

بررسی صحت تقریب اغتشاش برای پراکندگی صوت در دریا

در اثر طیف پیرسون - مسکوئیچ

افشین محسنی آراسته ، کامران لاری و محمد سمنانی نژاد*

دانشکده علوم و فنون دریایی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

چکیده

جذب و پراکندگی صوت یکی از مباحث مهم مطالعه فیزیکی دریاها و اقیانوس ها است. در این مقاله به بررسی پراکندگی صوت در اثر طیف پیرسون- مسکوئیچ پرداخته شده است. در این مطالعه تقریبات اغتشاش برای پراکندگی از سطوح دریا در حضور این طیف بررسی شده و با نتایج واقعی نمونه به دست آمده توسط معادله انتگرال مقایسه شده است. همه نتایج در این تحقیق برای فرکانس صوت 200 Hz و برای زاویه تابش $20^\circ - 10^\circ$ درجه می‌باشد. که برای مثال های بررسی شده تئوری مرتبه اول اغتشاش برای سطوح پراکندگی به عقب $3\text{ dB} - 1$ کمتر را نشان می‌دهد و برای زوایای تابش 20° درجه وقتی ارتفاع سطح زیاد می‌شود تئوری اغتشاش با نتایج معادله انتگرال منطبق است.

واژگان کلیدی: جذب صوت، پراکندگی صوت، تئوری اغتشاش، طیف پیرسون- مسکوئیچ، سطح مقطع پراکندگی

*مسول مکاتبات msemnaninezhad@yahoo.com

مقدمه

پراکندگی از سطح دریا یکی از مباحث مهمی است که اقیانوس‌شناسها به آن پرداخته‌اند. برای حل دقیق پراکندگی از روش معادله انتگرال استفاده می‌شود، ولی مدل‌های خوب و تقریباً دقیق دیگری بکار گرفته می‌شود که عبارتند از تقریب کیرشلف و تقریب اغتشاش، طیف ناهمواری پیرسون-مسکوویچ (P-M) یک طیف فرکانسی یا طیف عدد موج است که برای حالت نمو یافته بکار گرفته می‌شود. برای این مدل طیف به طور کامل توسط سرعت باد تعیین می‌شود. مدل (P-M) یک مدل خوبی از تئوری پراکندگی سطح برای سطوح چند مقیاسی است ولی طیف گوسی یک سطح تک مقیاس را توصیف می‌کند.

مدل‌هایی که برای این پراکندگی استفاده می‌شود شامل روشهای اغتشاشی برای سطوح با ارتفاع کوچک و مدل کیرشلف برای سطوحی با شعاع انحنای بزرگ و روشهای پراکنش برای سطوح بسیار ناهموار است. طبق برآورد ریلی اگر باشد یا به عبارت دیگر اگر انحراف سطح نسبت به طول موج خیلی کوچک باشد سطح تقریباً آرام است و می‌توان از تقریب اغتشاش استفاده کرد

$$h \sin \theta < \frac{\lambda}{8}$$

یک روش سنتی و قدیمی بررسی مسئله پراکندگی امواج صوتی استفاده از تئوری اغتشاش به روش ریلی (Rayleigh-Rice) بوده است در این روش میدان پراکندگی طبق اصل برهم نهی امواج تخت بدست می‌آید و همانند نور هندسی با امواج صوتی برخورد می‌شود (Rice, 1951) بعدها شکل جدیدی از تئوری اغتشاش توسعه یافته که از فرضیه ریلی دوری کرده است. با استفاده از این روش اغتشاش می‌توان سطح مقطع پراکندگی و توان پراکندگی امواج صوتی $10 \log \sigma$ تعیین کرد. پیش‌بینی‌های نظری مؤلفه همدوس و غیر همدوس میدان پراکنده شده با معادله انتگرال قابل مقایسه است. در این مقاله صحت و اعتبار تقریب اغتشاش برای سطح دریا در حضور طیف پیرسون-مسکوویچ در حالی که فرکانس صوت 200 Hz است بررسی می‌گردد.

مواد و روش‌ها

مدل سطح پیرسون - مسکوویچ (P-M)

یک طیف ناهمواری فضایی می‌تواند از طیف فرکانسی P-M برای حالت نمو یافته بدست آید. مدل‌هایی که برای سطح اقیانوس معرفی شده‌اند (مشکل‌تر هستند) توسعه یافته‌اند (Pierson & Moskowitz, 1964). مدل پیرسون-مسکوویچ این مزیت را دارد که ساده‌تر است. با این همه برای اقیانوس یک مدل تقریبی می‌باشد. طیف چگالی ناهمواری فضایی به صورت زیر می‌باشد.

$$w(k_x) = \left[\left(\frac{\alpha}{4|k_x|^3} \right) \right] \exp \left[- \left(\frac{Bg^2}{k_x^2 u^4} \right) \right] \quad (1)$$

k_x عدد موج فضایی موج سطحی است و به صورت مثبت و منفی است.

$\alpha = 1.0 \times 10^{-3}$ و $B = 0.74$ و $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ و u سرعت باد در ارتفاع 19.5 m می‌باشد.

حال اگر از معادله (۱) نسبت به k مشتق بگیریم و مساوی صفر قرار دهیم می‌توانیم عدد موج قله طیف را محاسبه می‌گرد:

$$\frac{dw(k_x)}{dk_x} = 0 \Rightarrow \frac{-3\alpha}{4} k_x^{-4} \exp \left[- \left(\frac{Bg^2}{k_x^2 u^4} \right) \right] + \frac{\alpha}{4} k_x^{-3} \left(\frac{2Bg^2}{u^4} k_x^{-3} \right) \exp \left[- \left(\frac{Bg^2}{k_x^2 u^4} \right) \right] = 0$$

$$-3k_x^{-4} + \frac{2Bg^2}{u^4} k_x^{-6} = 0$$

$$\Rightarrow k_p = \sqrt{\frac{2B}{3} \frac{g}{u^2}}$$

(۲)

و میانگین مربعی ارتفاع سطح از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$h^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} W(k_x) dk_x = \alpha \frac{u^4}{4Bg^2} \quad (3)$$

در مدل P-M ریشه میانگین مربعی شیب به وسیله انتگرال $k_x^2 W(k_x)$ روی تمام k_x بدست می‌آیند. در مدل ناهمواری ترکیبی، سطح از قسمت‌های کوچک مقیاس و بزرگ مقیاس تشکیل شده‌اند. اگر فرض $k_x \ll k_c$ یا $k_x \gg k_c$ باشد، $W(k_x)$ طیف به وسیله طیف تعیین می‌شود در حالی که k_c عدد موج قطع است پس میانگین مربعی شیب برای سطح بزرگ مقیاس به صورت زیر می‌باشد:

$$s_L^2 = \int_{-k_c}^{+k_c} k_x^2 W(k_x) dk_x = \frac{\alpha}{4} Ei(-y_c) \quad y_c = \frac{Bg^2}{k_c^2 u^4} \quad (4)$$

در معادله بالا $\exp.Ei$ انتگرال می‌باشد معادله (۱) طیف عدد موج در یک جهت است و ما با بکارگیری آن انرژی‌هایی را که در جهت محور X منتشر می‌شود بدست می‌آید. در یک مدل موج دو بعدی انرژی موج همچنین در زاویه نیز پخش می‌شود.

تئوری اغتشاش formal

تئوری اغتشاش بطور گسترده برای پراکندگی صوت با فرکانس پایین از یک سطح ناهموار بکار می‌رود شرطی که برای صحت تئوری اغتشاش در نظر گرفته می‌شود این است که ریشه میانگین مربعی ارتفاع سطح h باید کوچکتر از طول موج λ باشد. یعنی $kh \ll 1$ باشد، k عدد موج است. ولی مقدار آن برای پیش‌بینی درست کاملاً معلوم نیست. یک شیوه قدیمی بررسی مسئله پراکندگی سطح ناهموار استفاده از تئوری اغتشاش به روش ریلی است. در این روش میدان پراکنده شده از امواج تخت که طبق اصل برهم نهی امواج بدست می‌آیند در این روش امواج تخت به طور تصادفی روی سطح ناهموار ظاهر می‌شوند. یک فرض که به فرضیه ریلی معروف است (Thorsos & Jackson, 1989).

اخیراً شکل جدیدی از تئوری اغتشاش توسعه یافته که تئوری اغتشاش فرمال می‌باشد و از فرضیه ریلی دوری می‌کند. این شکل جدید بر اساس فرضیه انهدام است (بسط شرایط مرزی) و در بخش وسیعی درست است که جکسون و همکارانش نشان دادند برای سطوح اتفاقی با شرایط محدود، منجر به نتایج یکسانی برای میدان پراکنده شده از مرتبه پنجم (kh) می‌شود (Thorsos & Jackson, 1989). بنابراین ممکن است هر دو شکل استفاده شود. حال اگر فرض کنیم موج تخت تابشی به صورت زیر باشد.

$$p_{inc}(\vec{r}) = \exp(i\vec{k}_i \cdot \vec{r}) \quad (5)$$

که k_i عدد موج تابشی و $p_{inc}(\vec{r})$ فشار موج تابشی باشد و سطوح را یک بعدی در نظر گرفته شود که سطوح به طور تصادفی ناهموار هستند (شکل ۲). چگالی طیفی ناهمواری $W(k)$ به صورت زیر بهنجار شده است:

که k عدد موج فضایی و h ریشه میانگین مربعی ارتفاع سطح است و می‌توان فشار آکوستیکی کلی را به صورت زیر نوشت:

$$p(\vec{r}) = p_0(\vec{r}) + p_s(\vec{r}) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} dk W(k) = h^2 \quad (7)$$

که میدان یک سطح صاف (تابشی بعلاوه انعکاس) و $p_0(\vec{r})$ میدان پراکنده شده است. اگر در سطح ناهموار $z=f(x)$ فشار آزاد بسط داده می‌شود:

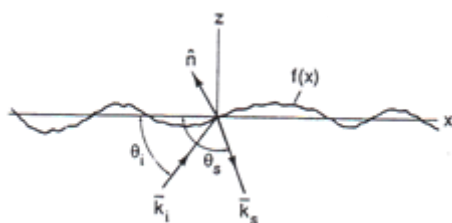
$$p(\vec{r}) = p_0(\vec{r}) + (kh)p_1(\vec{r}) + \frac{(kh)^2}{2!} p_2(\vec{r}) + \frac{(kh)^3}{3!} p_3(\vec{r}) + \dots$$

(۸)

در تئوری مرتبه n ام اغتشاش جملات بالاتر را تا در معادله (۸) پیدا می‌کنیم. سپس با معلوم $p_n(\vec{r})$ مرتبه n ام میدان ناهمدوس سطح مقطع پراکندگی که انرژی در امتداد خطوط مجزا منتشر می‌شوند. $p_s(\vec{r})$ را پیدا می‌کنیم.

(bistatic scattering cross section)

$$\sigma(\theta_i, \theta_s)$$



۱- شکل پراکندگی (۴)

روش اغتشاش مونت کارلو

نتایج میانگین کلی انتگرال نوساناتی از قبیل زاویه پراکنده شده را نشان می‌دهند. این نوسانات به این دلیل می‌باشد که سطوح بکار رفته محدود هستند (۵۰ سطح) و می‌توان با افزایش مقدار کل سطح این نوسانات را کاهش داد. به عنوان یک روش دیگر می‌توان میدان پراکندگی را با استفاده از روش مونت کارلو مانند روش انتگرال اغتشاش محاسبه نمود و سپس سطح مقطع پراکندگی را با استفاده از روش مونت کارلو مانند روش انتگرال بدست آورد. اگر سطوح مشابه هم باشند نتایج خیلی به هم نزدیک هستند. برای روش اغتشاش مونت کارلو میدان تابشی را که در حال باریک شدن است بکار برده می‌شود. در حالی که برای تئوری اغتشاش formal میدان تابشی تخت را در نظر گرفته می‌گردد (Thorsos & Jackson, 1989).

حال می‌توان جملات مربوط به میدان پراکندگی را تا مرتبه سوم به صورت زیر نوشت:

$$p_s(\vec{r}) = -\int_S dx' \sum_{n=1}^3 \frac{(kh)^n}{n!} p_n(\vec{r}') \frac{\partial G}{\partial z'}(\vec{r}, r') \quad (9)$$

که در سمت راست معادله (۹) $\vec{r}' = 0$ که کمیته ها در محاسبه شده‌اند، و G تابع $G = 0$ برین می‌باشد که برای برابر صفر است به طوری که:

$$\left. \frac{\partial G(\vec{r}, r')}{\partial z'} \right|_{z'=0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} K_{sz} e^{\frac{-i\pi}{4}} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}} \exp(-ik_{sx}x') \quad (10)$$

که در با استفاده از بکارگیری تئوری اغتشاش بدست می‌آیند که به صورت زیر است:

$$p_n(r') \quad z' = 0$$

$$(kh)p_1(\bar{r}) \Big|_{z=0} = -f(x) \frac{\partial p_0(\bar{r})}{\partial z} \Big|_{z=0} \tag{11}$$

$$(kh)^2 p_2(\bar{r}) \Big|_{z=0} = -2(kh)f(x) \frac{\partial p_1(r)}{\partial z} \Big|_{z=0} \tag{12}$$

$$(kh)^3 p_3(\bar{r}) \Big|_{z=0} = -3(kh)^2 f(x) \frac{\partial p_2(\bar{r})}{\partial z} \Big|_{z=0} - 3(kh)f^2(x) \frac{\partial^2 p_1(\bar{r})}{\partial z^2} \Big|_{z=0} - f^3(x) \frac{\partial^3 p_0(\bar{r})}{\partial z^3} \Big|_{z=0} \tag{13}$$

جملات در معادلات ۱۱-۱۳ از مرتبه هستند. بنابراین f در معادلات ۱۱-۱۳ از مرتبه h است، میدان سطح صاف است که به سادگی برای میدان تابشی بدست می‌آید. طبق تئوری اغتشاش:

$$p_1(\bar{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x A_1(kx) \exp\left(k_x x + k_z z\right) \tag{14}$$

$$k_z = \begin{cases} -\sqrt{k^2 - k_x^2} & , \quad k^2 - k_x^2 \geq 0 \\ -i\sqrt{k_x^2 - k^2} & , \quad k_x^2 - k^2 > 0 \end{cases} \tag{که}$$

پس:

$$\frac{\partial p_1(r)}{\partial z} \Big|_{z=0} = i \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x k_z A_1(kx) e^{ik_x x} \tag{15}$$

که با بکارگیری تبدیل فوریه معکوس زیر بدست می‌آید: $A_1(kx)$

$$p_1(\bar{r}) \Big|_{z=0} = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x A_1(kx) e^{ik_x x} \tag{16}$$

که معادلات ۱۱-۱۶ با استفاده از روش تبدیل فوریه سریع (FFTS) حل می‌شوند.

محاسبه سطح مقطع پراکندگی با استفاده از تئوری های اغتشاش Formal در تئوری اغتشاش فرمال، مناسب‌ترین راه، جدا کردن میدانهای تابشی و پراکندگی طبق اصل برهم‌نهی امواج تخت است که در این جا از روش Transition -matrix^۱ استفاده می‌گردد که رابطه بین امواج تخت تابشی و خروجی را توصیف می‌کند. یک تک موج تابشی تخت را روی یک سطح ناهموار نامحدود به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود (Thorsos & Jackson, 1989).

$$P_{inc}(\bar{r}) = \exp(i\vec{k}_i \cdot \bar{r}) \tag{17}$$

با توجه به شکل (۱) که میدان پراکنده شده به صورت زیرنوشته می‌شود.

$$P_S(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{sx} \exp(i\vec{k}_s \cdot \vec{r}) T(k_{sx}, k_{ix}) \quad k_{iz} > 0, k_{ix} > 0$$

که در این رابطه:

$$\vec{k}_s = k_{sx} \hat{x} + k_{sz} \hat{z}$$

$$k_{sz} = -\sqrt{k^2 - k_{sx}^2} < 0 \quad k^2 - k_{sx}^2 > 0$$

برای انتشار امواج
و برای امواج زودگذر

$$k^2 - k_{sx}^2 < 0, k_{sz} = -i\sqrt{k_{sx}^2 - k^2}$$

برای بکارگیری تئوری اغتشاش، T-matrix را به صورت سری توانی بسط داده می‌شود:

$$T(k_{sx}, k_{ix}) = \sum_0^{\infty} \frac{(kh)^2}{n!} T_n(k_{sx}, k_{ix}) \quad (19)$$

که با توجه به معادله (۱۹) می‌توانیم را به صورت زیر بنویسیم:

$$P_n(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{sx} \exp(i\vec{k}_s \cdot \vec{r}) T(k_{sx}, k_{ix}) \quad (20)$$

حال برای محاسبه سطح مقطع پراکندگی دو مرحله اصلی وجود دارد. ابتدا، برای یک سطح f(x) مقدار T-matrix را با توجه به شرط مرزی محاسبه می‌گردد (۱۹) و سپس در مرحله دوم یک T-matrix ناهمدوس را توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$T_I(k_{sx}, k_{ix}) = T(k_{sx}, k_{ix}) - \langle T(k_{sx}, k_{ix}) \rangle \quad (21)$$

در حالی که $\langle \rangle$ مقدار میانگین کل سطح است. که در آن:

$$\langle T_I(k_{sx}, k_{ix}) T_I(k_{sx}, k'_{ix}) \rangle^* \equiv c(k_{sx}, k_{ix}) \delta(k_{ix}, k'_{ix}) \quad (22)$$

که فاکتور تابع دلتا است و در رابطه سطح مقطع پراکندگی ظاهر می‌گردد. سطح مقطع پراکندگی در امتداد خطوط مختلف منتشر می‌شوند. از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\sigma = \left(\frac{s_z}{k}\right) c(k_{sx}, k_{ix}) \quad (23)$$

از معادله (۱۹) و ۲۳-۲۱ معادله زیر به دست می‌آید:

$$\sigma \delta(k_{ix} - k'_{ix}) = \frac{k^2}{k} \sum_n \sum_m \frac{(kh)^n}{n!} \frac{(kh)^m}{m!} \times$$

$$\left[\begin{aligned} &\langle T_n(k_{sx}, k_{ix}) T_m(k_{sx}, k_{ix}) \rangle^* - \\ &\langle T_n(k_{sx}, k_{ix}) \rangle \langle T_m(k_{sx}, k'_{ix}) \rangle^* \end{aligned} \right] \quad (24)$$

که در معادله (۲۴) برای n فرد $\langle T_n \rangle = 0$ و برای n+m فرد $\langle T_n T_m \rangle^* = 0$ می‌باشد.

حال اگر شرط مرزی $p_{inc}(\vec{r}) + p_s(\vec{r}) = 0$ را در نظر گرفته شود و فرض گردد $z = hD(x)$ و $k_{iz} = \beta_i k$ و $k_{sz} = -\beta_s k$ و در معادله (۲۰) قرار داده شود با استفاده از تبدیل فوریه و تعریف تابع دلتا T_0, T_1, \dots, T_n بدست می‌آیند و با قرار دادن آن در معادله (۲۴) σ^{11}, σ^{12} محاسبه می‌شوند.

نتایج

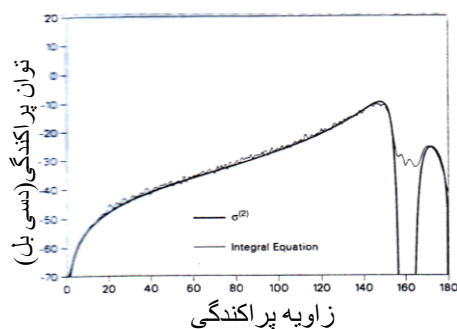
تقریب اغتشاش برای سطح P-M θ_i حال درستی پراکندگی از سطح P-M را با پیش بینی‌های تئوری اغتشاش بررسی می‌گردد، ابتدا با یک ارتفاع سطح کوچکتر شروع می‌گردد در حالی که $u=10 \text{ m/s}$ و $\theta_i = 20^\circ$ و $f=200 \text{ Hz}$ است. در این مثال $kh=0.45$ که نزدیک حد نهایی برای تئوری مرتبه اول اغتشاش است، که نتایج درستی برای طیف گوسی می‌دهد (Thorsos, 1990). تئوری اغتشاش مرتبه اول یک سطح مقطع پراکندگی ناهمدوس می‌دهد که درست از مرتبه $(kh)^2$ است که با علامت σ^2 نشان داده می‌شود. در این حالت تئوری اغتشاش مرتبه اول نسبتاً در یک محدوده وسیعی از زوایای پراکندگی درست است، و با نتایج واقعی کمتر از ۱ dB تفاوت دارد (شکل ۲).

نزدیک بازتاب آینه ای صفر می‌شود. که اختلاف بزرگی با معادله انتگرال دارد، با توجه به اینکه سطح مقطع پراکندگی از رابطه

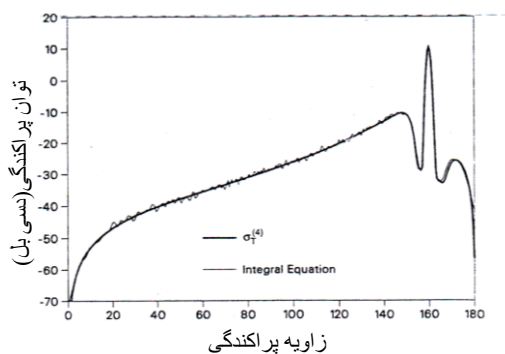
$$\sigma^2 = (4k_x^2 k_z^2 / k) W(k_{ix} - k_{sx})$$

$$k_x = k_B = k_{ix} - k_{sx} = k(\cos^2 \theta_i + \cos \theta_s)$$

باشد. که k_B عدد موج برگ k_{ix} و عدد موج تابشی و k_{sx} عدد موج پراکنده هستند. در جهت آینه ای k_B از بین می‌رود زیرا $\theta_s = 180 - \theta_i$ و نزدیک آن کوچک است. در مدل P-M $W(k_x)$ به سرعت به سمت صفر می‌رود چنانکه k_x در مقدار پایین‌تر از قله در طیف از k_p کاهش می‌یابد، باقی مانده یک ناحیه نزدیک بازتاب آینه‌ای سهمی از ندارد. سرعت باد بالاتر مقدار k_p را کاهش می‌دهد و بنابراین پهناى زاویه ای در این فاصله کاهش می‌یابد. و با کاهش فرکانس، پهناى بیشتری پیدا می‌کند. شکل (۳) نتایج را وقتی که محاسبات اغتشاشی برای سطح مقطع پراکندگی تا مرتبه $(kh)^4$ بسط داده، نشان داده است و در این حالت مؤلفه همدوس در نظر گرفته شده است. که اکنون با نتایج واقعی سازگاری خوبی دارد. وقتی روش اغتشاش مونت کارلو بکار گرفته شود. نوسانات در معادله انتگرال دیده می‌شود شکل (۳) که تقریباً با دقت نشان داده شده است و تشخیص انحناهای معادله انتگرال از اغتشاش مشکل است. پس می‌توان گفت: که اگر $kh=0.45$ باشد، تئوری اغتشاش در مرتبه $(kh)^4$ بسیار خوب است.



شکل ۲ مقایسه توان پراکندگی ناهمدوس بوسیله تئوری اغتشاش و معادله انتگرال برای $\theta_i = 10^\circ$ و $u = 10 \text{ m/s}$ و $f = 200 \text{ Hz}$ و $kh=0.45$ [۴]

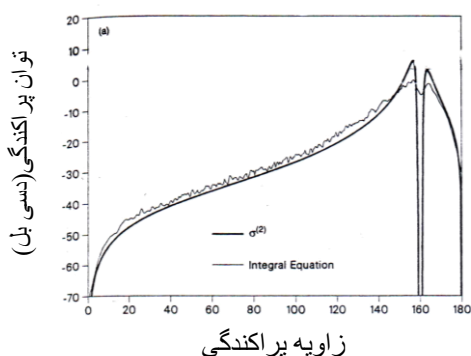


شکل ۳- مقایسه تئوری اغتشاش مرتبه چهارم شامل مؤلفه [۴]

اکنون ارتفاع سطح را بزرگتر در نظر گ به طوری که $u = 20 \text{ m/s}$ و $kh = .79$ و $f = 200 \text{ Hz}$ این فراتر از مقدار ماکزیمم ($kh = 0.6$) برای تئوری اغتشاش است، که با طیف تابع گوسی درست است. با این وجود ما برای طیف P-M یک تئوری اغتشاش پیدا می‌کنیم که به طور قابل توجهی درست باشد.

در شکل (۴) تئوری اغتشاش مرتبه اول با نتیجه واقعی ناهمواری برای $\theta_i = 20^\circ$ مقایسه شده است، باز هم مقدار کمی (تقریباً ۲db) بالای محدوده وسیعی از زاویه پراکندگی است. توجه شود که برای $\theta_s < 100^\circ$ کمی تفاوت در سطح پراکندگی وجود دارد. زمانی که سرعت باد از 10 m/s به 20 m/s افزایش می‌یابد (شکل ۲).

اکنون پراکندگی در نزدیک بازتاب آینه‌ای (160°) را بررسی می‌گردد. فقط در اطراف جهت آینه‌ای در چالی که σ^2 پیش‌بینی معادله انتگرال را افزایش می‌دهد. عدد موج Bragg نزدیک Kp است. ظاهراً ارتفاع‌های سطح بزرگ وابسته هستند با عددهای موج نزدیک قله از طیف و همچنین برای پیش‌بینی درست σ^2 بزرگ هستند.



شکل ۴ - مقایسه تئوری اغتشاش مرتبه دوم و معادله انتگرال برای توان پراکندگی ناهمدوس در $\theta_i = 20^\circ$ و

$$[4] \quad kh = .79 \text{ و } f = 200 \text{ Hz و } u = 20 \text{ m/s}$$

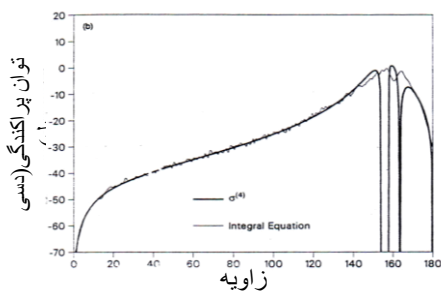
وقتی سطح مقطع پراکندگی تا $(kh)^4$ محاسبه شود، سازگاری خوبی با نتایج واقعی روی تمام محدوده زوایای پراکندگی وجود دارد، مانند شکل (۵) تئوری اغتشاش برای $140^\circ <$ خطایی کمتر از ۱ db دارد. به عبارت دیگر، در نزدیک بازتاب آینه‌ای منفی است. (از 154° تا 158° و نزدیک 164°)، که نشان می‌دهد در نزدیک $\theta_s = 160^\circ$ خوبی همگرا نیست، بنابراین تئوری اغتشاش نزدیک بازتاب آینه‌ای مفید نیست.

یک سازگاری بسیار خوبی از σ^4 با نتایج واقعی در شکل (۵) برای $140^\circ <$ وجود دارد. زیرا برای چنین مقادیر بزرگ از kh ، σ^{22} ، σ^{13} بزرگتر از مقدار σ^2 هستند (شکل ۶). به هر حال σ^{13} منفی است. عمده‌تأثیر σ^{22} حذف می‌شود. برای 140° نتیجه σ^4 با σ^2 فقط مقدار کمی اختلاف دارند. در فاصله‌های دور از آینه‌ای جملات مرتبه ششم و بالاتر اغتشاش الزاماً حذف می‌شوند، زیرا آنها با نتایج واقعی سازگاری ندارند.

روش اغتشاش مونت کارلو نتایج بسیار خوبی را برای $kh = 0.45$ می‌دهد (شکل ۳). ولی وقتی $kh = 1/79$ است این روش نتیجه بخش نیست.

مونت کارلو و نتایج نظری برای هر سه جمله شکل (۶) با یکدیگر همخوانی دارند. اما نوسانات در مؤلفه‌های اصلی، نوسانات بزرگی در σ^4 ایجاد می‌کنند، زیرا وقتی تمام جملات جمع می‌شوند تقریباً زوایای میانی حذف می‌شوند. همچنین هر چند که جملات مرتبه بالاتر به نظر می‌رسد در میانگین حذف می‌شوند، احتمالاً باید ساختار نوسانات واقعی را تکرار کرده به عنوان یک نتیجه نوسانات در معادله انتگرال ظاهر کرد اما در روش مونت کارلو وقتی kh بزرگ است مانند $kh = 1/79$ نوسانات تکرار نمی‌شوند.

زوایای بزرگتر با $u = 20 \text{ m/s}$ که σ^4 نتایج واقعی برای کل سطح مقطع در 15° و 10° به ترتیب در شکل (۷ و ۸) نشان داده شده‌اند. تئوری اغتشاش تا مرتبه σ^4 (kh) ادامه می‌یابد که یک سازگاری بسیار خوبی بین نتایج معادله انتگرال برای پراکندگی به عقب هنگام زاویه تابش کوچک دارند.

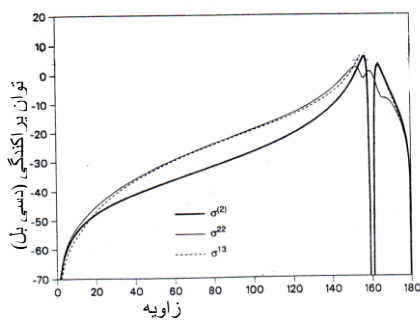


شکل ۵- مقایسه سطح مقطع تئوری اغتشاش مرتبه چهارم و معادله انتگرال برای توان پراکندگی ناهمدوس در $\theta_i = 10^\circ$ و $u = 10 \text{ m/s}$ و $f = 200 \text{ Hz}$ و $kh = 1/79$ [۴]

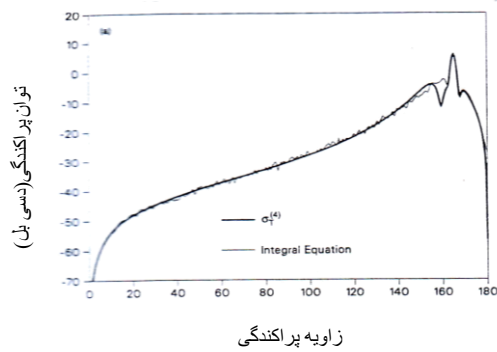
صحت تئوری اغتشاش نزدیک بازتاب آینه‌ای دائماً بهتر می‌شود. خطا در تئوری اغتشاش کمتر از ۱ db برای $140^\circ < \theta_s$

θ_s

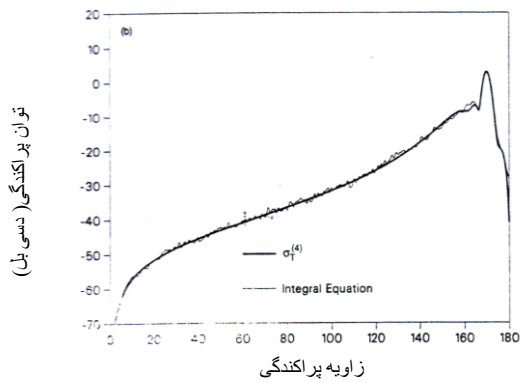
(شکل ۷) و برای $160^\circ < \theta_s$ (شکل ۸) می‌باشد.



شکل ۶- جملاتی که در σ^4 شکل ۵ سهم دارند. $\sigma^4 = \sigma^2 + \sigma^{22} + \sigma^{13}$ چون σ^{13} منفی است و σ^{13} و σ^{22} در σ^4 حذف شده‌اند.



شکل ۷ - مقایسه پیش‌بینی‌های معادله انتگرال و تئوری اغتشاش برای مولفه همدوس و غیرهمدوس به ازای $\theta_i = 15^\circ$ و $f = 200 \text{ Hz}$ و $u = 20 \text{ m/s}$ و $\theta_i = 4$



شکل ۸ - مقایسه تئوری اغتشاش و پیش‌بینی معادله انتگرال برای مولفه همدوس و ناهمدوس برای $\theta_i = 10^\circ$ و $u = 20 \text{ m/s}$ و $f = 200 \text{ Hz}$

جدول ۱: خطا در زوایای پراکندگی تئوری اغتشاش

خطا	زاویه پراکندگی (درجه)	ارتفاع سطح (kh)	تئوری اغتشاش	زاویه تابش (درجه)	سرعت باد (m/s)
< ۱db	$\theta_s < 157$	۰/۴۵	مرتبۀ اول	۱۰	۱۰
منطبق با معادله انتگرال	$\theta_s < 180$	۰/۴۵	مرتبۀ چهارم	۱۰	۱۰
< ۲db	$\theta_s < 100$	۰/۷۹	مرتبۀ اول	۲۰	۲۰
< ۱db	$\theta_s < 140$	۰/۷۹	مرتبۀ چهارم	۲۰	۲۰
< ۱db	$\theta_s < 160$	۰/۷۹	مرتبۀ چهارم	۱۵	۲۰

بحث و نتیجه‌گیری

۱- تئوری اغتشاش مرتبۀ اول در یک محدوده زوایای پراکندگی وسیعی درست است. و با نتایج واقعی کمتر از ۱ dB تفاوت دارد.

۲- در نزدیک بازتاب آینه‌ای صفر است که اختلاف بزرگی با معادله انتگرال دارد.

۳- وقتی که محاسبات اغتشاش تا مرتبۀ ۴ (kh) بسط داده می‌شود. تئوری اغتشاش با نتایج واقعی سازگاری دارد و دو نمودار روی هم منطبق می‌شوند.

۴- برای زوایای تابش برابر 20° وقتی ارتفاع سطح زیاد می‌شود (kh) به ازای سرعت باد $u = 10 \text{ m/s}$ تئوری اغتشاش با نتایج معادله انتگرال سازگاری بهتری دارد. هر چند برای $\theta_s < 100^\circ$ تئوری اغتشاش مرتبۀ چهارم روی تمام محدوده پراکندگی تقریباً با نتایج واقعی سازگاری دارد.

۵- برای $kh = 1/79$ تئوری اغتشاش مرتبۀ چهارم روی تمام محدوده پراکندگی تقریباً با نتایج واقعی سازگاری دارد.

۶- روش اغتشاش مونت کارلو برای $kh = 0/45$ نتایج بسیار خوبی می‌دهد در صورتی که برای $kh = 1/79$ این روش نتیجه بخش نیست.

۷- برای سرعت باد $u = 20 \text{ m/s}$ تئوری اغتشاش مرتبۀ چهارم در $\theta_i = 10^\circ$ و $\theta_i = 15^\circ$ نتایج بسیار خوبی را برای پراکندگی به عقب نشان می‌دهد.

منابع

Pierson, W.J. & Moskowitz, L. 1964. A proposed spectral from for fully developed wind sea based on the similarity theory of S.A. kitaigorodskii J. Geophys. Res., 69: 5181 – 5190.

-
- Rice, S.O. 1951 . Reflections of electromagnetic waves from slightly rough surfaces. *commun. Pure Appl. Math.*,4: 351 – 378 .
- Thorsos, E. I. 1990. Acoustic scattering from a “Pierson – Moskowitz sea surface” *J. Acoust. soc. Am.*, 88(1):
- Thorsos, E.I. & Jackson, D.R. 1989. The validity of the perturbation approximation: *J. Acoust. Soc. Am.*, 86: 261 – 277.