مجله پژوهش و کاربرد در مکانیک دوره ۱۳ شماره ۱ سال ۱۴۰۲ (۲۰۲۳) ۷۰-۵۳

JMRA
مجله پژوهش و کاربرد در مکانیک

تحلیل فرکانس های ارتعاشی نانوپوسته های کروی تقویت شده با نانو لوله های کربنی با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر موضعی

احسان پویان فر [۱]، جلیل جمالی [۲]

[۱] دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک گرایش طراحی کاربردی،دانشکده فنی و مهندسی ،دانشگاه آزاد واحد شوشتر

[۲] استادیار، گروه مکانیک ،دانشکده فنی و مهندسی،دانشگاه آزاد واحد شوشتر

(ایمیل نویسنده مسئول مقاله: jalil.jamali@iau.ac.ir)

چکیده :

در این مقاله ، با استفاده از تئوری الاستیسته غیرموضعی فرکانس های ارتعاشی نانو پوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی مورد تحلیل واقع میگردد. علاوه بر این یک مدل جدید جهت تحلیل ارتعاشی نانوپوسته های تقویت شده ارائه میشود.

در ابتدا برای تعیین معادلات ارتعاشی با در نظر گرفتن معادلات میدان جابه‌جایی بر اساس تئوری جدید تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر، روابط جابه‌جایی مربوط به نانوپوسته ها نوشته شد. در مرحله ی بعد، پس از جایگذاری میدان جابه جایی در روابط کرنش – جابه‌جایی با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرموضعی، روابط تنش بر حسب کرنش به دست آورده شد و سپس روابط به دست آمده در اصل همیلتون جای گذاری گردید تا معادلات ارتعاشی به دست آیند. آن‌گاه معادلات ارتعاشی به دست آمده با استفاده از روش ناویر حل میشوند تا فرکانسهای طبیعی نانوپوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی تعیین گردند.

در نهایت معادلات به دست آمده با نرم افزار MATLAB حل شده و به تحلیل نتایج به دست آمده و جمع آوری آنها پرداخته میشود.

واژهای کلیدی:تحلیل فرکانس های ارتعاشی نانوپوسته ، نانو پوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی ، میدان جابجایی سه بعدی نانو پوسته

Vibration Analysis of Carbon Nanotube-Reinforced Composite Spherical Nano Shells Based on Nonlocal Elasticity Theory

Abstract:

In this work, the analysis of the nonlocal elasticity of the vibrating frequencies of Nano-shells reinforced with carbon nanotubes is presented.

In addition, a new model for vibration analysis of reinforced Nano-Shells is presented.

And other objectives of this paper are study the effects of various parameters, including Nano size dimensions in the model. First, for determining the vibrational equations, theory displacement field equations, based on the new theory of higher-order shear deformation, the strain-transverse relation of the nanoscale is written. In the next step, the displacement field is placed in the strain-displacement relation. Then, using stress-nonlocal elasticity theory, strain relations are obtained by strain. Then the obtained relations are originally proposed by Hamilton to obtain vibrational equations. Then, by placing stress-strain relations-strain-displacement in the motion equations, the motion equations are expressed in terms of displacement components. Then, the vibrational equations obtained by using the neural method are solved to obtain the natural frequencies of the reinforced Nano-tubes Determined by carbon. The next step involves solving the equations obtained with MATLAB software. Finally, we analyze the results and collect them.

Key words: Nano-shell vibrating frequency, Nanotubes reinforced with carbon nanotubes,3D displacement field of Nano shell

مقدمه:

با توجه به کاربردهای گسترده نانوپوسته ها در صنعت، تحلیل مکانیکی آنها ضروری میباشد. در این مقاله به تحلیل ارتعاشات نانوپوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی پرداخته میشود. جهت مدلسازی نانوپوسته ها، علاوه بر تئوری الاستیسیته غیرمحلی، به یک تئوری دیگر نیاز میباشد. در چند سال گذشته، چندین تئوری و میدان جابه جایی ارائه شده است. در این پژوهش از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر استفاده شده است که بر خلاف بسیاری از تئوری های تغییر شکل برشی دیگر، ترکیبی از دو تابع مثلثاتی و چندجمله ای میباشد و توزیع برشی را در راستای ضخامت با بیشترین دقت ممکن، مدلسازی میکند. به بیان دقیق‌تر، هدف کلی از مطالعه ی حاضر، به دست آوردن فرکانس های طبیعی نانو پوسته میباشد.

رضوی و همکارانش[۱] به تحلیل ارتعاشات آزاد نانوپوسته های مدرج تابعی مجهز به وصله های پیزوالکتریک با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده پرداختند.

انصاری و همکارانش[۲] به بررسی عددی ارتعاشات پوسته های مخروطی مدرج تابعی تقویت شده با نانولوله های کربنی تحت بار محوری پرداختند.

ویلا و همکارانش[۳] به بررسی ارتعاشات آزاد نانوپوسته های کروی با در نظر گرفتن اثرات خمشی با استفاده از تئوری الاستیسیته غیر موضعی پرداخته اند.

حیدرپور و همکارانش[۴] به تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته های شبه مخروطی مدرج تابعی تحت فشار داخلی بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول پرداختند.

خورشیدی و همکارانش[۵] ارتعاشات آزاد نانوورقهای مستطیلی مدرج تابعی را مورد بررسی قرار دادند.

نامی و همکارانش[۶] ارتعاشات آزاد نانوورقهای مدرج تابعی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه دوم و تئوری الاستیسیته ی غیرموضعی آنالیز کردند.

مهین‌زارع و همکارانش[۷] به تحلیل ارتعاشات آزاد دو بعدی نانوورقهای مدرج تابعی مجهز به وصله های پیزوالکتریک پرداختند. خواص نانوورق، طبق توزیع توانی، در ضخامت تغییر میکند.

ارسوی و همکارانش[۸] به تحلیل فرکانس های پوسته های مدرج تابعی و ورقهای حلقوی با استفاده از متد مربعات دیفرانسیلی تعمیم یافته پرداختند.

غلامی و همکارانش [۹] به آنالیز کمانش و ارتعاشات آزاد میکرو و نانو پوسته‌های استوانه‌ای با استفاده از تئوری‌های تغییر شکل برشی مرتبه اول و گردیان کرنشی پرداختند.

منتاری و همکارانش[۱۰] به تحلیل ارتعاشات ورق ها و پوسته های چندلایه با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر پرداختند.

محققان در بیشتر تحلیلهای میکرو و نانوساختارها، کماکان از تئوری های محیط پیوسته کلاسیک استفاده کرده اند و تاثیر بعد نانو در پژوهش را در نظر نمی‌گیرند [۱۱].

همچنین از تئوری های تغییر شکل برشی استفاده میکنند که نتایج دقیقی به همراه ندارد.

تئوری الاستیسیته غیر موضعی ارتباط بین تنش ها در یک نقطه را با کرنش ها در تمام نقاط دیگر با در نظر گرفتن اثر اندازه در روابط مطرح می کند[۱۲].

در تئوری الاستیسیته غیر موضعی، تنش در یک نقطه تابعی از کرنش در تمام نقاط کانتینیوم است[۱۳].

در نانوساختارها، رابطه ی تنش بر حسب کرنش

برابر است با[۱۴]:

در اکثر تحلیلهای پیشین، از تغییر شکل برشی ناشی از خمش صفحات چشم پوشی شده است. در این پژوهش، به منظور تحقق اثر فضای نانو مقیاس، علاوه بر استفاده از تئوری الاستیسیته غیرمحلی و تئوری جدید تغییر شکل برشی بالاتر، از میدان جابه جایی سه بعدی استفاده میشود که سبب افزایش دقت نتایج میگردد.

$$\left(1-\mu\nabla^2\right)\sigma = t$$

اهداف ویژه تحقیق شامل موارد زیر میباشد.

۱.ارائه ی یک مدل جدید جهت تحلیل ارتعاشی نانوپوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی

۲. مطالعه اثرات پارامترهای مختلف از جمله ابعاد نانوپوسته در مدل ارائه شده.

فرضیات پژوهش

۱. نانوپوسته مورد بررسی، کروی میباشد.

۲. تکیه گاه های نانوپوسته، همگی ساده میباشند.

۳. برای لحاظ کردن اثر اندازه، از تئوری غیرموضعی ارینگن استفاده شده است.

۱.خواص مکانیکی کامپوزیت های تقویت شده با نانولوله های کربنی

خواص مکانیکی موثر (مدول برشی و مدول الاستیسیته) ماده نانوکامپوزیت با استفاده از قانون ترکیب اصلاح شده طبق رابطه (۱) ارائه میگردد . [۱۵]

$$E_{11} = \eta_1 V_{cn} E_{11}^{cn} + V_m E^m \tag{۱}$$

$$\frac{\eta_2}{E_{22}} = \frac{V_{cn}}{E_{22}^{cn}} + \frac{V_m}{E^m}$$

$$\frac{\eta_3}{G_{12}} = \frac{V_{cn}}{G_{12}^{cn}} + \frac{V_m}{G^m}$$

همچنین E^m و G^m به ترتیب بیانگر مدول یانگ و مدول برشی ماتریس میباشند.
$\eta_j\ (j=1,2,3)$ پارامتر کارایی نانولوله کربنی میباشد که جهت برشمردن اثرات اندازه در خواص مواد در نظر گرفته شده است.
علاوه بر توزیع یکنواخت (UD)[۱]، چهار نوع توزیع هدفمند نیز در راستای ضخامت در نظر گرفته شده است که عبارتند از مدرج تابعی چسبیده ، مدرج تابعی ویسکوالاستیک[۲]، مدرج تابعی معمولی و. FGX[۳]. در توزیع نوع FGA[۴] ، سطح خارجی پوسته کاملا از ماتریس تشکیل شده و سطح داخلی تنها شامل نانولوله های کربنی میباشد؛ حال آنکه توزیع FGV[۵] برعکس میباشد. در توزیع FGO[۶]، سطح میانی پوسته کاملا از نانولوله تشکیل شده و سطح خارجی و داخلی تنها از ماتریس تشکیل شده است. در توزیع نوع FGX نیز سطح میانی تنها حاوی ماتریس بوده و سطوح داخلی و خارجی کاملا حاوی نانولوله میباشند.کسر حجمی توزیع نانولوله کربنی در راستای ضخامت برای حالتهای مختلف به صورت رابطه (۲) ارائه میگردند. [۱۶]

$$
\begin{aligned}
&UD: V_{cn}=V_{cn}^{*}\\
&FGA: V_{cn}=\left(1-\frac{2z}{h}\right)V_{cn}^{*}\\
&FGV: V_{cn}=\left(1-\frac{2z}{h}\right)V_{cn}^{*}\\
&FGO: V_{cn}=\left(1-\frac{2|z|}{h}\right)V_{cn}^{*}\\
&FGX: V_{cn}=2\left(\frac{2|z|}{h}\right)V_{cn}^{*}
\end{aligned}
\qquad (۲)
$$

در رابطه فوق، V_{cn} و V_m به ترتیب کسر حجمی نانولوله کربنی و ماتریس میباشند و از رابطه $V_{cn}+V_m=1$ به دست می آیند. E_{11}^{cn}، E_{22}^{cn} و G_{12}^{cn} به ترتیب بیانگر مدول الاستیسیته و مدول برشی نانولوله کربنی میباشند.

[4] Functionally Graded Adhesive (FGA)
[5] Functionally Graded viscoelastic (FGV)
[6] Functionally Graded Ordinary (FGO)

[1] Uniformly distributed(UD)
[2] Viscoelasticity
[3] Functionally Graded carbon (FGO)

در رابطه بالا ، V_{cn}^* عبارت از : [۱۶]

$$V_{cn}^* = \frac{w_{cn}}{w_{cn} + \left(\frac{\rho^{cn}}{\rho^m}\right) - \left(\frac{\rho^{cn}}{\rho^m}\right) w_{cn}} \quad (۳)$$

در رابطه بالا، w_{cn} کسر جرمی نانولوله کربنی در کامپوزیت میباشد.

۲.تحلیل فرکانسی ارتعاشی نانوپوسته

میدان جابه‌جایی در نظر گرفته شده برای نانوپوسته طبق تئوری مرتبه بالاتر [۱۷].

(۴)

$$\bar{u}(\xi_1,\xi_2,\xi_3,t) = \left(1+\frac{\xi_3}{R_1}\right)u + \xi_3\left(y^*\phi_1 - \frac{\partial w}{a_1\partial\xi_1}\right) + f(\xi_3)\phi_1$$
$$\bar{v}(\xi_1,\xi_2,\xi_3,t) = \left(1+\frac{\xi_3}{R_2}\right)v + \xi_3\left(y^*\phi_2 - \frac{\partial w}{a_2\partial\xi_2}\right) + f(\xi_3)\phi_2$$
$$\bar{w}(\xi_1,\xi_2,\xi_3,t) = w$$

در رابطه ی (۴)، $u(\xi_1,\xi_2,t)$، $w(\xi_1,\xi_2,t)$، $v(\xi_1,\xi_2,t)$، $\phi_1(\xi_1,\xi_2,t)$، $\phi_2(\xi_1,\xi_2,t)$ پنج مجهول توابع جابه‌جایی برای سطح میانی صفحه هستند. تابع $f(\xi_3)$ به صورت زیر ارائه شده است [۱۷].

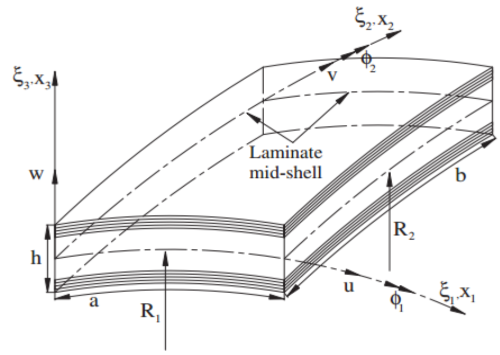
$$f(\xi_3) = \sin\left(\frac{\pi\xi_3}{h}\right) e^{m\cos\left(\frac{\pi\xi_3}{h}\right)}$$

روابط جابه جایی – کرنش طبق تئوری ورق و پوسته[۱۸]

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{a_1}\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\xi_1} + \frac{a_1}{R_1}\bar{w}\right)$$
$$\varepsilon_2 = \frac{1}{a_2}\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial\xi_2} + \frac{a_2}{R_2}\bar{w}\right)$$
$$\varepsilon_6 = \frac{1}{a_1}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\xi_1} + \frac{1}{a_2}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\xi_2} \quad (۵)$$
$$\varepsilon_4 = \frac{1}{a_2}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\xi_2} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial\xi_3}$$
$$\varepsilon_5 = \frac{1}{a_1}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\xi_1} + \frac{\partial\bar{u}}{\partial\xi_3}$$

در رابطه ی بالا، $\varepsilon_i\ (i=1,\dots,6)$ مولفه های کرنش هستند، $\bar{u}$، $\bar{v}$، $\bar{w}$ جابه جایی های روی سطح بوده و بردارهای a_1 و a_2 بردارهای مماس بر خطوط مختصات می باشند.

در شکل (۱) هندسه لایه میانی نازک پوسته مشاهده میشود.



شکل ۱ بیانگر ضخامت نانوپوسته، R_1 و R_2 شعاع های انحنای پوسته و a و b طول و عرض لایه ی درنظر گرفته شده میباشد. h

با جایگذاری رابطه ۴ در رابطه ۵ داریم:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{w}{R_1}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial \phi_1}{\partial x_1}-\frac{\partial^2 w}{\partial {x_1}^2}\right)+f\left(\xi_3\right)\frac{\partial \phi_1}{\partial x_1}\\
\varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial x_2}+\frac{w}{R_2}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial \phi_2}{\partial x_2}-\frac{\partial^2 w}{\partial {x_2}^2}\right)+f\left(\xi_3\right)\frac{\partial \phi_2}{\partial x_2}\\
\varepsilon_6 &= \frac{\partial v}{\partial x_1}+\frac{\partial u}{\partial x_2}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial \phi_2}{\partial x_1}+y^*\frac{\partial \phi_1}{\partial x_2}-2\frac{\partial^2 w}{\partial x_1\partial x_2}\right)+f\left(\xi_3\right)\left(\frac{\partial \phi_2}{\partial x_1}+\frac{\partial \phi_1}{\partial x_2}\right)\\
\varepsilon_4 &= y^*\phi_2+\frac{df\left(\xi_3\right)}{d\xi_3}\phi_2\\
\varepsilon_5 &= y^*\phi_1+\frac{df\left(\xi_3\right)}{d\xi_3}\phi_1
\end{aligned} \qquad (۶)$$

در معادله ی (۶)، x_i بیان کننده ی مختصات کارتزین (مستطیلی) میباشد و داریم:

$$a_j = \frac{\partial x_i}{\partial \varepsilon_j} \qquad , \qquad j=1,2 \qquad (۷)$$

با توجه به اینکه مقدار پارامتر ξ_3 نسبت به R ناچیز میباشد، از عبارت $\frac{\xi_3}{R}$ صرف نظر میکنیم بنابراین داریم:

$$1+\frac{\xi_3}{R_1}\to 1$$

$$1+\frac{\xi_3}{R_2}\to 1$$

طبق تئوری غیر موضعی پیوسته، تنش در یک نقطه مرجع، به کرنش در تمامی نقاط جسم وابسته است.

معادلات شامل تئوری الاستیسیته ی غیر موضعی برابر است با:

$$\left(1-\left(e_0a\right)^2\nabla^2\right)\sigma_{ij}=C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \qquad (۸)$$

در رابطه ی بالا، σ_{ij}، C_{ijkl} و ε_{kl} به ترتیب تانسور تنش الاستیسیته ی غیر موضعی، تانسور تنش مرتبه چهارم موضعی و تانسور کرنش میباشد. پارامتر e_0 ثابت الاستیسیته ی غیر موضعی متناسب با جنس ماده میباشد و پارامتر a طول مشخصه ی داخلی میباشد. بنابراین e_0a پارامتر غیر موضعی میباشد که بیانگر ضریب مقیاس میباشد. همچنین e_0a بیانگر تاثیر مقیاس کوچک بر روی مشخصه های مکانیکی میباشد.[۱۹]

با استفاده از معادله ی (۸)، رابطه ی تنش غیر موضعی برای لایه ی kام برابر است با .

$$\left(1-\mu\nabla^2\right)\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_6\\ \sigma_4\\ \sigma_5\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11}^{(k)} & Q_{12}^{(k)} & 0 & 0 & 0\\ Q_{12}^{(k)} & Q_{22}^{(k)} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}^{(k)} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^{(k)} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55}^{(k)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_6\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\end{Bmatrix} \qquad (۹)$$

با جایگذاری معادله ی (۶) در معادله ی (۹) داریم:

$$
\begin{aligned}
&\sigma_1-\mu\left(\frac{\partial^2\sigma_1}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\sigma_1}{\partial x_2^2}\right)=Q_{11}^{(k)}\left(\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{w}{R_1}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial\phi_1}{\partial x_1}-\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right)+f\ (\xi_3)\frac{\partial\phi_1}{\partial x_1}\right)\\
&+Q_{12}^{(k)}\left(\frac{\partial v}{\partial x_2}+\frac{w}{R_2}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial\phi_2}{\partial x_2}-\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}\right)+f\ (\xi_3)\frac{\partial\phi_2}{\partial x_2}\right)\\
&\sigma_2-\mu\left(\frac{\partial^2\sigma_2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\sigma_2}{\partial x_2^2}\right)=Q_{12}^{(k)}\left(\frac{\partial u}{\partial x_1}+\frac{w}{R_1}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial\phi_1}{\partial x_1}-\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}\right)+f\ (\xi_3)\frac{\partial\phi_1}{\partial x_1}\right)\\
&+Q_{22}^{(k)}\left(\frac{\partial v}{\partial x_2}+\frac{w}{R_2}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial\phi_2}{\partial x_2}-\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}\right)+f\ (\xi_3)\frac{\partial\phi_2}{\partial x_2}\right)\\
&\sigma_6-\mu\left(\frac{\partial^2\sigma_6}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\sigma_6}{\partial x_2^2}\right)=Q_{66}^{(k)}\left(\frac{\partial v}{\partial x_1}+\frac{\partial u}{\partial x_2}+\xi_3\left(y^*\frac{\partial\phi_2}{\partial x_1}+y^*\frac{\partial\phi_1}{\partial x_2}-2\frac{\partial^2 w}{\partial x_1\partial x_2}\right)+f\ (\xi_3)\left(\frac{\partial\phi_2}{\partial x_1}+\frac{\partial\phi_1}{\partial x_2}\right)\right)\\
&\sigma_4-\mu\left(\frac{\partial^2\sigma_4}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\sigma_4}{\partial x_2^2}\right)=Q_{44}^{(k)}\left(y^*\phi_2+\frac{df\ (\xi_3)}{d\,\xi_3}\phi_2\right)\\
&\sigma_5-\mu\left(\frac{\partial^2\sigma_5}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\sigma_5}{\partial x_2^2}\right)=Q_{55}^{(k)}\left(y^*\phi_1+\frac{df\ (\xi_3)}{d\,\xi_3}\phi_1\right)
\end{aligned}
\tag{۱۰}
$$

به منظور تعیین معادلات ارتعاشی نانوپوسته‌ها، از اصل همیلتون استفاده میکنیم؛ به این صورت که ابتدا انرژی های پتانسیل و جنبشی نانوپوسته‌ها را محاسبه میکنیم، سپس در اصل همیلتون جایگذاری میکنیم و پس از ساده سازی های مربوطه، معادلات ارتعاشی نانوپوسته ها به دست می آید. معادله بیان کننده اصل همیلتون در رابطه زیر ارائه شده است.

$$
\begin{aligned}
&\int_0^t(\delta U-\delta W-\delta T)dt=0\Rightarrow\int_0^t\left[\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\{\sigma_1\delta\varepsilon_1+\sigma_2\delta\varepsilon_2+\sigma_6\delta\varepsilon_6+\sigma_4\delta\varepsilon_4+\sigma_5\delta\varepsilon_5\}dxdy\right]dz\,dt\\
&-\int_0^t q\,\delta w\,dxdydzdt-\int_0^t\delta\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\rho\left(\dot{u}^2+\dot{v}^2+\dot{w}^2\right)dxdydzdt=0
\end{aligned}
\tag{۱۱}
$$

با جای‌گذاری روابط (۶) و (۱۰) در رابطه (۱۱)، معادلات ارتعاشی نانوپوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی طبق رابطه (۱۲) تعیین میگردد.

$$
\begin{aligned}
&\delta u:\frac{\partial N_1}{\partial x_1}+\frac{\partial N_6}{\partial x_2}=I_1\ddot{u}+\left(y^*I_2+I_4\right)\ddot{\phi}_1-I_2\frac{\partial\ddot{w}}{\partial x_1}\\
&\delta v:\frac{\partial N_2}{\partial x_2}+\frac{\partial N_6}{\partial x_1}=I_1\ddot{v}+\left(y^*I_2+I_4\right)\ddot{\phi}_2-I_2\frac{\partial\ddot{w}}{\partial x_2}\\
&\delta w:\frac{\partial^2 M_1}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 M_2}{\partial x_2^2}+2\frac{\partial^2 M_6}{\partial x_1\partial x_2}=I_2\frac{\partial\ddot{u}}{\partial x_1}+\bar{I}_5\frac{\partial\ddot{\phi}_1}{\partial x_1}+I_2\frac{\partial\ddot{v}}{\partial x_2}+\bar{I}_5\frac{\partial\ddot{\phi}_2}{\partial x_2}-I_3\left(\frac{\partial^2\ddot{w}}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\ddot{w}}{\partial x_2^2}\right)+I_1 w\\
&\delta\phi_1:\frac{\partial P_1}{\partial x_1}+\frac{\partial P_6}{\partial x_2}+y^*\frac{\partial M_1}{\partial x_1}+y^*\frac{\partial M_6}{\partial x_2}-Q_1-K_1=\left(y^*I_2+I_3\right)\ddot{u}+\bar{I}_4\ddot{\phi}_1-\bar{I}_5\frac{\partial\ddot{w}}{\partial x_1}\\
&\delta\phi_2:\frac{\partial P_2}{\partial x_2}+\frac{\partial P_6}{\partial x_1}+y^*\frac{\partial M_2}{\partial x_2}+y^*\frac{\partial M_6}{\partial x_1}-Q_2-K_2=\left(y^*I_2+I_3\right)\ddot{v}+\bar{I}_4\ddot{\phi}_2-\bar{I}_5\frac{\partial\ddot{w}}{\partial x_2}
\end{aligned}
\tag{۱۲}
$$

پارامترهای استفاده شده در رابطه (۱۲)، طبق رابطه زیرتعریف میگردند.

$$\begin{aligned}
&(N_i, M_i, P_i) = \sum_{k=1}^{N} \int_{x_3^{k-1}}^{x_3^k} \sigma_i^{(k)} \left(1, \mathrm{x}_3, \sin\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) e^{0.5\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}\right) dx_3 \qquad (i=1,2,6) \\
&(Q_1, \mathrm{K}_1) = \sum_{k=1}^{N} \int_{x_3^{k-1}}^{x_3^k} \sigma_5^{(k)} \left(1, \frac{\pi}{h}\left(\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) - \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)\right) e^{0.5\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}\right) dx_3 \\
&(Q_2, \mathrm{K}_2) = \sum_{k=1}^{N} \int_{x_3^{k-1}}^{x_3^k} \sigma_4^{(k)} \left(1, \frac{\pi}{h}\left(\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) - \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)\right) e^{0.5\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}\right) dx_3 \\
&(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) = \sum_{k=1}^{N} \int_{x_3^{k-1}}^{x_3^k} \rho^k \left(1, \mathrm{x}_3, \mathrm{x}_3^2, \sin\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) e^{0.5\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}, x_3 \sin\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) e^{0.5\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}, \sin^2\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) e^{\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}\right) dx_3 \\
&\bar{I}_4 = y^{*^2} I_3 + 2y^* I_5 + I_6 \\
&\bar{I}_5 = y^* I_3 + I_5
\end{aligned} \tag{۱۳}$$

با توجه به اینکه مجهولات مسئله، متغیرهای جابه جایی میباشند، بنابراین جهت مشخص کردن مجهولات مسئله، لازم است تا معادلات ارتعاشی بر حسب پارامترهای جابه جایی بیان شوند .بنابراین رابطه (۱۲) را با استفاده از روابط (۶)و(۱۰) ، بر حسب متغیرهای جابه جایی بیان میکنیم.

$$\begin{aligned}
&A_{11}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial w}{R\,\partial x_1}\right) + B_{11}\left(y^* \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^3}\right) + E_{11}\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_1^2} + A_{12}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + \frac{\partial w}{R\,\partial x_1}\right) + B_{12}\left(y^* \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^3 w}{\partial x_1 \partial x_2^2}\right) \\
&+E_{12}\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_1 \partial x_2} + A_{66}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}\right) + B_{66}\left(y^* \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_1 \partial x_2} + y^* \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_2^2} - 2\frac{\partial^3 w}{\partial x_2^2 \partial x_1}\right) + E_{66}\left(\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_2 \partial x_1}\right) \\
&= I_1 \ddot{u} + \left(y^* I_2 + I_4\right)\ddot{\phi}_1 - I_2 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x_1} - \mu \nabla^2 \left(I_1 \ddot{u} + \left(y^* I_2 + I_4\right)\ddot{\phi}_1 - I_2 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x_1}\right)
\end{aligned} \tag{۱۴}$$

$$\begin{aligned}
&A_{12}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial w}{R\,\partial x_2}\right) + B_{12}\left(y^* \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^2 \partial x_2}\right) + E_{12}\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_1 \partial x_2} + A_{22}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2} + \frac{\partial w}{R\,\partial x_2}\right) \\
&+B_{22}\left(y^* \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^3 w}{\partial x_2^3}\right) + E_{22}\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_2^2} + A_{66}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2 \partial x_1}\right) + B_{66}\left(y^* \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_1^2} + y^* \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_2 \partial x_1} - 2\frac{\partial^3 w}{\partial x_1^2 \partial x_2}\right) \\
&+E_{66}\left(\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x_2 \partial x_1}\right) = I_1 \ddot{v} + \left(y^* I_2 + I_4\right)\ddot{\phi}_2 - I_2 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x_2} - \mu \nabla^2 \left(I_1 \ddot{v} + \left(y^* I_2 + I_4\right)\ddot{\phi}_2 - I_2 \frac{\partial \ddot{w}}{\partial x_2}\right)
\end{aligned}$$

در رابطه (۱۴)، معادلات ارتعاشی نانوپوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی در دو جهت طولی y, x بر حسب متغیرهای جابه جایی ارائه شده است. پارامترهای استفاده شده در رابطه (۱۴)، به صورت رابطه (۱۵) تعریف میشوند.

$$\begin{aligned}
&A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}^k dx_3 \\
&\left(B_{ij}, \mathrm{D}_{ij}, \mathrm{E}_{ij}, \mathrm{F}_{ij}, \mathrm{H}_{ij}\right) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij}^k \left[x_3, \mathrm{x}_3^2, \sin\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) e^{0.5\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}, \mathrm{x}_3 \sin\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) e^{0.5\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}, \sin^2\left(\frac{\pi x_3}{h}\right) e^{\cos\left(\frac{\pi x_3}{h}\right)}\right] dx_3
\end{aligned} \tag{۱۵}$$

با توجه به اینکه حل تحلیلی و دقیق معادلات دیفرانسیل به دست آمده مشکل میباشد، جهت حل معادلات به دست آمده از روش عددی ناویر استفاده میکنیم. در این روش فرض میکنیم تمامی تکیه گاه های نانوپوسته ساده میباشند. طبق روش ناویر، پاسخ معادلات ارتعاشی نانوپوسته ها برابر است با:

$$\begin{aligned}
u(x_1,x_2;t) &= \sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty} U_{rs}\cos(\alpha x_1)\sin(\beta x_2)e^{i\omega t}\\
v(x_1,x_2;t) &= \sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty} V_{rs}\sin(\alpha x_1)\cos(\beta x_2)e^{i\omega t}\\
w(x_1,x_2;t) &= \sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty} W_{rs}\sin(\alpha x_1)\sin(\beta x_2)e^{i\omega t}\\
\phi_1(x_1,x_2;t) &= \sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty} \phi_{rs}^{1}\cos(\alpha x_1)\sin(\beta x_2)e^{i\omega t}\\
\phi_2(x_1,x_2;t) &= \sum_{r=1}^{\infty}\sum_{s=1}^{\infty} \phi_{rs}^{2}\sin(\alpha x_1)\cos(\beta x_2)e^{i\omega t}
\end{aligned} \tag{۱۶}$$

در رابطه فوق، $\alpha=\dfrac{r\pi}{a}$ و $\beta=\dfrac{r\pi}{b}$ میباشد.

با جایگذاری معادله (۱۶) در معادله (۱۴) معادلات ارتعاشی نانوپوسته به فرم معادله (۱۷) تبدیل میشوند.

$$\left[M_{ij}\right]\begin{Bmatrix}\ddot{U}_{rs}\\ \ddot{V}_{rs}\\ \ddot{W}_{rs}\\ \ddot{\phi}_{rs}^{1}\\ \ddot{\phi}_{rs}^{2}\end{Bmatrix}+\left[K_{ij}\right]\begin{Bmatrix}U_{rs}\\ V_{rs}\\ W_{rs}\\ \phi_{rs}^{1}\\ \phi_{rs}^{2}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\end{Bmatrix} \tag{۱۷}$$

در رابطه ی فوق، $\left[K_{ij}\right]$ بیانگر ماتریس سختی سیستم و $\left[M_{ij}\right]$ بیانگر ماتریس جرمی سیستم میباشد. به منظور یافتن فرکانسهای طبیعی نانوپوسته های تقویت شده با نانولوله های کربنی، رابطه (۱۷) را به فرم تعمیم یافته تبدیل میکنیم و پس از انجام ساده سازی های مربوطه، داریم:

$$\left(\left[K\right]-\lambda^2\left[M\right]\right)\{\Delta\}=0 \tag{۱۸}$$

در رابطه‌ی فوق، $\{\Delta\}$ بردار ستونی متغیرهای مجهول و λمقادیر ویژه ی مربوط به معادله ی (۱۷) میباشند. مقادیر ویژه‌ی معادله ی (۱۷)، فرکانس های طبیعی(λ) مربوط به ارتعاشات نانوپوسته ها میباشد.

بنابراین طبق توضیحات ارائه شده، فرکانسهای طبیعی نانوپوسته هااز رابطه (۱۹) به دست می آید.

$$\lambda = \omega = \left(eig\left([M]^{-1} [K] \right) \right)^{0.5} \qquad (۱۹)$$

بحث و نتیجه گیری:

به منظور انجام محاسبات مربوط به تحلیل ارتعاشات نانوپوسته، خواص هندسی و مکانیکی مواد استفاده شده در قالب جدول به شرح زیر ارائه شده است.

جدول (۱) خصوصیات مواد

در جدول (۲)، فرکانسهای ارتعاشی بی بعد نانوورق ایزوتروپیک به ازای مقادیر مختلفی از نسبتهای طولی و پارامتر غیرموضعی در مود اول ارتعاشی نانوورق ایزوتروپیک ارائه شده است.

به منظور تطابق نتایج به دست آمده، از منبع [۲۰] استفاده میشود.

مشاهده میشود که با افزایش مقدار پارامتر غیرموضعی، فرکانسهای بی بعد نانوورق(نانوپوسته) کاهش می یابد

$\sqrt{\mu}(nm)$	Non-Dimensional Frequency (Nami & Janghorban 2015) $\frac{b}{a}=1$	Non-Dimensional Frequency $\frac{b}{a}=1$	Non-Dimensional Frequency (Nami & Janghorban 2015) $\frac{b}{a}=2$	Non-Dimensional Frequency $\frac{b}{a}=2$
0	0.057944	0.054095	0.036619	0.0348302
0.2	0.043315	0.040126	0.029965	0.0285007
0.4	0.028415	0.026324	0.021234	0.0201972
0.6	0.020352	0.018854	0.015690	0.0149315
0.8	0.015693	0.014538	0.012277	0.0116779
1	0.012724	0.011787	0.010027	0.0095373

Order	E (Tpa)	υ	h(nm)	$\rho\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
Nano (Pradhan & Kumar, 2011)	1.06	0.3	0.1	2300

جدول (۲) فرکانسهای بی بعد نانوورق ایزوتروپیک

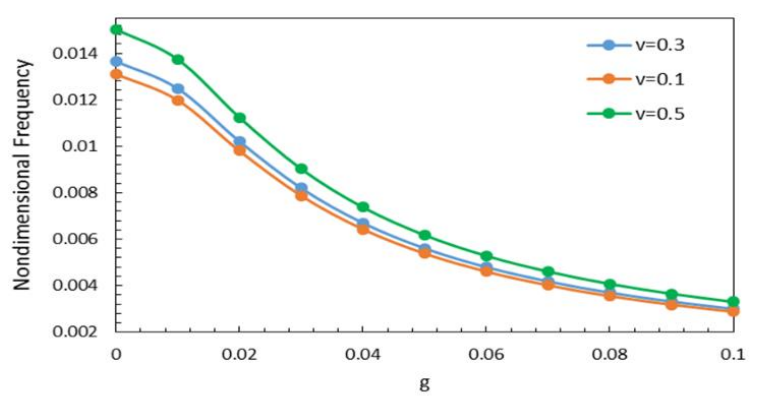
در این بخش به صحت سنجی نتایج به دست آمده پرداخته میشود.. با توجه به اینکه در پژوهشهای مشابه انجام شده، تحلیل ارتعاشات نانوپوسته ها با در نظر گرفتن اثر اندازه مشاهده نشده است، جهت صحت سنجی نتایج، با لحاظ کردن شعاع به مقدار بی نهایت، نانوپوسته را به نانوورق تبدیل میکنیم و سپس به صحه سنجی نتایج پرداخته ایم. همچنین به منظور تحلیل بهتر نتایج، دو

پارامتر فرکانس طبیعی بی بعد و نسبت فرکانسی را تعریف میکنیم. فرکانس طبیعی بی بعد از رابطه زیر به دست می آید و منظور از نسبت فرکانسی، نسبت فرکانس طبیعی با استفاده از تئوری غیرموضعی به فرکانس طبیعی با استفاده از تئوری موضعی میباشد.

$$\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\frac{\rho}{E}} \qquad (۲۰)$$

با توجه به داده های جدول (۲)، مشاهده میشود که با افزایش پارامتر غیرموضعی، نسبت فرکانسهای نانوورق(نانوپوسته) کاهش می یابد. همچنین با افزایش نسبت طولی، نسبت فرکانسهای نانوورق(نانوپوسته) افزایش یافته است. با تحلیل جدول فوق، میتوان نتیجه گرفت که نتایج به دست آمده در این پژوهش، انطباق خوبی با نتایج منبع [۱۰] دارد.

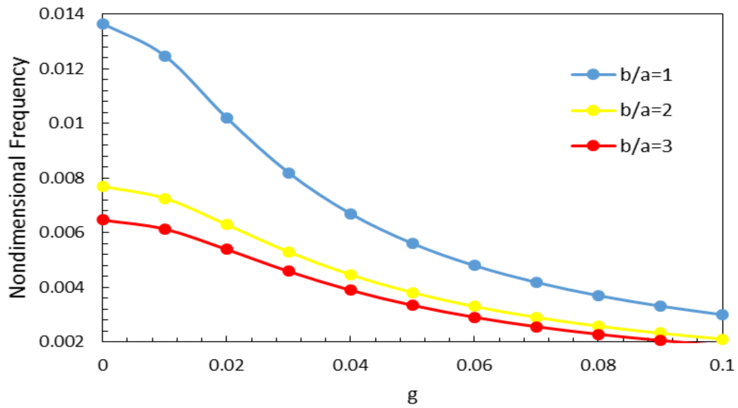
با توجه به شکل میتوان مشاهده کرد که با افزایش پارامتر غیرموضعی، برای تمامی ضرایب پواسون، فرکانس بی بعد نانوپوسته کاهش می یابد. همچنین با افزایش ضریب پواسون، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته افزایش می یابد. از دیگر نتایجی که میتوان با بررسی شکلاستنباط نمود ، این است که با افزایش پارامتر غیر موضعی، فرکانسهای ارتعاشی به هم نزدیکتر شده و همگرا میگردند.



شکل ۲ اثرات پارامتر غیر موضعی و نسبت $\frac{a}{h}$ بر فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته با فرض $\frac{R}{a}=10$

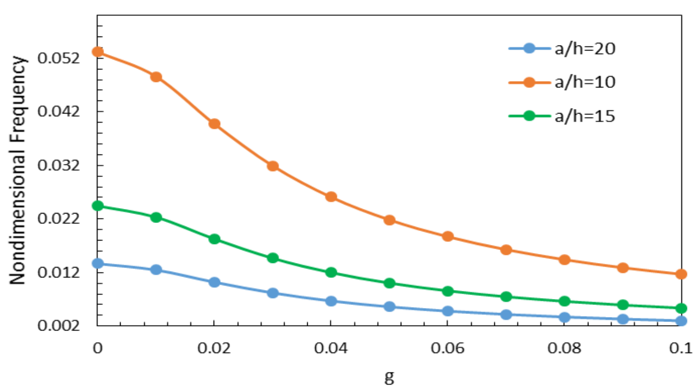
در شکل۳، به بررسی اثرات پارامتر غیرموضعی و نسبت طول به عرض نانوپوسته بر فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته پرداخته میشود. با توجه به شکل میتوان مشاهده کرد که با افزایش پارامتر غیرموضعی، به ازای هر مقداری از نسبت طولی $\frac{b}{a}$، فرکانس بی بعد نانوپوسته کاهش می یابد.

همچنین با افزایش نسبت طولی $\frac{b}{a}$، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته کاهش یافت. از دیگر نتایجی که میتوان با بررسی شکل استنباط کرد، این است که با افزایش پارامتر غیر موضعی، فرکانسهای ارتعاشی به هم نزدیکتر شده و همگرا شده اند.



شکل ۳ اثرات پارامتر غیر موضعی و نسبت $\frac{b}{a}$ بر فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته با فرض $\frac{a}{h}=20$

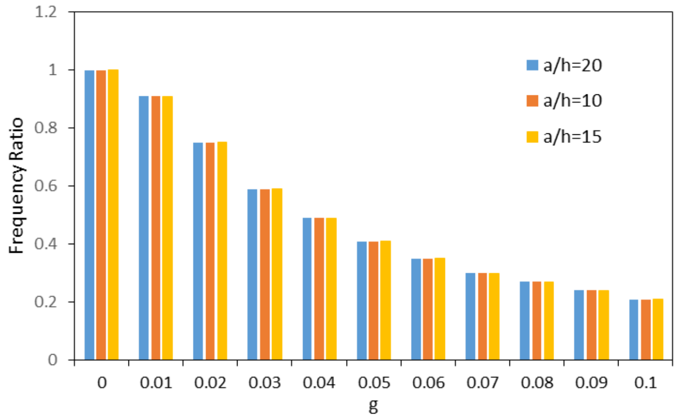
در شکل (۴)، به بررسی اثرات پارامتر غیرموضعی و نسبت طول به عرض نانوپوسته بر فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته در نظر گرفته شده. با توجه به شکل میتوان مشاهده کرد که با افزایش پارامتر غیرموضعی، به ازای هر مقداری از نسبت طولی $\frac{b}{a}$، فرکانس بی بعد نانوپوسته کاهش می یابد. همچنین با افزایش نسبت طولی $\frac{b}{a}$، ، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته کاهش می یابد.



شکل (۴)اثرات پارامتر غیر موضعی و نسبت $\frac{b}{a}$ بر فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته با فرض $\frac{a}{h}=20$

در شکل (۵)اثرات پارامتر غیرموضعی و نسبت طول به ضخامت نانوپوسته بر نسبت فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته بررسی شده است. با توجه به شکل میتوان مشاهده کرد که با افزایش پارامتر غیرموضعی، به ازای هر مقداری از $\frac{a}{h}$، نسبت فرکانس های ارتعاشی نانوپوسته کاهش می یابد. همچنین با افزایش نسبت طولی $\frac{a}{h}$ ، نسبت فرکانس های ارتعاشی نانوپوسته تغییری نمی یابد.

همچنین با بررسی شکل میتوان نتیجه گرفت که با افزایش پارامتر غیرموضعی، فرکانسهای ارتعاشی کاهش یافته و در نتیجه نسبت فرکانسهای ارتعاشی به ازای تمامی مقادیر $\frac{a}{h}$ به هم نزدیکتر شده و همگرا میشوند.



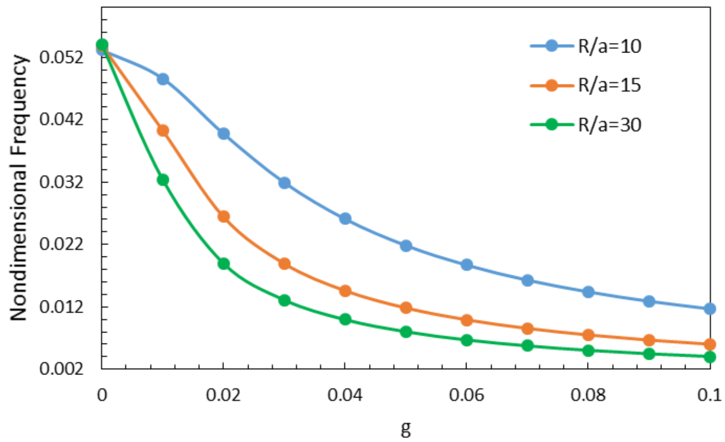
شکل (۵)اثرات پارامتر غیر موضعی و نسبت $\frac{a}{h}$ بر نسبت فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته با فرض $\frac{R}{a}=10$

جدول (۳) پارامتر کارایی نانولوله ها برای درصدهای حجمی متفاوت را نشان میدهد.

PMMA/CNTs[1]				PmPV/CNTs[2]			
V_{CN}^*	η_1	η_2	η_3	V_{CN}^*	η_1	η_2	η_3
0.12	0.137	1.022	0.715	0.11	0.149	0.934	0.939
0.17	0.142	1.626	1.138	0.14	0.15	0.941	0.941
0.28	0.141	1.585	1.109	0.17	0.149	1.381	1.381

جدول (۳) پارامتر کارایی نانولوله های کربنی

در شکل (۶)، به بررسی اثرات پارامتر غیرموضعی و نسبت $\frac{R}{a}$ بر فرکانسهای ارتعاشی بی بعد نانوپوسته *با توزیع* UD و $V_{CN}^*=0.17$ پرداخته میشود. با توجه به شکل (۶) میتوان مشاهده کرد که با افزایش پارامتر غیرموضعی، به ازای هر مقداری از نسبت طولی $\frac{R}{a}$، فرکانس بی بعد نانوپوسته کاهش می یابد. همچنین با افزایش نسبت طولی $\frac{R}{a}$، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته کاهش می یابد. از دیگر نتایجی که میتوان با بررسی شکل (۶) استنباط کرد، این است که در حالت موضعی ($\mu=0$) ، بیشترین فرکانس ارتعاشی بی بعد مربوط به حالت $\frac{R}{a}=30$ میباشد که با در نظر گرفتن حالت موضعی، فرکانسهای ارتعاشی مربوط به حالت $\frac{R}{a}=30$ مقادیر کمتری به خود اختصاص میدهد.



شکل (۶)اثرات پارامتر غیر موضعی و نسبت $\frac{R}{a}$ بر فرکانسهای ارتعاشی بی بعد نانوپوسته

با فرض با توزیع $UD V_{CN}^{*}=0.17$

$T=T_0+\Delta T$ و T_0 دمای اتاق است و برابر $300K$ میباشد. همانطور که میدانیم، خواص نانولوله های کربنی وابسته به دما میباشد. جدول۴ خواص مادی مربوط به نانولوله کربنی تک جداره با شعاع $0.68\,\mathrm{nm}$، طول $9.26\,\mathrm{nm}$ و ضخامت $0.067nm$ در چهار دمای متفاوت را نشان میدهد. علاوه بر آن ضریب پواسون و چگالی نانولوله ها دارای مقدار ثابتی هستند و برابر $\rho^{CN}=1400\frac{kg}{m^3}$ و $v^m=0.175$ میباشند. از آنجایی که در این تحقیق اثر افزایش دما بر روی رفتار ارتعاشی سازه مطالعه میشود، دانستن خواص مکانیکی نانولوله ها در سایر دماها نیز ضروری است. برای این منظور، با استفاده از رابطه زیر و با در دست داشتن خواص مکانیکی نانولوله ها در دماهای ذکر شده در جدول، خواص مکانیکی در دماهای دیگر تقریب زده شده است.

$$P(T)=P_0\left(1+P_1\Delta T+P_2\Delta T^2+P_3\Delta T^3\right) \quad (۲۱)$$

Temperature	$E_{11}^{CN}\ (TPa)$	$E_{22}^{CN}\ (TPa)$	$G_{12}^{CN}\ (TPa)$

300	5.6466	7.0800	1.9445
500	5.5308	6.9348	1.9643
700	5.4744	6.8641	1.9644
1000	5.2814	6.6220	1.9451

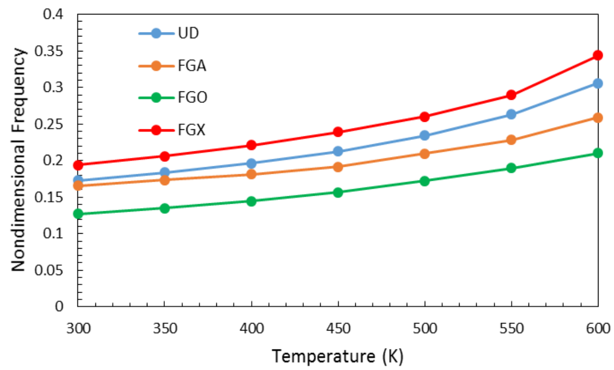
جدول(۴)خواص مادی وابسته به دما مربوط به نانولوله های تک جداره[۲۱]

جدول (۵) فرکانسهای ارتعاشی بی بعد نانوپوسته را به ازای توزیع های مختلف نانولوله کربنی با فرض $V_{CN}^{*}=0.17$ و در دمای محیط را نشان میدهد. با توجه به داده های جدول میتوان نتیجه گرفت که با افزایش پارامتر غیرموضعی به ازای هر توزیع مختلفی از نانولوله کربنی، فرکانس ارتعاشی بی بعد نانوپوسته کاهش یافت. همچنین در میان توزیع های مختلف نانولوله کربنی، توزیع FGO کمترین مقادیر را به خود اختصاص میدهد و توزیع FGX بیشترین مقادیر را به خود اختصاص میدهد. با بررسی بیشترمیتوان نتیجه گرفت که با افزایش پارامتر غیرموضعی، رفتار فرکانس ارتعاشی سیستم مستقل از توزیع به کار رفته و به ازای هر توزیع نانو لوله کربنی، فرکانس های ارتعاشی در مقادیر بزرگتر پارامتر غیرموضعی، همگرا شده اند

$\mu(nm)$	UD	FGA	FGV	FGO	FGX
0	0.4234	0.3873	0.3519	0.3121	0.4760
0.01	0.3869	0.3518	0.3232	0.2852	0.4350
0.02	0.3161	0.2849	0.2685	0.2333	0.3558
0.03	0.2541	0.2274	0.2162	0.1873	0.2857
0.04	0.2076	0.1884	0.1789	0.1530	0.2334
0.05	0.1738	0.1585	0.1441	0.1281	0.1954
0.06	0.1487	0.1351	0.1247	0.1096	0.1672
0.07	0.1296	0.1174	0.1084	0.0955	0.1457
0.08	0.1146	0.1037	0.0971	0.0845	0.1289
0.09	0.1027	0.0936	0.0858	0.0757	0.1155
0.1	0.0929	0.0835	0.0789	0.0685	0.1045

جدول (۵)اثرات پارامتر غیرموضعی بر فرکانس ارتعاشی بی بعد نانوپوسته به ازای توزیع های مختلف نانولوله کربنی

شکل (7) تغییرات دما بر فرکانسهای ارتعاشی نانوپوسته را به ازای توزیع های مختلف نانولوله کربنی و با فرض $V_{CN}^{*}=0.17$ نشان میدهد. با توجه به شکل میتوان نتیجه گرفت که با افزایش دما به ازای هر توزیع مختلف نانولوله کربنی، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته افزایش می یابد. همچنین با افزایش دما، اختلاف بین فرکانسهای ارتعاشی در توزیع های مختلف نانولوله کربنی، افزایش می یابد و در مقادیر دمایی ابتدایی (دمای محیط)، اختلاف بین فرکانسهای ارتعاشی ناچیز میباشد. همچنین با بررسی شکل میتوان نتیجه گرفت که به ازای مقادیر مختلف دمایی، فرکانسهای ارتعاشی در توزیع FGX، بیشترین مقادیر و در توزیع FGO، کمترین مقادیر را به خود اختصاص میدهند.



شکل (7)اثر تغییرات دما بر فرکانس ارتعاشی بی بعد نانوپوسته به ازای توزیع های مختلف نانولوله کربنی

Conclusion:

با افزایش پارامتر غیرموضعی، فرکانس بی بعد نانوپوسته کاهش می یابد. همچنین با افزایش ضریب پواسون، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته افزایش می یابد.

با افزایش نسبت طولی $\frac{a}{h}$ ، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته کاهش می یابد.

با افزایش نسبت طولی $\frac{b}{a}$، ، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته کاهش می یابد.

با افزایش پارامتر غیر موضعی، فرکانسهای ارتعاشی به هم نزدیکتر شده و همگرا میشوند.

با افزایش نسبت طولی $\frac{R}{a}$، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته کاهش می یابد.

با افزایش پارامتر غیرموضعی، نسبت فرکانس های ارتعاشی نانوپوسته کاهش می یابد.

با افزایش نسبت طولی $\frac{a}{h}$ ، نسبت فرکانس های ارتعاشی نانوپوسته در یک پارامتر غیرموضعی مشخص، تغییری نمی یابد. همچنین

با افزایش پارامتر غیرموضعی، نسبت فرکانسهای ارتعاشی به ازای تمامی مقادیر $\frac{a}{h}$ به هم نزدیکتر شده و همگرا میشوند.

با افزایش پارامتر غیرموضعی به ازای هر توزیع مختلفی از نانولوله کربنی، فرکانس ارتعاشی بی بعد نانوپوسته کاهش می یابد.

با افزایش پارامتر غیرموضعی، رفتار فرکانس ارتعاشی سیستم مستقل از توزیع به کار رفته میباشد و به ازای هر توزیع نانو لوله کربنی، فرکانس های ارتعاشی در مقادیر بزرگتر پارامتر غیرموضعی، همگرا میشوند.

با افزایش دما به ازای هر توزیع مختلف نانولوله کربنی، فرکانس ارتعاشی نانوپوسته افزایش می یابد.

منابع :

[1]. Razavi, Hamed, Asghar Faramarzi Babadi, and Yaghoub Tadi Beni. (2017). "Free vibration analysis of functionally graded piezoelectric cylindrical nanoshell based on consistent couple stress theory." *Composite Structures* 160 (1): 1299-1309.

[2]. Ansari, Reza, and Jalal Torabi. "Numerical study on the buckling and vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite conical shells under axial loading." *Composites Part B: Engineering* 95 (2016): 196-208

[3]. Vila, J., Zaera, R., & Fernández-Sáez, J. (2016). "Axisymmetric free vibration of closed thin spherical nanoshells with bending effects". *Journal of Vibration and Control*, *22*(18): 3789-3806.

[4]. Heydarpour, Y., M. M. Aghdam, and P. Malekzadeh. (2014). "Free vibration analysis of rotating functionally graded carbon nanotube-reinforced composite truncated conical shells." *Composite structures* 117 (1): 187-200.

[5]. Khorshidi, et al., 2015

[6]. Nami, M., & Janghorban, M. (2015a). Free vibration analysis of rectangular nanoplates based on two-variable refined plate theory using a new strain gradient elasticity theory. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 37(1), 313-324.

[7]. Mahinzare, Mohammad, Hosein Ranjbarpur, and Majid Ghadiri. (2018). "Free vibration analysis of a rotary smart two directional functionally graded piezoelectric material in axial symmetry circular nanoplate." *Mechanical Systems and Signal Processing* 100 (1): 188-207.

[8]. Ersoy, Hakan, Kadir Mercan, and Ömer Civalek. (2018). "Frequencies of FGM shells and annular plates by the methods of discrete singular convolution and differential quadrature methods." *Composite Structures* 183 (1): 7-20.

[9]. Gholami, R. (2016). "Vibration and buckling of first-order shear deformable circular cylindrical micro-/nano-shells based on Mindlin's strain gradient elasticity theory". *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 58 (1): 76-88.

[10]. Mantari JL, Oktem AS, Guedes Soares C. A new trigonometric shear deformation theory for isotropic, laminated composite and sandwich plates. Int J Solids Struct 2012;49:43–53.

[11]. Zhang, L., & Huang, H. (2006). Young’s moduli of ZnO nanoplates: Ab initio determinations. Applied physics letters, 89(18), 183111.

[۱۲]. حسین سلطانی، رامین رحمانی اهرنجانی و علی قربان پورآرانی. ۱۳۸۶. مقدمه ای بر نانومکانیک. ناشر کتاب دانشگاهی

[13]. Jung, W. Y., & Han, S. C. (2014). Nonlocal elasticity theory for transient analysis of higher-order shear deformable nanoscale plates. Journal of Nanomaterials, 2014, 1.

[14]. Malekzadeh, P., Haghighi, M. G., & Shojaee, M. (2014). Nonlinear free vibration of skew nanoplates with surface and small scale effects. Thin-Walled Structures, 78, 48-56.

[15]. Shen HS, Xiang Y. Nonlinear vibration of nanotube-reinforced composite cylindrical shells in thermal environments. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2012;213:196-205.

[16]. Jam JE, Kiani Y. Buckling of pressurized functionally graded carbon nanotube reinforced conical shells. Composite Structures. 2015;125:586-95.

[17]. Mantari, J. L. (2012). "Bending and free vibration analysis of isotropic and multilayered plates and shells by using a new accurate higher-order shear deformation theory." *Composites Part B: Engineering*, 43 (8): 3348-3360.

[18]. Reddy JN. Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis. 2nd ed. CRC Press; 2004.

[19]. Kananipour, Hassan. "Static analysis of nano plates based on the nonlocal Kirchhoff and Mindlin plate theories using DQM." Latin American Journal of Solids and Structures 11.10 (2014): 1709-1720.

[20]. Gopalakrishnan, S., & Narendar, S. (2013). Wave propagation in nanostructures. Switzerland, Springer

[21]. Wang, Z.-X. and Shen, H.-S. (2011). "Nonlinear vibration of nanotubereinforced composite plates in thermal environments." *Computational Materials Science*, Vol. 50, pp. 2319-2330.