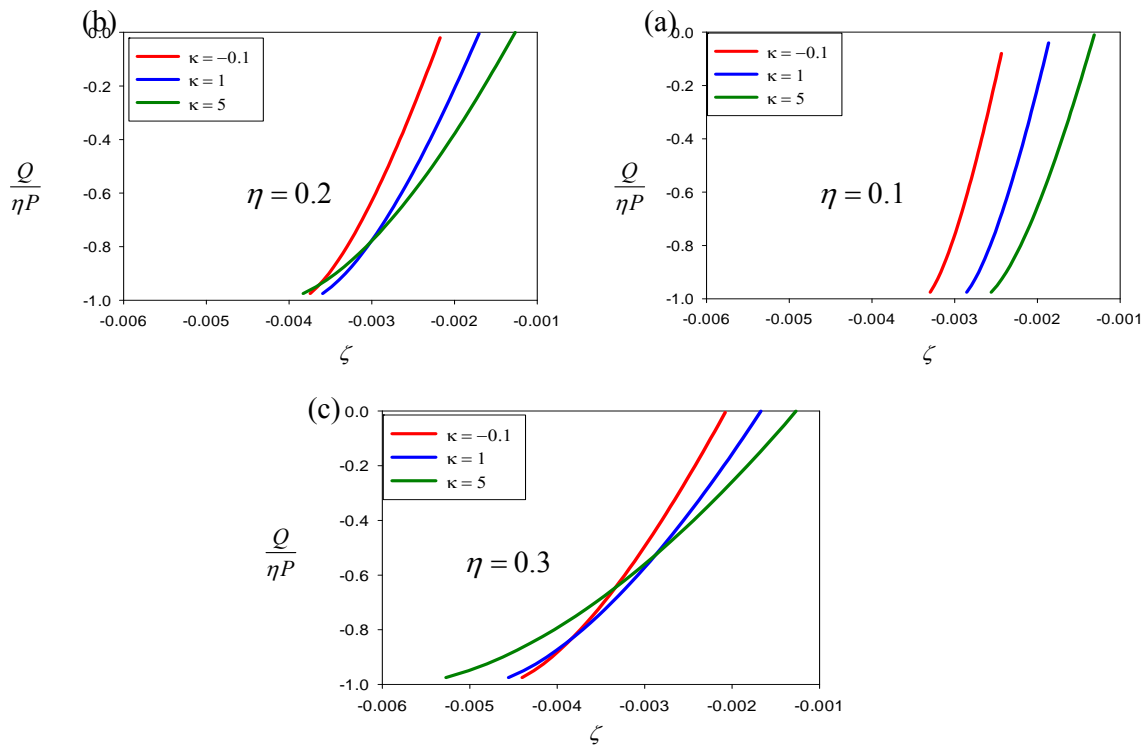
شکل ۴- توزیع تنش های مماسی سطح $\sigma_{12}(x_1, 0)$ و درون صفحه ای سطح $\sigma_{11}(x_1, 0)$ در مساله تماس غلتشی بر روی محیط ارتوتروپیک برای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک η و $\delta^4 = 0.2$ ، $\nu = 3/7$ ، $\kappa = (E/2G_{12}) - \nu$

برای اطمینان از صحت روش اتخاذ شده در به دست آوردن تنش های داخل بستر نیز، با توجه به این که موارد تا حدی مشابه در این زمینه محدود می باشند، یکی از صحت سنجی هایی که می تواند صورت گیرد با تبدیل ماده ارتوتروپیک در نظر گرفته شده به ماده ایزوتروپیک انجام خواهد شد. در واقع می توان با قرار دادن $\kappa = 1$ و $\delta^4 = 1$ در مدل در نظر گرفته شده بستر ارتوتروپیک را با یک بستر ایزوتروپیک جایگزین کرد. همان گونه که در شکل (۶) نشان داده شده است، تنش های سطحی ارائه شده توسط گولر و همکارانش [۲۳] تطابق بسیار خوبی با نتایج حاصل از این تحقیق دارد.

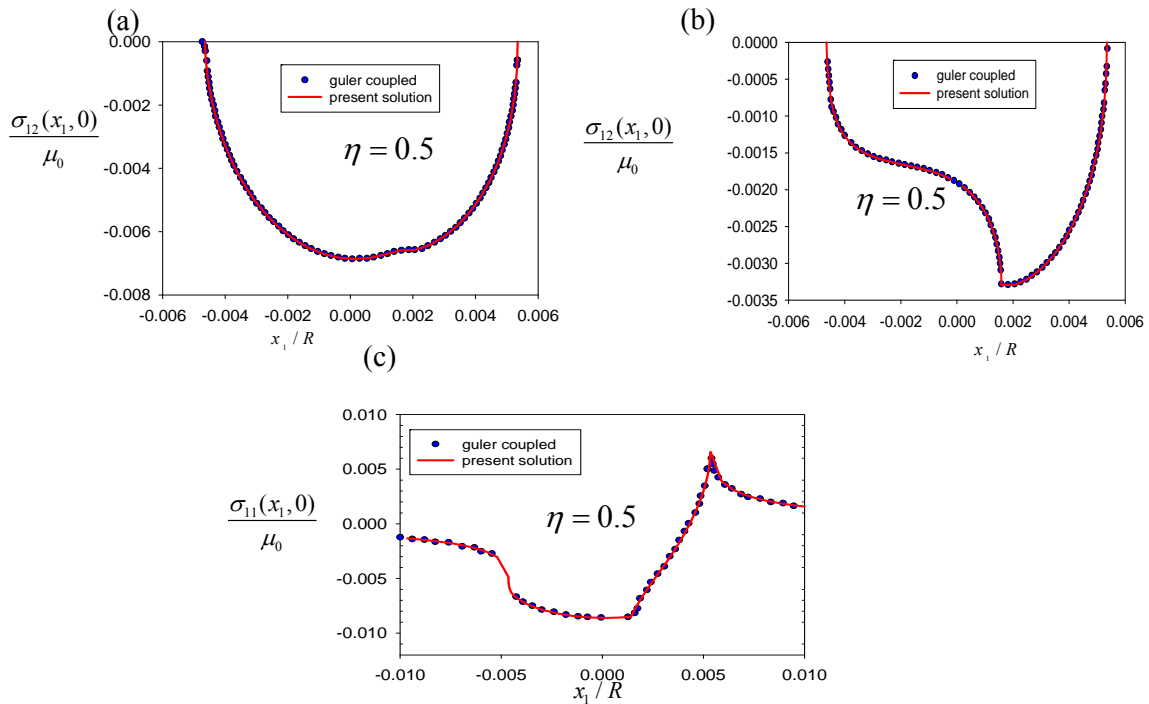
بررسی پارامتر نسبت خزشی تحت تاثیر پارامتر برشی و ضریب اصطکاک

شکل (۵) بیان می کند که رفتار پارامتر نسبت خزشی برای مواد ارتوتروپیک کاملا متفاوت از مواد ایزوتروپیک می باشد. به طور کلی می توان دریافت که کاهش پارامتر برشی، باعث افزایش مقدار نسبت خزشی می باشد. خزش در مساله در نظر گرفته شده باعث به وجود آمدن نیروهای خزشی در سطح تماس می شود که می تواند تاثیر قابل توجهی بر رفتار دینامیکی و تعادلی چرخ های روی ریل بگذارد [۲۲].

صحت سنجی نتایج برای تنش های داخلی بستر ارتوتروپیک



شکل ۵- تاثیر پارامتر برشی بر نسبت خزشی برای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک η ، $\nu = 3/7$ ، $\kappa = (E/2G_{12}) - \nu$ ، $\delta^4 = 0.2$ ،



شکل ۶- توزیع تنش‌های سطح برای مساله تماس اصطکاکی یک غلتنده استوانه‌ای بر روی بستر ارتوتروپیک. منحنی‌های پر مربوط به نتایج Guler و همکارانش (۲۰۱۳) و منحنی‌های نقطه‌ای مربوط به نتایج حاصل از این تحقیق می‌باشد؛ $\delta^4 = 1$ ، $a/R = 0.005$ ، $\nu = 3/7$ ، $\kappa = 1$

با ملاحظه برخی نتایج شکل‌های (۹) a، d و g نتایجی نظیر آنچه در زیر آورده‌ایم حاصل می‌شوند:

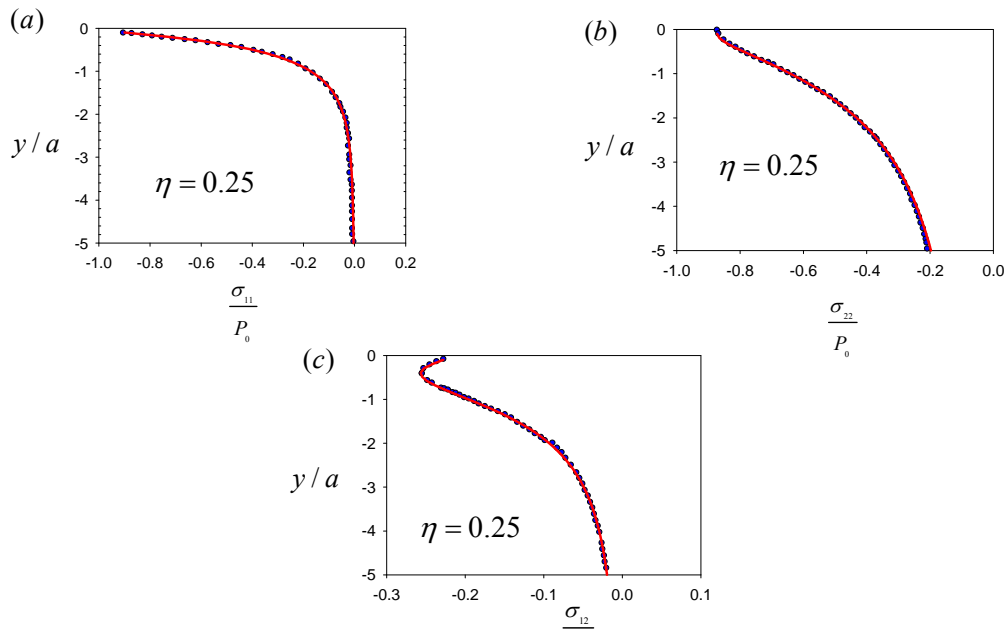
- پارامتر برشی تاثیر نسبتا ناچیزی بر روی مولفه درون صفحه‌ای تنش دارد.
- با فاصله گرفتن از سطح تماس مولفه درون صفحه-ای تنش کاهش یافته و نهایتا به سمت صفر میل می‌کند. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، در فاصله بزرگ‌تر از $3a$ از سطح تماس این مولفه تقریبا ناچیز خواهد بود.
- مولفه درون صفحه‌ای تنش از نقطه نظر رشد ترک در مود اول تاثیر بسزایی دارد. بنابراین با انتخاب مناسب پارامترهای ارتوتروپی می‌توان رفتار شکست عضوی که تحت تماس غلتشی مشابه می‌باشد را بهبود بخشید.
- افزایش ضریب اصطکاک نیز تاثیر آنچنانی بر مولفه درون صفحه تنش به خصوص به ازاء مقادیر بزرگتر δ ندارد.

صحت سنجی دیگر را می‌توان همان‌طور که در شکل (۷) نشان داده شده است، بر روی تنش‌های زیر سطح یک مساله تماس لغزشی ایزوتروپیک انجام داد. برای این منظور بایستی $\kappa=1$ و $\delta^4=1$ و همچنین $Q/\eta P = -1$ را در مدل به کار برده در نظر گرفت. نتایج حاصل در این شرایط خاص با نتایج تحقیق کینگ و سالیوان [۲۴] مقایسه گردیده است.

صحت سنجی آخر نیز در شکل (۸) نشان داده شده است. در اینجا تنش‌های زیر سطح در مساله تماس لغزشی کاملا کوپل برای یک محیط ایزوتروپیک که توسط علی نیا و همکارانش [۲۵] مطالعه شده است با نتایج حاصل از این تحقیق مقایسه می‌گردد.

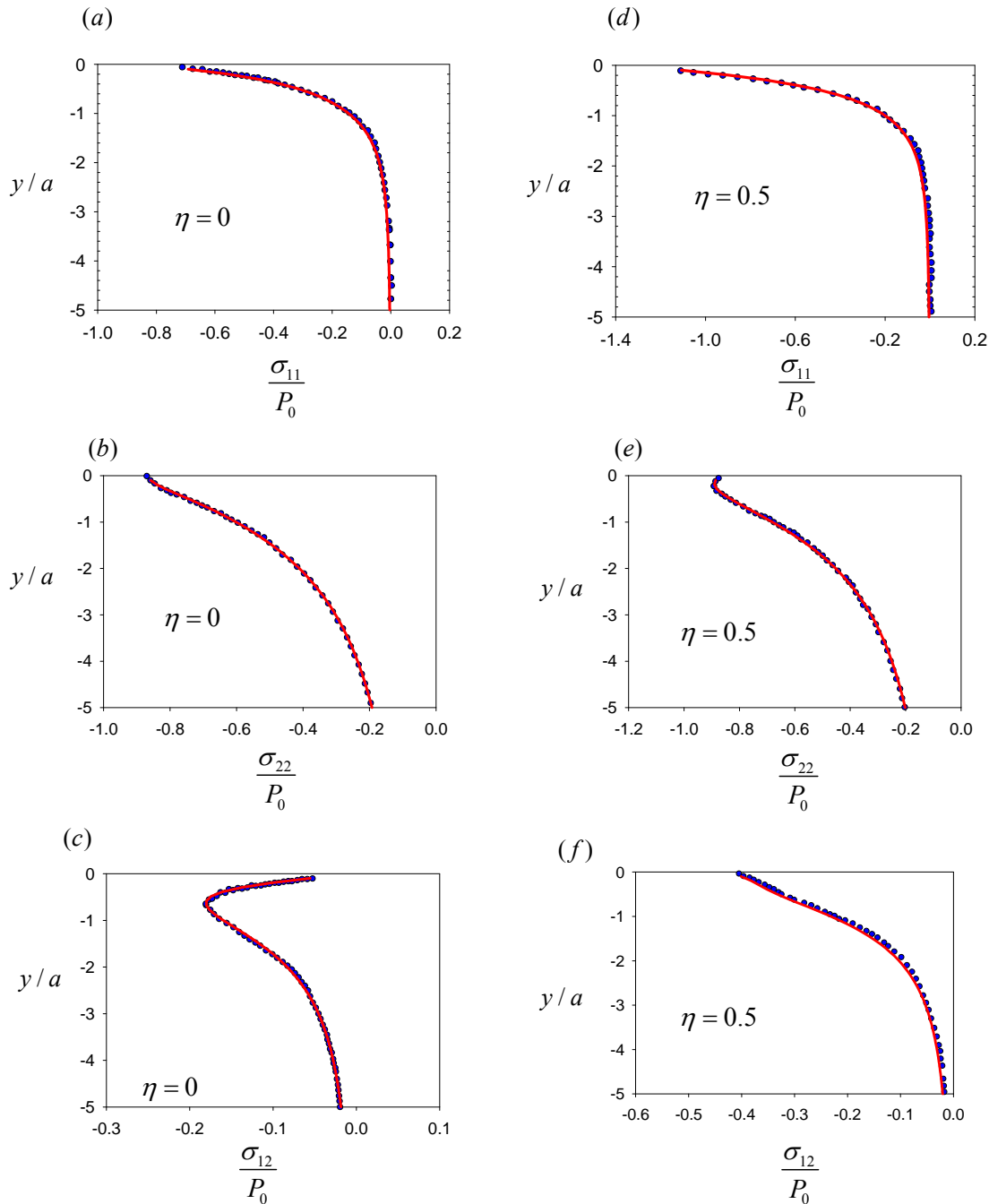
تنش‌های داخلی

شکل (۹) توزیع تنش‌های زیر سطح و اثر پارامترهای η ، κ را بر این تنش‌ها نشان می‌دهد. برای اینکه بتوان مقایسه بهتری بین تنش‌ها و تاثیر پارامترها در گراف‌های مختلف داشت تمامی تنش‌ها در یک x مشخص یعنی $x = 0.5a$ ارائه گشته‌اند. همچنین تمامی مولفه‌های تنش با استفاده از ماکزیمم فشار هر تزی در یک شرایط مرجع یعنی $\kappa=1$ و $\delta^4=1$ بی بعد شده‌اند.



شکل ۷- توزیع مولفه‌های تنش در راستای ضخامت در $x/a = 0.5$. منحنی‌های پر مربوط به نتایج King و Sullivan

(۱۹۸۷) و منحنی‌های نقطه‌ای مربوط به نتایج حاصل از این تحقیق می‌باشد؛ $\delta^4=1$ ، $\nu=3/7$ ، $\kappa=1$ ، $P_0 = \frac{2P}{\pi a}$



شکل ۸- توزیع مولفه های تنش در راستای ضخامت در $x/a = 0.5$. منحنی های مربوط به نتایج Alinia (۲۰۱۶) و

منحنی های نقطه ای مربوط به نتایج حاصل از این تحقیق می باشد؛ $\delta^4 = 1$ ، $\kappa = 1$ ، $\nu = 3/7$ ، $P_0 = \frac{2P}{\pi a}$.

در روی سطح ناچیز می باشد. همچنین جالب است که ضریب اصطکاک تاثیر چندانی بر مولفه تنش یاد شده ندارد. گراف های c، f و i نیز در شکل (۹) نشان دهنده مولفه برشی تنش زیر سطح هستند. مقدار ماکزیمم مولفه برشی تنش تقریباً در فاصله $0 \leq y \leq a$ زیر سطح تماس

همان طور که در گراف های b، e و h در شکل (۹) نشان داده شده است مولفه $\sigma_{22}(x_1, x_2)$ تنش در زیر سطح تماس فشاری می باشد. افزایش پارامتر برشی منجر به افزایش $\sigma_{22}(x_1, x_2)$ در زیر سطح تماس می گردد. هر چند که تاثیر این پارامتر بر مقدار ماکزیمم تنش $\sigma_{22}(x_1, x_2)$

ملاحظه کرد. روند کلی که از این گرافها نمایان می‌شود، افزایش مقدار ماکزیمم تنش وان مایسز در اثر افزایش ضریب اصطکاک می‌باشد. از طرفی ملاحظه می‌شود که با افزایش پارامتر برشی، $\sqrt{J_2}$ به طور کلی افزایش یافته و ماکزیمم آن نیز به سطح تماس نزدیک‌تر می‌گردد.

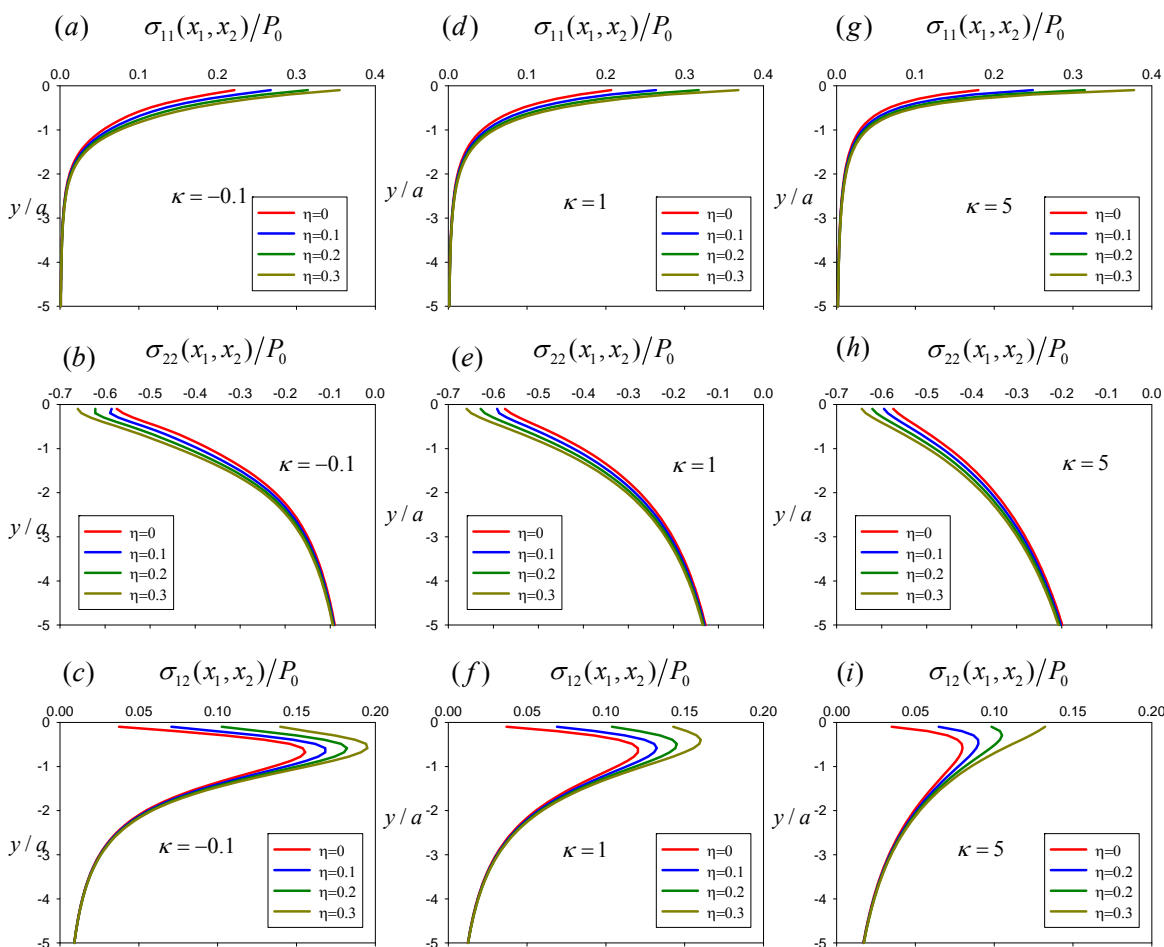
در این مقاله به بررسی رفتار تماس غلتشی یک استوانه صلب بر روی یک محیط ارتوتروپیک پرداخته شده است و تحلیل پارامتری متنوعی انجام گرفته تا اثرات عواملی چون پارامتر برشی و ضریب اصطکاک بر تنش‌های روی سطح، میدان تنش داخلی و پارامترهای تماس غلتشی مشخص شود. با اتکا به روش به کار گرفته شده می‌توان این مطالعه را به بسترهای متشکل از مواد مندرج تابعی غیر ایزوتروپیک یا به عبارتی مواد مندرج تابعی ارتوتروپیک بسط داد.

ایجاد می‌شود. افزایش پارامترهای η ، κ باعث کاهش مقدار ماکزیمم تنش برشی زیر سطح می‌شود.

شکل (۱۰) توزیع تنش وان مایسز $\sqrt{J_2}/P_0$ را در سرتاسر بستر ارتوتروپیک نشان می‌دهند. $\sqrt{J_2}$ نامتغیر دوم تانسور تنش انحرافی و P_0 فشار هرتزی می‌باشد. $\sqrt{J_2}$ را می‌توان از رابطه زیر استخراج نمود:

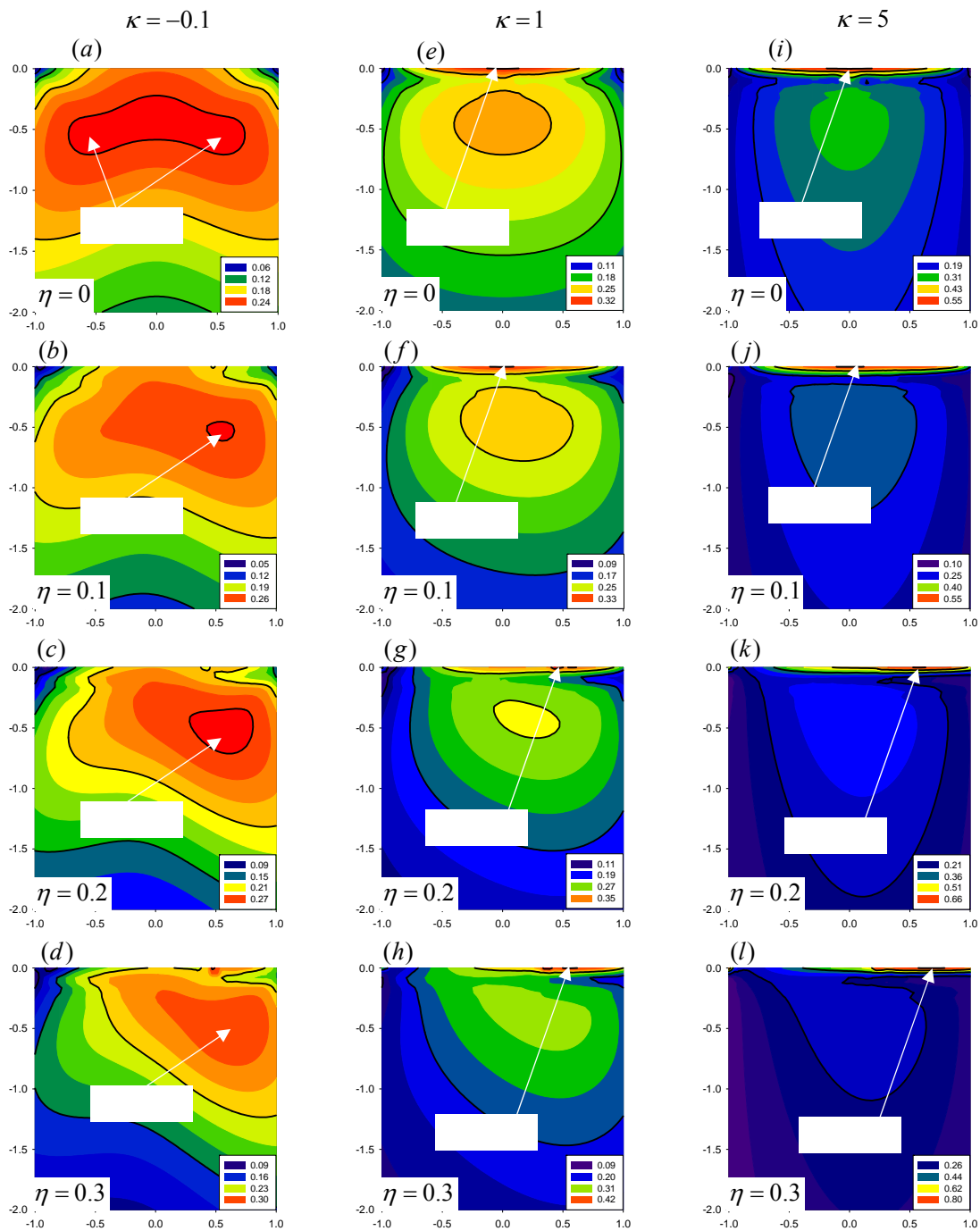
$$\sqrt{J_2} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + 6\sigma_{xy}} \quad (6)$$

که با استفاده از بار عمودی اعمال شده بی بعد گشته و به ما کمک می‌کند تا تصویر بهتری از شدت تنش ایجاد شده در سرتاسر بستر ارتوتروپیک در زیر غلتنده داشته باشیم. تاثیر پارامترهای ارتوتروپی و ضریب اصطکاک بر تنش وان مایسز و محل ماکزیمم آنرا به خوبی می‌توان در این شکل



شکل ۹- توزیع تنش های زیر سطح در $x/a = 0.5$ برای مساله تماس غلتشی اصطکاکی بر روی بستر ارتوتروپیک برای مقادیر

$$\text{مختلف } \kappa \text{ و } \eta ; \nu = 3/7, \delta^4 = 0.2 \text{ و } P_0 = \frac{2P}{\pi a}$$



شکل ۱۰- کانتور تنش های بی بعد شده وان مایسز زیر سطح $\sqrt{J_2}/P_0$ برای مقادیر مختلف κ و η ؛ توجه شود که

محورهای عمودی y/h و محورهای افقی x/a_0 را نشان می دهند. $\delta^4 = 0.2, \nu = 3/7$ و $P_0 = \frac{2P}{\pi a}$

References:

- 1- Bental, R. and K. Johnson, Slip in the rolling contact of two dissimilar elastic rollers. *International journal of mechanical sciences*, 1967. 9(6): p. 389-404.
- 2- Kalker, J., A Minimum Principle for the Law of Dry Friction—Part 2: Application to Nonsteadily Rolling Elastic Cylinders. *Journal of Applied Mechanics*, 1971. 38(4): p. 881-887.
- 3- Nowell, D. and D. Hills, Tractive rolling of dissimilar elastic cylinders. *International journal of mechanical sciences*, 1988. 30(6): p. 427-439.
- 4- Nackenhorst, U., B. Zastra, and J. Jarewski, Finite Element Modeling of 3D Elastic-Elastic Rolling Contact. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 2000. 80(S1): p. 57-60.
- 5- Bogacz, R., Dynamic analysis of rolling contact problem by the space-time element method. *ZAMM. Z. Angew. Math. Mech*, 2000. 80: p. s1.
- 6- Green, A.E., Zerna, W., *Theoretical Elasticity*. 1954, Oxford: Oxford University Press.
- 7- Lekhnitskii, S., et al., *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. *Physics Today*, 1964. 17: p. 84.
- 8- Sveklo, V., Boussinesq type problems for the anisotropic half-space. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1964. 28(5): p. 1099-1105.
- 9- Dahan, M. and J. Zarka, Elastic contact between a sphere and a semi infinite transversely isotropic body. *International Journal of Solids and Structures*, 1977. 13(3): p. 229-238.
- 10- Turner, J., Contact on a transversely isotropic half-space, or between two transversely isotropic bodies. *International Journal of Solids and Structures*, 1980. 16(5): p. 409-419.
- 11- Willis, J., Hertzian contact of anisotropic bodies. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1966. 14(3): p. 163-176.
- 12- Chen, W., Stresses in some anisotropic materials due to indentation and sliding. *International Journal of Solids and Structures*, 1969. 5(3): p. 191-214.
- 13- Bakirtaş, İ., The contact problem of an orthotropic non-homogeneous elastic half space. *International journal of engineering science*, 1984. 22(4): p. 347-359.
- 14- Shi, D., Y. Lin, and T.C. Ovaert, Indentation of an orthotropic half-space by a rigid ellipsoidal indenter. *Journal of tribology*, 2003. 125(2): p. 223-231.
- 15- Swanson, S.R., Hertzian contact of orthotropic materials. *International journal of solids and structures*, 2004. 41(7): p. 1945-1959.
- 16- Erbaş, B., E. Yusufoglu, and J. Kaplunov, A plane contact problem for an elastic orthotropic strip. *Journal of Engineering Mathematics*, 2011. 70(4): p. 399-409.
- 17- Zhou, Y.T. and K.Y. Lee, Exact solutions of the 2-D frictional sliding contact problem of electrically insulated triangular and cylindrical punches on piezoelectric materials. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 2013. 93(4): p. 217-232.
- 18- Rodriguez, N., M. Masen, and D. Schipper, A model for the contact behaviour of weakly orthotropic viscoelastic materials. *International journal of mechanical sciences*, 2013. 72: p. 75-79.

19- Guler, M.A., Closed-form solution of the two-dimensional sliding frictional contact problem for an orthotropic medium. International Journal of Mechanical Sciences, 2014. 87: p. 72-88.

20- Alinia, Y., et al., Rolling contact problem for an orthotropic medium. Acta Mechanica, 2016: p. 1-18.

21- Guler, M.A., S. Adibnazari, and Y. Alinia, Tractive rolling contact mechanics of graded coatings. International Journal of Solids and Structures, 2012. 49(6): p. 929-945.

22- Shabana, A.A., K.E. Zaazaa, and H. Sugiyama, Railroad vehicle dynamics: a computational approach. 2007: CRC press.

23- Guler, M., Y. Alinia, and S. Adibnazari, On the contact mechanics of a rolling cylinder on a graded coating. Part 2: numerical results. Mechanics of Materials, 2013. 66: p. 134-159.

24- King, R. and T. O'sullivan, Sliding contact stresses in a two-dimensional layered elastic half-space. International Journal of

Solids and Structures, 1987. 23(5): p. 581-597.

25- Alinia, Y., et al., Sliding contact analysis of functionally graded coating/substrate system. Mechanics of Materials, 2016. 94: p. 142-155.

علائم اختصاری:

طول ناحیه تماس	a
مرزهای منطقه چسبندگی در سیستم مختصات اصلی (x)	b_1, b_2
نیروی عمودی خارجی	P
نیروی افقی خارجی	Q
پارامتر معرف تفاوت الاستیسته اجسام در حال تماس	β
نسبت خزشی	ζ
ضریب اصطکاک	η
پارامتر برشی	κ
نسبت پواسون	ν
سختی موثر	E
نسبت سختی	δ
مدول برشی ماده ایزوتروپیک	μ_0