



## مروری جامع بر گسیختگی خزشی مخازن تحت فشار جدار ضخیم FGM

مصطفی امید بی‌دگلی\*<sup>۱</sup>

\* گروه مهندسی مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد بادرود mostafaomidibidgoli@gmail.com

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹-۱۱-۰۲ تاریخ دریافت: ۱۳۹۹-۱۰-۱۵

**چکیده:** امروزه کاربرد مواد مدرج تابعی در صنایع مختلف مورد توجه زیادی قرار گرفته است یکی از زمینه‌های کاربری مواد FGM در ساخت مخازن جدار ضخیم است. مخازن جدار ضخیم به دلیل قرار گرفتن تحت فشارها و دمای بالا نیاز دارند تا از مواد با استحکام بالاتری مانند مواد FGM ساخته شوند و برای افزایش تحمل بار مقاوم سازی شوند که یکی از بهترین روش‌های مقاوم سازی استفاده از فرآیند اتوفرتاژ است، در این فرآیند قسمتی از مخزن تحت بارگذاری خاصی وارد محدوده پلاستیک می‌شود و باعث ایجاد تنش پسماند پس از اعمال فرآیند در مخزن می‌شود. از طرفی پدیده خزش در نهایت به گسیختگی خزشی می‌انجامد که با یک مکانیزم نرم ایجاد می‌شود که به دو فرم کرنش‌های بزرگ و یا با ترد شدن مواد اتفاق می‌افتد. هدف از بررسی گسیختگی خزشی مخازن، مطالعه‌ی شکست خزشی آنها در طول عمر کارکردی مورد انتظارشان می‌باشد در این مقاله ضمن بیان مفاهیم مرتبط مروری جامع بر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه ارائه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** گسیختگی خزشی، مخازن تحت فشار، مدرج تابعی

### ۱. مقدمه

کارهای صورت گرفته بر روی مخازن جدار ضخیم را به طور کلی می‌توان از ابعاد مختلف به چند دسته تقسیم کرد. با توجه به اینکه برای هر مطالعه ابتدا نیاز به تحلیل مسئله وجود دارد، باید به طور کامل ابعاد مختلف مسئله را بررسی کرد.

تحلیل تنش و بررسی فشار و ضخامت بر روی تنش در مخازن جدار ضخیم یک مسئله‌ی کلی است که با توجه به شرایط مختلف و پارامترهای گوناگون به مسائل ریزتر و جزئی‌تر تبدیل می‌شود. در این بخش این کارها از ابعاد گوناگون مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### - تحلیل تنش و بررسی اثر فشار و ضخامت بر توزیع تنش در مخازن FGM

جانسون و همکارش در سال ۱۹۷۸ [1] به صورت جداگانه به بررسی مخازن استوانه‌ای و کروی پرداخته‌اند. آنها در کتاب خود اثرات بارگذاری را با در نظر گرفتن این که تنش‌های ایجاد شده در مخزن به حالت پلاستیک نرسد، به دست آوردند. در ادامه توزیع تنش را تنها با در نظر گرفتن فشار داخلی به دست آورده و در مرحله‌ی بعد توزیع تنش‌های الاستیک را برای حالت بارگذاری همزمان فشاری به دست آوردند. در ادامه با در نظر گرفتن وارد شدن قسمتی از مخزن به حالت پلاستیک، تنش‌ها را تحت بارگذاری فشاری به دست آوردند. همچنین اثرات سخت شونده‌ی ماده در این حالت‌ها نیز بررسی شده است.

کارگرونوین و همکاران در سال ۲۰۰۵ [2] مقدار بهینه‌ای برای ضخامت مخازن جدار ضخیم کروی ساخته شده از مواد همسانگرد به دست آوردند و با استفاده از روش اتوفرتاژ حرارتی برای تقویت مخازن با توجه به معیار بیشینه شعاع پلاستیک، مقدار بهینه‌ی ضخامت برای مخازن تحت بارگذاری فشاری را به صورت روابط و نمودارهایی ارائه دادند.

حجتی و همکاران [3] مقدار بهینه‌ی فشار شونددگی برای ماده همسانگرد مخزن با استفاده از روش‌های تحلیلی و اجزای محدود و با در نظر گرفتن معیار ون مایسز برای تسلیم ماده برای حالت کرنش صفحه‌ای فشار بهینه در فرآیند اتوفرتاژ به دست آوردن و نشان دادند که مقدار فشار اتوفرتاژ برای مقادیر مختلف فشارکاری متفاوت است. کارگرنوین و همکاران [4] مطالعه ای مشابه حجتی و همکاران [3] انجام دادند، ولی دراین تحقیق با استفاده از معیار بیشینه تنش معادل در مخزن، اقدام به طراحی فشاراتوفرتاژ برای مخازن کرووی کرده است.

داریجانی و کارگر نوین در سال ۲۰۰۹ [5] تنش پسماند حاصل از اعمال فشاراتوفرتاژ روی مخازن کرووی ساخته شده از مواد همسانگرد را با استفاده از روش عددی، به دست آوردند. در این مطالعه از روش تفاضل محدود استفاده شده و اثر باشینگر نیز در نظر گرفته شده است. در تحقیق دیگری [6] کاری مشابه مرجع [5] انجام شده است با این فرض که مخزن مورد تحلیل استوانه‌ای می‌باشد.

### ۱-۱- تحلیل الاستوپلاستیک مخازن FGM

پی ری و همکارش در سال ۲۰۰۳ [7] به بررسی مخازن ساخته شده از مواد FGM پرداخته‌اند و تنش‌های مکانیکی در این مخازن را به صورت تحلیلی به دست آوردند. در این مطالعه ماده‌ی FGM در حالت الاستیک بررسی شده است و از توابع بسل تعمیم یافته برای حل معادلات استفاده کردند.

جباری و همکاران در سال ۲۰۰۹ [8] مطالعه‌ای شبیه به مرجع [7] انجام دادند ولی با استفاده از حل عددی اقدام به بدست آوردن تنش‌ها نمودند. در این کار ماده‌ی FGM به صورت تعدادی لایه‌ی متفاوت از لحاظ خواص فیزیکی در نظر گرفته شده است که هر یک از لایه‌ها از مواد همسانگرد ساخته شده‌اند.

شاو در سال ۲۰۰۵ [9] تنش‌های مکانیکی و حرارتی را در مخازن استوانه‌ای FGM با استفاده از حل تحلیلی به دست آورد. در این مطالعه، خواص ماده‌ی FGM به صورت تابع توانی مدل شده و برای حل معادلات انتقال حرارت و ناویر از روش جداسازی متغیرها و سری فوریه استفاده شده است.

اسلامی و همکاران در سال ۲۰۰۵ [10] به تحلیل الاستوپلاستیک لوله‌های تحت فشار از جنس FGM پرداخته‌اند. در این تحلیل خواص ماده‌ی FGM به صورت تابعی هذلولی در راستای شعاع در نظر گرفته شده و از معیار ترسکا برای شروع تسلیم استفاده شده است همچنین تأثیرات ناهمگنی ماده‌ی FGM بر روی ناحیه پلاستیک شده‌ی مخزن بررسی شده و تفاوت آن با مخازن همسانگرد نشان داده شده است. در انتها برای نشان دادن صحت تحلیل‌ها در حالت خاص و به صورت ریاضی ماده‌ی FGM به ماده‌ی همسانگرد تبدیل شده و با نتایج کارهای قبلی مقایسه شده است.

در مطالعه‌ی دیگری [11] تحلیل مشابه مرجع [12] برای مخازن تحت فشار کرووی انجام شده است. در این مطالعه، رفتار ماده به صورت الاستیک-پلاستیک کامل در نظر گرفته شده است.

ارسلان و همکارش در سال ۲۰۰۶ [12] به بررسی اثر ناهمگنی ماده FGM بر روی تنش‌های پسماند ناشی از فشاراتوفرتاژ مخازن پرداخته و نشان داده است که افزایش حجم سرامیک از شعاع خارجی به شعاع داخلی باعث افزایش مقدار تنش‌های پسماند پس از فرآیند اتوفرتاژ در شعاع‌های داخلی می‌شود و همچنین باعث افزایش یافتن عمرخستگی مخزن می‌شود.

آکیس در سال ۲۰۰۹ [13] به تحلیل تنش با روش عددی بر روی لوله‌های FGM با استفاده از تحلیل الاستوپلاستیک پرداخته است. در این تحلیل نیز ماده‌ی FGM به صورت لایه‌هایی با خواص متفاوت در نظر گرفته شده است. در پژوهش حق‌پناه جهرمی و همکارش در سال ۲۰۰۹ [14] از تنش‌های پسماند حاصل از فرآیند اتوفرتاژ برای بدست آوردن تنش‌ها استفاده شده است.

فیگوریدو و همکاران در سال ۲۰۱۵ [15] فرآیند اتوفرتاژ مخازن از جنس FGM را مورد بررسی قرار داده و نشان دادند که تنش‌های پسماند در مخازن FGM ساخته شده از فلز و سرامیک بیشتر از مخازن همگن است و ترکیب بهینه‌ای برای فلز و سرامیک در طول شعاع بدست آوردند.

هوانگ و همکاران در سال ۲۰۰۳ [16] مخازن جدار ضخیم همسانگرد را تحت فشار داخلی تحلیل کردند و با استفاده از تحلیل الاستوپلاستیک و در نظر گرفتن کارسختی سینماتیکی برای ماده، فرآیند اتوفرتاژ را برای مقاوم سازی مخازن بدست آوردند.

پرویزی در پایان نامه‌ی خود در سال ۱۳۹۱ هجری شمسی [17] تحلیل تنش جامعی بر روی مخازن FGM انجام داده است در این کار تحلیل الاستوپلاستیک بر روی مخازن کرووی و استوانه‌ای FGM تحت بارگذاری‌های فشاری و گرادیان حرارتی صورت گرفته است و ماده FGM به صورت الاستیک-پلاستیک کامل مدل شده و معیار شروع سیلان معیار ترسکا در نظر گرفته شده است.

## ۱-۲- تحلیل خزش در مخازن FGM

مالکی و همکاران [18] در تحقیقی توزیع‌های تنش پسماند در مخازن تحت فشار کرووی همگن را در معرض فشارهای اتوفرتاژ مختلف ارزیابی نمودند. نتایج آنها با توسعه‌ی گسترش روش خواص ماده‌ی متغیر حاصل گردید. بهبود روش فوق قابل کاربرد برای تحلیل مخازن تحت فشار کرووی بر اساس رفتار واقعی ماده در هر دو حالت بارگذاری و باربرداری و در نظر گرفتن اثر باووشینگر متغیر می‌باشد. تنش‌های پسماند با اعمال روش اجزای محدود تعیین شدند و با نتایج حاصل از روش توسعه یافته مقایسه گردید.

حق پناه جهرمی و همکاران [14] در از روش توسعه یافته‌ی خاصیت ماده‌ی متغیر با تغییر خواص الاستیک و پلاستیک جهت ارزیابی تنش‌های پسماند در یک مخزن تحت فشار جدار ضخیم از نوع مواد تابعی مدرج (کامپوزیت فلز و سرامیک) استفاده نمودند. آنها نشان دادند که مسلح نمودن مخزن تحت فشار فلزی توسط ذرات سرامیک، با افزایش کسر حجمی سرامیک از شعاع داخلی به خارجی، اندازه‌ی تنش پسماند فشاری در بخش داخلی مخزن اتوفرتاژ شده افزایش می‌یابد، بنابراین منجر به عمر خستگی بهتر و بالا بردن ظرفیت باربری مخزن می‌گردد. اثر جنس برای مبدل حرارتی با مطالعه‌ی رفتار خزشی حرارت‌های مختلف آلیاژ ۶۱۷ در محدوده‌ی دمایی ۸۰۰ الی ۱۰۰۰ درجه‌ی سانتیگراد مورد بررسی قرار گرفت. از پارامتر لارسون میلر برای مقایسه‌ی رفتار شکست مورد استفاده قرار گرفت [26].

در یک مطالعه اثر پارامترهایی بر روی عمر خستگی مخازن تحت فشاری کامپوزیتی پیچیده شده با سیم تحت اثر فشار اتوفرتاژ مورد بررسی قرار گرفت. رفتار ماده‌ی واقعی در بارگذاری و باربرداری و بارگذاری مجدد مخزن تحت فشار اعمال گردید. با استفاده از پارامتر طراحی مناسب عمر خستگی نامحدود نتیجه شد. همچنین مشاهده شد که فشار اتوفرتاژ بهینه دارای اثر مناسبی بر روی عمر خستگی می‌باشد [27]. وکیلی تهامی و همکارش با استفاده از مدل بنیادی خزشی توسعه یافته طراحی بهینه‌ی مخزن تحت فشار را انجام دادند [28]. سهانی و همکاران با در نظر گرفتن استوانه‌ی کامپوزیتی دوار رفتار خزش ثانویه تحت تقویت کننده‌ی حجمی نمایی را بررسی کردند. نتایج برای کرنش‌ها و تنش‌های شعاعی و غشایی به شکل تحلیلی را به دست آوردند [29].

نکات برجسته‌ی تحقیق بولتون به صورت زیر است. توصیف جامعی در رابطه‌ی پارامتری-عددی داتوم همدمابرای برون‌یابی شکست وجود دارد. دقت مدل‌سازی برای چهار مجموعه شکست بزرگ ارائه شده است [30].

ارزیابی عمر و صدمه‌ی خزشی رآکتور کرووی جدار ضخیم با استفاده از پارامتر لارسون-میلر توسط لقمان و مرادی تحقیق شد. اثرات فاکتورهای متفاوت بر روی عمر باقیمانده‌ی رآکتور کرووی مرور شد. نشان داده شد که آسیب خزشی در سطح داخلی رآکتور جدی‌تر می‌باشد. همچنین اثرات گرادیان حرارتی بر روی توزیع تنش موثر و ظرفیت‌های پیش بینی عمر صدمه‌ی خزشی مورد بررسی قرار گرفت [31]. شبیه‌سازی رفتار تغییر فرم غیرایزوتروپیک تیوپ‌های تحت فشار در جریان شرایط بارگذاری دما بالا توسط سید و همکاران انجام پذیرفت [32].

با توجه به مرور مطالعات پیشین چنین دریافت می‌شود که بحث گسیختگی خزشی و تخمین عمر شکست خزشی مخازن تحت فشار کرووی و استوانه‌ای با در نظر گرفتن اثر فشار اتوفرتاژ به صورت‌های عددی و تحلیلی کمتر مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

## ۲- آشنایی با مخازن

### ۲-۱- مخازن جدار ضخیم

با توجه به موارد زیاد استفاده از مخازن تحت فشار در صنعت، از جمله در صنایع نفت و پتروشیمی، صنایع نظامی و اسلحه سازی، مخازن نگهداری گاز اکسیژن در فشارهای بالا، سیلندرهای فرایند اکستروژن و موتورهای احتراقی، طراحی بارگذاری و مقاوم سازی آنها لازم به نظر می رسد. مخازن جدار ضخیم بیشتر از مواد همگن و همسانگرد ساخته می شوند. طراحی و تحلیل تنش این نوع مخازن به دلیل همسانگرد بودن ماده نسبت به حالت های دیگر ساده تر است. از مواد مرکب نیز در ساخت مخازن استفاده می شود. این مواد در راستاهای مختلف دارای خواص متفاوتی هستند، به طور معمول جهت مقاوم ماده مرکب، در جهت محیطی مخزن قرار دارد چون در این راستا تنش های بیشتری به مخزن وارد می شود. نوع خاصی از مواد مرکب مواد "Functionally Graded Material" هستند. خواص این مواد در طول یک راستا تغییر می کند که در مورد مواد *FGM* استفاده شده در مخازن جدار ضخیم راستای شعاعی دارای این خاصیت است. چون مقادیر تنش در راستای شعاعی تغییر می کند می توان از این خاصیت مواد *FGM* برای کاهش دادن مقدار ماده مصرفی در ساخت مخزن استفاده کرد.

مخازن جدار ضخیم عمدتاً به دو صورت کروی و استوانه‌ای ساخته می‌شوند. تحلیل تنش این نوع مخازن نیازمند انجام محاسبات در سیستم مختصات استوانه‌ای و کروی است که کمی مساله را پیچیده تر می کند. البته فرض تقارن محوری در مختصات استوانه ای و تقارن نقطه‌ای در مختصات کروی قسمتی از ساده سازی هایی است که در تحلیل این نوع مسائل در نظر گرفته می شود. معمولاً محاسبات در مخازن کروی به دلیل وجود نداشتن راستای محوری راحت تر انجام می‌شود.

مخازن جدار ضخیم در کاربرد های مختلف تحت بارگذاری های متنوعی قرار می‌گیرند که شامل بارگذاری های فشاری و بارگذاری های حرارتی می باشد. مهم ترین کاربرد های مخازن جدار ضخیم که تحت اثر فشار قرار دارند مخازن تحت فشار اکسیژن و گازهای دیگر و مخازن اکستروژن است. در این مخازن تاثیر فشار نسبت به گرادیان دما بیشتر است و اثرات گرادیان دما قابل نظر است. لوله‌های انتقال دهنده ساده سازی‌هایی است که گاهاً کلیت مساله را از بین برده و جواب‌های غیرقابل اطمینان می دهد. برای اینکه مسائل با پیچیدگی های بیشتر را نیز حل کرد و به طراحی مخازن با استفاده از نتایج به دست آمده پرداخت از روش‌های عددی مانند اجزاء محدود و یا تفاضل محدود استفاده می‌شود. برای بررسی صحت پاسخ به دست آمده از این روش‌ها ساده سازی‌های صورت گرفته برای حل تحلیلی این مسائل در این روش‌ها نیز انجام می‌گیرد و با نتایج حل تحلیلی مقایسه می‌شود [33].

### ۲-۲- مواد *FGM*

با توسعه صنایع ساخت مواد جدید، تحلیل سازه‌های ساخته شده از این مواد مورد توجه طراحان قرار گرفت. از جمله این مواد که امروزه در صنایع پیشرفته کاربرد فراوانی یافته اند، مواد *FGM* می باشند. خواص مکانیکی آنها به‌طور پیوسته از یک نقطه به نقطه دیگر در راستای معین تغییر می‌کند. به عبارت دیگر این مواد به طور تدریجی از ماده‌ای به ماده دیگر تبدیل می‌شوند این ویژگی باعث می‌شود که بتوان از ویژگی‌های خوب هر دو ماده همزمان برای مقاومت حرارتی و مقاومت فشاری و یا استحکام ماده برای مقاومت در برابر شکست، خستگی، خوردگی، چکش خواری استفاده کرد. توجه به گسترش روزافزون استفاده از این مواد در صنایع پیشرفته، بررسی رفتار این مواد در سازه‌های تحت فشار و دماهای بسیار بالا مهم به نظر می‌آید [33].

مواد *FGM* نوعی مواد کامپوزیت هستند که در آنها ترکیب ماده به صورتی محلی برای رسیدن به خواص بهتر تغییر می کند. این مواد امروزه در ساخت موشک ها بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرند. مقاومت آنها مقابل سایش و حرارت سرامیک و همچنین سفتی بالای فلز موجود در آنها باعث افزایش عمر مفید قطعه ساخته شده از این مواد می‌شود.

### ۲-۳- کاربرد مواد *FGM*

صنایع هوافضا برای ساخت فضاپیما و صنایع مدارهای کامپیوتر توجه ویژه‌ای به مواد *FGM* به دلیل مقاومت حرارتی بالای این مواد دارند. از مواد *FGM* می توان در ساخت مواد بیومکانیکی مانند استخوانهای مصنوعی یا دندان استفاده کرد. همچنین در ساخت موشکهای نظامی استفاده می‌شود.

مواد FGM می‌توانند در قطعات مختلف وسایل نقلیه مورد استفاده قرار گیرد. در صنایعی که دماهای خیلی بالا اجتناب ناپذیر است، استفاده از مواد همگن عملی نیست. در این دماها، فلزات و آلیاژهای فلزی شدیداً در معرض اکسیداسیون، خوردگی، خزشی و غیره قرار می‌گیرند [22].

ترکیب سرامیک به واسطه‌ی داشتن مقاومت حرارتی بالا با یک فلز دارای استحکام و چقرمگی، می‌تواند یکی از مواد مطلوب مورد نظر طراحان باشد. در سیستم‌های متعارف مقاوم در برابر حرارت، سرامیک به عنوان پوشش محافظ در برابر حرارت روی یک سازه فلزی دارای چقرمگی و استحکام قرار می‌گیرد. ترکیب این دو ماده باعث عملکرد بهتر کامپوزیت می‌شود. به علت اختلاف بین خواص ترمومکانیکی پوشش سرامیکی با فلز پایه، تنش‌های حرارتی بسیار بزرگی در فصل مشترک پوشش و فلز پایه بوجود می‌آید، به طوری که باعث ترک خوردگی در پوشش محافظ می‌گردد. یک راه حل برای این مسئله، استفاده از یک لایه میانی بین پوشش سرامیکی و فلز پایه می‌باشد. این لایه میانی باید دارای خواص ترموالاستیسیته‌ی بین خواص ترموالاستیسیته‌ی پوشش سرامیکی و فلز پایه باشد. در این سیستم تغییرات خواص مکانیکی و ترمومکانیکی بین پوشش و فلز گسته است، بنابراین این سیستم فقط این امکان را دارد که اختلاف تنش‌های حرارتی را بین لایه‌ها تا حدی کاهش دهد [29].

از آنجائی که این مواد شامل اجزایی با ساختار متالورژیکی متفاوت نظیر فلز/ سرامیک می‌باشند، تغییرات پیوسته در میکروساختار، آنها را از مواد مرکب متعارف مجزا می‌سازد. در کامپوزیت‌ها، تداخل زمینه و الیاف یک نوع ناهماهنگی در خواص مکانیکی ایجاد می‌کند، طوری که به عنوان مثال در معرض بارهای حرارتی بالا، ترک ابتدا در محدوده مرزی الیاف و زمینه‌ی ایجاد شده و سپس در لایه‌ها و مقاطع ضعیف منتشر می‌شود. مساله‌ی دیگر به وجود آمدن تنش‌های پسماند در کامپوزیت‌های متعارف به واسطه‌ی تفاوت اثر ضریب انبساط حرارتی اجزای کامپوزیت می‌باشد. یکی از راهکارهای حل چنین نواقصی، استفاده از مواد FGM می‌باشد. در مواد FGM به جای تغییر ناگهانی در نوع ماده، از تغییر تدریجی و پیوسته‌ی مواد بهره می‌جویند. با این روش استحکام ماده در مقابل تنش‌های حرارتی، تنش‌های پسماند و عوامل تمرکز تنش بیشتر خواهد بود. لذا چنین موادی می‌توانند وظایف ناسازگار با یکدیگر، مثل مقاومت در برابر حرارت و خوردگی، زنگ نزدن، استحکام بالا، سفتی و قابلیت ماشین‌کاری را بدون ایجاد شدن تنش‌های حرارتی تماماً دارا باشند. به طوری که با بکار بردن مواد FGM می‌توان خواص ترمومکانیکی را با راهکارهای مختلف بهبود بخشید که می‌توان به موارد زیر اشاره نمود [29].

- مقدار تنش‌های حرارتی را به حداقل رساند و مکان‌های بحرانی ایجاد این تنش‌ها را کنترل کرد.
- شروع تسلیم پلاستیک و شکست را به تاخیر انداخت.
- تمرکز تنش‌های شدید را تعدیل کرد.
- استحکام محل‌های مرزی در میان جامدات غیرمشابه مثل فلز و سرامیک را با ایجاد تغییرات تدریجی پیوسته در ترکیب افزایش داد.
- نیروی محرک برای رشد ترک در طولی و عرضی محلی‌های مرزی را با درزگیری این مکانها توسط تغییرات تدریجی در خواص مکانیکی کاهش داد.

#### ۲-۴- روش ساخت

برای ساخت مواد FGM روش‌های مختلفی وجود دارند. یکی از این روش‌ها این است که ترکیبات مختلفی از فلز و سرامیک تولید شده و به صورت لایه لایه در قطعه ریخته می‌شود و سپس با پوشش فلزی پوشش داده می‌شود. روش‌های تولید مواد FGM طیف بسیار وسیعی را شامل می‌شود. به طوری که روش‌های تولید این مواد در دو گروه اصلی دسته بندی می‌شوند. در گروه اول، مواد FGM به صورت لایه لایه ساخته می‌شوند. این تکنیک‌ها را فرآیندهای ساختمانی (بنایی) می‌نامند، چرا که تغییرات تدریجی در خواص به صورت دقیق در قطعه ایجاد می‌شوند. این روش نتیجه‌ای از پیشرفت‌های شگرف انجام شده در زمینه‌ی فرآیندهای تولید مواد می‌باشند. البته از جنبه‌ی دیگر، این روش‌های تولید به طور نامعقولی هزینه‌بر خواهند بود [16].

گروه دوم از روش‌های تولید مواد FGM بر پدیده‌ی انتقال برای ایجاد تغییرات تدریجی در یک نمونه تکیه دارند. در این روش‌ها از جریان سیالی، انواع انتشار اتمی یا انتقال حرارت برای تولید تغییرات تدریجی در میکروساختارها و ترکیب‌های مورد نظر بهره می‌جویند. انتقال حرارت و جرم، برای ایجاد تغییر عملکرد تدریجی و گرادیان‌های میکروساختاری و یا ترکیبی در فولاد بکار رفته است [16].

#### ۲-۵- مدل سازی مواد FGM

با توجه به نوع و هندسه مسائلی مطرح شده با رویکرد استفاده از مواد FGM، مدل های ریاضی متفاوتی برای بیان تغییرات خواص مکانیکی و ترمومکانیکی در این مواد استفاده می‌شوند. برای تحلیل سازه های ساخته شده از مواد FGM نحوه توزیع خواص فیزیکی و مکانیکی آنها لازم است مشخص باشد. تحلیل انجام گرفته در این زمینه عمدتاً به دو صورت کلی است، در بعضی از تحقیقات، هدف انتخاب یک مدل با توجه به کمینه کردن یک کمیت می‌باشد. در مواقع دیگر پس از انتخاب یک مدل، هدف بیشینه یا کمینه کردن یک پارامتر در آن مدل می‌باشد. محققان در این زمینه با توجه به ماده و نوع مسئله از مدل های متفاوتی استفاده می‌کنند.

مدل توانی به عنوان ساده ترین و سازگارترین مدل با مسائل تحلیلی بکار برده می‌شود

$$\begin{aligned} E &= E_0 r^{n_1} \\ \alpha &= \alpha_0 r^{n_2} \\ k &= k_0 r^{n_3} \\ \sigma_r &= \sigma_{r_0} r^{n_4} \end{aligned} \quad (1)$$

در این روابط  $r$  بیانگر مختصه ضخامت قطعه و  $E$ ،  $C$ ،  $k$ ،  $\sigma$  به ترتیب مدول الاستیسیته، ضریب انبساط خطی، ضریب هدایت گرمایی و تنش تسلیم می‌باشند.  $n$  ها نیز مقادیر ثابتی هستند که منحنی توزیع مواد در راستای ضخامت می‌باشند. ثابت‌ها با توجه به هندسه و شرایط مرزی تعیین می‌گردند. رایج ترین مدل مورد استفاده برای بیان تغییر خواص در مواد FGM، استفاده از مدل توانی بر اساس کسر حجمی اجزای تشکیل دهنده ماده می‌باشد. طبق این مدل، تغییر خواص مواد در راستای ضخامت بر اساس کسر حجمی به صورت زیر بیان می‌شود [29].

$$p(r) = (p_0 - p_i) \left[ \frac{r-r_i}{r_0-r_i} \right] + p_i \quad r_i < r < r_0 \quad (2)$$

که در این رابطه  $P_i$  و  $P_0$  خاصیت ماده در سطح داخلی و خارجی هستند. جهت رسیدن به حل بسته در این رساله، از مدل توانی برای بیان تغییرات خواص در تحلیل کره و استوانه‌ی تحت فشار از جنس مواد تابعی مدرج یعنی FGM استفاده می‌شود.

#### ۲-۶- مقاومت سازی مخازن جدار ضخیم

به منظور استفاده‌ی بهتر از مواد در عمل و رسیدن به ضرایب اطمینان بالاتر، از روش های مقاوم سازی متعددی در طراحی مخازن تحت فشار استفاده می‌شود که متداول ترین این روش‌ها عبارتند از [23]:

- جاز نی دو یا چند استوانه

- اتوفرتاژ کردن مخزن

- پیچاندن نوار یا تسمه به دور استوانه

در صورتی که ابعاد مخازن و شرایط کاری مشخص باشد، می‌توان یکی از سه روش فوق را قبل از استفاده مخزن در عمل، برای ایجاد تنش پسماند مناسب، اعمال نمود. تنش پسماند ایجاد شده باعث کاهش اثر تنش‌ها ی حاصل از شرایط کاری خواهد شد.

#### ۳- تحلیل تنش الاستوپلاستیک مخازن تحت فشار جدار ضخیم FGM

##### ۳-۱- تحلیل تنش مخازن کرووی جدار ضخیم FGM

برای طراحی مخازن ابتدا باید به تحلیل تنش آنها پرداخت. برای تحلیل تنش مخازن دو مرحله‌ی اعمال فرآیند اتوفرتاژ و بارگذاری نهایی را باید بررسی نمود، فرآیند اتوفرتاژ خود شامل دو مرحله‌ی اعمال و برداشتن فشار اتوفرتاژ می‌شود. برای بدست آوردن تنش‌ها در هر مرحله ابتدا معادلات حاکم بر مخازن کرووی را نوشته و با جایگذاری خواص ماده‌ی FGM در این معادلات توزیع تنش الاستیک در کره بدست می‌آید. سپس تنش‌های حاصل از فشار اتوفرتاژ را با تحلیل الاستوپلاستیک بدست آورده و نهایتاً تنش‌های پسماند و تنش‌های نهایی تعیین می‌شوند.

برای تحلیل تنش فرآیند اتوفرتاژ بهینه ابتدا فشار اولیه‌ی که مقداری از ضخامت مخزن را به حالت پلاستیک وارد کند، به مخزن اعمال می‌شود و مقادیر تنش شعاعی و محیطی حاصل از این فشار به دست می‌آید. در مرحله‌ی بعد این فشار از روی مخزن برداشته می‌شود، یعنی مخزن خالی می‌شود. چون در مرحله‌ی قبلی مقداری از ضخامت وارد منطقه‌ی پلاستیک شده است با برداشتن فشار مقداری تنش پسماند در مخزن باقی خواهد ماند. برای محاسبه‌ی این تنش پسماند مقادیر تنش‌های شعاعی و محیطی حاصل از مرحله‌ی قبل با مقدار منفی تنش‌های شعاعی و محیطی حاصل

از همان فشار در حالت الاستیک جمع می‌شود. پس از این مرحله محاسبه‌ی مقادیر تنش‌ها پس از بارگذاری با فشار کاری تعیین می‌گردد. با جمع کردن مقادیر تنش حاصل از فشار کاری با مقادیر تنش پسماند، تنش‌های نهایی به دست می‌آیند.

### ۳-۲- معادلات حاکم بر کره‌ی جدار ضخیم

#### - معادله‌ی تعادل

برای استخراج معادله‌ی تعادل در کره از سیستم مختصات کروی استفاده می‌شود و با در نظر گرفتن تقارن بارگذاری و هندسی معادله‌ی تعادل به شکل زیر به دست می‌آید [10]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) \quad (3)$$

که در آن  $\sigma_r$  و  $\sigma_\theta$  به ترتیب تنش‌های شعاعی و محیطی در مخزن هستند.

#### ۴-۱-۱-۲- روابط تنش و کرنش

با توجه به شرایط تقارن هندسی و بارگذاری روابط بین تنش و کرنش به شکل زیر به دست می‌آید. در کره به جای تنش طولی مخزن استوانه‌ای همان تنش غشایی یا محیطی قرار داده می‌شود.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - 2\nu\sigma_\theta) \quad (4)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}((1-\nu)\sigma_\theta - \nu\sigma_r) \quad (5)$$

در این روابط  $\varepsilon_r$  و  $\varepsilon_\theta$  به ترتیب کرنش‌های شعاعی و محیطی مخزن می‌باشند.

#### ۴-۱-۱-۳- روابط سازگاری

با در نظر گرفتن شرایط تقارن، تغییرمکان فقط در راستای شعاعی ایجاد می‌شود، کرنش را می‌توان با روابط زیر به جابجایی مربوط کرد.

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (6)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (7)$$

با ترکیب روابط ۵ و ۶ معادله‌ی سازگاری به شکل زیر بدست می‌آید.

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0 \quad (8)$$

#### - شرایط بارگذاری

در شرایطی که مخزن تحت فشار داخلی قرار دارد، شرایط مرزی به صورت زیر می‌باشد

$$\sigma_r(a) = -P \quad (9)$$

$$\sigma_r(b) = 0$$

### ۳-۳- توزیع تنش الاستیک در کره‌ی FGM

با قرار دادن مدول الاستیسیته‌ی مربوط به ماده‌ی FGM رابطه‌ی ۱ در معادلات تنش-کرنش و سپس جایگذاری نتیجه‌ی آن در معادله سازگاری و با استفاده از معادله‌ی تعادل به معادله‌ی زیر می‌توان رسید:

$$(1-\nu)r^2 \frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + (1-\nu)(4-n_1)r \frac{d\sigma_r}{dr} - 2(1-2\nu)n_1\sigma_r = 0 \quad (10)$$

با حل معادله‌ی اخیر و قراردادن شرایط مرزی اشاره شده و بی بعد کردن پاسخ با استفاده از روابط (۳) تنش‌های محیطی و شعاعی در کره‌ی FGM به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_r(\rho) = -P \left[ \frac{-\beta^{k_2} \rho^{k_1} + \beta^{k_1} \rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad (11)$$

$$S_\theta(\rho) = -P \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2} \rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1} \rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad (12)$$

که در این روابط  $k_1$  و  $k_2$  از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\Delta = (1 - \nu)[(1 - \nu)(3 - n_1)^2 + 8n_1(1 - 2\nu)] \quad (۱۳)$$

$$k_1 = \frac{(1-\nu)(n_1-3)-\sqrt{\Delta}}{2(1-\nu)} \quad (۱۴)$$

$$k_2 = \frac{(1-\nu)(n_1-3)+\sqrt{\Delta}}{2(1-\nu)} \quad (۱۵)$$

و تنش معادل از معیار ترسکا رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$S_e = |S_\theta - S_r| \quad (۱۶)$$

### ۳-۴- توزیع تنش الاستوپلاستیک پس از اعمال فشار اتوفرتاژ در کره‌ی FGM

با افزایش فشار، کره از شعاع داخلی وارد محدوده‌ی پلاستیک می‌شود. باتوجه به رفتار الاستیک-پلاستیک کامل ماده، تنش معادل در هر نقطه از ناحیه‌ی پلاستیک برابر تنش سیلان است. لذا با اعمال معیار ترسکا تنش‌های شعاعی و محیطی در محدوده‌ی پلاستیک به صورت زیر بدست می‌آید.

$$S_r(\rho) = \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - 1] - P \quad \rho \leq \rho_c \quad (۱۷)$$

$$S_\theta(\rho) = \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - 1] + \rho^{n_4} - P \quad \rho \leq \rho_c \quad (۱۸)$$

که در آن  $c$  شعاعی است که کره تا آن شعاع وارد محدوده پلاستیک شده است و  $P$  فشاری است که کره را تا این شعاع وارد محدوده‌ی پلاستیک می‌کند، از رابطه (۱۹) بدست می‌آید. در واقع برای اینکه مخزن تا شعاع  $C$  وارد محدوده‌ی پلاستیک شود، باید فشار  $P$  که از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید، به آن وارد شود.

$$P_{r,c} = \frac{2[(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} - (\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1}] \rho_c^{n_4}}{-k_1(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} + k_2(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] \quad (۱۹)$$

توزیع تنش برای شعاع‌های بزرگتر از  $P$  مشابه با توزیع تنش در یک کره‌ی فرضی به شعاع داخلی  $a$  و شعاع خارجی  $b$  و فشار داخلی  $P$  می‌باشد. با توجه به روابط (۱۱) و (۱۲) روابط زیر نتیجه می‌شود.

$$S_r = \frac{2[-(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} (\frac{\rho}{\rho_c})^{k_1} + (\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1} (\frac{\rho}{\rho_c})^{k_2}] \rho_c^{n_4}}{-k_1(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} + k_2(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1}} \quad \rho > \rho_c \quad (۲۰)$$

$$S_\theta = \frac{2[(1+k_1/2)(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} (\frac{\rho}{\rho_c})^{k_1} + (1+k_2/2)(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1} (\frac{\rho}{\rho_c})^{k_2}] \rho_c^{n_4}}{-k_1(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} + k_2(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1}} \quad \rho > \rho_c \quad (۲۱)$$

معادلات (۱۷) تا (۲۱) مقادیر تنش را به طور کامل در کره‌ی FGM تحت فشار داخلی نشان می‌دهد.

### ۳-۵- تنش‌های پسماند و نهایی در کره‌ی FGM

در مرحله‌ی بعد با برداشتن فشار اتوفرتاژ مقدار تنش‌های پسماند حاصل به دست می‌آید، برای این کار تنش‌های الاستیک حاصل از همان مقدار فشار اتوفرتاژ از تنش‌های حاصل از فرآیند اتوفرتاژ کم می‌شود. مقادیر تنش‌های حاصل از فشار  $P$  با فرض وارد شدن مخزن به حالت پلاستیک در روابط (۱۱) و (۱۲) به دست آمده است. با کم کردن مقادیر تنش‌های الاستیک از تنش‌های حاصل از فشار اتوفرتاژ تنش‌های پسماند حاصل از فرآیند اتوفرتاژ به صورت روابط (۲۲) تا (۲۵) به دست می‌آید. لازم به ذکر است که هدف از اتوفرتاژ بالا بردن تنش تسلیم ماده مخزن پس از باربرداری الاستیک می‌باشد، زیرا در حالت اتوفرتاژ جدار مخزن تا مقدار مشخصی وارد مرحله پلاستیک می‌گردد و با حذف حالت الاستیک تنش‌های فشاری پلاستیک در جدار مخزن باقی می‌ماند و حالت کارسختی اتفاق افتاده و با بارگذاری مجدد مخزن، تنش تسلیم جداره افزایش می‌یابد و باعث بالا رفتن استحکام مخزن می‌گردد.

$$S_r(\rho) = \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - 1] - P_{r,c} - P_{r,c} \left[ \frac{-\beta^{k_2} \rho^{k_1} + \beta^{k_1} \rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho \leq \rho_c \quad (۲۲)$$

$$S_r(\rho) = \frac{2[-(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} (\frac{\rho}{\rho_c})^{k_1} + (\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1} (\frac{\rho}{\rho_c})^{k_2}] \rho_c^{n_4}}{-k_1(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_2} + k_2(\frac{\beta}{\rho_c})^{k_1}} - P_{r,c} \left[ \frac{-\beta^{k_2} \rho^{k_1} + \beta^{k_1} \rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho > \rho_c \quad (۲۳)$$



$$S_{\theta}(\rho) = \frac{2}{n} [\rho^{n_4} - 1] + \rho^{n_4} - P_{r.c} \left[ 1 + \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho \leq \rho_c \quad (24)$$

$$S_{\theta}(\rho) = \frac{2 \left[ -(1+k_1/2) \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_1} + (1+k_2/2) \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} \quad (25)$$

$$- P_{r.c} \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho > \rho_c$$

پس از این مرحله با اعمال فشار کاری مقدار تنش‌های نهایی به دست می‌آید. برای این کار تنش‌های پسماند حاصل از فرآیند اتوفرتاژ با تنش‌های الاستیک حاصل از فشار کاری بدون فرآیند اتوفرتاژ جمع می‌شود و به روابط (۲۶) تا (۲۹) برای تنش‌های شعاعی و محیطی در راستای شعاع مخزن می‌توان رسید.

$$S_r(\rho) = - \left[ \frac{2 \left[ \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} - \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] - P_w \right] * \left[ \frac{-\beta^{k_2}\rho^{k_1} + \beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad (26)$$

$$+ \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - \rho_c^{n_4}] + \frac{2 \left[ -\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} \quad \rho \leq \rho_c$$

$$S_r(\rho) = - \left[ \frac{2 \left[ \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} - \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] - P_w \right] * \left[ \frac{-\beta^{k_2}\rho^{k_1} + \beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad (27)$$

$$+ \frac{2 \left[ -\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} \quad \rho > \rho_c$$

$$S_{\theta}(\rho) = - \frac{2 \left[ -\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} - \left[ \frac{2 \left[ \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} - \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] - P_w \right] \quad (28)$$

$$* \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] + \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - \rho_c^{n_4}] + \rho^{n_4} \quad \rho \leq \rho_c$$

$$S_{\theta}(\rho) = - \left[ \frac{2 \left[ \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} - \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} + 1] - P_w \right] * \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/k)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad (29)$$

$$+ 2 \left[ -(1+k_1/2) \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_1} + (1+k_2/2) \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4} \quad \rho > \rho_c$$

### ۳-۶- حداکثر فشار کاری قابل تحمل

در این قسمت با در نظر گرفتن فشار اتوفرتاژ معین بیشینه فشار کاری برای این نوع مخازن بدست خواهد آمد. در واقع در نظر گرفته می‌شود که مخزن تحت فشار اتوفرتاژ معینی قرار گرفته است و تا شعاع معینی وارد محدوده‌ی پلاستیک شده است. اکنون بیشترین فشار کاری که این مخزن می‌تواند تحمل کند تعیین می‌گردد. بنابراین ابتدا تنش‌های نهایی حاصل برابر با تنش سیلان قرار داده می‌شود و سپس معادله‌ی بدست آمده نسبت به فشار کاری حل می‌شود. فشار کاری بیشینه به صورت رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$P_{w,max} = \left[ S_r - \frac{\left[ -2 \left( 1 + k_1/2 \right) \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + \left( 1 + k_2/2 \right) \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} \right]^* \left[ \frac{\left( \beta^{k_2} - \beta^{k_1} \right)}{-\left( 1 + k_1/2 \right) \beta^{k_2} \rho_c^{k_1} + \left( 1 + k_2/2 \right) \beta^{k_1} \rho_c^{k_2}} \right] + \left[ \frac{2 \left[ \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} - \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4}] \right] \quad (30)$$

#### ۴- تحلیل تنش مخازن استوانه‌ای جدار ضخیم FGM

برای تحلیل تنش مخزن ساخته شده از ماده‌ی FGM ابتدا معادلات حاکم بر مخزن استوانه‌ای برای حالت کلی ماده به دست می‌آید. سپس با جایگذاری خصوصیات ماده‌ی FGM در معادلات، تنش‌ها برای حالت الاستیک مخزن بدست می‌آید. در مرحله‌ی بعد برای تعیین تنش‌ها پس از اعمال فرآیند اتوفرتاژ تنش‌ها برای حالتی که قسمتی از مخزن وارد محدوده‌ی پلاستیک شده است، با استفاده از تحلیل الاستوپلاستیک بدست می‌آید و سپس تنش‌های پسماند حاصل فرآیند اتوفرتاژ و تنش‌های نهایی حاصل از اعمال بارگذاری کاری تعیین می‌شود. در تحلیل تنش استوانه‌ای جدار ضخیم، معادلات تعادلی، روابط تنش و کرنش، معادلات سازگاری و شرایط مرزی مورد نیاز است.

#### ۴-۱- معادله‌ی تعادل

با فرض تقارن در بارگذاری و هندسه‌ی مخزن با فرض ناچیز بودن نیروی حجمی معادله تعادل استاتیکی در مختصات استوانه‌ای مخزن (مایع یا گاز داخل مخزن در نظر گرفته نشده و تنها اثر آن به صورت فشار داخلی بر جداره لحاظ می‌گردد، همچنین در مخازن استوانه‌ای تنش طولی وجود دارد که در مخزن کروی این‌طور نیست.) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (31)$$

#### ۴-۲- روابط تنش و کرنش

با توجه به شرایط تقارن هندسی و بارگذاری، کرنش‌های برشی و تنش‌های برشی برابر صفر می‌باشد، مقدار کرنش‌های برشی و تنش‌های برشی در عمل نسبت به کرنش‌ها و تنش‌های قائم با توجه به اینکه مخازن تحت فشار داخلی قرار می‌گیرند، ناچیز هستند. با فرض شرایط کرنش صفحه‌ای (مخزن جدار ضخیم فرض می‌گردد)، روابط تنش و کرنش به شکل زیر بدست می‌آید.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)) \quad (32)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)) \quad (33)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)) \quad (34)$$

شرایط مرزی، روابط سازگاری و معیار سیلان مانند کره می‌باشد.

$$(35) \varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}$$

$$(36) \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0$$

$$(37) \sigma_r(a) = -P, \quad \sigma_r(b) = 0$$

پس از جایگذاری معادلات تنش و کرنش در معادله‌ی سازگاری کرنش و استفاده از معادله‌ی تعادل و اعمال شرایط مرزی تنش‌های شعاعی و مماسی بی بعد شده به صورت زیر به دست می‌آید.

$$S_r = \frac{1 - (\beta/\rho)^2}{\beta^2 - 1} \rho \quad (38)$$

$$S_\theta = \frac{1 + (\beta/\rho)^2}{\beta^2 - 1} \rho \quad (39)$$

برای بدست آوردن تنش‌های الاستوپلاستیک ابتدا فرض می‌شود قسمتی از مخزن تحت اثر فشار داخلی وارد محدوده‌ی پلاستیک شده است با توجه به رفتار الاستیک-پلاستیک کامل برای مخزن، تنش معادل در هر نقطه برابر تنش سیلان خواهد بود. لذا با قرار دادن معادلات تنش در معیار سیلان ترسکا تنش‌های بدون بعد شعاعی و محیطی در ناحیه‌ی پلاستیک مخزن به صورت زیر بدست می‌آید.

$$S_r(\rho) = Ln\rho - P \quad (40)$$

$$S_\theta(\rho) = (Ln\rho + 1) - P \quad (41)$$

#### ۴-۳- توزیع تنش الاستیک در استوانه‌ی FGM

برای بدست آوردن تنش‌های الاستیک، مدول الاستیسیته‌ی ماده‌ی FGM، رابطه‌ی (۱) در معادلات تنش و کرنش جایگذاری می‌شوند و با جایگذاری در معادلات سازگاری و تعادل به معادله‌ی زیر می‌توان رسید.

$$(1 - \nu^2)r^2 \frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + (1 - \nu^2)(3 - n_1)r \frac{d\sigma_r}{dr} - (1 - \nu - \nu^2)n_1\sigma_r = 0 \quad (42)$$

با استفاده از کمیت‌های بی بعد شده در معادله‌ی بالا و حل آن، تنش‌ها در حالت الاستیک مخزن استوانه‌ای FGM به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$S_r(\rho) = P \left[ \frac{-\beta^{k_2}\rho^{k_1} + \beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad (43)$$

$$S_\theta(\rho) = P \left[ \frac{-(1 + k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1 + k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad (44)$$

و تنش معادل همانند کره از معیار ترسکا بدست می‌آید.

$$S_e = |S_\theta - S_r| \quad (45)$$

#### ۴-۴- تنش‌ها پس از اعمال فشار اتوفرتاژ

با افزایش فشار، استوانه از شعاع داخلی وارد محدوده‌ی پلاستیک می‌شود، با توجه به رفتار الاستیک-پلاستیک کامل ماده، تنش معادل در هر نقطه از ناحیه‌ی پلاستیک برابر تنش سیلان است. لذا با اعمال معیار ترسکا تنش‌های شعاعی و محیطی در محدوده‌ی پلاستیک به صورت زیر بدست می‌آید. مقدار تنش‌ها پس از اعمال فشار P به صورت روابط (۴۶) و (۴۷) برای ناحیه‌ی الاستیک و روابط (۵۰) و (۵۱) برای ناحیه‌ی پلاستیک به دست می‌آید:

$$S_r(\rho) = \frac{1}{n_4} [\rho^{n_4} - 1] - P \quad \rho \leq \rho_c \quad (46)$$

$$S_\theta(\rho) = \frac{1}{n_4} [\rho^{n_4} - 1] + \rho^{n_4} - P \quad \rho \leq \rho_c \quad (47)$$

که در آن  $\rho_c$  شعاع مرز منطقه‌ی پلاستیک است.

$$S_r = \frac{\left[ -\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_1} + \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} \quad \rho > \rho_c \quad (48)$$

$$S_\theta = \frac{\left[ -(1+k_1) \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_1} + (1+k_2) \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} \quad \rho > \rho_c \quad (49)$$

#### ۴-۵- تنش‌های پسماند و نهایی در استوانه‌ی FGM

در مرحله‌ی بعد با برداشتن فشار اتوفرتاژ مقدار تنش‌های پسماند حاصل به دست می‌آید. برای این کار تنش‌های الاستیک حاصل از همان مقدار فشار اتوفرتاژ از تنش‌های حاصل از فرآیند اتوفرتاژ کم می‌شود. با کم کردن مقادیر تنش‌های الاستیک از تنش‌های حاصل از فشار اتوفرتاژ تنش‌های پسماند حاصل از فرآیند اتوفرتاژ در دو ناحیه‌ی مختلف به صورت روابط زیر به دست می‌آیند.

$$S_r(\rho) = \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - 1] - P_{r,c} \left[ 1 + \frac{-\beta^{k_2}\rho^{k_1} + \beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho \leq \rho_c \quad (50)$$

$$S_r(\rho) = \frac{2 \left[ -\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_1} + \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \left(\frac{\rho}{\rho_c}\right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2 \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} - P_{r,c} \left[ \frac{-\beta^{k_2}\rho^{k_1} + \beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho > \rho_c \quad (51)$$

$$S_{\theta}(\rho) = \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - 1] + \rho^{n_4} - P_{r.c} - P_{r.c} \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho \leq \rho_c \quad (52)$$

$$S_{\theta}(\rho) = \frac{2 \left[ -(1+k_1) \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^{k_1} + (1+k_2) \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} \quad (53)$$

$$-P_{r.c} \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho > \rho_c$$

پس از این مرحله، با اعمال فشارکاری مقدار تنش نهایی به دست می‌آید. بنابراین تنش‌های پسماند حاصل از فرآیند اتوفرتاژ با تنش‌های الاستیک حاصل از فشارکاری جمع می‌شوند. با استفاده از روابط (۵۴) تا (۵۷) مقادیر تنش‌های نهایی پس از اعمال فشارکاری در دو ناحیه‌ی الاستیک و پلاستیک شده بدست می‌آید.

$$S_r(\rho) = \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - \rho_c^{n_4}] + \frac{2 \left[ -\left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} \quad (54)$$

$$- \left[ \frac{2 \left[ \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} - \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] - P_w \right] * \left[ \frac{-\beta^{k_2}\rho^{k_1} + \beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho \leq \rho_c$$

$$S_r(\rho) = \frac{2 \left[ -\left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^{k_1} + \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} \quad (55)$$

$$- \left[ \frac{2 \left[ \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} - \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] - P_w \right] * \left[ \frac{-\beta^{k_2}\rho^{k_1} + \beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho > \rho_c$$

$$S_{\theta}(\rho) = \frac{2}{n_4} [\rho^{n_4} - \rho_c^{n_4}] + \rho^{n_4} \quad (56)$$

$$\frac{2 \left[ -\left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} - \left[ \frac{2 \left[ \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} - \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] - P_w \right] * \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \quad \rho \leq \rho_c$$

$$S_{\theta}(\rho) = 2 \left[ -(1+k_1) \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^{k_1} + (1+k_2) \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \left( \frac{\rho}{\rho_c} \right)^{k_2} \right] \rho_c^{n_4} \quad (57)$$

$$- \left[ \frac{2 \left[ \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} - \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_2} + k_2 \left( \frac{\beta}{\rho_c} \right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] - P_w \right] * \left[ \frac{-(1+k_1/2)\beta^{k_2}\rho^{k_1} + (1+k_2/2)\beta^{k_1}\rho^{k_2}}{\beta^{k_2} - \beta^{k_1}} \right] \rho > \rho_c$$

۴-۶- حداکثر فشارکاری قابل تحمل

در این قسمت مخزنی در نظر گرفته می‌شود که تحت فرآیند اتوفرتاژ قرار گرفته و مقاوم سازی شده است. برای فشار کاری بیشینه، تنش نهایی برابر تنش تسلیم قرار داده شده و با حل این معادله، فشار کاری به صورت زیر بدست می‌آید.

$$P_{w,max} = \left[ S_r - \frac{\left[ -2(1+k_1)\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + (1+k_2)\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} \right] \quad (58)$$

$$\left[ \frac{(\beta^{k_2} - \beta^{k_1})}{-(1+k_1)\beta^{k_2}\rho_c^{k_1} + (1+k_2)\beta^{k_1}\rho_c^{k_2}} \right] + \left[ \frac{2 \left[ \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} - \left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1} \right] \rho_c^{n_4}}{-k_1\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_2} + k_2\left(\frac{\beta}{\rho_c}\right)^{k_1}} + \frac{2}{n_4} [\rho_c^{n_4} - 1] \right]$$

##### ۵- طراحی برای خزش:

هدف از طراحی برای خزش، جلوگیری از شکست سازه‌ای در طول عمر مورد انتظار یک قطعه می‌باشد. فرآیند خزش در یک ماده در نهایت به گسیختگی خزشی می‌انجامد که یا با یک مکانیزم نرم ایجاد شده توسط کرنش‌های بزرگ و یا با ترد شدن مواد اتفاق می‌افتد. بی‌شک، مخرب‌ترین مکانیزم شکست ترد است که می‌تواند در کرنش‌های کم اتفاق بیافتد. از هم پاشیدگی یا واماندگی (failure) ماده در یک فلز در دماهای بالا سبب تردی آن می‌شود و علت آن از دید میکروسکوپی بیشتر در اثر ایجاد رشد میکروتکرک و حفره می‌باشد. وجود چنین عیوبی را با تعبیری نه چندان دقیق، صدمه یا آسیب در مواد می‌نامند (به عنوان نمونه ایجاد هر گونه حفره، ناخالصی و یا عیب و ترک که باعث می‌گردد تاماده نتواند وظیفه خود را در تحمل بارگذاری وارده به نحو احسن انجام دهد، صدمه یا آسیب می‌باشد). [34, 35].

##### ۵-۱- روش شناخت پدیده‌ها

درک صدمه را می‌توان به عنوان یک مدل ریاضی فرآیند خزش به یکی از دو راه تعریف تعریف کرد. در راه اول از مفهوم تنش خالص  $\sigma^*$  استفاده می‌شود، به این صورت که اگر  $\sigma$  تنش اعمال شده در یک آزمایش و  $\omega$  میزان صدمه (مربوط به کاهش سطح مقطع) باشد، آنگاه [36,39]:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{1-\omega} \quad (61)$$

راه دیگر این است که صدمه به عنوان متغیر داخلی ماکروسکوپی معرفی گردد. فرض کنید در بخش دوم خزش، سرعت کرنش خزشی که ثابت است با تابع  $\dot{\epsilon}_c = f(\sigma)$  به تنش مربوط شود. برای تعیین افزایش سرعت کرنشی در بخش سوم، متغیر داخلی جدیدی مانند  $\omega$  تعریف می‌گردد، به شکلی که اگر صدمه افزایش یابد، سرعت کرنشی نیز افزایش می‌یابد، بنابراین:

$$\dot{\epsilon}_c = f(\sigma, \omega) \quad (62)$$

وابستگی تابع سرعت کرنشی به صدمه از منحنی‌های اصلی خزش است و با صفر کردن مقدار اولیه و واحد فرض نمودن مقدار نهایی در گسیختگی ارزیابی می‌شود. در هر دو روش، یک ماده برای ارتباط دادن رشد صدمه به تنش اعمال شده لازم است. این معادله می‌تواند به شکل  $\dot{\omega} = g(\sigma, \omega)$  بیان شود و عموماً می‌تواند از منحنی‌های گسیختگی به دست آید. به طور کلی هر دو روش به معادلات خزش تک محوره‌ی زیر می‌انجامد [37,39].

$$\dot{\epsilon}_c = B \frac{\sigma^{n_1}}{(1-\omega)^{n_2}} \quad , \quad \dot{\omega} = D \frac{\sigma^{k_1}}{(1-\omega)^{k_2}} \quad (63)$$

که در آن  $k_2, k_1, n_2, n_1, D, B$  ثابت‌های ماده هستند که از منحنی‌های اصلی خزش به دست می‌آیند. اگر از مفهوم تنش خالص استفاده شود، آنگاه  $k_2 = k_1 = k, n_2 = n_1 = n$  که به عنوان یک تقریب  $k = 0.7n$  لحاظ می‌گردد. هر چند می‌توان برای داده‌های موجود یک تعریف مناسب (معمولاً برای آزمایش‌های بار ثابت) به دست آورد، تنها راه ارزیابی کاربرد آن در سازه‌های تحت چند محوره به کمک تحلیل، تجربه و مقایسه است. بنابراین نمی‌توان از محدوده‌ی اعتبار مدل به طور کامل مطمئن شد. این موضوع در بخش سوم خزش اهمیت ویژه‌ای دارد. زیرا با

مساله‌ی برون‌یابی در سطوح تنش پایین مواجه خواهید شد. تنها راهی که می‌توان از مدل‌سازی اطمینان بیشتری حاصل نمود، مفهوم فیزیکی یک فرآیند صدمه می‌باشد.

### ۵-۲- روش فیزیکی

در اینجا از به هم پاشیدگی ماده در آزمایش کشش ساده با یک تفسیر ساده استفاده می‌گردد. مشاهدات میکروسکوپی و متالورژیکی گویای این مطلب است که به هم پاشیدگی به دنبال تشکیل ترک‌های ریز و حفره‌ها در نقاط نامشخصی از ساختار بلوری یک فلز و رشد آن بوجود می‌آید. بنابراین دو مکانیزم میکروسکوپی وجود خواهد داشت، اولی را جوانه‌زنی (سرعت تشکیل حفره‌ها) و دومی را رشد (سرعت رشد اندازه‌ی حفره‌ها) می‌نامند. بنابراین سرعت جوانه‌زنی و سرعت رشد مساحت سطح مقطع حفره‌ها به ترتیب  $\dot{a}, \dot{n}$  تعریف می‌شوند. قابل ذکر است که پارامتر دومی به مدت زمان وجود حفره بستگی دارد. مساحت کل حفره یعنی  $A$  مشخصه‌ی میزان صدمه در ماده می‌باشد. برای ساختن یک رابطه‌ی حاکم، بایستی از سرعت رشد آن یک ارزیابی وجود داشته باشد [37,38]. فرض کنید که بازه‌ی زمانی  $t$  به تعداد زیادی لحظه‌های گسسته  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_N$

تقسیم شده باشد به گونه‌ای که  $\tau_N = t, \tau_1 = 0$  و وقتی که  $\tau_{i+1} - \tau_i = \Delta\tau, i = 1, 2, \dots, N$  تعداد حفره‌های ایجاد شده در بازه‌ی زمانی

$$\dot{n}(\tau_i)\Delta\tau \quad (\tau_i, \tau_{i+1}) \quad \text{برابر است با:}$$

در زمان  $t$ ، سرعت رشد حفره‌ها که از  $\tau_i$  شروع می‌شود، عبارتست از  $\dot{a}(t, \tau_i)$  بنابراین در یک بازه‌ی زمانی کوچک  $\Delta t$ ، تغییر مساحت کل حفره‌های ایجاد شده در محدوده‌ی  $(\tau_i, \tau_{i+1})$  برابر است با:

$$\dot{n}(\tau_i)\dot{a}(t, \tau_i)\Delta\tau\Delta t$$

(۶۴)

اگر تمامی این بازه‌های زمانی لحاظ شوند، تغییر کلی مساحت  $\Delta A$  در بازه‌ی زمانی  $\Delta t$  به فرم زیر است:

$$\Delta A = \sum_{i=1}^N \dot{n}(\tau_i)\dot{a}(t, \tau_i)\Delta\tau\Delta t \quad (۶۵)$$

با تقسیم طرفین رابطه‌ی اخیر بر بازه‌ی زمانی  $\Delta t$  رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود.

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \sum_{i=1}^N \dot{n}(\tau_i)\dot{a}(t, \tau_i)\Delta\tau \quad (۶۶)$$

با گرفتن حد هنگامی که  $\Delta\tau, \Delta t$  به سمت صفر میل می‌کنند، می‌توان نوشت:

$$\frac{dA}{dt} = \int_0^t \dot{n}(\tau_i)\dot{a}(t, \tau_i)d\tau \quad (۶۷)$$

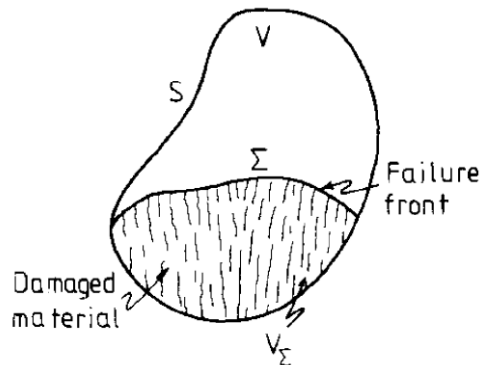
بنابراین سرعت تغییر صدمه در ماده به کل تاریخچه‌ی سپری شده‌ی ماده بستگی دارد نه به حالت فعلی آن.

### ۵-۳- مکانیک صدمه یا آسیب پیوسته

پیشرفت صدمه و اثر آن در زوال ماده‌ی پیوسته به بحث شفاف‌ی نیاز دارد. در یک سازه‌ی پیوسته تحت بارگذاری، رابطه‌ی حاکم چگونگی رابطه‌ی بین تنش و سرعت کرنشی و صدمه را در یک نقطه از ماده ارائه می‌دهد. همچنانکه نقاط مختلف جسم تنش‌های متفاوتی دارند، از نظر از هم پاشیدگی نیز نقاط مختلف جسم در سطوح مختلف قرار دارند. معادلات حاکم تا رسیدن به معیار گسیختگی تعریف شده همچنان معتبرند. در نهایت یک ماده دچار از هم پاشیدگی شده و در جسم رشد می‌یابد تا اینکه دیگر بار وارده نتواند تحمل شود و کل سازه تحت بار فرو ریزد [39,40].

یک جسم با حجم  $V$  که با سطح  $S$  محصور شده و تحت تاثیر یک بار خارجی قرار دارد، و دارای تکیه‌گاه‌های مشخصی است را در نظر بگیرید. تا لحظه‌ی  $t_I$  هیچ قسمتی از جسم کارآیی خود را از دست نمی‌دهد. این مرحله را مرحله‌ی شکست پنهان (دوره‌ی نهفتگی) می‌نامند. در این زمان چند نقطه از جسم دچار عدم کارآیی می‌شوند که این لحظه را زمان شروع  $t_I$  می‌نامند. بعد از آن سطح  $\Sigma$  که ماده‌ی آسیب دیده و دست نخورده را جدا می‌سازد، در جسم توسعه می‌یابد. این سطح در حال حرکت، پیشانی شکست نام دارد (سطح مقطع شکست). در نهایت پیشانی شکست در

جسم توسعه می‌یابد تا لحظه‌ی  $t_{II}$  که تمام جسم فرو می‌ریزد. زمان  $t_I$  تا  $t_{II}$  دوره‌ی انتشار نام دارد. ناحیه‌ای از ماده که دچار عدم کارایی شده است را با  $V_{\Sigma}$  نشان می‌دهند. موقعیت پیشانی شکست و ناحیه‌ی  $V_{\Sigma}$  تابعی از زمان سپری شده خواهند بود. حال مرحله‌ی زوال (از کار افتادگی یا واماندگی) جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد [39]. شکل ۱ کل جسم را به همراه بخش آسیب دیده‌ی ماده نشان می‌دهد.



شکل ۱. شماتیک هندسه‌ی جسم پیوسته به همراه بخش آسیب دیده‌ی آن [39]

#### ۵-۴- مرحله‌ی شکست پنهان: $0 \leq t \leq t_I$

در این مرحله هرچند مقدار صدمه رشد کرده ولی هنوز شکستی در ماده رخ نداده است، یعنی صدمه به مرحله‌ای نرسیده است که با چشم غیرمسلح به راحتی مشاهده گردد. زمان  $t_I$  مربوط به هنگامی است که آسیب در حال شکل‌گیری می‌باشد. بنابراین تکامل تانسور کرنش خزشی  $\varepsilon_{ij}^c$  با مساله‌ی مقدار اولیه‌ی زیر تشریح می‌شود [39].

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{ij}^c}{dt} &= f_{ij}(R_{kl}(\varepsilon_{mn}^c) + \sigma_{kl}^0, \omega) \\ \frac{d\omega}{dt} &= g(R_{kl}(\varepsilon_{mn}^c) + \sigma_{kl}^0, \omega) \end{aligned} \quad (68)$$

همچنین  $\dot{\varepsilon}_c = B \frac{\bar{\sigma}^{n-1}}{(1-\omega)^n} S$ ,  $\dot{\omega} = D \frac{\phi(\sigma)^k}{(1-\omega)^k}$  که در آن  $\phi$  تانسور اثر صدمه است.  $\sigma_{ij}^0$  تنش الاستیک معادل و  $R_{ij}$  عملگر باقیمانده به شکل تانسور از مساله‌ی الاستیک باقیمانده به دست می‌آید. شرایط اولیه‌ی مربوط به تمامی جسم عبارتند از:

$$\varepsilon_{ij}^c(0) = 0, \omega(0) = 0 \quad (69)$$

این معادلات تا لحظه‌ی اولین شکست در جسم  $t_I$  معتبر هستند، کرنش خزشی در شروع شکست با  $\varepsilon_{ij}^I$  و توزیع صدمه با  $\omega^I$  نشان داده می‌شود. - مرحله‌ی انتشار شکست:  $t_I \leq t \leq t_{II}$

با شروع شکست محلی موضعی، یک پیشانی شکست که مرز ناحیه‌ی مضحمل شده‌ی  $V-V_{\Sigma}$  می‌باشد، در جسم انتشار می‌یابد.  $t_{II}$  نیز زمانی می‌باشد که صدمه از مرحله‌ی شکست پنهان خارج شده و در حالت رشد قرار گرفته است. از نظر ریاضی با یک مساله‌ی مقدار اولیه با مرز متحرک روبرو بوده و ممکن است با مساله‌ی مقدار اولیه در  $V-V_{\Sigma}$  تعریف گردد.

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{ij}^c}{dt} &= f_{ij}(R_{kl}^{\Sigma}(\varepsilon_{mn}^c) + \sigma_{kl}^{\Sigma}, \omega) \\ \frac{d\omega}{dt} &= g(R_{kl}^{\Sigma}(\varepsilon_{mn}^c) + \sigma_{kl}^{\Sigma}, \omega) \end{aligned} \quad (70)$$

$$\varepsilon_{ij}^c(t_I) = \varepsilon_{ij}^I, \quad \omega(t_I) = \omega_I$$

مشروط به شرایط به سبب حرکت پیشانی شکست، مسایل الاستیک معادل و باقیمانده باید بر حسب موقعیت آئی ماده‌ی سالم بار دیگر رابطه سازی شوند، بنابراین نشان دهنده‌ی تنش الاستیک معادل برای منطقه‌ی  $V-V_\Sigma$  بوده و  $R_{ij}^\Sigma$  نشان دهنده‌ی الاستیک باقیمانده برای توزیع کرنش خزشی اعمال شده در منطقه‌ی  $V-V_\Sigma$  می‌باشد [39, 40].

#### ۵-۵- گسیختگی خزشی همدمایی برای یک مخزن تحت فشار استوانه‌ی جدار ضخیم

خزش همدما یعنی تحت بارگذاری ثابت در یک دمای ثابت گسیختگی رخ دهد. با این فرض که شعاع‌های داخلی و خارجی مخزن استوانه‌ای به ترتیب  $b, a$  و فشار داخلی  $P$  آن در حالت کرنش صفحه‌ای قرار گرفته باشد، آنگاه معادلات اساسی میدان با در نظر گرفتن خزش تنها به فرم زیر می‌باشد [39, 41].

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{3}{2} \frac{f(\bar{\sigma})}{\bar{\sigma}} \times \frac{1}{2} (\sigma_r - \sigma_\theta), \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{3}{2} \frac{f(\bar{\sigma})}{\bar{\sigma}} \times \frac{1}{2} (\sigma_\theta - \sigma_r), \quad \dot{\varepsilon}_z = 0$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{3}{4} (\sigma_\theta - \sigma_r)^2$$

(۷۱)

با فرض غیرقابل تراکم بودن حالت کرنش صفحه‌ای بنابراین  $\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\varepsilon}_z = 0$

$$\dot{\omega} = D \frac{\phi(\sigma)^k}{(1-\omega)^k} \dot{\varepsilon}_c = B \frac{\bar{\sigma}^{n-1}}{(1-\omega)^n} S,$$

فرض می‌شود. می‌توان نشان

در اینجا خزش گذرای حاصل از صدمه دیدن ماده بر اساس معادلات

داد که مساله‌ی مقدار ویژه برای این کرنش‌های خزشی در مرحله‌ی شکست پنهان به شکل زیر است.

$$\frac{d\dot{\varepsilon}_r^c}{dr} = B \frac{\bar{\sigma}^{n-1}}{(1-\omega)^n} \left[ \sigma_r - \frac{1}{2} (\sigma_\theta + \sigma_z) \right], \quad \frac{d\dot{\varepsilon}_\theta^c}{dr} = B \frac{\bar{\sigma}^{n-1}}{(1-\omega)^n} \left[ \sigma_\theta - \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_z) \right]$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2} \left[ (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_\theta + \sigma_z)^2 \right]$$

(۷۲)

تنش‌ها توسط روابط زیر به کرنش‌های خزشی مربوط می‌شوند.

$$\sigma_r = R_r(\varepsilon_r^c, \varepsilon_\theta^c) + \sigma_r^0, \quad \sigma_\theta = R_\theta(\varepsilon_r^c, \varepsilon_\theta^c) + \sigma_\theta^0, \quad \sigma_z = R_z(\varepsilon_r^c, \varepsilon_\theta^c) + \sigma_z^0$$

(۷۳)

بر حسب تنش‌های الاستیک معادل:

$$\sigma_r^0 = \frac{pa^2}{b^2 - a^2} \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right), \quad \sigma_\theta^0 = \frac{pa^2}{b^2 - a^2} \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right), \quad \sigma_z^0 = \frac{pa^2}{b^2 - a^2} \times 2\nu$$

(۷۴)

و عملگرهای باقیمانده عبارتند از [39]:

$$R_r = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ \int_a^r \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta - \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \times \frac{b^2}{r^2} \int_a^b \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta \right\} + \frac{E(1-2\nu)}{2(1-\nu^2)} \times \frac{1}{r^2} \left\{ \int_a^r \eta \varepsilon_z^c d\eta - \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b \eta \varepsilon_z^c d\eta \right\}$$

$$R_\theta = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ \int_a^r \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta - \frac{r^2 + a^2}{b^2 - a^2} \times \frac{b^2}{r^2} \int_a^b \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta \right\} - \frac{E(1-2\nu)}{2(1-\nu^2)} \times \frac{1}{r^2} \times$$

$$\left\{ \int_a^r \eta \varepsilon_z^c d\eta - \frac{r^2 + a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b \eta \varepsilon_z^c d\eta \right\} - \frac{E}{1-\nu^2} \times (\varepsilon_\theta^c + \nu \varepsilon_z^c)$$

$$R_z = \frac{E\nu}{1-\nu^2} \left\{ \int_a^r \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta - \frac{b^2}{b^2 - a^2} \int_a^b \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta \right\} - \frac{E\nu(1-2\nu)}{1-\nu^2} \times \frac{1}{b^2 - a^2} \times \int_a^b \eta \varepsilon_z^c d\eta + \frac{E}{1-\nu^2} [\nu \varepsilon_r^c - (1-\nu) \varepsilon_z^c]$$

(۷۵)



و با توجه به غیر قابل تراکم بودن ماده  $\varepsilon_z^c = -(\varepsilon_r^c, \varepsilon_\theta^c)$  و معادلات اخیر با در نظر گرفتن رابطه‌ی صدمه کامل می‌شوند. در اینجا از یک معیار تنش اصلی بیشینه استفاده شده است. برای استوانه‌ی تحت فشار جدار ضخیم، تنش بیشینه  $\sigma_\theta$  می‌باشد که همیشه مثبت است. بنابراین [39]:

$$\frac{d\omega}{dt} = D \left( \frac{\sigma_\theta}{1-\omega} \right)^k \quad (76)$$

حال با در نظر گرفتن  $E_r^c = \frac{\varepsilon_r^c}{\sigma_0/E}$ ,  $S_r = \frac{\sigma_r}{\sigma_\theta}$  و یک مقیاس زمانی نرمالیزه شده‌ی  $\tau = E\sigma_0^{n-1} \int Bdt$  نرمال‌سازی انجام می‌شود، بنابراین [39]:

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{1}{1+k} \right) \left( \frac{S_\theta}{1-\omega} \right)^k \quad (77)$$

که در آن  $\tau_0 = \frac{EB/D}{(1+k)\sigma_0^{n-1+k}}$  به عنوان زمان گسیختگی نرمالیزه شده‌ی یک نمونه‌ی تک محوره تحت تنش اولیه‌ی  $\sigma_0$  بکار گرفته شده

است. با لحاظ کردن  $\tau_0 = 1$  جواب به پارامتر بار  $p_0 = \frac{p}{\sigma_0}$  بستگی خواهد داشت. حال با لحاظ نمودن تعدادی نقطه در ضخامت استوانه در

جهت شعاعی، مانند  $r_i, i=1,2,3,\dots,M$  مساله به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی مناسب برای حل عددی تبدیل می‌شود. حال اگر

شعاع پیشانی شکست  $C(t)$  باشد، ماده در ناحیه‌ی  $c \leq r \leq b$  دچار شکست شده است. معادلات تنش در راستای سه محور برای انتشار پیشانی شکست تغییر می‌یابند.

$$\sigma_r = R_r^\Sigma(\varepsilon_r^c, \varepsilon_\theta^c) + \sigma_r^\Sigma, \quad \sigma_\theta = R_\theta^\Sigma(\varepsilon_r^c, \varepsilon_\theta^c) + \sigma_\theta^\Sigma, \quad \sigma_z = R_z^\Sigma(\varepsilon_r^c, \varepsilon_\theta^c) + \sigma_z^\Sigma \quad (78)$$

و تنش‌های الاستیک معادل برای ناحیه‌ی  $a \leq r \leq c$  عبارتند از:

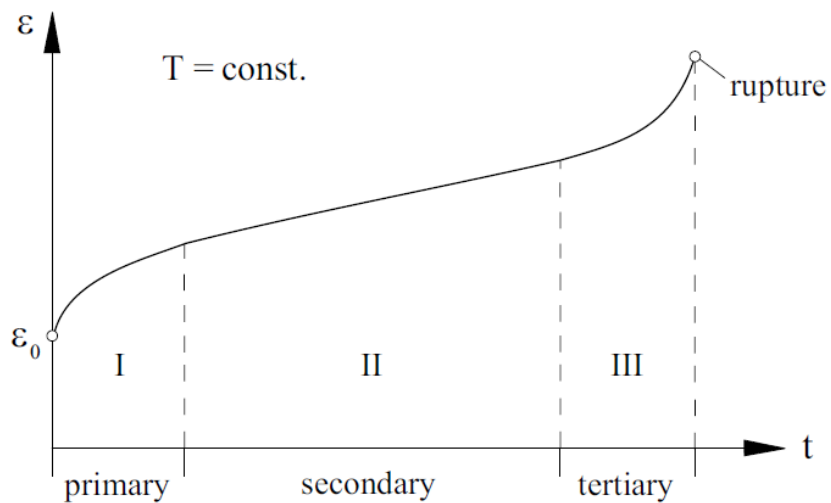
$$\sigma_r^\Sigma = \frac{pa^2}{c^2-a^2} \left( 1 - \frac{c^2}{r^2} \right), \quad \sigma_\theta^\Sigma = \frac{pa^2}{c^2-a^2} \left( 1 + \frac{c^2}{r^2} \right), \quad \sigma_z^\Sigma = \frac{pa^2}{c^2-a^2} \times 2\nu \quad (79)$$

و عملگرهای باقیمانده عبارتند از:

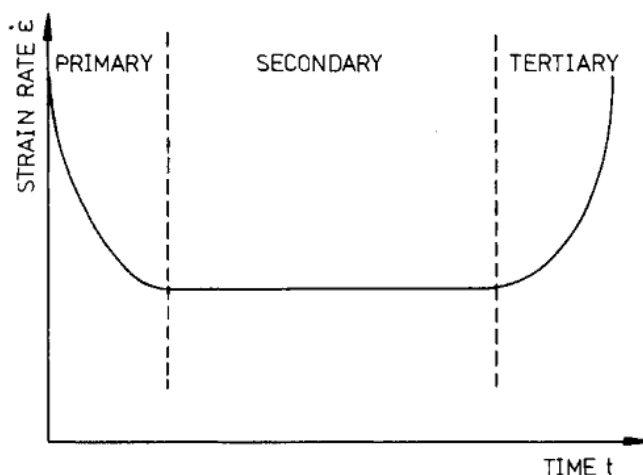
$$\begin{aligned}
 R_r^\Sigma &= \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ \int_a^r \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta - \frac{r^2 - a^2}{c^2 - a^2} \times \frac{c^2}{r^2} \int_a^c \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta \right\} + \frac{E(1-2\nu)}{2(1-\nu^2)} \times \frac{1}{r^2} \\
 &\quad \left\{ \int_a^r \eta \varepsilon_z^c d\eta - \frac{r^2 - a^2}{c^2 - a^2} \int_a^c \eta \varepsilon_z^c d\eta \right\} \\
 R_\theta^\Sigma &= \frac{E}{2(1-\nu^2)} \left\{ \int_a^r \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta - \frac{r^2 + a^2}{c^2 - a^2} \times \frac{c^2}{r^2} \int_a^c \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta \right\} - \frac{E(1-2\nu)}{2(1-\nu^2)} \times \frac{1}{r^2} \times \\
 &\quad \left\{ \int_a^r \eta \varepsilon_z^c d\eta + \frac{r^2 + a^2}{c^2 - a^2} \int_a^c \eta \varepsilon_z^c d\eta \right\} - \frac{E}{1-\nu^2} \times (\varepsilon_\theta^c + \nu \varepsilon_z^c) \\
 R_z^\Sigma &= \frac{E\nu}{1-\nu^2} \left\{ \int_a^r \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta - \frac{c^2}{c^2 - a^2} \int_a^c \frac{\varepsilon_r^c - \varepsilon_\theta^c}{\eta} d\eta \right\} - \frac{E\nu(1-2\nu)}{1-\nu^2} \times \frac{1}{c^2 - a^2} \times \int_a^c \eta \varepsilon_z^c d\eta \\
 &\quad + \frac{E}{1-\nu^2} [\nu \varepsilon_r^c - (1-\nu) \varepsilon_z^c]
 \end{aligned}
 \tag{۸۰}$$

#### ۵-۶- تخمین زمان شکست در سازه‌های در حال از هم پاشیدگی

در حالت آرمانی، یک حدس محافظ کارانه‌ی حد پایین عمر سازه پیش‌بینی می‌شود. حال با در نظر گرفتن جسم پیوسته دارای حجم مشخص  $V$  که روی سطح آن بارگذاری می‌شود و دارای تکیه‌گاه‌های مشابهی می‌باشد، برای تعیین این حد معادلات ریاضی مورد نیاز است [38]. شکل‌های ۲ و ۳ منحنی‌های خزش و شماتیک منحنی نرخ خزش بر حسب زمان در سه مرحله خزش را برای سه مرحله نشان می‌دهد.



شکل ۲. شماتیک منحنی خزش در سه مرحله [39]



شکل ۳. شماتیک منحنی نرخ خزش بر حسب زمان در سه مرحله‌ی خزش [39]

فرض می‌شود که  $\Omega_k = D\phi^k(\sigma)$  که در قانون صدمه یا آسیب ظاهر می‌شود، محدب است، تنها تابع  $\phi$  لازم است محدب باشد. پس یک فرضیه برای ماده‌ی تحت خزش یکنواخت بامعادله‌ی حاکم زیر تعریف می‌گردد.

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\Omega_k}{d\sigma} \quad (81)$$

حال حد بالای عمر مساله‌ی سازه‌ای را در نظر بگیرید که از ماده‌ای در حال از هم پاشیدگی، که بر اساس معادلات مربوط به  $\dot{\omega}, \dot{\epsilon}_c$  تعریف می‌گردد، تشکیل شده است، آنگاه حد بالای زمان گسیختگی یک سازه به فرم زیر می‌باشد [38].

$$t_{II} \leq \frac{V}{(k+1)D \int_V \phi^k(\sigma_\phi) dV} \quad (82)$$

وقتی که  $\sigma_\phi$  توزیع تنش یکنواخت برای همان سازه ولی ماده‌ای است که با رابطه‌ی  $\dot{\epsilon} = \frac{d\Omega_k}{d\sigma}$  تعریف می‌شود. با توجه به منحنی‌های خزش استاندارد، مشاهده می‌شود که دوره‌ی خزش سوم که به گسیختگی می‌انجامد، به دنبال یک دوره‌ی خزش یکنواخت اتفاق می‌افتد، بنابراین برای بارهای ساده، یک تخمین روشن برای عمر، ساده فرض می‌شود و آن اینکه هیچ توزیع مجدد تنش رخ نمی‌دهد و تنش‌های قبل از گسیختگی با مقادیر حالت یکنواخت یکی است. بنابراین با توجه به معادله‌ی صدمه، سرعت رشد صدمه در هر نقطه از سازه در حالت یکنواخت عبارتست از: [39,41]:

$$\frac{d\omega}{dt} = D \frac{\phi(\sigma^{ss})^k}{(1-\omega)^k} \quad (82)$$

که در آن  $\sigma^{ss}$  بردار تنش‌های حالت یکنواخت اصلی است.

#### ۷-۵- مدل‌های خزش نورتن و آسیب لیو-موراکامی

مدل نمایی رفتار خزشی نورتن، با دست بالا گرفتن کرنش خزشی رخ داده در ناحیه‌ی نخست خزش که رویکردی محتاطانه است، نرخ کرنش خزشی را در طول فرآیند به دست می‌دهد. این رابطه به خوبی تغییرشکل رخ داده در ناحیه‌ی حالت پایای خزش در سطوح تنش پایین را برازش می‌نماید [42].

$$\dot{\epsilon} = A\sigma^n \quad (۸۳)$$

که در آن  $A, n$  ثوابت ماده هستند که به دما وابسته‌اند.

پارامتر آسیب  $D$  نخستین بار در سال ۱۹۵۷ توسط کاجانوف برای بررسی رفتار خزشی مواد معرق=فی شد که مقیاسی از مقدار آسیب به وجود آمده در ماده می‌باشد [43]. این پارامتر بین صفر برای ماده‌ی کاملاً سالم و یک برای یک ماده‌ی کاملاً آسیب دیده که دچار واماندگی شده است تعریف می‌گردد. از آنجا که در سطوح تنش بالا سهم عمده‌ی آن از عمر قطعات در ناحیه‌ی سوم خزشی سپری می‌شود مدل‌های آسیب خزشی با در نظر گرفتن تمامی مراحل خزشی و زوال ماده گزینه‌های مناسب‌تری برای مدل کردن رفتار=تار خزشی است [42].

مدل‌های آسیب خزشی توسط یک زوج معادله که یکی از آنها گسترش آسیب در ماده و دیگری نرخ کرنش را بر حسب پارامتر آسیب توضیح می‌دهد. تشکیل شده‌اند. مدل‌های آسیب خزشی لیو-مورا کامی [44] زوج روابط ۸۴ به صورت گسترده در پیش‌بینی توزیع تنش و کرنش در دمای بالا به کار برده می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_c = \frac{3}{2} A \sigma_{eq}^{n-1} S_{ij} \exp \left[ \frac{2(n+1)}{\pi \sqrt{1 + \frac{3}{n}}} \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_{eq}} \right)^2 D^{1.5} \right] \\ \dot{D} = \frac{M(1 - \exp(-q_2))}{q_2} \sigma_{rup} x_{\exp}(q_2 D) \end{cases} \quad (۸۴)$$

در این روابط  $S_{ij}$  تانسور تنش انحرافی و  $D$  پارامتر آسیب و  $\varphi, x, q_2, M, m, n, A$  ثابت‌های وابسته به دما هستند. برای در نظر گرفتن حالت سه محوره تنش در قطعات تنش پارگی به صورت ۸۵ در روابط ظاهر شده است. در این رابطه  $\sigma_1$  تنش اصلی بیشینه و  $\sigma_{eq}$  تنش معادل ون مایسز و  $\alpha$  ثابت چند محورگی تنش است که بین صفر و یک قرار دارد [45,46].

$$\sigma_{rup} = \alpha \sigma_1 + (1 - \alpha) \sigma_{eq} \quad (۸۵)$$

همچنین در جدول زیر خلاصه‌ای از آخرین تحقیقات به همراه معایب و مزایای آنها مورد مقایسه قرار گرفته است.

نام محقق	عنوان تحقیق	سال	مزیت	عیب
فابیو فیگیری و همکاران	تحلیل تنش الاستوپلاستیک لوله های FGM جدار ضخیم	۲۰۱۵	بررسی سازه های الاستیک - پلاستیک با روش تغییر فرم شبه استاتیکی	لحاظ نمودن کرنش های کوچک
جی کی رایت و همکاران	خزش و گسیختگی خزشی آلیاژ ۶۱۷	۲۰۱۷	کاربرد قانون خزش توانی و پارامتر لارسون میلر	استفاده از مدل‌های سنتی خزش
م صادقی و همکاران	پارامترهای موثر بر روی عمر خستگی مخازن تحت فشار کامپوزیتی اتوفرناژ شده	۲۰۱۷	استفاده از کدهای ASME برای محاسبه عمر خستگی	بررسی نشدن اثر دما

فرید وکیلی و تهامی همکارش	استفاده از مدل بنیادی خزشی توسعه یافته برای طراحی بهینه لوله های پلی اتیلن چگالی بالا	۲۰۱۷	استفاده از داده های آزمایشگاهی و روش های بهینه سازی	همگن بودن جنس لوله
مانوچ سهنی و همکاران	رفتار خزشی تحت تقویت کننده حجمی نمایی SiCP در استوانه های دوار کامپوزیتی	۲۰۱۷	مقایسه توزیع تنش در دو حالت FGM و همگن	بررسی نشدن گسیختگی خزشی
بولتون	تحلیل قابلیت اعتماد و برون یابی داده های گسیختگی خزشی	۲۰۱۷	کاربرد مدل های تحلیلی و مقایسه آنها	ماده همگن
عباس لقمان و همکارش	ارزیابی عمر و آسیب خزشی رآکتورهای کروی جدار ضخیم با استفاده از مدل لارسون میلر	۲۰۱۷	آسیب خزشی مخزن کروی جدار ضخیم	ماده همگن و فشار بدون اتوفرتاژ
الف سید و همکاران	شبه سازی رفتار تغییر فرم غیر ایزوتوپیک لوله های تحت فشار تحت شرایط درجه حرارت بالا	۲۰۱۷	ماده غیر همگن و اثر درجه حرارت	در نظر نگرفتن فشار اتوفرتاژ و گسیختگی

#### ۷- جمع بندی

بررسی پدیده خزش در سازه ها و مواد در نهایت به گسیختگی خزشی می انجامد که یا با یک مکانیزم نرم ایجاد می شود که به دو فرم کرنش های بزرگ و یا با ترد شدن مواد اتفاق می افتد. در این میان مخازن تحت فشار نیز از این حیث مستثنی نیستند. هدف از بررسی گسیختگی خزشی مخازن، مطالعه شکست خزشی آنها در طول عمر مورد انتظارشان می باشد. در مطالعات صورت گرفته تنش های غشایی و شعاعی و همچنین زمان عمر گسیختگی و مقدار صدمه یا آسیب و نرخ کرنش خزشی متغیرهای وابسته می باشند و ابعاد مخزن و ثابت های مادی مربوط به مدل های مورد استفاده و روابط بکاررفته نیز متغیرهای مستقل هستند. از آنجا که تولید و تست مواد و سازه های مدرج تابعی همواره با محدودیتهایی روبرو می باشد عمده تحقیقات صورت گرفته تحلیلی، تئوری و نرم افزاری می باشد. برای مدل سازی مخزن تابعی مدرج (FGM) در نرم افزار تغییرات ضخامت مخزن را به صورت لایه لایه در نظر می گیرند و از روش اختلاف محدود نیز در صورت امکان جهت حل عددی معادلات مخازن استفاده شده است.

#### فهرست مراجع

- [1] "Engineering plasticity," Eng. Anal., 1984.
- [2] M. H. Kargarnovin, A. Rezai Zarei, and H. Darijani, "Wall thickness optimization of thick-walled spherical vessel using thermo-elasto-plastic concept," *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, 2005.
- [3] M. H. Hojjati and A. Hassani, "Theoretical and finite-element modeling of autofrettage process in strain-hardening thick-walled cylinders," *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, 2007.
- [4] M. H. Kargarnovin, H. Darijani, and R. Naghdabadi, "Evaluation of the optimum pre-stressing pressure and wall thickness determination of thick-walled spherical vessels under internal pressure," *J. Franklin Inst.*, 2007.
- [5] H. Darijani, M. H. Kargarnovin, and R. Naghdabadi, "Design of spherical vessels under steady-state thermal loading using thermo-elasto-plastic concept," *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, 2009.
- [6] M. Perl and J. Perry, "A numerical model for evaluating the residual stress field in an autofrettaged spherical pressure vessel incorporating the bauschinger effect," in *American Society of Mechanical Engineers, Pressure Vessels and Piping Division (Publication) PVP*, 2008.

- [7] M. Jabbari, A. Bahtui, and M. R. Eslami, "Axisymmetric mechanical and thermal stresses in thick short length FGM cylinders," *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, 2009.
- [8] Z. S. Shao, "Mechanical and thermal stresses of a functionally graded circular hollow cylinder with finite length," *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, 2005.
- [9] A. Loghman, R. K. Faegh, and M. Arefi, "Two dimensional time-dependent creep analysis of a thick-walled FG cylinder based on first order shear deformation theory," *Steel Compos. Struct.*, 2018.
- [10] M. Omidi Bidgoli, A. Loghman, M. Arefi, and R. K. Faegh, "Transient stress and deformation analysis of a shear deformable FG rotating cylindrical shell made of AL-SIC subjected to thermo-mechanical loading," *Aust. J. Mech. Eng.*, 2020.
- [11] M. Omidi Bidgoli, A. Loghman, and M. Arefi, "Three-Dimensional Thermo-Elastic Analysis of a Rotating Cylindrical Functionally Graded Shell Subjected to Mechanical and Thermal Loads Based on the FSDT Formulation," *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2019.
- [12] A. N. Eraslan and T. Akis, "Plane strain analytical solutions for a functionally graded elastic-plastic pressurized tube," *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, 2006.
- [13] T. Akis, "Elastoplastic analysis of functionally graded spherical pressure vessels," *Comput. Mater. Sci.*, 2009.
- [14] B. Haghpanah Jahromi, G. H. Farrahi, M. Maleki, H. Nayeb-Hashemi, and A. Vaziri, "Residual stresses in autofrettaged vessel made of functionally graded material," *Eng. Struct.*, 2009.
- [15] F. Figueiredo, L. Borges, and F. Rochinha, "Elasto-plastic stress analysis of thick-walled FGM pipes," in *AIP Conference Proceedings*, 2008.
- [16] J. Huang, Y. Lu, and C. Shen, "Thermal elastic-plastic limit analysis and optimal design for composite cylinders of ceramic/metal functionally graded materials," in *Materials Science Forum*, 2003.
- تحت اثر گرادیان دما و فشار. پایان نامه کارشناسی ارشد دانشکده ۱۷FG. پرویزی، علی، (۱۳۹۱). تحلیل الاستو-پلاستیک مخازن جدار ضخیم مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف.
- [18] M. Maleki, G. H. Farrahi, B. Haghpanah Jahromi, and E. Hosseini, "Residual stress analysis of autofrettaged thick-walled spherical pressure vessel," *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, 2010.
- [19] M. Omidi Bidgoli, A. Loghman, and M. Arefi, "Three-Dimensional Thermo-Elastic Analysis of a Rotating Cylindrical Functionally Graded Shell Subjected to Mechanical and Thermal Loads Based on the FSDT Formulation," *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2019.
- [20] M. Arefi, M. Nasr, and A. Loghman, "Creep analysis of the FG cylinders: Time-dependent non-axisymmetric behavior," *Steel Compos. Struct.*, 2018.
- [21] M. E. Kassner, *Fundamentals of Creep in Metals and Alloys: Third Edition*. 2015.
- [22] N. O'Dowd, "Advanced Fracture Mechanics: Lectures On Fundamentals Of Elastic, Elastic-Plastic And Creep Fracture," *J. Eng. Mater. Technol.*, 2002.
- [23] J. T. Boyle, J. Spence, and Z. P. Bazant, "Stress Analysis for Creep," *J. Appl. Mech.*, 1984.
- [24] A. J. Kennedy, "Design For Creep," *Int. Metall. Rev.*, 1972.
- [25] J. Mackerle, "Creep and creep fracture/damage finite element modelling of engineering materials and structures: An addendum," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2004.

- [26] K. Nuamenko and H. Altenbach, *Modeling of Creep for Structural Analysis*. 2012.
- [27] Y. Liu and S. Murakami, "Damage localization of conventional creep damage models and proposition of a new model for creep damage analysis," *JSME Int. Journal, Ser. A Solid Mech. Mater. Eng.*, 1998.
- [28] "Creep rupture of structures," *Proc. R. Soc. London. A. Math. Phys. Sci.*, 1974.
- [29] F. A. Leckie and D. R. Hayhurst, "Constitutive equations for creep rupture," *Acta Metall.*, 1977.
- [30] M. Babaei, K. Asemi, and F. Kiarasi, "Dynamic analysis of functionally graded rotating thick truncated cone made of saturated porous materials," *Thin-Walled Struct.*, 2021.
- [31] M. Babaei and K. Asemi, "Static, dynamic and natural frequency analyses of functionally graded carbon nanotube annular sector plates resting on viscoelastic foundation," *SN Appl. Sci.*, 2020.
- [32] M. Babaei, M. H. Hajmohammad, and K. Asemi, "Natural frequency and dynamic analyses of functionally graded saturated porous annular sector plate and cylindrical panel based on 3D elasticity," *Aerosp. Sci. Technol.*, 2020.
- [33] M. Babaei, K. Asemi, and F. Kiarasi, "Static response and free-vibration analysis of a functionally graded annular elliptical sector plate made of saturated porous material based on 3D finite element method," *Mech. Based Des. Struct. Mach.*, 2020.
- [34] K. Asemi, M. Akhlaghi, M. Salehi, and S. K. Hosseini Zad, "Analysis of functionally graded thick truncated cone with finite length under hydrostatic internal pressure," *Arch. Appl. Mech.*, 2011.
- [35] K. Asemi, M. Salehi, and M. Akhlaghi, "Three dimensional static analysis of two dimensional functionally graded plates," *Int. J. Recent Adv. Mech. Eng.*, 2013.
- [36] F. Kiarasi, M. Babaei, R. Dimitri, and F. Tornabene, "Hygrothermal modeling of the buckling behavior of sandwich plates with nanocomposite face sheets resting on a Pasternak foundation," *Contin. Mech. Thermodyn.*, 2020.
- [37] J. Lemaitre and R. Desmorat, *Engineering damage mechanics: Ductile, creep, fatigue and brittle failures*. 2005.
- [38] M. E. Kassner, *Fundamentals of Creep in Metals and Alloys: Third Edition*. 2015.
- [39] N. O'Dowd, "Advanced Fracture Mechanics: Lectures On Fundamentals Of Elastic, Elastic-Plastic And Creep Fracture," *J. Eng. Mater. Technol.*, 2002.
- [40] J. T. Boyle, J. Spence, and Z. P. Bazant, "Stress Analysis for Creep," *J. Appl. Mech.*, 1984.
- [41] A. J. Kennedy, "Design For Creep," *Int. Metall. Rev.*, 1972.
- [42] J. Mackerle, "Creep and creep fracture/damage finite element modelling of engineering materials and structures: An addendum," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2004.
- [43] K. Nuamenko and H. Altenbach, *Modeling of Creep for Structural Analysis*. 2012.
- [44] Y. Liu and S. Murakami, "Damage localization of conventional creep damage models and proposition of a new model for creep damage analysis," *JSME Int. Journal, Ser. A Solid Mech. Mater. Eng.*, 1998.
- [45] "Creep rupture of structures," *Proc. R. Soc. London. A. Math. Phys. Sci.*, 1974.

[46] F. A. Leckie and D. R. Hayhurst, "Constitutive equations for creep rupture," *Acta Metall.*, 1977.