مجله پژوهش و کاربرد در مکانیک دوره ۱۴ شماره ۲ سال ۱۴۰۳ (۲۰۲۴) ۴۵-۳۲

تئوری میکروپلارالاستیسیته مواد مدرج تابعی در مختصات استوانه‌ای تحت بارگذاری نامتقارن

حسین دهبانی[۱] محسن جباری*[۱] احمدرضا خورشیدوند[۱] مهرداد جوادی[۱]

۱.گروه مهندسی مکانیک دانشکده فنی و مهندسی- دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران

* نویسنده مسئول، پست الکترونیک:m_jabbari@azad.ac.ir

چکیده

در این مقاله، تئوری میکروپلار الاستیسیته با رفتار مواد مدرج تابعی تحت بارگذاری نامتقارن مورد بررسی قرار گرفته است. با بهره‌گیری از این رویکرد، مدل‌سازی دقیق‌تری با در نظر گرفتن مقیاس طول از واکنش سازه‌های استوانه ای در مواجهه با بارهای نامتقارن به‌دست آمده و درک عمیق‌تر از فرایندهای میکروساختاری و تأثیرات آن در پاسخ کلی سازه بدست می آید. این پژوهش به‌دنبال شناسایی الگوهای تنش توزیع‌شده و رفتار الاستیک این سازه‌ها در پاسخ به بارگذاری‌های نامتقارن است، که می‌تواند به توسعه روش‌های طراحی نوآورانه و بهینه‌سازی در کاربردهای مهندسی منجر شود.

واژه های کلیدی: مکیروپلار الاستیسیته، مواد مدرج تابعی (FGM)، بارگذاری نامتقارن، مختصات استوانه ای

مقدمه

با رشد روزافزون فناوری‌ها و نیاز به طراحی سازه‌های پیشرفته در صنایع مختلف، توجه به توسعه مواد با خواص منحصر به فرد و بهینه اهمیت فزاینده‌ای پیدا کرده است. مواد مدرج تابعی (Functionally Graded Materials) یا FGM، که با ترکیب تدریجی دو یا چند ماده متفاوت ایجاد می‌شوند، به‌دلیل توانایی در بهینه‌کردن خواص مکانیکی و حرارتی، به یکی از مهم‌ترین دسته‌های مواد در مهندسی و فناوری‌های نوین تبدیل شده‌اند. این مواد به‌خوبی می‌توانند پاسخ‌گویی به چالش‌های مهندسی را در شرایط مختلف، به‌ویژه در سازه‌های تحت بارگذاری‌های غیرمتعارف، فراهم کنند.

تئوری میکروپلار الاستیسیته به‌عنوان یک رویکرد نوین در تحلیل رفتار مکانیکی مواد، این امکان را می‌دهد که توزیع خواص الاستیک در مقیاس‌های کوچک و اثرات غیرخطی مکانیکی به‌طرز دقیق‌تری بررسی شود. با توجه به اینکه بسیاری از کاربردهای عملی مواد مدرج تابعی در ساختارهایی با هندسه‌های پیچیده و بارگذاری‌های نامتقارن قرار دارند، نیاز به مدلسازی دقیق این رفتارها

در شرایط مختلف فیزیکی و هندسی از اهمیت بالایی برخوردار است. به‌ویژه در مختصات استوانه‌ای، تحلیل رفتار مکانیکی می‌تواند به درک بهتری از توزیع تنش و تغییر شکل در سازه‌ها منجر شود.

از جنبه های مختلفی تئوری میکروپلار توسط گورتین [۱] مورد بررسی قرار گرفته است. به عنوان مثال بررسی مبانی تئوری میکروپلار به تحلیل رفتار مکانیکی مواد می‌پردازد و تأثیرات میکروساختاری مانند تنش‌های درون‌زا را در نظر می‌گیرد. این تئوری در تحلیل مواد مدرج تابعی که بسیار حساس به تغییرات میکروساختاری هستند، کاربرد ویژه‌ای دارد. با استفاده از این تئوری، می‌توان تنش‌های ناشی از بارگذاری نامتقارن را به‌طور دقیق‌تر مدلسازی کرد. در مطالعه جامع دیگر توسط ژو و ژانگ [۲]، رفتار مکانیکی مواد FGMs تحت بارگذاری نامتقارن با توجه به تئوری میکروپلار بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که تعاملات میان میکروساختارها و بارگذاری‌ها می‌تواند به درک عمیق‌تری از نحوه توزیع تنش‌ها منجر شود.

همچنین مدل‌سازی ریاضی برای تحلیل FGMs در مختصات استوانه‌ای توسط لی و چن [۳] با استفاده از تئوری میکروپلار مورد بررسی قرار گرفته است. این مدل‌ها به شبیه‌سازی بهتر رفتار مکانیکی این مواد در نقاط مختلف سازه کمک می‌کنند و بر تحلیل بارهای نامتقارن تأکید دارند. در کنار بررسی های تحلیلی ،شبیه‌سازی‌های عددی توسط سانکار [۴] نشان می‌دهد که تئوری میکروپلار می‌تواند به تحلیل تنش‌های داخلی و رفتار کل مواد FGMs کمک کند. این پژوهش‌ها به بررسی کارایی این تئوری در شبیه‌سازی رفتار این نوع مواد تحت بارهای نامتناسب پرداخته‌اند. از طرفی مطالعات بر روی کاربردهای مهندسی FGM تحت شرایط نامتقارن توسط کویکه و هیرانو [۵] نشان‌دهنده این است که تئوری میکروپلار می‌تواند طراحی بهینه‌ای برای سازه‌ها ارائه دهد. این رویکرد می‌تواند به افزایش طول عمر و کارایی سازه‌ها منجر شود. لازوپولوس و زویروپولوس [۶] تحلیل پاسخ مواد FGM تحت تنش‌های غیرمتقارن با لحاظ کردن اثرات میکروپلار، زمینه‌های جدیدی را برای تحقیقات آینده فراهم می‌آورد. این تحلیل‌ها نشان می‌دهند که میکروپلار می‌تواند به فهم دقیق‌تری از رفتار مکانیکی این مواد منجر شود.

در مقاله‌ای باتاچاریا و همکاران [۷] به تحلیل تئوری میکروپلار و کاربرد آن در FGM پرداخته است و نحوه تأثیر بارهای غیرمتقارن بر روی این مواد را تشریح کرده است. نتایج حاصل از این تحلیل به طراحان کمک می‌کند تا بارگذاری‌های نامتقارن را به‌خوبی مدیریت کنند . مطالعه‌ای دیگر توسط میرخلاف و همکاران [۸] به بررسی رفتار کمانش و تنش‌های داخلی در مواد FGM تحت بارگذاری نامتقارن پرداخته است. نتایج به‌دست‌آمده نشان‌دهنده اهمیت توجه به میکروپلار در تحلیل‌های سازه‌ای است. این یافته‌ها می‌تواند به بهبود طراحی و ایمنی سازه‌ها منجر شود. همچنین بررسی تأثیرات بارگذاری نامتقارن توسط خان و همکاران [۹] بر روی

رفتار مواد FGM با در نظر گرفتن تئوری میکروپلار نشان می‌دهد که این بارگذاری می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی بر توزیع تنش‌ها تأثیر بگذارد. این یافته‌ها بر اهمیت مطالعه این موضوع در طراحی‌های مهندسی تأکید می‌کنند.

جمع‌بندی مطالعات انجام‌شده توسط هوانگ و ژانگ [۱۰] نشان‌دهنده این است که ترکیب تئوری میکروپلار با مواد FGM می‌تواند باعث پیشرفت‌های چشمگیری در مهندسی سازه‌ها شود. راهکارهای پیشنهادی می‌تواند شامل بهینه‌سازی طراحی و تحلیل‌های عمیق‌تر در برابر بارگذاری‌های پیچیده باشد.

معرفی موضوع و اهمیت آن

با پیشرفت فناوری‌های صنعتی و نیاز به بهینه‌سازی عملکرد سازه‌ها، مواد مدرج تابعی به‌عنوان یکی از نوآوری‌های کلیدی در مهندسی مواد و سازه‌ها مطرح شده‌اند. این مواد به‌دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد خود، نظیر توزیع تدریجی خواص مکانیکی و حرارتی بین دو یا چند ماده پایه، توانسته‌اند پاسخ‌های کارآمدی را در برابر شرایط بارگذاری مختلف ارائه دهند. در این راستا، تئوری میکروپلار الاستیسیته به‌عنوان یک ابزار قدرتمند برای مدلسازی رفتار مکانیکی این مواد، به‌ویژه در تأثیرات مقیاس میکروسکوپی و غیرخطی، به‌کار می‌رود.

بارگذاری‌های نامتقارن به‌دلیل توزیع غیر یکنواخت تنش‌ها و تغییر شکل‌ها می‌تواند منجر به رفتار پیچیده‌تری در سازه‌های ساخته شده از مواد مدرج تابعی شود. این موضوع اهمیت ویژه‌ای در طراحی و تحلیل سازه‌های مهندسی با کاربردهای حساس، مانند هوافضا، خودروسازی و بیولوژیکی دارد، جایی که همواره نیاز به پیش‌بینی دقیق رفتار مکانیکی وجود دارد.

در مختصات استوانه‌ای، تحلیل سازه‌ها به‌دلیل هندسه خاص و تغییر خواص تحت تأثیر بارگذاری‌های نامتقارن، نیازمند دقت خاصی است. تئوری میکروپلار الاستیسیته، با توجه به قابلیت توضیح رفتارهای غیرخطی و تأثیرات مقیاس‌های مختلف، می‌تواند به‌عنوان بنیانی برای تحلیل دقیق‌تر سازه‌ها در این مختصات به‌کار رود و درک عمیق‌تری از فرایندهای تنش و تغییر شکل ارائه دهد.

این تحقیق به‌دنبال ایجاد یک چارچوب نظری جامع برای تحلیل رفتار مواد مدرج تابعی تحت بارگذاری نامتقارن با تکیه بر تئوری میکروپلار الاستیسیته و مختصات استوانه‌ای است. با انجام این تحقیق، امید می‌رود که بتوان به درک عمیق‌تری از رفتار مکانیکی این نوع مواد دست یافت و به توسعه فناوری‌های نوین و بهبود طراحی سازه‌ها در صنایع مختلف کمک شود. در نهایت، این پژوهش می‌تواند نقش بسزایی در پیشبرد زمینه‌های تحقیقاتی و کاربردی مهندسی مواد و ساختاری ایفا کند و به نسل جدیدی از روش‌های طراحی و تحلیل در مهندسی منجر شود.

معرفی ، اهمیت و کاربرد تئوری میکروپلارالاستیسیته

تئوری میکروپلارالاستیسیته یکی از شاخه‌های پیشرفته مکانیک مواد است که به بررسی رفتار مکانیکی مواد با ساختار میکرو و نانو می‌پردازد. این تئوری به دلیل توانایی‌اش در مدلسازی رفتار انواع مختلف مواد و اثرات میکروسکوپی بر ویژگی‌های کلان ماده، مورد توجه خاصی قرار گرفته است. به طور خاص، در مواد FGMs، که به صورت تدریجی از یک ترکیب به ترکیب دیگر تغییر می‌کنند، بررسی تأثیرات میکرو بر رفتار کلان آن‌ها اهمیت فوق‌العاده‌ای دارد. به عنوان مثال، FGMs معمولاً در کاربردهای مهندسی مانند سازه‌های فضایی، پزشکی و الکترونیک استفاده می‌شوند، جایی که خواص مکانیکی و حرارتی دقیق و بهینه شده مورد نیاز است [۱۱]. بدنه‌های استوانه‌ای در بسیاری از سازه‌های مهندسی از جمله لوله‌ها، مخازن و سازه‌های فشار قوی به کار می‌روند. این سازه‌ها تحت بارگذاری‌های متفاوتی قرار می‌گیرند و بارگذاری نامتقارن یکی از رایج‌ترین حالات در کاربردهای عملی است. بدین ترتیب، تحلیل رفتار استوانه‌ها در شرایط بارگذاری نامتقارن، به ویژه با استفاده از تئوری میکروپلارالاستیته و مدل‌سازیFGMs ، به عنوان یک حوزه تحقیقاتی مهم شناخته می‌شود. این تحلیل‌ها می‌توانند منجر به درک بهتری از چگونگی توزیع تنش و تغییر شکل در این ساختارها شده و در نهایت به بهینه‌سازی طراحی‌های مهندسی کمک کنند [۱۲].

از طرفی اهمیت این موضوع از آنجا ناشی می‌شود که بسیاری از مشکلات موجود در طراحی و تحلیل سازه‌ها به دلیل عدم درک کافی از رفتار مواد تحت بارگذاری‌های محیطی می‌باشد. بارگذاری‌های نامتقارن می‌توانند منجر به توزیع غیر یکنواخت تنش‌ها و اختلال در عملکرد سازه شوند. بنابراین، مطالعات دقیقی که تئوری میکروپلارالاستیسیته را با مواد مدرج تابعی ترکیب می‌کنند، می‌توانند به شناسایی مشکلات و نواقص موجود در طراحی کمک کنند و به مهندسان این امکان را بدهند که با دقت بیشتری پروژه‌های خود را اجرا کنند [۱۳]. علاوه بر این، درک عمیق‌تری از رفتار مواد در مقیاس میکرو کمک می‌کند تا مواد جدیدی طراحی شوند که هم از نظر اقتصادی و هم از نظر عملکرد بهینه باشند. بنابراین، این مقاله نقشی کلیدی در پیشبرد علم مواد و مهندسی سازه‌ها ایفا می‌کند و می‌تواند الهام‌بخش توسعه تکنیک‌های نوین در طراحی و بررسی FGM تحت بارگذاری نامتقارن باشد [۱۴]. FGMکاربردهای گسترده‌ای در زمینه مواد میکرو دارند. به عنوان مثال، در صنایع الکترونیک برای تولید میکروچیپ‌ها و حسگرها، FGMمی‌توانند در بهبود خواص حرارتی و الکتریکی دستگاه‌ها تأثیر زیادی داشته باشند. ویژگی‌های قابل تنظیم FGM می‌تواند منجر به توسعه تجهیزات و سازه‌های میکرو با استحکام بالا و وزن کم شود [۱۵].

علاوه بر این، FGM در حوزه‌های پزشکی و بیومواد نیز کاربرد دارند؛ به خصوص در طراحی ایمپلنت‌ها و پروتزها که نیاز به ویژگی‌های مکانیکی و بیولوژیکی خاصی دارند تا بتوانند به بهبود عملکرد بالا و افزایش سازگاری با بافت‌های زنده کمک کنند. این مواد به سازگاری بیشتر با بافت‌های زیستی و کاهش واکنش‌های نامطلوب بدن کمک می‌کنند [۱۶].

در مجموع، FGMsبه دلیل قابلیت تغییر خواص ویژه و تطبیق‌پذیری بالا در فرایندهای ساخت و تولید در مقیاس میکرو، به عنوان یکی از فناوری‌های نوین و امیدوارکننده در مهندسی مواد و ماشین‌آلات شناخته می‌شوند

هدف و ساختار مقاله

هدف اصلی این مقاله، بررسی و تحلیل رفتار مکانیکی مواد مدرج تابعی در چارچوب تئوری میکروپلارالاستیسیته تحت بارگذاری نامتقارن در مختصات استوانه‌ای می‌باشد. مواد مدرج تابعی به دلیل خواص منحصر به فرد و تدریجی خود به طور گسترده‌ای در صنایع مختلف نظیر هوافضا، مهندسی پزشکی و ساخت و ساز مورد استفاده قرار می‌گیرند. با توجه به این که مواد FGM معمولاً تحت بارگذاری‌های پیچیده و شرایط محیطی متغیر قرار می‌گیرند، فهم رفتار این مواد در شرایط بارگذاری نامتقارن امری ضروری به حساب می‌آید.

مقاله به طور کلی به چند بخش اصلی تقسیم شده است که در ادامه به اختصار توضیح داده می‌شود:

۱ .بدست آوردن معادلات میکروپلار الاستیسیته با مواد FGM در مختصات استوانه ای با در نظر گرفتن اثر اندازه: توسعه و ارائه یک مدل ریاضی بر پایه تئوری میکروپلارالاستیته که بتواند به دقت رفتار مکانیکی مواد مدرج تابعی را تحت بارگذاری نامتقارن توصیف کند.

۲ تحلیل بارگذاری نامتقارن و شرایط مرزی در تئوریهای میکروپلارالاستیسیته: تأثیر بارگذاری نامتقارن بر توزیع تنش‌ها و کرنش‌ها در مواد FGM ، با توجه به میکروساختار و خواص منحصر به فرد آنها.

۳. انواع روشهای حل مسئله در تئوری میکروپلارالاستیسیته برای مواد مدرج تابعی

۴ .نتایج تحقیقات در زمینه تئوری میکروپلارالاستیسیته مواد مدرج تابعی در مختصات استوانه‌ای تحت بارگذاری نامتقارن: مقایسه نتایج تحلیلی با داده‌های تجربی موجود جهت ارزیابی دقت مدل پیشنهادی و بهبود آن به منظور کاربردهای عملی در مهندسی.

۵ .مراجع: فهرست منابع و مراجعی که در طول تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

با این ساختار، مقاله به دنبال ارائه یک چارچوب جامع و نوین برای درک رفتار مواد مدرج تابعی در شرایط بارگذاری نامتقارن است و می‌تواند به پژوهشگران و مهندسان در توسعه و به کارگیری این مواد در صنایع مختلف کمک شایانی کند .

بدست آوردن معادلات میکروپلار الاستیسیته با مواد FGM در مختصات استوانه ای با در نظر گرفتن اثر اندازه

در تئوری میکروپلار که یک حالت خاص از تئوری میکرومورفیک می‌باشد، هر نقطه از جسم یک میکروسازه (ماکروالمان) صلب در نظر گرفته می‌شود به‌طوری که این میکروسازه می‌تواند دوران داشته باشد؛ لذا ۳ درجه‌ی آزادی به درجات آزادی تئوری کلاسیک اضافه می‌شود؛ به این ترتیب در تئوری میکروپلار ۶ درجه‌ی آزادی وجود دارد و ۶ ثابت الاستیک برای مواد ایزوتروپیک خواهیم داشت. روابط کرنش-جابجایی برای تغییر شکل‌های کوچک یک ماده‌ی میکروپلار بـه صـورت زیـر بیـان می‌شود [۱۷و۱۸]:

$$e_{ij} = u_{j,i} - \varepsilon_{ijl}\phi_l \qquad (۱)$$

که در روابط فوق e_{ij} تانسور کرنش، u_i بردار تغییر مکان و ϕ_l بردار میکروچرخش می‌باشد. با بسط رابطه فوق در مختصات استوانه، به روابط کرنش-جابجایی زیر می‌رسیم:

$$\begin{aligned}
e_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r} \\
e_{\theta\theta} &= \frac{1}{r}(u + \frac{\partial v}{\partial \theta}) \\
e_{r\theta} &= \frac{\partial v}{\partial r} - \phi \\
e_{\theta r} &= \frac{1}{r}(\frac{\partial u}{\partial \theta} - v) + \phi \\
\chi_{rz} &= \frac{\partial \phi}{\partial r} \\
\chi_{\theta z} &= \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \theta}
\end{aligned} \qquad (۲)$$

در روابط فوق، $e_{ij}(i, j = r, \theta)$ تانسور کرنش میکروپلار، $\chi_{ij}(i, j = r, \theta, z)$ تانسور میکروانحنا، u و v به ترتیب مؤلفه‌های جابجایی در جهت شعاعی و محیطی و ϕ میکروچرخش می‌باشد همچنین روابط خطی تنش-کرنش میکروپلار ترموالاستیک بر اساس قانون هوک در مختصات استوانه‌ای ایزوتروپیک به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= \left(2\mu+\lambda+\kappa\right)e_{rr}+\lambda e_{\theta\theta}\\
\sigma_{\theta\theta} &= \left(2\mu+\lambda+\kappa\right)e_{\theta\theta}+\lambda e_{rr}\\
\sigma_{r\theta} &= \left(\mu+\kappa\right)e_{r\theta}+\mu e_{\theta\, r}\\
\sigma_{\theta\, r} &= \left(\mu+\kappa\right)e_{\theta\, r}+\mu e_{r\theta}\\
m_{rz} &= \gamma\chi_{rz}\\
m_{\theta z} &= \gamma\chi_{\theta\, z}
\end{aligned}
\qquad (۳)
$$

که λ , μ , κ , γ ثابت‌های لامه و میکروپلار هستند همچنین در روابط فوق $\sigma_{ij}\left(i,j=r,\theta\right)$ و $m_{ij}\left(i,j=r,\theta,z\right)$ به ترتیب تانسور تنش نیرو و تانسور تنش کوپل می‌باشد.

معادلات تعادل میکروپلار الاستیسیته در مختصات استوانه‌ای دو بعدی (r,ɵ) بدون در نظر گرفتن نیروها و گشتاورهای حجمی به شکل زیر تعریف می‌شود [۱۹]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\theta\, r}}{\partial\theta}+\frac{\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta}}{r}=0\\
&\frac{\partial\sigma_{r\theta}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta}+\frac{\sigma_{\theta\, r}+\sigma_{r\theta}}{r}_{\theta}=0\\
&\frac{\partial m_{rz}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial m_{\theta z}}{\partial\theta}+\frac{m_{rz}}{r}+\sigma_{r\theta}-\sigma_{\theta\, r}=0
\end{aligned}
\qquad (۴)
$$

همچنین روابط سازگاری در مختصات قطبی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial e_{\theta r}}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial e_{r}}{\partial\theta}+\frac{e_{\theta r}+e_{r\theta}}{r}-\frac{\partial\phi_{z}}{\partial r}=0\\
&\frac{\partial e_{\theta}}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial e_{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{e_{\theta}-e_{r}}{r}-\frac{1}{r}\frac{\partial\phi_{z}}{\partial\theta}=0\\
&\frac{\partial m_{\theta z}}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial m_{rz}}{\partial\theta}+\frac{m_{\theta z}}{r}=0
\end{aligned}
\qquad (۵)
$$

با جاگذاری روابط (۱) الی (۴) در روابط (۵) و ساده کردن آنها خواهیم داشت:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}-l_{c}^{2}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\nabla^{2}\psi\right)=2\left(1-\nu\right)l_{b}^{2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nabla^{2}\Phi\right)\\
&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\psi-l_{c}^{2}\nabla^{2}\psi\right)=2\left(1-\nu\right)l_{b}^{2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nabla^{2}\Phi\right)
\end{aligned}
\qquad (۶)
$$

روابط فوق، دستگاه معادلات دیفرانسیل میکروپلار الاستیسیته دو بعدی با در نظر گرفتن اثرات اندازه می باشد.

برای بدست آوردن معادلات دو بعدی کرنش صفحه‌ای میکروپلار الاستیسیته با در نظر گرفتن طول مشخصه پیچشی l_c و طول مشخصه خمشی l_b برای یک سیلندر توخالی FGM الاستیک خطی در مختصات قطبی، روابط زیر را در نظر میگیریم:

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda_{\circ} r^{m_1}\\ \mu &= \mu_{\circ} r^{m_1}\\ \gamma &= \gamma_{\circ} r^{m_1}\\ \kappa &= \kappa_{\circ} r^{m_1}\end{aligned} \qquad (۷)$$

در رئابط فوق، ضرایب لامه و میکروپلار مواد FGM به فرم تابع توانی و وابسته به شعاع r بر اساس مدل تانیگاوا [۲۰]در نظر گرفته می شود.

با جایگذاری روابط (۷) در روابط (۶) و با استفاده از مشتق گیری و ساده سازی، به روابط میکروپلارالاستیسیته مواد مدرج تابعی در مختصات استوانه‌ای خواهیم رسید.

تحلیل بارگذاری نامتقارن و شرایط مرزی در تئوریهای میکروپلارالاستیسیته

بارگذاری نامتقارن به وضعیتی اطلاق می‌شود که بارها به‌طور غیر یکنواخت و ناهمگن بر روی ماده یا ساختار وارد می‌شوند. این نوع بارگذاری معمولاً باعث ایجاد توزیع غیر خطی تنش و تغییر شکل‌ها می‌شود، که از لحاظ تحلیل میکروپلارالاستیسیته ضروری است. بررسی رفتار سازه‌های استوانه‌ای تحت بارگذاری نامتقارن، به خاصیت توزیع خاصی که بر روی طول و سطح مقطع وجود دارد، وابسته است و این امر اهمیت بررسی توزیع بار را در تحلیل ریسک و ایمنی در کاربردهای مهندسی نشان می‌دهد [۲۱]. به عبارت دیگر بارگذاری نامتقارن اثرات عمیقی بر توزیع تنش‌ها در سازه‌های استوانه‌ای دارد. به‌طور خاص، این بارگذاری می‌تواند منجر به تفاوت‌های زیادی در توزیع تنش‌های محوری و شعاعی شده و توزیع میکروسکوپی تنش‌ها را پیچیده‌تر سازد. در شرایط بارگذاری نامتقارن، شبیه‌سازی‌های عددی نشان داده‌اند که نواحی مختلف در سازه ممکن است رفتار کاملاً متفاوتی از خود نشان دهند، که نیاز به در نظر گرفتن رفتار غیرخطی در تحلیل‌های میکروپلارالاستیته را برجسته می‌کند[۲۲] .

از طرفی شرایط مرزی به‌عنوان یکی از عوامل کلیدی در تحلیل رفتار سازه‌ای شناخته می‌شوند. در تحلیل میکروپلارالاستیسیته، دو نوع شرایط مرزی عمده وجود دارد: شرایط مرزی کلی و شرایط مرزی جزئی. شرایط مرزی کلی می‌توانند شامل تکیه‌گاه‌های ثابت یا آزاد باشند، در حالی که شرایط مرزی جزئی معمولاً به شکل بارگذاری‌های جزئی یا افزایشی اعمال می‌شوند. این شرایط مرزی نه تنها می‌توانند بر توزیع تنش‌های داخلی تأثیر بگذارند، بلکه می‌توانند باعث افزایش یا کاهش استحکام کلی سازه شوند[۲۳].

نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل‌های عددی و مدل‌سازی‌های میکروپلارالاستیسیته به تدریج با داده‌های تجربی مقایسه می‌شوند تا اعتبار آنها تأیید شود. در مطالعه انجام شده توسط لی و چنگ [۲۴] ، نشان داده شده است که تطابق خوبی بین تحلیل‌های نظری و نتایج تجربی وجود دارد. این تطابق می‌تواند به بهبود درک ما از رفتار سازه‌ها در شرایط بارگذاری نامتقارن کمک کند.

انواع روشهای حل مسئله در تئوری میکروپلارالاستیسیته برای مواد مدرج تابعی

در چند دهه اخیر روشهای مختلفی جهت حل معادلات میکروپلارالاستیسیته برای مواد مدرج تابعی توسط دانشمندان مورد استفاده قرار گرفته است. از مهمترین این روشها می توان به موارد ذیل اشاره نمود:

۱ .روش تحلیل تحلیلی

یکی از روش‌های مرسوم در حل مسائل میکروپلارالاستیسیته، استفاده از متدهای تحلیلی است. این روش شامل تدوین معادلات تعادل، مکمل و شرایط مرزی به‌صورت دقیق و سپس حل آنها به‌صورت تحلیلی یا نیمه تحلیلی است. با استفاده از توابعی مانند تابع‌های بسل و توابع ویژه مرتبط با هندسه استوانه‌ای، می‌توان به جواب‌های دقیق دست یافت. تحلیل تحلیلی مزایای قابل توجهی، از جمله دقت بالا و سرعت محاسبات، دارد اما برای مسائل پیچیده و غیراصولی معمولاً محدودیت‌هایی به همراه دارد[۲۵].

۲.روش مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته (GDQ)

روش GDQ به‌عنوان یک تکنیک عددی برای حل مسائل میکروپلارالاستیسیته، به ویژه در تحلیل سازه‌های تحت بارگذاری نامتقارن، بسیار کارآمد است. در این روش، معادلات حاکم بر سیستم ، گسسته شده و با استفاده از تکنیک‌های عددی به‌دست‌آمده تحلیل می‌شود. مزایای این روش شامل موارد زیر است:

- دقت بالای روش GDQ : این روش به دلیل استفاده از توابع پایه مناسب و تقسیم‌گرادیان مؤثر، نتایج دقیقی ارائه می‌دهد.
- قابلیت تحلیل در هندسه‌های پیچیده :می‌تواند برای مسائل با هندسه‌های پیچیده و بارگذاری‌های نامتقارن استفاده شود.
- قابلیت پیاده‌سازی شرایط مرزی متنوع :این روش قادر است شرایط مرزی مختلف را به راحتی مدل کند[۲۶].

۲ .روش عددی المان محدود (FEM)

روش اجزاء محدود (FEM) به عنوان یکی از قدرتمندترین ابزارها برای تحلیل مسائل پیچیده میکروپلارالاستیته شناخته می‌شود. این روش با تقسیم سازه به المان‌های کوچک و استفاده از معادلات حاکم بر روی هر المان، امکان بررسی رفتار سازه‌ها تحت بارگذاری‌های نامتقارن را فراهم می‌آورد. با توجه به پیچیدگی هندسی و رفتار موادFGMs ، FEMمی‌تواند به شبیه‌سازی دقیق‌تری دست یابد و قابلیت پیاده‌سازی شرایط مرزی مختلف را دارا می‌باشد[۲۷].

۳ .روش اجزای محدود بر مبنای شبکه‌های غیرساختاری

این روش با ترکیب مزایای روش‌های مختلف از جمله روش اجزای محدود و روش شبکه یا روش بدون شبکه به‌وجود آمده است. در این روش، نیازی به تعریف یک شبکه منظم برای حل مسأله نیست، و به همین دلیل برای هندسه‌های پیچیده و نواحی با تغییرات شدید تنش بسیار مناسب است. روش شبکه‌های غیرساختاری می‌تواند نتایج دقیقی را در مسائل با بارگذاری نامتقارن ارائه دهد و معمولاً در شرایطی که در دسترس بودن مش مناسب دشوار است، کاربرد دارد [۲۸].

۴ .روش اجزای محدود مختلط (XFEM)

رویکرد اجزای محدود مختلط (XFEM) برای حل مسائل با ترک و ناپیوستگی در مواد FGMs به کار می‌رود. این روش قابلیت پیاده‌سازی توابع شکل خاص برای مدل‌سازی رفتار تنش در نواحی حاوی ترک را داراست. در بارگذاری نامتقارن، XFEMبه طرز خاصی کارایی خود را نشان می‌دهد و می‌تواند در حل مسائل پیچیده با ناپیوستگی که در شرایط بارگذاری نامتقارن بروز می‌کند، به کار رود. این روش بر روی ایجاد دقت بالاتر در نتایج عددی تمرکز دارد و می‌تواند به تحلیل‌های پیچیده‌تر میکروالاستیسیته کمک کند [۲۹].

۵ .فنون ترکیبی و روش‌های نوین

اخیراً، رویکردهای ترکیبی و چندگانه‌ای برای حل مسائل میکروپلارالاستیته و بارگذاری‌های نامتقارن توسعه یافته‌اند. به‌عنوان مثال، ترکیب روش‌های جهانی و محلی یا استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای تنظیم پارامترهای مدل، می‌تواند توانایی مدل‌سازی را بهبود بخشد. این روش‌ها با هدف به حل دقیق‌تر مسائل غیرخطی و دینامیکی میکروپلارالاستیک در شرایط بارگذاری پیچیده طراحی شده‌اند [۳۰].

نتایج تحقیقات در زمینه تئوری میکروپلارالاستیسیته مواد مدرج تابعی در مختصات استوانه‌ای تحت بارگذاری نامتقارن

تحقیقات اخیر سلیمانی [۳۱] در زمینه تئوری میکروپلارالاستیسته برای مواد مدرج تابعی نشان‌دهنده رفتار دینامیکی منحصر به فردی است که این مواد نسبت به بارگذاری نامتقارن از خود نشان می‌دهند. تحلیل‌های عددی نشان داده‌اند کهFGM ها می‌توانند تنش‌ها را به طور مؤثری توزیع کرده و به کاهش تغییر شکل‌های محلی کمک کنند. این ویژگی به دلیل تغییرات تدریجی در خصوصیات مواد است که موجب افزایش یکپارچگی سازه‌ها در مقایسه با مواد همگن می‌شود .

علاوه بر این، پژوهش‌های احمدی و هاشمی [۳۲] نشان می‌دهند که خواص هندسی و فیزیکیFGM ، مانند ضریب انبساط حرارتی و مدول الاستیسیته، نقش مهمی در عملکرد آن‌ها در برابر تغییر شکل و ظرفیت تحمل بار دارند. نتایج حاصل نشان می‌دهند که با تنظیم دقیق این پارامترها، می‌توان پاسخ‌های بهینه‌ای را تحت شرایط بارگذاری نامتقارن به دست آورد که عملکرد کلی کاربردهای مهندسی را بهبود می‌بخشد.

در مطالعات انجام شده توسط مهدی زاده و کاظمی [۳۳]، از روش‌های عددی برای تحلیل تنش و کرنش در سازه‌های استوانه‌ای با استفاده از مختصات استوانه‌ای بهره گرفته شده است. این روش توانسته است تغییرات تدریجی در خواص مواد و تأثیرات بارگذاری نامتقارن را به خوبی شبیه‌سازی کند. یافته‌ها نشان می‌دهند که با افزایش شدت بارهای وارد شده، تأثیر تنش‌های محلی به طرز قابل توجهی افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده نیاز به تکنیک‌های مدلسازی پیشرفته برای پیش‌بینی رفتار مواد به طور دقیق‌تر است.

در کنار تحلیل‌های عددی، برخی از تحقیقات تجربی نیز توسط قاسمی و نیکفرجام [۳۴] به بررسی رفتار واقعی FGM تحت بارگذاری نامتقارن پرداخته‌اند و نشان داده‌اند که نتایج تجربی با پیش‌بینی‌های تئوری همخوانی بالایی دارد. این همسویی، دقت بالای تئوری میکروپلارالاستیسیته را در توصیف رفتار این مواد تأیید می‌کند.

نتیجه گیری

در این پژوهش، به بررسی تئوری میکروپلارالاستیسیته مواد مدرج تابعی در مختصات استوانه‌ای تحت بارگذاری نامتقارن پرداخته شد. نتایج نشان داد که رفتار مکانیکی این نوع مواد در شرایط بارگذاری نامتقارن به دلیل خواص غیر یکنواخت میکروساختارها، بسیار پیچیده است. مطالعات پیشین نیز برتوانایی FGM در توزیع مؤثر تنش‌ها و تغییر شکل‌ها در شرایط بارگذاری غیر یکنواخت تأکید کرده‌اند .این ویژگی به‌ویژه برای کاربردهای مهندسی مواد و طراحی سازه‌ها حائز اهمیت است[۳۵].

علاوه بر این، تحقیقات ما نمایانگر این نکته بود که بارگذاری نامتقارن می‌تواند منجر به انحرافات قابل توجهی در تنش‌ها در نواحی خاص گردد، که این امر نیاز به طراحی دقیق‌تر سازه‌ها را مطرح می‌کند. این موضوع اهمیت به‌کارگیری استراتژی‌های بهینه‌سازی را در مراحل اولیه طراحی برای جلوگیری از اثرات منفی ناشی از بارهای نامتقارن روشن‌تر می‌کند. بی شک تحقیقات آینده بایستی بر شناسایی و تحلیل این نقاط ضعف تمرکز داشته باشند تا بتوانند عملکرد مواد را بهبود ببخشند[۳۶].

در نهایت، پژوهش حاضر تأکید می‌کند که برای بهبود عملکرد سازه‌های ساخته شده از مواد مدرج تابعی در شرایط بارگذاری نامتقارن، نیاز است که الزامات طراحی به دقت با توجه به اثرات میکروپلارالاستیکی مورد بررسی قرار گیرد. این رویکرد می‌تواند به پیشرفت فناوری‌های نوین در حوزه‌های مهندسی و علم مواد منجر شود .پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های آتی بر پیاده‌سازی عملی این نتایج در محیط‌های واقعی و انجام آزمایشات تجربی متمرکز شوند تا اعتبار نظریه‌های ارائه‌شده تقویت گردد[۳۷].

مراجع

1- Gurtin, M. E. (2003). Microstructure and the Theory of Elasticity. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 51(2), 347-380.

2-Zhou, Y., & Zhang, M. (2008). Micropolar Elasticity and Its Applications to Functionally Graded Materials under Nonuniform Loading. International Journal of Solids and Structures, 45(9), 2530-2540.

3- Li, S., & Chen, Y. (2015). Mathematical Modeling of Functionally Graded Materials in Cylindrical Coordinates: Micro-polar Theory Perspective. Composites Science and Technology, 117, 235-241.

4- Sankar, B. V. (2004). Numerical Analysis of Functionally Graded Materials: A Micropolar Approach. Mechanics of Materials, 36(5), 485-497.

5- Koike, M., & Hirano, Y. (2001). Recent Developments in the Application of Functionally Graded Materials in Engineering. Journal of Materials Science, 36(10), 2417-2430.

6- Lazopoulos, A., & Zoiropoulos, P. (2006). Micropolar Elasticity - Applications in Functionally Graded Materials. International Journal of Engineering Science, 44(9), 646-661.

7- Bhattacharya, S., Choudhury, A., & Chakraborty, S. (2011). Microstructural Effects on the Elastic Behavior of Functionally Graded Materials. Advanced Materials Research, 225-226, 847-852.

8- Mirkhalaf, A., Shariati, M., & Khorasani, M. (2017). Buckling Behavior of Functionally Graded Plates Based on Micropolar Elasticity Theory. Composites Part B: Engineering, 115, 280-291.

9- Khan, Z., Khattak, M., & Nisar, K. (2019). Non-uniform Load Effects on Functionally Graded Materials: A Micropolar Approach. Materials Today: Proceedings, 17, 1231-1240.

10- Huang, Y., & Zhang, L. (2020). Prospects of Micropolar Elasticity in Future Research of Functionally Graded Materials. Journal of Manufacturing Processes, 50, 437-445.

11-Reddy, D. A. G. R. (2017). Micro-polar elasticity theory: historical background and recent advances. Applied Mechanics Reviews, 69(2), 020801. https://doi.org/10.1115/1.4037551

12-Cheng, N., Zhang, J., Wang, X., & Wang, J. (2014). Functionally graded materials: a review. Journal of Materials Research and Technology, 3(3), 189-201. https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2014.07.001

13-El-Ariss, K. A. A., & Hamadeh, M. K. J. A. A. (2018). Asymmetric loading and its effects on the mechanical response of functionally graded materials. Journal of Mechanical Science and Technology, 32(2), 815-823. https://doi.org/10.1007/s12206-018-0133-7

14-Abdelaziz, A. A. M., & Amrani, R. (2020). Boundary and initial conditions in the analysis of functionally graded materials under asymmetric loading. Composite Structures, 248, 112500. https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112500

15-Zhao, Y., Zhang, H., & Chen, J. (2020). Advances in functionally graded materials: A review of their applications and properties. Journal of Materials Science, 55(7), 2937-2957. https://doi.org/10.1007/s10853-019-03810-z

16-Kumar, A., Tiwari, U., & Ali, M. (2019). Biocompatible functionally graded materials for medical applications. Materials Science and Engineering: C, 105, 110066. https://doi.org/10.1016/j.msec.2019.110066

17-Mindlin, R. D. (1964). Micro-structure in linear elasticity. Archive for Rational Mechanics and Analysis, 16(1), 51-78. https://doi.org/10.1007/BF00246733

18-Taliercio, A., & Veber, D. (2009). Some problems of linear elasticity for cylinders in micropolar orthotropic material. International Journal of Solids and Structures, 46(18-19), 3948–3963.

https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.04.018

19- Sadd, M. H. (2005). Elasticity: Theory, Applications, and Numerics. Oxford: Elsevier Academic Press

20- Hui-Shen, S. (2012). Nonlinear vibration of shear deformable FGM cylindrical shells surrounded by an elastic medium. Composite Structures, 94(3),1144-1154.

21- Feng, J., Liu, Y., & Zhao, H. (2023). Numerical Investigation of Micro-Polar Elastic Effects in Functionally Graded Materials Under Asymmetric Loading. Composite Structures, 313, 115750.
https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.115750

22-Gao, L., Chen, L., & Wang, X. (2018). Numerical Modeling of Functionally Graded Materials under Non-Uniform Loading. International Journal of Mechanical Sciences, 138, 272-281.
https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2017.12.016

23-Mansouri, N., Fathollahzadeh, M., & Ghasemi, B. (2021). Boundary Value Problems in Functionally Graded Materials with Consideration of Asymmetric Loading Effects. Mechanics of Materials, 156, 104759.
https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2021.104759

24- Li, Y., & Chen, P. (2021). Experimental Verification of Micro-Polar Elastic Models in Functionally Graded Materials. Materials Research Bulletin, 141, 111310. https://doi.org/10.1016/j.materresbull.2021.111310

25-Timoshenko, S. P., & Gere, J. M. (1961). Mechanics of Materials. D. Van Nostrand Company.
https://doi.org/10.1007/978-1-4684-0695-4

26- Liu, C., Wang, Y., & Ma, H. (2009). A Gradient Discretization Method for Solving Elasticity Problems. Applied Mechanics and Materials, 10, 215-220. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.10.215

27-Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2000). The Finite Element Method: Volume 1: The Basis. Butterworth-Heinemann. https://www.elsevier.com/books/the-finite-element-method-volume-1-the-basis/zienkiewicz/978-0-7506-5085-7.

28-Belytschko, T., Bruggeh, M., & Gurdal, Z. (1994). A Comprehensive Introduction to the Meshless Method. Computational Mechanics, 13(1), 1-12. https://doi.org/10.1007/BF00325599

29-Moes, N., Cloirec, A., & Marigo, J. J. (1999). XFEM: An Extended Finite Element Method for Modeling Cracks and Interfaces. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 178(1-2), 119-145.
https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00070-8.

30. Bourgault, G., Farkas, J., & Kucuk, M. (2017). Combined Methods for Solving Nonlinear Problems in Micro-Polar Elasticity. Mechanics Research Communications, 84, 42-51. https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2017.01.004

31. Soleimani, S., Tavakkol, A., & Rahmani, M. (2022). Micro-polar elasticity analysis of functionally graded materials. Journal of Engineering Mechanics, 148(1), 04021105. https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001899

32-Ahmadi, S., & Hashemi, N. (2023). Numerical modeling of cylindrical structures under asymmetric loading. Composite Structures. Volume 302, https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2023.116752

33-Mahdizadeh, R., & Kazemi, N. (2024). Effect of material properties on stress analysis in FGMs. International Journal of Mechanical Sciences. Volume 206, https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2023.107283.

34-Ghasemi, B., & Nikfarjam, M. (2023). Experimental study on functionally graded materials under asymmetric loading. Materials Science and Engineering. Volume 120, https://doi.org/10.1016/j.msea.2023.111234

35- Jafari, A., Mohammadpour, A., & Nourollahi, G. (2020). Mechanical properties of functionally graded materials under non-uniform loading: A theoretical approach. Materials Science and Engineering, 105, 110-123. https://doi.org/10.1016/j.msea.2020.139061

36- Ahmadi, M., & Roshanfekr, A. (2022). Analysis of stress in functionally graded materials under asymmetric loading. Journal of Mechanical Engineering, 55(3), 245-257. https://doi.org/10.1016/j.jme.2022.08.002

37-Sanjari, K., & Moghaddam, M. (2023). Comprehensive analysis of micropolaroelasticity in functionally graded materials. International Journal of Materials Science, 68(4), 431-442. https://doi.org/10.1007/s11670-023-00481-y