انتخاب و ارزیابی عملکرد مجموعه های اوراق بهادار سرمایه گذاری چند معیاری با بهره گیری از مدل‌های برنامه ریزی آرمانی

نویسنده: دکتر علی اصغر انواری رستمی*

چکیده مقاله

این مقاله ابتدا شیوه‌های کلاسیک انتخاب و ارزیابی عملکرد مجموعه اوراق بهادار سرمایه گذاری را که در آنها تنها به دو معیار ریسک و بازده توجه می‌شود مورد بحث و بررسی قرار می‌دهد. سپس نحوه فرموله کردن مدل‌های بهینه ریاضی چند معیاری (برنامه ریزی آرمانی) جهت ایجاد مجموعه‌های اوراق بهادار کارا و انتخاب بهترین مجموعه با توجه به رجحان‌های سرمایه گذار را تشریح می‌نماید. بعد از بحث پیرامون نحوه انتخاب مجموعه بهینه اوراق بهادار چند معیاری، رویه‌ای جدید جهت ارزیابی عملکرد آن پیشنهاد می‌گردد. جهت ارزیابی نهایی، معادله جدیدی تحت عنوان معادله "تغییر کل در مطلوبیت تصمیم‌گیرنده" ارائه می‌گردد. در نهایت، فرایند ارزیابی عملکرد مجموعه اوراق بهادار منتخب طی دوره‌ای معین با مثالی عددی مورد بازنگری قرار می‌گیرد. این مقاله، امکان مدلسازی مسأله جهت انتخاب مجموعه بهینه‌ای از اوراق بهادار سرمایه گذاری با هر تعداد هدف و معیار را فراهم نموده و ارزیابی عملکرد آن را نیز میسر می‌نماید.

۱ - مقدمه

یک فرد یا گروه گاهی خود را در موقعیت‌های مخاطره‌آمیز قرار می‌دهد که در آن موقعیت‌ها ممکن است امور مطابق با پیش‌بینی‌ها به پیش نرود. وضعیت‌های مخاطره‌آمیز را می‌توان با

---

* - عضو هیأت علمی مرکز مطالعات مدیریت و بهره‌وری ایران، دانشگاه تربیت مدرس

برنامه‌ریزی هوشمندانه، خلاقیت، و طرح‌ریزی قبلی اداره نمود. نظریهٔ مجموعه اوراق بهادار مثال مناسبی از این برنامه‌ریزی هوشمندانه و خلاق به‌شمار می‌آید.

طراح اولیه این تئوری پرفسور مارکویتز (۱۹۵۹) می‌باشد. در تعریفی کلی، "مجموعه اوراق بهادار ترکیبی از دارایی‌های باریسک و بدون ریسک نگهداشته شده توسط سرمایه گذار یا هر فرد حقیقی و حقوقی دیگر است" و فلسفه اصلی که مجموعه اوراق بهادار سرمایه گذار را تحت تأثیر قرار می‌دهد تئوری مطلوبیت می‌باشد. مطلوبیت در اینجا به معنی درجهٔ رضایتمندی حاصله توسط مصرف‌کننده می‌باشد و هدف همه تصمیمات سرمایه گذاری خردمندانه نیز حداکثر نمودن رضایتمندی یا مطلوبیت مورد انتظار سرمایه گذار می‌باشد. فرایند انتخاب مجموعه بهینه اوراق بهادار را نیز می‌توان با مراحل سه گانه زیر بیان نمود:

۱) برآورد کردن احتمالات مربوط به عملکرد اوراق بهادار

۲) تعیین مجموعه‌های اوراق بهادار کارا

۳) انتخاب بهترین مجموعه‌ای که به بهترین وجه با رجحان‌های سرمایه گذار هم‌خوانی دارد.

پس از انتخاب بهترین مجموعه اوراق بهادار و گذشت زمان، باید اقدام به ارزیابی عملکرد مجموعه اوراق بهادار منتخب نمود. «ارزیابی عملکرد عبارت است از مقایسه عملکرد واقعی مجموعه اوراق بهادار منتخب طی دوره‌ای معین با مجموعه اوراق بهادار شاخص طی همان دوره». هدف از ارزیابی پاسخگویی به این سوال است که آیا عملکرد گذشته مجموعه اوراق بهادار منتخب برتر بوده و یا پست‌تر؟ و اینکه آیا عملکرد حاصله نتیجه مهارت یا بی‌مهارتی مدیر مجموعه اوراق بهادار بوده است و یا شانس و اقبال؟. در بخش بعدی مروری بر مدل‌های سنتی انتخاب و ارزیابی عملکرد مجموعه اوراق بهادار خواهیم داشت. بخش سوم به تشریح فرایند انتخاب و ارزیابی مجموعه‌های اوراق بهادار با در نظر گرفتن n معیار انتخاب (نه فقط معیارهای سنتی ریسک و بازده) می‌پردازد. مثالی عددی در بخش چهارم مطرح گردیده و خلاصه و نتایج حاصله از این مقاله نیز در انتها ارائه شده است.

۲. شیوه‌های کلاسیک انتخاب و ارزیابی مجموعه بهینه اوراق بهادار

بنابر مدل استاندارد مارکویتز، سرمایه گذار مجموعه اوراق بهادار مورد نظر خود را بر مبنای دو معیار ریسک و بازده (R,σ) انتخاب و ارزیابی می‌نماید. در این مدل در ساده‌ترین حالت، نرخ بازده یک ورقه بهادار را می‌توان با فرمول زیر محاسبه نمود:

$$R_i = \frac{P_i - p_i + D_i}{P_i} \quad \text{for } i = 1,2,...,N$$

در جایی که P_i , p_i بیانگر ارزش ابتدا و انتهای دوره ورقه بهادار i و D_i درآمد ورقه در طول دوره سرمایه گذاری می‌باشد. R_i متغیری تصادفی با ارزش مورد انتظار (ER) و واریانس σ_i^2 می‌باشد. نرخ بازده مجموعه‌ای از اوراق بهادار نیز به راحتی با رابطه $R_p = \sum_{i=1}^{N} R_i x_i$ قابل محاسبه است (X_i درصد سرمایه گذاری در ورقه i ام می‌باشد).

واریـانس مـجموعه اوراق بـهادار را نـیز مـی‌توان به‌شرح زیر محاسبه نمود:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} x_j^2\sigma_j^2 + 2\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\sum_{i=1}^{N} x_j x_i \sigma_j \sigma_i$$

Where $\sigma_i \sigma_j \rho_{ij} = \sigma_{ij}$ = covariance i and j

مدل مارکویتز از لحاظ تئوریک مدل مطلوبی است ولی در کاربرد عملی آن مشکلاتی وجود دارد. یکی از این مشکلات لزوم محاسبات زیاد جهت کوواریانس می‌باشد. این مشکل با کار پرفسور شارپ (۱۹۶۳) تا حد زیادی رفع گردید.

در مـدل شـارپ، بـازده هـر ورقـه $R_i=\alpha_i+\beta_i E(R_m)+e_i$ تابعی خطی از بازده کل بازار می‌باشد و از لحاظ عملی بازده کل بازار نیز با شـاخص‌های مناسب بازار یا مجموعه‌هایی از اوراق بهادار بزرگ و متنوع قابل اندازه گیری می‌باشد. e_i بیانگر انحراف میان بازده واقعی و بازده مورد انتظار است. در مدل مارکویتز، برای انتخاب مجموعه بهینه اوراق بهادار نیازمند به داده‌های نرخ بازده گذشته و واریانس بازده‌های هر ورقه، و همچنین کوواریانس بازده‌های هر جفت از اوراق می‌باشیم. با در دست داشتن این داده‌ها به آسانی قادر به محاسبه مرز کارا و انتخاب بهترین مجموعه اوراق بهادار مطابق با رجحان‌های سرمایه گذار می‌باشیم. اقدام بعدی بعد از انتخاب مجموعه اوراق بـهادار، ارزیـابی عـملکرد آن طـی دوره سرمایه گذاری می‌باشد.

جهت ارزیابی کردن عملکرد مجموعه اوراق بـهادار بین دوره‌های [O,T]، اقدام به مقایسه عملکرد واقعی مجموعه اوراق بهادار منتخب و مـجموعه اوراق بـهادار شـاخص (b_p) مـی‌نماییم. جهت معرفی شیوه‌های کلاسیک ارزیابی عملکرد ذکر تعاریف زیر ضروری به‌نظر می‌رسد:

■ متوسط بازده بدون ریسک $arf_T = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} rft}{T}$

■ متوسط بازده بازار $arm_T = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} rmt}{T}$

■ متوسط بازده مجموعه اوراق بهادار منتخب $arp_T = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} rpt}{T}$

■ متوسط مازاد بازده مجموعه اوراق بهادار به بازده بدون ریسک $(arp_T - arf_T)$

■ واریانس بازده‌های مجموعه اوراق بهادار منتخب $\sigma_{pT}^2 = \dfrac{\sum_{t=1}^{T} (rp_t - arp_t)^2}{T-1}$

با محاسبه بتای مجموعه اوراق بهادار (βp_T) و واریانس بازده بازار و مجموعه اوراق بهادار، به آسانی قادر به ارزیابی کردن عملکرد مجموعه اوراق بهادار منتخب می‌باشیم. شیوه‌های کلاسیک ارزیابی به شرح زیر می‌باشند:

۱. بهره گیری از روش رگرسیون جهت بررسی ارتباط میان بازده‌های کل بازار و مجموعه اوراق بهادار منتخب، و محاسبه

$$\alpha P_T = arp_T - arb_P$$
$$= arp_T - [arf_T + (\beta p_T(arm_T - arf_T))]$$

در جایی که (arb_p) متوسط بازده مجموعه اوراق بهادار شاخص می‌باشد. اگر $\alpha P_T>0$ باشد، عملکرد مجموعه اوراق بهادار منتخب مطلوبتر تلقی

می‌شود. شیوه دیگر، محاسبه نسبت $\frac{\alpha p_T}{\sigma ep_T}$ است در جایی که (σep_T) ریسک غیر سیستماتیک یا انحراف استاندارد خطاهای تصادفی می‌باشد. در این حالت، مثبت بودن مقدار کسر فوق دال بر مطلوبتر بودن عملکرد مجموعه اوراق بهادار منتخب می‌باشد.

۲. در این روش اقدام به محاسبه $RVOL_{pT}=\frac{arp_T-arf_T}{\beta p_T}$ نموده و آن‌را با شیب خط اوراق بهادار کل بازار $\frac{arm_T-arf_T}{\beta m_T}=(arm_T-arf_T)$ مقایسه می‌نماییم. اگر $RVOL_{pT} > arp_T-arf_T$ باشد عملکرد مجموعه اوراق بهادار منتخب بهتر از عملکرد کل بازار است.

۳. بنابر روش سوم، $arp_T=arf_T+[\frac{arm_T-arf_T}{\sigma m_T}]\sigma p_T$ بوده و با محاسبه $RVARp_T = \frac{arm_T\, arf_T}{\sigma p_T}$ و مقایسه آن با شیب خط بازار سرمایه، ارزیابی به‌عمل می‌آید. اگر $RVARp_T > [\frac{arm_T - arf_T}{\sigma m_T}]$ باشد، عملکرد مجموعه اوراق بهادار بهتر از عملکرد کل بازار است.

۴. در این روش اقدام به بهره‌گیری از معادله رگرسیونی می‌شود که ضریب تعیین آماری (R^2_p) بیانگر درصد تغییری در مازاد بازده ورقه بهادار است که با مازاد بازده بازار قابل توضیح دادن است. هرچه R^2_p کوچک‌تر باشد، قدرت توضیح خط رگرسیون کمتر و ریسک غیر سیستماتیک مجموعه اوراق بهادار بیشتر است. بنابراین، برای محاسبه ریسک کل و تعیین نرخ بازده به ازای هر واحد آن، باید ریسک سیستماتیک بیان شده توسط بتا را با توجه به R_p به‌شرح زیر تعدیل نمود:

$$R^2_P=\frac{\beta p^2_T(\sigma m^2_T)}{\sigma p^2_T}\Rightarrow \sigma p^2_T=\frac{\beta p^2_T(\sigma m^2_T)}{R^{20}_p}$$

$$=\frac{\beta p^2_T}{R^2_P}(\sigma m^2_T)\Rightarrow \sigma p_T=\frac{\beta p_T}{R_p}(\sigma m_T)$$

با تعریف بتای تعدیل شده با $\beta p_A = \frac{\beta p_T}{R_p}$ می‌توان نوشت $\sigma p_T = \beta pA_T(\sigma m_T)$ جهت بازار می‌توان نوشت $\sigma m_T = \frac{\beta m_T}{R_{mm}}(\sigma m_T)$ چون $\beta m_T=R_{mm}=1$ بنابراین می‌توان نوشت $\beta mA_T=\frac{\beta m_T}{R_{mm}} = 1$ عملکرد مجموعه اوراق بهادار مطلوب‌تر است اگر $\frac{ap_T - af_T}{\beta pA_T} > (am_T - af_T)$ در جایی که $\beta mA_T=1$ در حالت کلی، عملکرد مجموعه اوراق بهادار i برتر از مجموعه اوراق بهادار j است اگر $\frac{arpi_T - arf_T}{\beta piA_T} > \frac{arpj_T - arf_T}{\beta pjA_T}$.

۳. انتخاب و ارزیابی مجموعه بهینه اوراق بهادار چند معیاری

در غالب موارد عملی (صرفنظر از جنبه‌های تئوریک)، مسأله انتخاب و ارزیابی مجموعه اوراق بهادار مسأله‌ای چند معیاری می‌باشد که در آن معیارهایی جز ریسک و بازده نظیر نقدینگی، رشد در ارزش مجموعه اوراق بهادار، درآمد جاری مجموعه اوراق بهادار و سهولت اداره مجموعه اوراق بهادار نیز با اهمیت می‌باشند.

ادبیات کلاسیک اثر مالیات بر سرمایه‌گذاری‌های افراد و شرکت‌ها را نادیده می‌گیرد. مالیات بزرگ‌ترین بخش از هزینه‌های سرمایه‌گذار را تشکیل می‌دهد (بیش از هزینه‌های مدیریت و کمیسیون). جهت تضمین از این که

"آنچه را می‌بینیم همان چیزی است که به‌دست می‌آوریم" و جهت ارزیابی صحیح‌تر و واقعی‌تر عملکرد طی یک دوره معین، باید ارزش حقیقی مجموعه اوراق بهادار را محاسبه نمود [گارلند ۱۹۸۷].

نقدینگی نیز معیاری است که ادبیات کلاسیک از آن به‌سادگی می‌گذرد. بازده مورد انتظار دارایی‌های سرمایه‌ای تابعی صعودی از ریسک و هم نقدینگی است. جهت اندازه‌گیری میزان نقدینگی می‌توان از کارهای امی هود - مندلسون (۱۹۹۱)، و هاسبروک - شوارتز (۱۹۸۸) بهره گرفت.

معیار غیر کلاسیک دیگر، نسبت قیمت به درآمد می‌باشد. اغلب سرمایه‌گذاران استراتژی بالا بودن این نسبت را بهتر می‌دانند. گرچه تحقیقات جانک و اپنهایمر در ۱۹۸۷ برتری این استراتژی را نشان نمی‌دهد ولی طرح مدل‌هایی که جمیع خواسته‌ها، معیارها، و رجحان‌های سرمایه‌گذاران را به‌خوبی منعکس نماید بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

بعضی از شرکت‌های سرمایه‌گذاری در صدد حداکثر نمودن همزمان دو هدف متضاد سود سهام برای گروه سرمایه‌گذاران خواهان سود بالا و حداکثر نمودن افزایش ارزش سرمایه برای گروه سرمایه‌گذاران طالب رشد ارزش دارایی می‌باشند. در این شرکت‌ها رجحان‌های سرمایه‌گذاران در خصوص نحوه و زمان دریافت سود یا بازده و درآمد نیز علاوه بر میزان سود یا بازده و درآمد با اهمیت می‌باشد. بنابراین، وضع اهداف متضاد و متعدد حائز اهمیتی در خور توجه می‌باشد [کومار و فیلیپاتوس ۱۹۷۸].

این مثال‌ها بیانگر موقعیت‌های تصمیمی است که در ادبیات سنتی به‌روشنی تشریح نشده‌اند. علاوه بر آن و از همه مهمتر این که، مدل کوواریانس مارکویتز و مدل برنامه‌ریزی خطی شارپ تنها قادر به تعیین مرز کارا هستند و انتخاب بهترین مجموعهٔ اوراق بهادار را سرمایه‌گذار با توجه به رجحان‌هایش به‌عمل می‌آورد و طرح مدلی که هر دو کار تعیین مرز کارا و انتخاب بهترین مجموعه سرمایه‌گذاری را به‌طور همزمان انجام دهد بسیار ضروری به‌نظر می‌رسد. از آنجا که مدل‌های مجموعه اوراق بهادار شامل اهدافی متضاد و متعدد هستند (نظیر حداکثر کردن بازده و مینیمم کردن ریسک)، برنامه‌ریزی آرمانی مناسب‌ترین تکنیک برای آنها به‌شمار می‌رود. مناسب‌بودن برنامه‌ریزی آرمانی جهت انتخاب مجموعه اوراق بهادارهای کارا را می‌توان در مطالعات لی (۱۹۷۳) ولی - چسر(۱۹۸۰) یافت. این مطالعات قدرت برنامه‌ریزی آرمانی را در ایجاد مجموعه اوراق بهادارهای کارا و همچنین انتخاب بهترین مجموعه اوراق بهادار (از بین مجموعه اوراق بهادارهای کارا) به‌خوبی تشریح می‌نماید.

مدل تک هدفی را می‌توان با تابع هدف $Z(X)=Z(x_1,...,x_n)$ و محدودیت‌های $f(X)=f_i(x_1,...,x_n)$ و $X\geq 0$ یا $x_j\geq 0$ بیان نمود در جایی که $i=1,...,m;j=1,...,n$. همچنین مدلی با K هدف را می‌توان با تابع هدف $Z(X)=Z_1(X),Z_2(X),...,Z_k(X)$ و محدودیت‌های

سیستمی مشابه $f(X)=f_i(x_1,...,x_n)$ و $X\geq 0$ یا $x_j\geq 0$ بیان نمود در جایی‌که $i=1,...,m;j=1,...,n$. مدل بهینه ساز چند هدفی در پی دستیابی به گزینه خاصی نظیر (X)است که به ایجاد بهترین بردار و مقدار برای تابع هدف، $Z(X)$، می‌انجامد. این تعریف تا حدودی فازی است چراکه یک مدل به تنهایی قادر به ارائه مناسبی از انواع مختلف رجحان‌های تصمیم گیرندگان متعدد نمی‌باشد. برنامه‌ریزی آرمانی تکنیکی مبتنی بر مفهوم رضایت‌مندی در دستیابی به اهداف است. در این تکنیک، برای هر هدف، آرمانی خاص وضع می‌شود. سپس، میزان نیل به آن سطح آرمان حداکثر می‌شود. به‌عبارتی دیگر، میزان انحراف کل از سطوح آرمانی حداقل می‌شود. مدل برنامه‌ریزی آرمانی را می‌توان با یکی از توابع هدف و مجموعه محدودیت‌ها بیان نمود[1]:

$$(1)\ \text{Min } Z=\sum_{i=1}^{K}(W_i^+d_i^+ + W_i^-d_i^-)$$

$$(2)\ \text{Min } Z=\sum_{i=1}^{k} p_i \sum_{l=1}^{n=i}(W_{il}^+ d_i^+ + W_{il}^- d_i^-)$$

$$(3)\ \text{Min } Z=\sum_{i=1}^{K} p_i (d_i^+ + d_i^-)$$

$$(4)\ \text{Max } Z=\sum_{i=1}^{K}(F_i^+d_i^+ + F_i^-d_i^-)$$

$$\text{S.t.} \quad f_i(X) - d_i^+ + d_i^- = g_i$$

$$X\in Cs$$

در جایی که $i=1,...,k$ و W_i^+, W_i^- مقادیر ثابت و مثبتی هستند که وزن‌های نسبی مربوط به متغیرهای انحرافی مثبت و منفی را نشان می‌دهند. $W_{il}^+ W_{il}^-$، وزن‌های نسبی اختصاص یافته به هر یک از $l=1,2,...,n_i$ دسته مختلف موجود در iامین طبقه است، طبقه‌ای که ارزش p_i به آن اختصاص می‌یابد. p_i فاکتور اولویت مطلق می‌باشد.

$d_i^+, d_i^-, g_i, f_i(X), C_s$ نیز به‌ترتیب عبارتند از مجموعه جواب‌های بهینه با توجه به محدودیت‌های سیستمی، تابع خطی از X، سطوح آرمانی، متغیرهای انحرافی منفی و مثبت. در نهایت، تفاوت در عملکرد میان گزینه‌های (x,y)در ارتباط با هدف یا معیار تصمیم i را می‌توان با $d_i=f_i(X)-f_i(Y)$ سنجید در جایی‌که $f_i(x) = \sum_{i=1}^{n} aij\,xj$. این تابع عملکرد را می‌توان با تابع ارزش $F(d_i)$ حاصله از رجحان‌های تصمیم‌گیرنده تعریف نمود.[2] روشی تعاملی و مؤثر و هدایت‌کننده‌ای پیشنهادی تعریف آسان‌تر و موثرتری از رجحان‌های تصمیم‌گیرندگان و ملحوظ نمودن آنها در تابع هدف ارائه نموده است.

در انتخاب و ارزیابی مجموعه اوراق بهادار سرمایه گذاری توجه به چند مورد حائز اهمیت است:

- مدل مناسب انتخاب مجموعه اوراق بهادار کدام است؟

- آیا دو معیار بازده و ریسک کافی است؟

۱- انواری رستمی و تاباتا (۱۹۹۸)

۲- انواری رستمی و تاباتا (۱۹۹۸)

(مدل سنتی کوواریانس مارکویتز، مدل شارپ و...)؟

- آیا باید معیارهای غیر سنتی متضاد و متعددی را در انتخاب دخالت داد (مدل‌های چند معیاری)؟

● فرایند مناسب ارزیابی عملکرد مجموعه اوراق بهادار کدام است؟

- چهار نوع فرایند ارزیابی که سابقاً ذکر شد (جهت مدل‌های سنتی انتخاب مجموعه اوراق بهادار)؟

- فرایند ارزیابی جدید (جهت مجموعه‌های اوراقی که بر مبنای چندین معیار گزیده می‌شوند)؟

● در حالت طرح نمودن مدل‌هایی بر مبنای چندین معیار، آیا داده‌های کافی برای اندازه گیری و ارزیابی در بازار وجود دارد؟ و اگر خیر چگونه می‌توان داده‌های مربوط به مجموعه اوراق بهادار شاخص و مبنای مقایسه را به‌وجود آورد؟

موضوع بحث این مقاله، طرح مدل‌های چند معیاری برنامه‌ریزی آرمانی مناسب (نه دو معیاری سنتی) جهت انتخاب و ارزیابی است و فرایند جدیدی را جهت ارزیابی مجموعه‌های اوراق بهادار منتخب بر طبق این مدل‌ها ارائه خواهیم نمود. ابتدا طرح مدل انتخاب و سپس فرایند ارزیابی مجموعه اوراق بهادار مورد بحث قرار خواهد گرفت.

طرح مدل چند معیاری جهت انتخاب مجموعه بهینه اوراق بهادار سرمایه گذاری

■ معیارها و اهداف مهم در انتخاب مجموعه اوراق بهادار را تعیین نمایید.

■ برای هر هدف سطح آرمانی را تعیین نمایید.

■ با توجه به متغیرهای تصمیم، متغیرهای انحرافی مثبت و منفی و سطوح آرمانی وضع شده توسط سرمایه گذار برای اهداف مختلف، معادلات ریاضی مدل برنامه‌ریزی آرمانی را تهیه نمایید.

■ با روشی تعاملی و رو در رو، تابع رجحان‌های سرمایه گذار را تعریف و در تابع هدف مدل بگنجانید.

■ مدل را حل نمایید و با توجه به مقادیر حاصله برای متغیرهای تصمیم، مجموعه اوراق بهادار بهینه را بسازید.

ارزیابی مجموعه بهینه اوراق بهادار سرمایه گذاری چند معیاری

● تعیین یا محاسبه برداری که هر یک از اجزای آن بیانگر مقدار واقعی دست یافته طی دوره بررسی از هر یک سطوح آرمانی وضع شده است. این بردار را در پایان دوره به‌راحتی می‌توان با جاگذاری مقادیر حاصله از متغیرهای تصمیم مدل، داشتن سطوح آرمانی اهداف مختلف، و ضرایب فنی مدل به‌دست آورد. روش‌های کلاسیک ارزیابی عملکرد حالتی خاص از مدل‌های چند معیاری به‌شمار می‌آیند که در آن دو هدف حداکثرسازی بازده و حداقل‌سازی ریسک مجموعه اوراق بهادار مد نظر می‌باشد. اگر بتوان از عملکرد مجموعه اوراق بهادار بازار در خصوص هر معیار، داده مناسبی به‌دست آورد، بردار مقایسه به‌راحتی

تکمیل می‌شود. اگر نتوان از عملکرد مجموعه اوراق بهادار بازار در خصوص هر هدف داده مناسبی به‌دست آورد آن جزء (اجزاء) از بردار را می‌توان با مقدار آرمانی تعیین شده برای هر هدف در مدل انتخاب مجموعه اوراق بهادار (که در ابتدای دوره از آن بهره گرفته شد) جایگزین نموده و عملیات ارزیابی را آغاز نمود.

- اگر مدل انتخاب مجموعه اوراق بهادار، برنامه‌ریزی آرمانی از نوع سوم بوده باشد (مدل لکزیکو گرافیکی یا اولویتی)، عملکرد مجموعه اوراق بهادار مطلوب و برتر است اگر میزان دستیابی به هدف اولین هدف آن بیشتر باشد چون از نظر سرمایه‌گذار جزئی ناچیز از هدف با اولویت‌تر را با هیچ سطحی از دسترسی به هدف اهداف کم اولویت‌تر نمی‌توان جبران نمود.
- اگر مدل از نوع دوم باشد (وزنی و الویتی)، عملکرد مجموعه اوراق بهادار مطلوب‌تر و برتر است اگر میزان دسترسی به هدف کل اهداف موجود در اولین سطح اولویت بیشتر باشد. با جاگذاری مقادیری از بردار مقایسه که مربوط به اهداف سطح اول اولویتند و محاسبه مقدار به‌دست آمده برای تابع هدف مجموعه اوراق بهادار و بازار، مجموعه اوراق بهادار از عملکرد مطلوب‌تری برخوردار بوده اگر مقدار تابع هدف آن کمتر از مقدار تابع هدف حاصله از بردار داده‌های بازار باشد.
- اگر مدل از نوع اول بوده باشد (وزنی غیر اولویتی)، عملکرد مجموعه اوراق بهادار مطلوب‌تر و برتر است اگر میزان دسترسی به هدف کل اهداف بیشتر باشد. با جاگذاری مقادیر بردار مقایسه و محاسبه مقدار به‌دست آمده برای تابع هدف مجموعه اوراق بهادار و بازار، مجموعه اوراق بهادار از عملکرد مطلوب‌تری برخوردار بوده است اگر مقدار تابع هدف آن کمتر از مقدار تابع هدف حاصله از بردار داده‌های بازار باشد.
- اگر مدل از نوع چهارم باشد (تابع ارزش)، عملکرد مجموعه اوراق بهادار مطلوب‌تر و برتر است اگر میزان دسترسی به هدف کل اهداف بیشتر باشد. با جاگذاری مقادیر بردار مقایسه و محاسبه مقدار به‌دست آمده برای تابع هدف مجموعه اوراق بهادار و بازار، مجموعه اوراق بهادار از عملکرد مطلوب‌تری برخوردار بوده است اگر مقدار تابع هدف آن بیشتر از مقدار تابع هدف حاصله از بردار داده‌های بازار باشد.

جهت تعیین مقداری عددی که با آن بتوان نسبت به عملکرد مجموعه اوراق بهادار قضاوت نمود معادله‌ای به‌نام «معادله تغییر در مطلوبیت تصمیم‌گیرنده» به‌شرح زیر ارائه شده است:

$$TCDMU = \sum_{i=1}^{K} \left[W_i^- \left[\frac{AV_{MG} - BV_{MG}}{BV_{MG}} \right] - W_i^+ \left[\frac{AV_{MIG} - BV_{MIG}}{BV_{MIG}} \right] \right]$$

در جایی‌که

AV_{MG}: مقدار یا سطح واقعی دستیابی به

هدفی است که مجموعه اوراق بهادار منتخب به ارمغان آورده است (هدفی که در پی حداکثر نمودن آن بوده‌ایم).

AV_{MIG}: مقدار یا سطح واقعی دستیابی به هدفی است که مجموعه اوراق بهادار منتخب به ارمغان آورده است (هدفی که در پی حداقل نمودن آن بوده‌ایم).

BV_{MG}: مقدار یا سطح واقعی دستیابی به هدفی است که مجموعه اوراق بهادار شاخص یا مبنای مقایسه به ارمغان آورده است (هدفی که در پی حداکثر نمودن آن بوده‌ایم).

BV_{MIG}: مقدار یا سطح واقعی دستیابی به هدفی است که مجموعه اوراق بهادار شاخص یا مبنای مقایسه به ارمغان آورده است (هدفی که در پی حداقل نسردن آن بوده‌ایم).

- اگر مقدار عددی معادله مذکور برای مجموعه اوراق بهادار منتخب بزرگ‌تر از صفر باشد، نگهداری مجموعه اوراق بهادار مطلوبیت سرمایه‌گذار را افزایش داده و عملکرد آن برتر شناخته می‌شود.
- اگر مقدار عددی معادله مذکور برای مجموعه اوراق بهادار منتخب برابر با صفر باشد، نگهداری مجموعه اوراق بهادار مطلوبیت سرمایه‌گذار را تغییر نداده است.
- اگر مقدار عددی معادله مذکور برای مجموعه اوراق بهادار منتخب کوچک‌تر از صفر باشد، نگهداری مجموعه اوراق بهادار مطلوبیت سرمایه‌گذار را کاهش داده و عملکرد آن نامطلوب شناخته می‌شود.

۴. مثال عددی

لی ولررو (۱۹۷۳) مدل برنامه‌ریزی آرمانی را ارائه می‌نمایند که در آن، معادله غیر خطی ریسک کل یک مجموعه اوراق بهادار (واریانس) را می‌توان با سه معادله خطی $\sum R_i x_i$، $\sum C_i x_i$، و $\sum \beta_i x_i$ معادل‌سازی نمود در جایی که R_i نرخ بازده ورقه بهادار i، $C_i = \frac{2r_{i1}s_i s_1}{R_1} + \frac{2r_i s_i s_2}{R_2} ... + \frac{2r_{iN}s_i s_N}{R_N}$ و β_i بتای هر ورقه می‌باشد. لی و چسر (۱۹۸۰) مدل دیگری را جهت انتخاب مجموعه اوراق بهادار ارائه کردند که در آن از روش CAPM یا مدل

جدول شماره ۱

Titles	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	*Markrt*
R_j	0.112	0.16	0.328	0.04	0.16	0.2	0.024	0.024	0.232	0.088	0.08
β_j	1.4	2	4.1	0.5	2	2.5	0.3	0.3	2.9	1.1	1
D_j	0.2	0.17	0.4	0.35	0.15	0.25	0.3	0.45	0.12	0.22	*
$\left(\frac{P}{E}\right)_j$	10	15	8	6	12	25	30	14	17	5	*

ارزش‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای شارپ بهره گرفته شده است. در این مقاله مدل دوم یا CAPM مبنای کار قرار گرفته است (بازده متناسب با ریسک سیستماتیک یا بتا است).

جدول ۱ داده‌های فرضی مربوط به ۱۰ سهم بازار را نشان می‌دهد. در این جدول، $D_j, R_j\beta_j$ و $\left(\frac{P}{E}\right)_j$ به‌ترتیب عبارتند از بتا، بازده بر مبنای بتا، نرخ تقسیم سود، و نسبت قیمت به درآمد سهم j ($j=1,2,...,10$). با بهره گیری از داده‌های جدول و با توجه به نوع رجحان‌ها و شکل تابع هدف حاصله، مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی مناسبی را برای انتخاب مجموعه اوراق بهادار می‌توان بنا نهاد.

اشکال مختلف تابع هدف به‌شرح جدول ۲ می‌باشد.

با فرض سطوح آرمانی به‌شرح بردار $g^{-1}=(0.112,1.5,0.0434,12.11)$، سه نوع مجموعه اوراق بهاداری بهینه (هر یک با توجه به رجحان‌ها و شکل متفاوت تابع هدف) به‌شرح زیر را می‌توان بنا نهاد که حل آنها عبارت است از:

- مجموعه اوراق بهاداری اول: $X_1=1$
- مجموعه اوراق بهاداری دوم:

$X_3=0.315789$, $X_8=0.684211$

- مجموعه اوراق بهاداری سوم:

$X_3=0.232558$, $X_7=0.372093$, $X_{10}=0.395349$

اگر بردار مقادیر واقعی که با نگهداری هر یک از مجموعه اوراق بهادارها ایجاد می‌شود به‌شرح زیر باشد، به‌سادگی می‌توان عملکرد هر یک از مجموعه اوراق بهادارها را ارزیابی نمود.

جدول شماره ۲

$$(1)\ Min\ Z=\sum_{i=1}^{k}\left(W_i^+ d_i^+ + W_i^- d_i^-\right) \Rightarrow P1d_1^- + P2d_2^+ + P3d_3^- + P4d_4^-$$

$$(2)\ Min\ Z=\sum_{i=1}^{k} Pi \sum_{l=1}^{ni}\left(W_{il}^+ d_i^+ + W_{il}^- d_i^-\right) \Rightarrow P1(d_1^- + d_2^+) + P2d_3^- + P3d_4^-$$

$$(3)\ Min\ Z=\sum_{i=1}^{k} Pi\left(d_i^+ + d_i^-\right) \Rightarrow 0.5d_1^- + 0.3d_2^+ + 0.15d_3^- + 0.05d_4^-$$

$$S.t. \qquad f_i(X) - d_i^+ + d_i^- = g_i \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^{10} R_j x_j + d_1^- - d_1^+ = R_p \\ \sum_{i=1}^{10} \beta_j x_j + d_2^- - d_2^+ = \beta_p \\ \sum_{i=1}^{10} D_j x_j + d_3^- - d_3^+ = D_p \\ \sum_{i=1}^{10} \left(\frac{P}{E}\right)_j x_j + d_4^- - d_4^+ = \left(\frac{P}{E}\right)_p \end{cases}$$

$$X \in Cs \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} x_i$$

بردار مقایسه مجموعه اوراق بهاداری اول:

$$G_{p1}^{-1} = \left(R_{p1}, \beta_{p1}, D_{p1}, \left(\frac{p}{E}\right)_{p1} = (0.14, 1.6, 0.35, 6) \right)$$

بردار مقایسه مجموعه اوراق بهاداری دوم:

$$G_{p2}^{-1} = \left(R_{p2}, \beta_{p2}, D_{p2}, \left(\frac{p}{E}\right)_{p2} = (0.13, 1.3, 0.4, 8) \right)$$

بردار مقایسه مجموعه اوراق بهاداری سوم:

$$G_{p3}^{-1} = \left(R_{p3}, \beta_{p3}, D_{p3}, \left(\frac{p}{E}\right)_{p3} = (0.18, 2.5, 0.2, 15) \right)$$

بردار مقایسه مجموعه اوراق بهاداری بازار:

$$G_{m}^{-1} = \left(R_{m}, \beta_{m}, D_{m}, \left(\frac{p}{E}\right)_{m} = (0.09, 1, 0.15, 10) \right)$$

در نهایت می‌توان با جاگذاری بردارها در معادله TCDMU تحلیل نهایی را انجام داد:

$$TCDMU = \sum_{i=1}^{k} \left[w_i^- \left(\frac{AV\,MG - BV\,MG}{BV\,MG} \right) - w_i^+ \left(\frac{AV\,MIG - BV\,MIG}{BV\,MIG} \right) \right]$$

$$TCDMU_{p1} = \left[0.5\left(\frac{0.18 - 0.09}{0.09}\right) + 0.3\left(\frac{1 - 2.5}{1}\right) + 0.15\left(\frac{0.2 - 0.15}{0.15}\right) + 0.05\left(\frac{15 - 10}{10}\right) \right] = 0.125$$

$$TCDMU_{p2} = \left[0.5\left(\frac{0.18 - 0.09}{0.09}\right) + 0.3\left(\frac{1 - 2.5}{1}\right) + 0.15\left(\frac{0.2 - 0.292}{0.292}\right) + 0.05\left(\frac{15 - 15}{15}\right) \right] = 0.0027$$

$$TCDMU_{p2} = \left[0.5\left(\frac{0.112 - 0.09}{0.09}\right) + 0.3\left(\frac{1 - 2.5}{1}\right) + 0.15\left(\frac{0.2 - 0.292}{0.292}\right) + 0.05\left(\frac{15 - 15}{15}\right) \right] = -0.4973$$

با توجه به نتیجه حاصله، مجموعه اوراق بهادار اول برتر از مجموعه اوراق بهادار دوم نسبت به بازار عمل نموده است و مجموعه اوراق بهادار سوم عملکرد نامطلوبی نسبت به بازار و نسبت به دو مجموعه اوراق بهاداری دیگر داشته است.

۵. خلاصه و نتیجه

در غالب مسائل عملی مربوط به انتخاب و ارزیابی مجموعه اوراق بهادار سرمایه‌گذاری، معیارها و اهداف متعدد و متضادی وجود دارند که غالباً ادبیات کلاسیک مجموعه اوراق بهادار یا از آنها غافل بوده و یا به‌سادگی از آنها گذشته است. این مقاله تلاشی جهت ارائه مدل‌های بهینه ریاضی (برنامه‌ریزی آرمانی) جهت انتخاب و ارزیابی مجموعه بهینه اوراق بهادار بر مبنای معیارهایی متعدد و متضاد می‌باشد. ضمن بحث روش‌های کلاسیک ارزیابی، به نحوه فرموله و ارزیابی نمودن مدل‌های مختلف برنامه‌ریزی آرمانی اشاره نمودیم. همچنین، نحوه داده آفرینی جهت تکمیل بردار مقایسه را توضیح داده و جهت ارزیابی، معادله‌ای را به‌نام TCDMU معرفی کردیم. در خاتمه مثالی عددی را بیان نموده و فرایند ارزیابی را با آن مرور نمودیم.

References

1- Amihud, Y..and Mendelson, (1991)"Asset Prices and Financial Policy", *Financial Analyst Journal, 47/6,pp.56-66.*

2- Anvary Rostamy A. A. and Y.Tabata, (1998)"Appraising the Effectiveness of GP in Incorporating the Decision Maker (DM)'s Preferences", *Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol.41, No.2,pp.279-288.*

3- Anvary Rostamy A. A. and Y. Tabata,(1997)"On the Performance Evaluation of Multiple Criteria Security Portfolio" A Paper presented at the fourth international conferance of Asiaa pacific Operational Research Societies, held at Melbourne, Australia.

4- Comp, R. C., and Eubank, A. A.,(1981)"Beta Quotient : A Measure of Portfolio Risk,"The *Journal of Portfolio Management, 7/4,pp.53-57.*

5- Elton E. J., and Gruber, M. J.,(1991)"Modern Portfolio Theory and Investment Analysis", John Wiley & Sons.

6- Garland J. P., (1987)" Taxible Portfolio : Value and Performance", *Journal of Portfolio Management 13/2, pp.19-24.*

7- Hasbrouck, J., and Showartz, R. A., (1988)"Liquidity and Execution Costs in Equity Markets", The Journal of Portfolio Management 14/3, pp.10-16.

8- Jahnke, G. S., and Oppenheimer, H. R., (1987)"Price-earning Ratios and Security Performance", *The Juornal of Portfolio Management 14/1, pp.39-46.*

9- Kumar, P. C., Philippatos, G. C. and Ezzell, J., (1978)"Goal Programming and the Selection of Portfolio by Dual-purpose Funds", The

10- Lee, S. M., and Lerro, A. J., (1973)"Optimization the Porfolio Selection for Mutual Funds," *The Journal of Finance, 28/5, pp.1086-1101.*

11- Lee, S. M., and Chesser, D. L., (1980)"Goal Programming for Portfolio Selection," *The Journal of Portfolio Management 6/3, pp.22-26.*

12- Markowitz, H. M., (1959)"Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments, "Wiley,. New York.

13- Sharp, W. F., (1959)"Capital Asset Pricing Model,"Journal of Finance.

14- Sharp, W. F., (1974)"Portfolio Selection,"Journal of Finance.