

طراحی کنترل کننده QFT برای سیستمهای خطی چندمتغیره و نامعین با محدودیت روی پهنای باند به کمک فیدبک داخلی

بهرام کریمی^(۱) - فرید شیخ الاسلام^(۲) - ایمان صبوری^(۳)

(۱) استادیار گروه برق - دانشکده مهندسی برق - دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(۲) دانشیار گروه برق - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی اصفهان

(۳) کارشناس و محقق آزمایشگاه محاسبات هوشمند پیشرفته دانشگاه صنعتی امیرکبیر

تاریخ پذیرش: بهار ۱۳۸۹

تاریخ دریافت: تابستان ۱۳۸۸

خلاصه: در این مقاله بر اساس قضایایی که بیان و اثبات خواهد شد، روش جدیدی به منظور طراحی کنترل کننده مقاوم برای فرآیندهای چند متغیره خطی و نامعین که دارای محدودیتهای سخت زمانی بر روی بردار خروجیها و پهنای باند سیستم هستند ارائه می شود. در این روش ابتدا فرآیند چند متغیره $m \times m$ توسط یک فیدبک داخلی به همراه کنترل کننده قطری به فرآیند جدیدی تبدیل می شود. بعد از آن این فرآیند جدید به کمک روش غیراندرکنشی در تئوری فیدبک کمی (QFT) به تعدادی فرآیند یک متغیره شکسته می شود و سپس با استفاده از روش QFT، کنترل کننده های مناسب طراحی می شود. در این روش ماتریس تابع انتقال کنترل کننده قطری بوده و امکان خوبی برای به دست آوردن پهنای باند مطلوب فراهم می کند. کاربرد و مقایسه این روش با روش QFT معمولی توسط یک مثال نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: تئوری فیدبک کمی، سیستمهای چندمتغیره، سیستمهای نامعین.

۱- مقدمه

یکی از مسائل مهم و پیچیده در علم کنترل، تجزیه و تحلیل سیستمهای چندمتغیره و طراحی کنترل کننده مقاوم برای آنها می باشد. مشکلات و پیچیدگیهای این سیستمها باعث شد که در دهه پنجاه برخی از محققان، تئوری کنترل کلاسیک را کنار گذاشته و به دنبال ابداع روش دیگری به نام تئوری کنترل مدرن بروند. یکی از مهمترین مشکلات در سیستمهای MIMO، وجود مسئله تداخل در آنها است که این مشکل با افزوده شدن نامعینی به سیستم پیچیده تر نیز می شود و باعث شده که این شاخه از علم کنترل یکی از مسائل باز روز باشد. هم اکنون مهندسين و محققين زيادي بر روي اين سيستمها كار مي كنند و همگي به دنبال ارائه روشهای جدید، مناسب و اقتصادی و یا تکمیل پیشنهادات قبلی و ساده تر کردن آنها جهت استفاده در مسائل صنعتی و کاربردی هستند.

از آنجا که بسیاری از سیستمهای واقعی دارای ساختاری چندمتغیره و دارای نامعینی هستند، مهندسين کنترل علاقه زيادي به تحليل و طراحي اينگونه سيستمها دارند. روش H_{∞} که توسط زيمس معرفي و توسط دويل [۱] توسعه يافت و روش QFT که توسط هورويتز بنيان گذاري شده [۲-۵]، از روش هايي هستند که در حوزه فرکانس برای

حل اینگونه مسایل و طراحی کنترل کننده برای آنها به کار می رود. در روش H_{∞} از نرمهای ماتریس تابع انتقال حساسیت استفاده می شود و از آنجا که در تحلیل این روش از سیستم حلقه بسته استفاده می شود اطلاع در مورد فاز در حین طراحی از بین می رود [۲]. اما روش QFT یکی از روشهایی است که با وجود نامعینی ساختاری و ناساختاری در مورد فاز سیستم نیز اطلاعات کافی در اختیار طراح قرار می دهد. در هر حال برتری های این دو روش نسبت به یکدیگر از مسائل روز کنترل می باشد.

در زمینه طراحی کنترل کننده به روش QFT برای سیستمهای چندمتغیره خطی به غیر از هورویتز [۳] می توان به کارهای چین و همکاران [۶] و چنگ و همکاران [۷ و ۸] که در آنها فرمول بندی جدیدی برای فرآیندهای چندمتغیره خطی و نامعین ارائه شده است اشاره کرد. فرانچک نیز [۹] از روش حذفی گوس جهت شکستن یک سیستم چندمتغیره به چند سیستم تک متغیره استفاده نموده است که باعث پیچیده شدن فرمولهای به کار رفته شده است. همچنین سبحانی و رفیعیان [۳] روش جدیدی برای حذف اختلال ورودی و خروجی ارائه داده اند، در روش آنها ابتدا فرآیند چندمتغیره $m \times m$ به m^2 فرآیند تک متغیره تجزیه می شود و سپس با استفاده از روش تئوری فیدبک

۳- طراحی کنترل کننده QFT بر اساس شکستن سیستم

چندمتغیره به سیستمهای تکمتغیره

تابع انتقال ماتریسی سیستم شکل (۱) از ورودی $R(s)$ به خروجی $Y(s)$ برابر است با:

$$T = (I + PG)^{-1} PGF \Rightarrow (I + PG)T = PGF \quad (1)$$

شایان ذکر است که جهت سادگی در نگارش، آرگومان s در اکثر روابط این مقاله نوشته نشده است. به فرض آنکه ماتریس تابع انتقال فرآیند P به ازاء تمامی مقادیر نامعینیها معکوس پذیر باشد آنگاه:

$$(P^{-1} + G)T = GF \quad (2)$$

حال اجازه دهید تا $P = [P_{ij}]$ ، $P^{-1} = [p_{ij}^*] = [1/q_{ij}]$ و $Q = [q_{ij}] = [1/p_{ij}^*]$ به دو بخش قطری Λ و غیرقطری C تقسیم شود به عبارتی:

$$P^{-1} = [p_{ij}^*] = [1/q_{ij}] = \Lambda + C \quad (3)$$

که در آن تمام درایه‌های قطری C و درایه‌های غیرقطری Λ صفر هستند. در این صورت معادله (۲) را به صورت زیر می‌توان بازنویسی نمود:

$$T = (\Lambda + G)^{-1} (GF - CT) \quad (4)$$

هورویتز نشان داده است که هر کدام از m^2 درایه ماتریس طرف راست معادله (۴)، بیان کننده یک مسئله چند ورودی-تک خروجی می‌باشد. وی بر اساس قضیه نقطه ثابت شادر^{۱۷} اثبات نموده است که طراحی برای هر یک از m^2 سیستم MISO (به دست آوردن

$$d_{ij} = -\sum_{k \neq i} \left[\frac{t_{kj}}{q_{ik}} \right], k = 1, 2, \dots, m$$

یعنی تعیین F و G را برآورده می‌کند [۳]. در حقیقت اگر نگاهت ϕ از فضای توابع انتقال ماتریسی $m \times m$ به خودش را به صورت $\phi(T) = (\Lambda + G)^{-1} (GF - CT)$ در نظر بگیریم و به جای هر یک از اعضای T مقادیر قابل قبول از مجموعه τ (خانواده توابع انتقال ماتریسی قابل قبول) را قرار دهیم و g_i و f_i را به گونه‌ای طراحی کنیم که نگاهت ϕ از τ به τ بر قرار باشد آنگاه چون شرایط قضیه نقطه ثابت بر قرار است، لذا این نگاهت نقطه ثابت خواهد داشت یعنی $\phi(T^*) = T^*$ که همان جواب معادله (۴) است [۳].

به عنوان نمونه شکل (۲)، نه زیر سیستم MISO از یک سیستم 3×3 را نشان می‌دهد. از آنجا که Λ و C در رابطه (۳) قطری هستند، با توجه به رابطه (۴) برای سیستم 3×3 ، y_{11} برابر است با:

$$y_{11} = \frac{q_{11}}{1 + g_1 q_{11}} [g_1 f_{11} - (\frac{t_{21}}{q_{12}} + \frac{t_{31}}{q_{13}})] r_1 \quad (5)$$

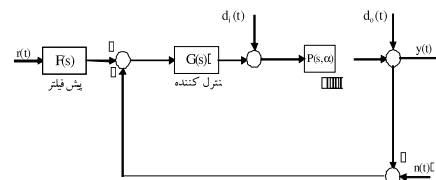
در حالت کلی تابع تبدیل حلقه بسته t_{ij} برای هر حلقه فیدبک، طبق معادله (۴) به صورت زیر می‌باشد [۳]:

کمی، کنترل کننده‌های مطلوب طراحی می‌شود. یکی از پارامترهای حائز اهمیت در عملکرد سیستمهای کنترل مسئله پهنای باند می‌باشد و افزایش پهنای باند مشکلاتی از قبیل تقویت نویز، زمان صعود و شکل دهی تابع تبدیل حلقه باز نامی (درروش QFT) را به همراه خواهد داشت، و در بعضی موارد مشکلات بیان شده ممکن است مانع از طراحی طراحی کنترل کننده به روش QFT شود [۳]-[۱۰]-[۱۳]. برای رفع این مشکل در این مقاله روشی نو جهت طراحی کنترل کننده مقاوم با استفاده از یک فیدبک داخلی برای فرآیندهای چندمتغیره خطی و نامعین معرفی می‌شود که علاوه بر برآورده نمودن عملکرد مطلوب سیستم، پهنای باند را نیز به خوبی کنترل خواهد نمود. بر این اساس در بخش چهارم قضایایی نیز ارائه و اثبات خواهد شد و در بخش پنجم، کارایی این روش با بررسی مثالی بیان خواهد شد.

۲- بیان مسئله کنترل برای سیستم چندمتغیره

سیستم چندمتغیره شکل (۱) در نظر بگیرید. در این سیستم $R(s) \in C^m$ بردار ورودی، $D_i(s), D_o(s) \in C^m$ بردارهای اختلال ورودی و خروجی از نوع پله واحد، $Y(s) \in C^m$ بردار خروجی، $G(s) \in C^{m \times m}$ ماتریس تابع انتقال کنترل کننده و $P(s, \alpha) \in C^{m \times m}$ ماتریس تابع انتقال فرآیند با نامعینی ساختاری $\alpha \in \Omega \subset R^q$ می‌باشد که در آن $\Omega = \{[\alpha_1, \dots, \alpha_q]; \alpha_i \in [\alpha_i^{\min}, \alpha_i^{\max}], i = 1, 2, \dots, q\}$ فضای ماتریسهای مختلط $m \times m$ هستند. همچنین $T(s)$ ماتریس تابع انتقال حلقه بسته و $F(s)$ ماتریس تابع انتقال پیش فیلتر می‌باشد و همگی $m \times m$ در نظر گرفته می‌شود. کنترل کننده $G(s)$ باید به گونه‌ای طراحی شود که علی‌رغم وجود نامعینی در فرآیند P ، و اختلالات ورودی و خروجی، به ازای ورودی پله‌ای همواره داشته باشیم: الف) تابع انتقال حلقه بسته به ازای تمام نامعینیهای ساختاری و ناساختاری پایدار مقاوم باشد.

ب) خروجی، ورودی پله‌ای را تعقیب نماید، به طوری که به ازای تمام نامعینیها رفتارهای حالت گذرا و حالت دائمی مطلوب که توسط طراح از پیش تعیین شده است، برآورده شود. ج) سیستم همواره بتواند وظیفه حذف اختلال ورودی، اختلال خروجی و کاهش نویز را انجام دهد.

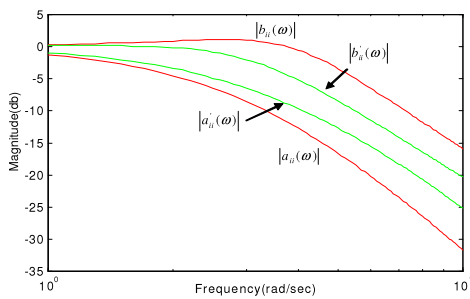


شکل (۱): نمودار بلوکی سیستم MIMO

Fig. (1): The block diagram of the MIMO system

۴- روش جدید طراحی

مطابق شکل (۳) جهت طراحی باندهای تعقیب و حذف اثر تداخل سایر حلقه‌ها، بر روی حلقه آم، باید $|t_{ii}(j\omega)|$ بین دو کران $b_{ii}(\omega)$ و $a_{ii}(\omega)$ قرار بگیرد. با توجه به معادله (۸)، مفهوم عبارت قبل این است که باید رابطه $a_{ii}(\omega) \leq |t_{rii}(j\omega) + t_{dii}(j\omega)| \leq b_{ii}(\omega)$ برای $i = 1, \dots, m$ برقرار باشد. فرض کنید هنگام طراحی، $|t_{rij}(j\omega)|$ در بازه $[a'_{ii}(\omega), b'_{ii}(\omega)]$ قرار بگیرد در این صورت برای برقراری رابطه (۸) لازم است تا $|t_{dij}(j\omega)|$ داخل بازه‌های $[b'_{ii}(\omega), b_{ii}(\omega)]$ و $[a_{ii}(\omega), a'_{ii}(\omega)]$ قرار داده شود [۱۱]. جهت برآورده شدن مطالب بیان شده برای طراحی باندها باید:



شکل (۳): محدوده مجاز برای $|t_{ii}(j\omega)|$ در حوزه فرکانس

Fig. (3): The allowed boundary for $|t_{ii}(j\omega)|$ in the frequency domain

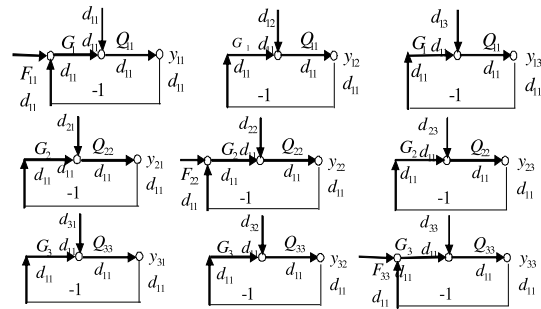
$$\Delta \left| \frac{L_i}{1+L_i} \right| \stackrel{\Delta}{=} \left| \frac{L_i}{1+L_i} \right|^{\max} - \left| \frac{L_i}{1+L_i} \right|^{\min} \quad (9)$$

$$\leq b'_{ii}(\omega) - a'_{ii}(\omega) = \delta'_{ii}(\omega) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

بنابراین مطابق رابطه (۹) برای تک تک حلقه‌ها می‌توان باندهای تعقیب در نمودار نیکولز را طراحی نمود. همچنین از آنجا که روش غیراندرکنشی برای طراحی پیش‌فیلترها، رابطه $f_{ij} = 0 \quad \forall i \neq j$ برقرار می‌باشد، باید جهت طراحی باندهای حذف اثر تداخل سایر حلقه‌ها باید از نامعادله زیر استفاده نمود [۳]:

$$\left| \frac{1}{1+L_i} \right| \leq \frac{t_{dij}}{\sum_{k=1}^m \left| \frac{q_{ik}}{q_{ik}} \right| b_{kj}} \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

جهت روشن تر شدن مطلب برای یک سیستم 3×3 روابط (۹) و (۱۰) به صورت سه سیستم تک‌متغیره در جدول (۱) نشان داده شده است. روش محاسبه باندهای حذف اثر تداخل سایر حلقه‌ها، با استفاده از نامعادله (۱۰) بدین صورت است که در ابتدا به ازای $i=1$ و $j=1, 2, 3, \dots, m$ (حلقه اول)، m نامعادله به دست می‌آید، سپس باید داخل نمودار نیکولز به ازای همه نامعینیها، ناحیه‌هایی که این m نامعادله در آنها به ازای کوچکترین $|L_i|$ ، صادق است را مشخص نمود. اشتراک مرز این نواحی، باند طراحی حذف اثر تداخل سایر حلقه‌ها بر روی حلقه اول را به دست می‌دهد. برای حلقه‌های بعدی نیز باید مشابه



شکل (۲): تعداد نه حلقه MISO در سیستم چندمتغیره 3×3

Fig. (2): Nine loops of MIMO in a 3×3 multivariable system

$$t_{ij} = w_{ii}(v_{ij} + d_{ij}) \quad (6)$$

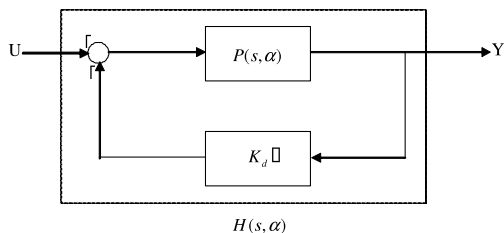
که $w_{ii} = \frac{\Delta}{1+g_i q_{ii}}$ و $v_{ij} = g_{ij} f_{ij}$. همچنین تداخل بین حلقه‌ها برابر است با:

$$d_{ij} = - \sum_{k=1}^m \left[\frac{t_{kj}}{q_{ik}} \right] \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (7)$$

در این روش (غیراندرکنشی) همانگونه که در شکل (۲) نیز برای سیستم 3×3 نشان داده شده است، تداخل بین حلقه‌ها به صورت اختلال مدل شده است. همچنین رابطه $y_{ij} = t_{ij} v_{ij}$ بیان‌کننده این مطلب است که t_{ij} بر روی v_{ij} تأثیر مستقیم دارد. رابطه (۶) را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$t_{ij} = t_{rij} + t_{dij} \quad (8)$$

که $t_{rij} = w_{ii} v_{ij}$ و $t_{dij} = w_{ii} d_{ij}$ این رابطه بدین معنی است که در سیستم MIMO هر یک از حلقه‌ها بر روی دیگر حلقه‌ها تأثیر مستقیم دارد. در این سیستمها تأثیر حلقه‌ها بر روی یکدیگر به گونه‌ای است که در طراحی کنترل‌کننده، نمی‌توان از وجود آن چشم‌پوشی نمود و در روش طراحی QFT نیز این مسئله لحاظ شده است و به همین دلیل باید در این روش باندهایی موسوم به باندهای حذف اثر تداخل سایر حلقه‌ها بر روی یکدیگر (باندهای اختلال^{۱۸})، طراحی نمود. به عنوان مثال در یک سیستم 3×3 مطابق معادله (۵)، t_{31} و t_{21} بر روی t_{11} اثر می‌گذارند که این تأثیر به صورت اختلال در نظر گرفته می‌شود. وجود این‌گونه اختلالها باعث می‌شود که سطح اشتراک باندهای طراحی شده در نمودار نیکولز بالا برود و بالا رفتن سطح باندها، محدودیت‌های افزایش فرکانس قطع^{۱۹}، افزایش پهنای باند و محدودیت‌های زمان صعود و مشکلات شکل‌دهی تابع تبدیل حلقه باز نامی را به همراه خواهد داشت به طوریکه در بعضی موارد ممکن است محدودیت‌های بیان شده به گونه‌ای باشد که طراح قادر به طراحی کنترل‌کننده نباشد و عملاً نتوان به روش QFT، فرآیند موردنظر را کنترل نمود [۳، ۸، ۹ و ۱۰]. لازم به ذکر است ارتباط بین پهنای باند و فرکانس قطع به صورت $\omega_c \leq \omega_b \leq 2\omega_c$ است که ω_c اندازه فرکانس قطع بهره و ω_b اندازه فرکانس پهنای باند می‌باشد [۱۰].



شکل (۴): نمای بلوکی فرآیند جدید

Fig. (4): The block diagram of the new process

۴-۱- استفاده از فیدبک داخلی

اگر مطابق شکل (۴)، از فیدبک داخلی به همراه کنترل کننده قطری و ثابت $K_d = [k_i]$ استفاده شود آنگاه ماتریس تابع انتقال از ورودی U به خروجی Y برابر با

$$H(s, \alpha) = (I + P(s, \alpha)K_d)^{-1}P(s, \alpha) \quad (11)$$

خواهد بود. در این صورت می توان نوشت:

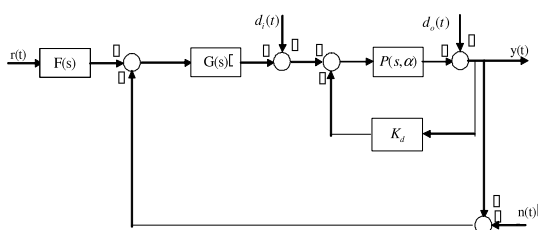
$$H^{-1}(s, \alpha)'0 = P^{-1}(s, \alpha) + K_d \quad (12)$$

$$\Rightarrow [h_{ij}^*(s, \alpha)] = [p_{ij}^*(s, \alpha)] + [K_i]$$

حال فرض کنید بلوک دیاگرام شکل (۴) (ماتریس $H(s, \alpha)$) جایگزین $P(s, \alpha)$ در شکل (۱) گردد، در این صورت ماتریس Q' که متناظر با ماتریس $Q = [q_{ij}] = [1/p_{ij}^*]$ می باشد و در طراحی باندها از درایه های آن استفاده می شود برابر است با:

$$Q'(s, \alpha) = [q'_{ij}(s, \alpha)] = \begin{cases} \frac{1}{p_{ii}^*(s, \alpha) + k_i} = \frac{1}{h_{ii}^*(s, \alpha)} & i = j \\ \frac{1}{p_{ij}^*(s, \alpha)} & i \neq j \end{cases} \quad (13)$$

بنابراین با توجه به رابطه (۱۳) می توان گفت که برای $i \neq j$ ، $[q'_{ij}(s, \alpha)] = [q_{ij}(s, \alpha)]$ حال اگر ماتریس K_d به گونه ای طراحی شود که به ازاء $i = j$ ، $|q'_{ii}(s, \alpha)| < |q_{ii}(s, \alpha)|$ باشد می توان ادعا نمود که در طراحی باندهای حذف اثر تداخل سایر حلقه ها اگر از فیدبک داخلی استفاده شود، همانند شکل (۵) سطح باندها پایین تر خواهد آمد. حال اجازه دهید به کمک قضایای زیر نشان دهیم که می توان ماتریس $K_d = [k_i]$ را به گونه ای طراحی نمود که شرط فوق برقرار گردد. در واقع قضایای زیر شرط وجود ماتریس جبرانساز K_d می باشد.



شکل (۵): نمودار بلوکی سیستم کنترلی جدید

Fig. (5): The block diagram of the new control system

روشی که بیان شد عمل نمود. جهت روشن تر شدن مطلب مطابق جدول (۱) برای یک سیستم ۳×۳، باید برای سه حلقه (به طور مجزا) باندهای حذف اثر تداخل سایر حلقه ها را به دست آورد و همانگونه که مشاهده می شود برای هر حلقه باید ۳ نامعادله را بررسی نمود.

با توجه به مطالب بیان شده و نامعادله (۱۰) و جدول (۱) مشاهده می شود که در طراحی باند حذف اثر تداخل سایر حلقه ها بر روی هر یک از L_i ها، از آنجا که جمله $|q_{ii}|$ در مخرج کلیه عبارتهای سمت راست m نامعادله ظاهر شده است، بنابراین این جمله سهم بسزایی در طراحی باند L_i دارد. در واقع از روی نامعادلات مشخص است که هرچه مقدار $|q_{ii}|$ کوچکتر شود، سمت راست نامعادلات بزرگتر شده و برای طراحی $|L_i|$ (با توجه به جهت نامساوی) بازه بزرگتری در اختیار خواهیم داشت، به عبارت دیگر با کوچکتر شدن $|q_{ii}|$ ، مقادیر عددی که می توان برای $|L_i|$ به دست آورد و در نامعادلات صادق باشد، مقادیر کوچکتری (از لحاظ عددی) خواهد بود و این کوچکتر شدن $|L_i|$ به معنای پایین آمدن سطح باندهای حذف اثر تداخل سایر حلقه ها بر روی حلقه نام است. در قسمت بعد اثبات خواهد شد که می توان با اعمال روش پیشنهادی در این مقاله سطح این باندها را پایین آورد.

Table (1): The expressions related to the design of the following band and elimination of disturbance effects of the other loops of a 3x3 system

جدول (۱): روابط مربوط به طراحی باندهای تعقیب و حذف اثر اختلال سایر حلقه های یک سیستم ۳×۳

$\Delta \left \frac{L_1}{1+L_1} \right \leq \delta_{11}(\omega) \quad \frac{1}{ 1+L_1 } \leq \frac{t_{d11}}{ q_{11} \left(\frac{b_{21}}{ q_{12} } + \frac{b_{31}}{ q_{13} } \right)}$ $\frac{1}{ 1+L_1 } \leq \frac{b_{12}}{ q_{11} \left(\frac{b_{22}}{ q_{12} } + \frac{b_{32}}{ q_{13} } \right)} \quad \frac{1}{1+L_1} \leq \frac{b_{13}}{ q_{11} \left(\frac{b_{23}}{ q_{12} } + \frac{b_{33}}{ q_{13} } \right)}$
$\Delta \left \frac{L_2}{1+L_2} \right \leq \delta_{22}(\omega) \quad \frac{1}{ 1+L_2 } \leq \frac{b_{21}}{ q_{22} \left(\frac{b_{11}}{ q_{21} } + \frac{b_{31}}{ q_{23} } \right)}$ $\frac{1}{1+L_2} \leq \frac{t_{d22}}{ q_{22} \left(\frac{b_{21}}{ q_{21} } + \frac{b_{32}}{ q_{23} } \right)} \quad \frac{1}{1+L_2} \leq \frac{b_{23}}{ q_{22} \left(\frac{b_{13}}{ q_{21} } + \frac{b_{33}}{ q_{23} } \right)}$
$\Delta \left \frac{L_3}{1+L_3} \right \leq \delta_{33}(\omega) \quad \frac{1}{ 1+L_3 } \leq \frac{b_{31}}{ q_{33} \left(\frac{b_{11}}{ q_{31} } + \frac{b_{21}}{ q_{32} } \right)}$ $\frac{1}{ 1+L_3 } \leq \frac{b_{32}}{ q_{33} \left(\frac{b_{12}}{ q_{31} } + \frac{b_{22}}{ q_{32} } \right)} \quad \frac{1}{ 1+L_3 } \leq \frac{t_{d33}}{ q_{33} \left(\frac{b_{13}}{ q_{31} } + \frac{b_{23}}{ q_{32} } \right)}$

قضیه (۱): $k_i > -2 \max_{\alpha, s} \operatorname{Re}\{P_{ii}^*(s, \alpha)\} \quad \forall \alpha \in \Omega, \quad i = 1, 2, \dots, m$

آنگاه

$$|q'_{ii}(s, \alpha)| < |q_{ii}(s, \alpha)| \quad \forall \alpha \in \Omega, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

شایان ذکر است که در اثبات قضیه ۲ $\operatorname{Re}\{P_{ii}^*(s, \alpha)\} = a_{ii}(s, \alpha)$ به ازاء تغییرات بردار نامعینی در همه فرکانسهای طراحی، همواره در یک بازه از اعداد حقیقی تغییر خواهد کرد و در هر صورت با توجه به قضایای بیان شده می توان $k_i \forall i = 1, 2, \dots, m$ را به دست آورد. در واقع از حل نامساوی (۱۵) برای هر یک از حلقهها مرز k_i به دست خواهد آمد و در نتیجه ماتریس جبران ساز $K_{ii} = [k_i]$ قابل حصول است. هر چقدر مقدار k_i از مقدار به دست آمده توسط رابطه (۱۴) بیشتر در نظر گرفته شود $|q'_{ii}|$ از $|q_{ii}|$ کوچکتر خواهد شد و در نتیجه طرف راست نامعادله (۱۰) بزرگتر خواهد شد، بنابراین اگر از q'_{ii} بجای q_{ii} استفاده شود برای طراحی L'_i بازه بزرگتری نسبت به L_i در اختیار خواهیم داشت. به عبارت دیگر در معادله (۱۰) اندازه مقادیر عددی که برای $|L'_i|$ به دست می آید نسبت به $|L_i|$ کمتر خواهد بود در نتیجه در صورتی که تابع انتقال فرآیند $H(s, \alpha)$ بجای $P(s, \alpha)$ انتخاب شود، سطح باندهای حذف اثر تداخل سایر حلقهها پائین تر خواهد آمد و در نتیجه محدودیت افزایش پهنای باند و مشکل شکل دهی تابع تبدیل حلقه باز نامی در روش QFT معمولی را می توان برطرف نمود.

با اعمال روش پیشنهاد شده می توان سطح مطلوب اشتراک باندها را در هر فرکانسی در نمودار نیکولز طراحی نمود و پس از آن به دلیل پایین بودن سطح اشتراک باندها، عملیات شکل دهی حلقه های L_{i0} ها را بسادگی انجام داد و در نتیجه می توان ماتریسهای کنترل کننده $G(s)$ و پیش فیلتر $F(s)$ را طراحی نمود. شایان ذکر است که در حالت کلی این روش قابل استفاده برای سیستمهای $n \times n$ می باشد.

نکاتی که ذکر آنها ضروری به نظر می رسد عبارتند از:

(۱) اگر در اثر وجود شرایط نامعینی های سیستم، مقادیر $a_{ii}(s, \alpha)$ اعداد بزرگی از لحاظ اندازه شوند، به دلیل آنکه k_i از رابطه

$$k_i > -2 \max_{\alpha, s} \operatorname{Re}\{P_{ii}^*(s, \alpha)\} = -2 \max_{\alpha, s} a_{ii}(s, \alpha)$$

$$\forall \alpha \in \Omega, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

به دست می آید، در نتیجه مقادیری که برای آرایه های ماتریس جبران ساز K_{ii} به دست خواهد آمد، مقادیر عددی بزرگی خواهد بود که این مسئله ممکن است باعث ناپایداری سیستم حلقه بسته داخلی (فرآیند $H(s, \alpha)$) شود که چون در روش QFT طراحی کنترل کننده برای سیستمهای ناپایدار انجام شده است [۳]، بنابراین از این نظر نیز به روش بیان شده خللی وارد نمی شود.

(۲) چون روش بیان شده در این مقاله، بر مبنای QFT می باشد در مقام مقایسه، می توان این روش را با QFT معمولی مقایسه نمود. با توجه به مطالب بیان شده، در فرآیندهایی که به دلیل محدودیت پهنای باند، روش QFT معمولی قادر به طراحی کنترل کننده نباشد، روش بیان شده در این مقاله قادر است به کمک قضایای بیان شده و فیدبک داخلی ابتدا ماتریس جبران ساز و بعد از آن کنترل کننده های مطلوب را طراحی نماید.

فرض کنید $A(\alpha) = a_1(\alpha) + ja_2(\alpha)$ و α بردار نامعینی است، همچنین a_1, a_2 دارای مقادیر حقیقی، و m عدد حقیقی مثبتی می باشد. نامعادله $|A(\alpha) + m| > |A(\alpha)|$ برقرار است اگر و تنها اگر به ازای تمام بردار نامعینی، m در نامساوی $(m - 2a_1(\alpha))$ صدق کند ($a_1(\alpha)$ قسمت حقیقی $A(\alpha)$ می باشد).

اثبات شرط لازم: اگر رابطه $|A(\alpha) + m| > |A(\alpha)|$ برقرار باشد آنگاه می توان نوشت:

$$\sqrt{a_1(\alpha) + m)^2 + a_2(\alpha)^2} > \sqrt{a_1(\alpha)^2 + a_2(\alpha)^2}$$

$$\Rightarrow m^2 + 2ma_1(\alpha) > 0$$

با توجه به مثبت بودن m ، خواهیم داشت: $m > -2a_1(\alpha)$.

اثبات شرط کافی: فرض کنید $(m - 2a_1(\alpha))$ آنگاه با اضافه کردن $a_1(\alpha)$ به دو طرف نامساوی، نامعادله $(m + a_1(\alpha)) - a_1(\alpha)$ به دست می آید. با توجه به فرض مثبت بودن m می توان نتیجه گرفت که نامساوی $(a_1(\alpha) + m)^2 > a_1(\alpha)^2$ همواره برقرار است، همچنین اندازه $A(\alpha) + m$ و $A(\alpha)$ برابر است با:

$$|A(\alpha)| = \sqrt{a_1(\alpha)^2 + a_2(\alpha)^2} \quad (14)$$

$$|A(\alpha) + m| = (a_1(\alpha) + m)^2 + a_2(\alpha)^2$$

بنابراین با توجه به رابطه (۱۴) و نامساوی $(a_1(\alpha) + m)^2 > a_1(\alpha)^2$ می توان نتیجه گرفت $|A(\alpha) + m| > |A(\alpha)|$. و به این ترتیب قضیه اثبات می شود.

قضیه (۲):

در رابطه (۱۳) اگر

$$k_i > -2 \max_{\alpha, s} \operatorname{Re}\{P_{ii}^*(s, \alpha)\} \quad \forall \alpha \in \Omega, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

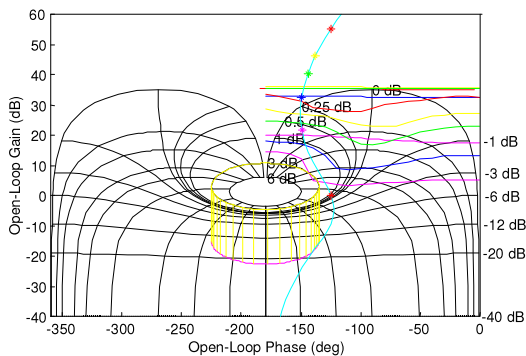
انتخاب گردد، آنگاه:

$$|q'_{ii}(s, \alpha)| < |q_{ii}(s, \alpha)| \quad \forall \alpha \in \Omega, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

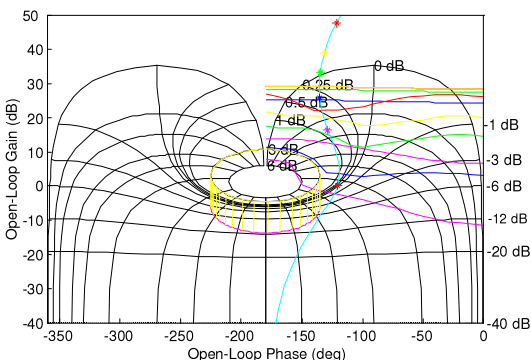
اثبات: فرض کنید $P_{ii}^*(s, \alpha) = a_{ii}(s, \alpha) + jb_{ii}(s, \alpha)$ باشد، در این صورت با توجه به رابطه (۱۲) $h_{ii}^*(s, \alpha) = [a_{ii}(s, \alpha) + k_i] + jb_{ii}(s, \alpha)$ خواهد بود. ذکر این مطلب مهم، ضروری است که برای مسئله پایداری $k_i > 0$ در نظر گرفته می شود (جهت سادگی معادلات، آرگومان s و α نوشته نمی شود). مطابق رابطه (۱۳) برای آن که $|q'_{ii}| < |q_{ii}|$ باشد باید $|h_{ii}^*| > |p_{ii}^*|$ باشد و در نتیجه:

$$|a_{ii} + jb_{ii} + k_i| > |a_{ii} + jb_{ii}| \quad (15)$$

بنابراین برای برقرار بودن نامساوی (۱۵) به ازای تمام مقادیر بردار نامعینی α ، با توجه به قضیه (۱) می توان $k_i > -2a_{ii}$ در نظر گرفت (a_{ii} مقدار حقیقی p_{ii} است). به عبارت دیگر می توان گفت در صورت مثبت بودن تمام مقادیر $a_{ii}, k_i > 0$ و در صورت منفی بودن تمام مقادیر a_{ii}, k_i بیشتر از بزرگترین مقدار $-2a_{ii}$ در نظر گرفته می شود. همچنین اگر بعضی از مقادیر a_{ii} مثبت و برخی دیگر منفی باشند k_i ، بیشتر از بزرگترین مقدار $-2a_{ii}$ در نظر گرفته می شود. بنابراین اگر:



شکل (۶): باندهای طراحی شده به همراه L_{10}
Fig. (6): The designed bands with L_{10}



شکل (۷): باندهای طراحی شده به همراه L_{20}
Fig. (7): The designed bands with L_{20}

۵-۲- به دست آوردن باندهای طراحی و عملیات شکل دهی حلقه با استفاده از روش جدید.

قدم اول در این روش، طراحی ماتریس K_d می باشد. با توجه به فضای بیان شده ماتریس K_d طراحی شده برابر است با:

$$K_d = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$$

بنابراین باتوجه به شکل (۵)، از اینجا به بعد فرآیند مورد بررسی، $H(s, \alpha)$ خواهد بود. در این روش اگر سطح اشتراک باندها، طراحی شود مشاهده می شود که سطح اشتراک باندها نسبت به روش طراحی بر اساس QFT معمولی پایین خواهند رفت. این مطلب را می توان در شکل های (۸) و (۹) مشاهده نمود. آنچه که حائز اهمیت است آن است که با اعمال این روش، $\omega_{c1} = 22 \text{ rad/s}$ و $\omega_{c2} = 21 \text{ rad/s}$ می باشد که شرایط خواسته شده در صورت مسئله را به خوبی برآورده خواهد کرد، شایان ذکر است در صورتی که فرکانس قطع بهره هنوز هم به مقدار مطلوب نمی رسید می توانستیم با افزایش K_d سطح اشتراک باندها را باز هم پایین تر بیاوریم و این عمل امکان طراحی مناسب کنترل کننده با فرکانس قطع بهره کوچکتر را فراهم می کند. همچنین توابع انتقال کنترل کننده ها عبارتند از:

$$g_1(s) = \frac{1100(s+95)}{s(s+200)}, g_2(s) = \frac{250(s+20)}{s(s+23)} \quad (17)$$

پس از طراحی توابع انتقال حلقه باز که در حقیقت معادل به دست

در ادامه به عنوان جمع بندی، با توجه به شکل (۵) هدف طراحی کنترل کننده برای سیستم چندمتغیره جدید به گونه ای باشد که: (۱) تابع انتقال سیستم حلقه بسته پایدار باشد، (۲) خروجی به خوبی ورودی را تعقیب کند، (۳) اثر اختلال ورودی و خروجی و همچنین نویز به میزان مطلوب کاهش یابد.

۵- ارائه مثالی از طراحی

در این بخش برای تبیین بهتر روش ارائه شده در این مقاله، مثالی مورد بررسی قرار می گیرد. فرآیندی که در این قسمت استفاده می شود یک فرآیند دومتغیره خطی است که دارای نامعینی پارامتری به صورت زیر می باشد:

$$P(s) = \begin{bmatrix} \frac{m_{11}}{s+n_{11}} & \frac{m_{12}}{s+n_{12}} \\ \frac{m_{21}}{s+n_{11}} & \frac{m_{22}}{s+n_{11}} \end{bmatrix}$$

$$m_{11} \in [0.5 \ 1.5] \quad m_{12} \in [-2 \ -0.5] \quad m_{21} \in [0.5 \ 1.5] \quad (16)$$

$$m_{22} \in [0.8 \ 1.6] \quad n_{11} \in [0.2 \ 1.7] \quad n_{12} \in [2 \ 4]$$

مشخصات مطلوب زمانی برای هر دو متغیر برابر است با:

$$t_s \leq 1.5 \text{ sec}, M_p \leq 10\%, e_{ss} = 0$$

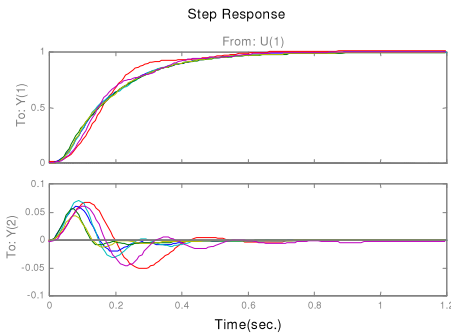
همچنین فرض کنید جهت کنترل پهنای باند و تضعیف نویز، لازم است $20 \text{ rad/s} \leq \omega_c \leq 25 \text{ rad/s}$ ، و حاشیه بهره به ازای تمام نامعینیهای سیستم 3db در نظر گرفته می شود.

فرآیند اسمی را که انتخاب آن در روش QFT اختیاری است، را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$P_0(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & -\frac{1}{s+3} \\ \frac{1}{s+1} & \frac{1}{s+1} \end{bmatrix}$$

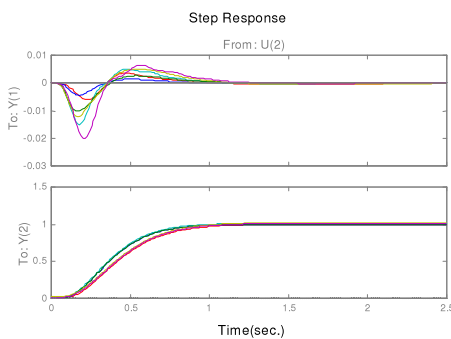
۵-۱- به دست آوردن باندهای طراحی و عملیات شکل دهی حلقه توسط روش QFT.

با تعیین سطح اشتراک باندها برای هر کدام از حلقه ها، امکان طراحی توابع انتقال حلقه باز نامی فراهم می شود. چنانچه مشاهده می شود در شکل های (۶) و (۷) برای حلقه اول و حلقه دوم عملیات شکل دهی انجام گرفته است. آنچه که از این دو شکل استنباط می شود این است که برای حلقه اول $\omega_{c1} = 50 \text{ rad/s}$ و برای حلقه دوم $\omega_{c2} = 45 \text{ rad/s}$ می باشد که شرایط خواسته شده در فرض مسئله، یعنی $20 \text{ rad/s} \leq \omega_{c1,2} \leq 25 \text{ rad/s}$ را به هیچ وجه برآورده نمی کند. به عبارت دیگر با این روش فرآیند مورد نظر کنترل نشده است. پیشنهادی که برای حل مشکل موجود می شود آن است که از روش جدیدی که در این مقاله ارائه گردیده است، استفاده شود.



شکل (۱۰): پاسخ سیگنالهای $y_2(t), y_1(t)$ به ورودی $u_1(t)$ به ازای برخی از مقادیر نامعین‌ها

Fig. (10): The responses of $y_1(t)$ and $y_2(t)$ signals to the $u_1(t)$ input for some non-defined values



شکل (۱۱): پاسخ سیگنالهای $y_2(t), y_1(t)$ به ورودی $u_2(t)$ به ازای برخی از مقادیر نامعین‌ها

Fig. (11): The responses of $y_1(t)$ and $y_2(t)$ signals to the input $u_2(t)$ for some non-defined values

۶- نتیجه گیری

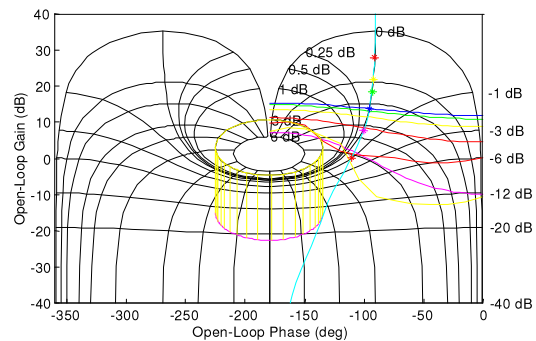
روش جدیدی به منظور طراحی کنترل کننده مقاوم برای فرآیندهای چندمتغیره خطی و نامعین که دارای محدودیت‌های سخت زمانی بر روی خروجیها و محدودیت پهنای باند هستند، ارائه شد. در این روش با توجه به قضایایی که بیان و اثبات شد، ابتدا فرآیند چندمتغیره توسط یک فیدبک داخلی و یک کنترل کننده قطری به فرآیند چندمتغیره جدیدی تبدیل می‌شود و سپس با استفاده از روش QFT کنترل کننده‌های مناسب طراحی می‌شود. از آنجا که مسئله پهنای باند و فراهم نمودن شرایط مطلوب برای آن از مسائل مهم در عملکرد سیستم کنترل می‌باشد، می‌توان به نقطه قوت روش ارائه شده در زمینه کنترل پهنای باند اشاره نمود. همچنین از آنجا که این روش بر مبنای QFT می‌باشد، از نقطه نظر علمی تاثیر پارامترهای نامعین به خوبی رعایت شده است. کاربرد این روش و مقایسه آن با روش QFT معمولی، در کنترل پهنای باند توسط یک مثال نشان داده شد.

آوردن ماتریس کنترل کننده $G(s)$ در شکل (۵) می‌باشد، مراحل طراحی با طراحی ماتریس پیش‌فیلتر $F(s)$ تکمیل می‌گردد با توجه به کرانه‌های تغییرات توابع تبدیل حلقه بسته و کرانه‌های مطلوب کران بالا و پایین برای اندازه پیش‌فیلتر، تابع انتقال پیش‌فیلتر حلقه اول و دوم به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$F_1(s) = \frac{1}{(0.128s+1)^2(0.134s+1)^2(0.154s+1)} \quad (18)$$

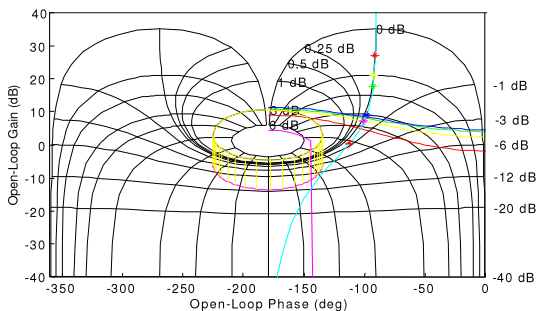
$$F_2(s) = \frac{1}{(0.14s+1)^3(0.12s+1)^3}$$

در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) پاسخ پله‌ای سیستم به ازای مقادیر مختلف نامعینی‌ها را نشان می‌دهد. در شکل (۱۰) پاسخ $y_2(t), y_1(t)$ نسبت به ورودی $u_1(t)$ و در شکل (۱۱) پاسخ $y_2(t), y_1(t)$ نسبت به ورودی $u_2(t)$ به ازای مقادیری از نامعینی‌ها ترسیم شده‌اند. چنانچه ملاحظه می‌شود اثر $u_1(t)$ بر $y_2(t)$ و $u_2(t)$ بر $y_1(t)$ بسیار ناچیز می‌باشد. در این شکل‌ها، نامعینی‌ها به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که شامل مقادیر حداکثر سیگنال‌های مربوطه نیز باشند. با توجه به پاسخهای زمانی سیستم، مشاهده می‌شود که کلیه مشخصات عملکرد مطلوب به خوبی برآورده شده‌اند.



شکل (۸): سطح اشتراک باندها به همراه L_{10} برای حلقه اول

Fig. (8): The common area of bands with L_{10} for the first loop



شکل (۹): سطح اشتراک باندها به همراه L_{20} برای حلقه دوم

Fig. (9): The common areas of the bands with L_{20} for the second loop

References

- [1] J.C. Doyle, A. Let., "State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems", IEEE Trans. Auto. Cont., Vol.,34, No.8, pp.331-847, 1989.
- [2] J.C. Doyle, Al. Et. "Survey of quantitative feedback theory (QFT)", Inter. Jou. of Rob. and Non. Cont., Vol.11, Issue 10, pp.887-921, 2001.
- [3] H. Houppis, S.J. Rasmussen, M.G. Sanz, "Quantitative feedback theory: Fundamentals and applications", Published

- by CRC Press, 2006.
- [4] m. Sobhani, M. Rafian, "A new method in designing the QFT controllers for non-drfined liner multivariables", Esteghlal Jou., Year 18, No.1, pp. 161-169, Shahrivar 1378.
- [5] I. Horowitz, "Quantitative feedback design theory", QFT Publication, 4470 Grinnell, Boulder, 1993.
- [6] C. Chain, B. Wang, I. Horowitz, "An alternative method for the design of MIMO system with large plant uncertainty", Control Theory and Adv. Tech., Vol.9, pp.955-969, 1993.
- [7] C. Cheng, Y. Liao, T. Wang, "Quantitative feedback design of uncertain multivariable control systems", Int. Jou. Con., Vol.65, pp.237-553, 1996.
- [8] C. Cheng, Y. Liao, T. Wang, "Quantitative design of uncertain multivariable control system with an inner-feedback loop", IEE Proc. Cont. The. and Appl., Vol.144, pp.195-201, 1997.
- [9] M. Franchek, S. Jayasuria, "Controller design for performance guarantees in uncertain reglating systems", Int. J. Cont., Vol.61, No.1, pp.127-148, 1995.
- [10] B. Karimi, F. Sheikholeslam, "The quantitative feedback control in multivariable systems using two loops feedback", Ninth Elec. Nati. Conf., pp.1-8, 2001.
- [11] B. Karimi, F. Sheikholeslam, "Presentation of a new method for designing QFT controller based on the internal feedback for undefined multivariable systems with limitation on band width", The 11th Nati. Elec. Conf, pp.175-183, 2001.
- [12] G. FFranklin, D. JPowell, A.Emami-Naeini, "Feedback control of dynamic systems", Chap.5, Addison-Wesely Publishing Company, 1986.
- [13] I. Horowitz, C. Loecher, "Design of 3×3 multivariable feedback system with large plant uncertainty", Int. Jou. Cont., Vol.33, No.4, pp.677-699, 1981.

رزومه



بهرام کریمی مدارک کارشناسی ارشد و دکتری خود را در زمینه مهندسی برق - کنترل به ترتیب از دانشگاههای صنعتی اصفهان و صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) در سالهای ۱۳۷۹ و ۱۳۸۷ اخذ نموده است و هم‌اکنون استادیار دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر اصفهان می‌باشد. نامبرده در سال ۱۳۸۸ عضو بنیاد ملی نخبگان ایران شده است. او کتاب رهیافت حل مسئله در سیستمهای کنترل را تالیف نموده است و هم‌اکنون با مرکز تحقیقات پیشرفته هوش محاسباتی دانشگاه صنعتی امیرکبیر همکاری دارد. زمینه‌های تحقیقاتی وی عبارتند از: کنترل هوشمند، کنترل تطبیقی، سیستمهای ابعاد وسیع، کنترل سیستمهای غیرخطی، اتوماسیون صنعتی و رباتیک.



فرید شیخ‌الاسلام فارغ‌التحصیل کارشناسی مهندسی برق - الکترونیک دانشگاه صنعتی شریف در سال ۱۳۶۹، کارشناسی ارشد مهندسی برق - مخابرات و دکتری مهندسی برق از دانشگاه صنعتی اصفهان به ترتیب در سالهای ۱۳۷۲ و ۱۳۷۷ می‌باشد. وی هم‌اکنون دانشیار دانشکده برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی اصفهان می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی وی شامل کنترل فازی، کنترل سیستمهای چندمتغیره، کنترل غیرخطی و رباتیک می‌باشد.



ایمان صبوری فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی برق - کنترل از دانشگاه صنعتی امیرکبیر و کارشناسی مهندسی برق - کنترل از دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد. وی هم‌اکنون محقق مرکز تحقیقات پیشرفته هوش محاسباتی دانشگاه صنعتی امیرکبیر می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی او کنترل تطبیقی، کنترل سیستمهای غیرخطی، رباتیک و اتوماسیون صنعتی می‌باشد.