

تخمین عیب در سیستم‌های منفرد دوخطی

سارا منصوری نسب^(۱) - جواد عسکری^(۲) - سعید حسین‌نیا^(۳)

(۱) کارشناسی ارشد - دانشکده برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد

(۲) استادیار - دانشکده برق، دانشگاه صنعتی اصفهان

(۳) استادیار - دانشکده برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد

تاریخ دریافت: پاییز ۱۳۸۸

تاریخ پذیرش: تابستان ۱۳۸۹

خلاصه: سیستم‌های منفرد به طور طبیعی در بسیاری از سیستم‌های فیزیکی و عملی در مسائل کنترل وجود دارند. همچنین، دسته بزرگی از سیستم‌های غیرخطی را که نمی‌توان با سیستم‌های خطی تقریب زد، توسط سیستم‌های دوخطی با دقت بیشتری تقریب زده می‌شوند. از طرف دیگر، عدم تشخیص به موقع عیب به وسیله کاربر در سیستم‌های حساس، منجر به صدمه دیدن و از بین رفتن مقادیر قابل توجهی از امکانات و اطلاعات خواهد شد. لذا، به دلیل اهمیت سیستم‌های منفرد دوخطی در مدل کردن سیستم‌های فیزیکی و تاثیر نامطلوب عیب بر روی عملکرد سیستم‌ها، در این مقاله به تشخیص و آشکارسازی عیب در سیستم‌های منفرد دوخطی با ورودی اختلال و عیب نامعین با استفاده از مشاهده‌گر دوخطی مدل‌گزشی پرداخته شده است. برای این منظور، ابتدا سیستم منفرد دوخطی تجزیه شده و سپس یک مشاهده‌گر مدل‌گزشی برای آن در نظر گرفته شده است. به علاوه، روشی برای آشکارسازی و جداسازی عیب بر پایه مشاهده‌گر فوق ارائه شده است. در انتها، نتایج شبیه سازی برای یک مثال عددی آورده شده است.

کلمات کلیدی: سیستم‌های منفرد دوخطی، تخمین عیب، مشاهده‌گر مد لغزشی.

۱- مقدمه

ضرب‌شونده ظاهر می‌شود. سیستم‌های دوخطی تقریب خوبی از سیستم‌های غیرخطی می‌باشند. همچنین، این سیستم‌ها زمانی که مدل‌های خطی کافی نمی‌باشند، می‌توانند به عنوان مدل‌های ریاضی دقیقی از پروسه‌های فیزیکی به کار روند [۵]. از طرف دیگر، در عمل دسته بزرگی از سیستم‌های کنترل با معادلات جبری کوپل شده به نام سیستم‌های منفرد مدل می‌شوند. سیستم‌های منفرد ترکیبی از معادلات استاتیکی و دینامیکی می‌باشند که توجهات زیادی را به خود جلب کرده است. از آنجایی که این سیستم‌ها به طور طبیعی در بسیاری از سیستم‌های فیزیکی و عملی در مسائل کنترل وجود دارند، روش‌های متنوعی برای طراحی مشاهده‌گر برای سیستم‌های منفرد تعمیر یافته، ارائه شده است. در عوض، برای سیستم‌های منفرد دوخطی، که یک سیستم غیرخطی عمومی‌تر از سیستم‌های دوخطی نرمال و سیستم‌های منفرد خطی می‌باشند، نتایج کمی در دسترس می‌باشد [۷]. به عنوان مثال، در [۹]، با طراحی سیگنال مولد مانده ورودی نامعین^۲ (UIRG) برای آشکارسازی عیب در سیستم‌های دوخطی منفرد در حضور اختلال‌های غیرقابل اندازه‌گیری و ورودی‌های

با افزایش پیچیدگی و پیشرفت سیستم‌های کنترلی و استفاده از آن‌ها در محیط‌ها و کاربردهای حساس مانند کنترل پرواز، نیروگاه‌ها، صنایع شیمیایی، نفت، گاز، پتروشیمی و مراکز هسته‌ای تمایل روزافزونی در زمینه تشخیص عیب در مجامع علمی و صنعتی ایجاد شده است. عدم تشخیص به موقع عیب یا خرابی به وسیله کاربر در سیستم‌های حساس، منجر به صدمه دیدن و از بین رفتن مقادیر قابل توجهی از امکانات و اطلاعات خواهد شد. از این رو، بحث تشخیص به موقع عیب به منظور پیشگیری از گسترش آن از اهمیت زیادی در صنعت برخوردار است، لذا اکثر سیستم‌های عملی شامل مراحل آشکارسازی و ایزولاسیون عیب^۱ می‌باشند که به عنوان سیستم‌های FDI نامیده می‌شوند. در سال‌های اخیر، با وجود اینکه برخی تحقیقات بر روی FDI برای سیستم‌های غیرخطی در دسترس بوده [۳]، بسیاری تحقیقات در این زمینه همچنان روی سیستم‌های خطی متمرکز می‌باشد. سیستم‌های دوخطی، یک دسته خاص از سیستم‌های غیرخطی می‌باشند به گونه‌ای که، کنترل در هر دو جمله جمع‌شونده و

$$g(x_a(t), u(t)) = \sum_{i=1}^h u^i(t) A_{si} x_a(t) \quad (3)$$

و $x_a(t) \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت منفرد، $u \in \mathbb{R}^m$ ($m \leq n$) بردار ورودی، $d(t) \in \mathbb{R}^{n1}$ بردار ورودی اختلال نامعین، $f(t) \in \mathbb{R}^{n2}$ بردار عیب و $y(t) \in \mathbb{R}^l$ بردار خروجی می‌باشد. ماتریس‌های $A_a, B_a, C_s, F_a, D, F_a, C_s, F_a$ و دارای ابعاد مناسب و E_a یک ماتریس مربعی و منفرد می‌باشد (یعنی $\text{rank}(E_a) = P \leq n$). برای سادگی نگارش، در ادامه t از متغیرهای سیستم با معادلات (۱) و (۲) حذف شده است.

۲-۱- تغییر شکل سیستم منفرد دوخطی

برای بیان نتایج و آشکارسازی عیب، نیاز به تغییر شکل سیستم با معادلات (۲) و (۱) می‌باشد. برای این منظور، ابتدا با استفاده از تجزیه منفرد ماتریس E_a ، سیستم را به دو سیستم دینامیکی و استاتیکی تبدیل می‌کنیم و سپس یک تبدیل تشابهی روی سیستم اعمال می‌کنیم. تجزیه منفرد ماتریس E_a به صورت

$$U^T E_a V = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

می‌باشد. به طوری که $\Sigma = \text{diag}(\mu_1, \dots, \mu_p)$ یک ماتریس قطری و μ_i ($i = 1, 2, \dots, p$) مقادیر منفرد ماتریس E_a می‌باشند. با به کارگیری این تجزیه، ماتریس‌ها و متغیرهای جدید به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$B_N = U^T B_a = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad A_N = U^T A_a V = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix}$$

$$X_N = V^T X_a = \begin{bmatrix} X_{N1} \\ X_{N2} \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad G_N = U^T G_a = \begin{bmatrix} \bar{G}_1 \\ \bar{G}_2 \end{bmatrix}$$

$$F_N = U^T F_a = \begin{bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad D_N = U^T D_a = \begin{bmatrix} \bar{D}_1 \\ \bar{D}_2 \end{bmatrix}$$

$$C_N = C_s V = [C_1 \quad C_2]$$

با استفاده از این ماتریس‌ها و متغیرها، معادلات (۲) و (۱) به صورت یک سیستم دینامیکی مرتبه P و یک سیستم استاتیکی مرتبه q ($q=n-p$) به فرم

$$\Sigma \dot{X}_N = \bar{A}_{11} X_{N1} + \bar{A}_{12} X_{N2} + \bar{B}_1 U + \bar{G}_1 g + \bar{D}_1 d + \bar{F}_1 f \quad (6)$$

$$0 = \bar{A}_{21} X_{N1} + \bar{A}_{22} X_{N2} + \bar{B}_2 u + \bar{G}_2 g + \bar{D}_2 d + \bar{F}_2 f \quad (7)$$

$$y = C_1 X_{N1} + C_2 X_{N2} \quad (8)$$

تبدیل می‌شود. که با ضرب طرفین رابطه (۶) در Σ^{-1} معادلات (۶) - (۸) به فرم

$$\dot{X}_1 = A_{11} X_{N1} + A_{12} X_{N2} + B_1 U + G_1 g + D_1 d + F_1 f \quad (9)$$

$$0 = A_{21} X_{N1} + A_{22} X_{N2} + B_2 u + G_2 g + D_2 d + F_2 f \quad (10)$$

$$y = C_1 X_{N1} + C_2 X_{N2} \quad (11)$$

بازنویسی می‌گردند. در بخش‌های بعدی جهت اشتقاق فرم مناسب سیستم، از این معادلات استفاده می‌شود.

کنترل محدود ارائه شده است. ولی UIRG نمی‌تواند اطلاعات تخمین‌زن حالت را تامین کند و عیب را از اختلال‌های خارجی جدا کند. در [۶]، به طراحی مشاهده‌گر دوخطی آشکارساز عیب برای سیستم‌های منفرد پرداخته شده است و شرایط لازم برای طراحی مشاهده‌گر یک سیستم خوش تعریف^۳ داده شده و مقاوم بودن سیستم آشکار شده به اختلال نامعین مورد بررسی قرار گرفته است. اما در این روش، مسئله شناسایی عیب مورد بررسی قرار نگرفته است. در مرجع [۲]، از یک مشاهده‌گر مدل‌گزشی برای آشکارسازی و جداسازی عیبها تحت شرایط ملایم‌تری استفاده شده است. به علاوه، بازسازی عیب همچنین برای سیستم دوخطی منفرد با عیبهای ورودی یا عیبهای اندازه‌گیری نیز بررسی گردیده است. پایداری سیستم بازسازی شده با استفاده از روش لیاپانف اثبات شده است. ولی نمی‌تواند عیب را از اختلال‌های خارجی جدا کند. در [۸] نیز، یک روش طراحی^۴ UIO با مرتبه کاهش یافته برای سیستم دوخطی منفرد با ورودی‌های کنترل محدود، با وجود اختلال‌های اندازه‌گیری نامعین پیشنهاد شده است. اما در این روش نیز محدودیت‌های اعمال شده روی سیستم زیاد می‌باشند.

در کنار این روش‌ها، در این مقاله به مسئله تشخیص و آشکارسازی عیب برای سیستم‌های منفرد دوخطی پرداخته می‌شود. روش استفاده شده مبتنی بر مشاهده‌گر دوخطی مدل‌گزشی می‌باشد. به دلیل استفاده از مشاهده‌گر مدل‌گزشی، مرتبه دینامیک سیستم حلقه بسته یک مرتبه کاهش می‌یابد. بنابراین، سیستم به تغییرات پارامترها و اغتشاش حساس نمی‌باشد. از طرف دیگر، با توجه به این‌که در روش کنترل با ساختار متغیر مدل دقیق دینامیکی سیستم لازم نیست، این روش برای آشکارسازی عیب در سیستم‌های منفرد دوخطی مفید است.

تقسیم‌بندی مقاله به این صورت می‌باشد. در بخش (۲)، ابتدا با استفاده از تجزیه مقدار ویژه^۵، سیستم دوخطی منفرد اولیه، به دو سیستم دینامیکی و استاتیکی تبدیل می‌شود. به علاوه، برای کاهش تمرکز سیستم از یک تبدیل تشابهی مناسب برای ایجاد ساختار نهایی استفاده شده است. در بخش (۳)، برای سیستم تبدیل یافته فوق، مشاهده‌گر دوخطی مدل‌گزشی جهت حذف عیب و اغتشاش سیستم پیشنهاد شده و شرایط کافی برای پایداری مشاهده‌گر لغزشی مقاوم داده شده است. در بخش (۴)، روشی برای تخمین و بازسازی عیب ارائه شده است. در بخش (۵)، نتایج شبیه‌سازی ارائه شده برای یک مثال عددی عملکرد آشکار ساز عیب پیشنهادی را نشان می‌دهد.

۲- تحلیل سیستم و مفاهیم پایه

سیستم منفرد دوخطی^۶ (SBS) پیوسته در زمان

$$E_a \dot{x}_a(t) = A_a x_a(t) + G_a g(x_a(t), u(t)) + B_a u(t) + D_a d(t) + F_a f(t) \quad (1)$$

$$y(t) = C_s x_a(t) \quad (2)$$

را در نظر بگیرید به طوری که

۲-۲- تبدیل تشابهی سیستم

در این مقاله، برای سیستم (۹)-(۱۱) از تبدیل $z = Tx$ استفاده شده است [۳]. به گونه‌ای که، ستونهای ماتریس T^{-1} بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه ماتریس A در نظر گرفته می‌شوند.

(۱۲)

$$A' = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}, B' = TB = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_{12} \end{bmatrix}$$

$$D' = TD = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_{12} \end{bmatrix}, F' = TF = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_{12} \end{bmatrix}, G' = TG = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_{12} \end{bmatrix}$$

به طوری که:

(۱۳)

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}$$

در ادامه فرض می‌شود که

(۱۴)

با اعمال تبدیل فوق روی سیستم (۹)-(۱۱)، سیستم زیر به دست می‌آید.

$$\dot{z}_1 = a_1 z_1 + b_1 u + g_1 g + d_1 d + f_1 f \quad (۱۵)$$

$$0 = a_2 z_2 + b_{12} u + g_{12} g + d_{12} d + f_{12} f \quad (۱۶)$$

$$y = z_1 \quad (۱۷)$$

که $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ و $z_2 \in \mathbb{R}^q$ و $z_1 \in \mathbb{R}^p$. به عبارت دیگر

$$z_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}, z_2 = \begin{bmatrix} x_{p+1} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

فرض می‌کنیم که هیچ یک از مقادیر ویژه ماتریس A صفر نباشد در این صورت، a_2 غیرمنفرد می‌باشد و می‌توان از رابطه (۱۶)، z_2 را به دست آورد.

$$\dot{z}_1 = a_1 z_1 + b_1 u + g_1 g + d_1 d + f_1 f \quad (۱۹)$$

$$0 = z_2 + b_2 u + g_2 g + d_2 d + f_2 f \quad (۲۰)$$

$$y = z_1 \quad (۲۱)$$

که در آن

(۲۲)

$$f_2 = a_2^{-1} f_{12} \text{ و } d_2 = a_2^{-1} d_{12}, g_2 = a_2^{-1} g_{12}, b_2 = a_2^{-1} b_{12}$$

می‌باشد. از این معادلات در بخش‌های بعدی جهت طراحی آشکارساز عیب و تعیین آن در سیستم‌های دوخطی استفاده می‌شود.

۳- طراحی مشاهده‌گر مدلفزشی دوخطی

در این قسمت برای سیستم (۱۹)-(۲۱)، یک مشاهده‌گر مدلفزشی دوخطی ارائه خواهد شد به طوری که تضمین می‌کند خطای تخمین حالت سیستم به یک سطح لغزشی از پیش تعیین شده در مدت زمان محدود میل می‌کند. لذا، برای سیستم تبدیل یافته (۱۹)-(۲۱)

مشاهده‌گر دوخطی مدلفزشی

$$\dot{\hat{z}}_1 = a_1 \hat{z}_1 + b_1 u + g_1 \hat{g} - v \quad (۲۳)$$

$$0 = \hat{z}_2 + b_2 u + g_2 \hat{g} + K(\hat{z}_2 - z_2) \quad (۲۴)$$

$$\hat{y} = \hat{z}_1 \quad (۲۵)$$

را برای تخمین حالت z_1 و z_2 در نظر بگیرید، (\hat{y} خروجی سیستم

دینامیکی می‌باشد) و $\hat{z} = \begin{bmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \end{bmatrix}$ ماتریس بهره K به گونه‌ای انتخاب

می‌شود تا $(I+K)$ غیرمنفرد باشد.

در (۲۳) بردار ناپیوسته v به صورت

$$v = \begin{cases} M \frac{e_y}{\|e_y\|} & \|e_y\| \neq 0 \\ 0 & \|e_y\| = 0 \end{cases} \quad (۲۶)$$

انتخاب می‌شود و بهره M اسکالر و مثبت می‌باشد که باید تعیین شود.

خطای حالت سیستم برابر است با

$$e_y = \hat{y} - y = e_1, e_2 = \hat{z}_2 - z_2, e_1 = \hat{z}_1 - z_1 \quad (۲۷)$$

بنابراین از (۱۵)-(۱۷) و (۱۸)-(۱۶) عیب تخمین حالت سیستم به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\dot{e}_1 = \dot{\hat{z}}_1 - \dot{z}_1 = a_1 e_1 + g_1 \tilde{g} - v - d_1 d - f_1 f \quad (۲۸)$$

$$e_2 = \hat{z}_2 - z_2 = -(I+K)^{-1} (g_2 \tilde{g} - d_2 d - f_2 f) \quad (۲۹)$$

که در آن

$$\tilde{g}(t, z, u) = g(t, \hat{z}, u) - g(t, z, u) \quad (۳۰)$$

در ادامه از فرض‌های زیر استفاده می‌کنیم.

فرض (۱): ثابت مشخص و غیرمنفی α_1 وجود دارد به طوری که تابع $g(t, z_1, z_2, u)$ شرط لیبشیتز^۷ زیر را برآورده کند (چون z_2 تابعی از z_1 ، t و u می‌باشد، بنابراین شرط لیبشیتز فقط برحسب z_1 نوشته می‌شود).

$$\|g(t, \hat{z}, u) - g(t, z, u)\| \leq \alpha_1 \|\hat{z}_1 - z_1\| \quad (۳۱)$$

فرض (۲): توابع نامعین d و f پیوسته محدود می‌باشند، یعنی $\|d\| \leq d_b, \|f\| \leq f_b$ و مقادیر (d_b, f_b) معلوم می‌باشند.

فرض (۳): شبه معکوس^۸ ماتریس‌های d_1 و d_2 موجود باشد.

مشابه با [۳]، برای سیستم (۲۳)-(۲۴) حرکت لغزشی ایده‌آل در مدت زمان محدود روی سطح لغزشی به فرم

$$\ell(x) = \{x \in \mathbb{R}^n, e_y = 0\} \quad (۳۲)$$

واقع می‌شود.

قضیه: سیستم (۱۹)-(۲۱) را با توجه به فرض‌های (۳)-(۲) در نظر

بگیرید. اگر در معادله جبری ریکاتی

که با جایگذاری در رابطه (۳۶)

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq e_1^T (a_1^T P + Pa_1 + P\sigma g_1 g_1^T P + \frac{\alpha_1^2}{\sigma} I) e_1 \\ &\quad + \|e_1\| \eta - M\lambda_{\min}(P) \|e_1\| \\ \dot{V} &\leq -e_1^T Q e_1 - M\lambda_{\min}(P) \|e_1\| + \eta \|e_1\| \\ &= -e_1^T Q e_1 + (\eta - M\lambda_{\min}(P)) \|e_1\| \end{aligned} \quad (۴۵)$$

بنابراین اگر

$$M > \frac{\eta}{\lambda_{\min}(P)} \quad (۴۶)$$

برقرار باشد، $\dot{V} < 0$ می‌باشد. به علاوه، با توجه به اینکه $e_1 \in L_\infty$ ، $\dot{e}_1 \in L_\infty$ و $e_1 \in L_2$ می‌باشد. لذا با استفاده از لم باربالات^۹ $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = 0$ می‌باشد و قضیه (۱) اثبات می‌شود.

با توجه به قضیه فوق، واضح است که سیستم با کنترل زیر به سطح لغزشی $\ell(x)$ می‌رسد.

$$v = \begin{cases} M \frac{e_y}{\|e_y\|} & \|e_y\| \neq 0 \\ 0 & \|e_y\| = 0 \end{cases} \quad (۴۷)$$

علاوه بر آن، خطای مشاهده‌گر زمانیکه t به سمت بی‌نهایت میل می‌کند پایدار مجانبی می‌باشد. مدلغزشی در ارتباط با سطح لغزشی $\ell(x)$ پایدار است و مقدار بهره M نیز در (۲۶) به گونه‌ای تعیین شد تا سیستم در مدت زمان محدود به سطح $\ell(x)$ برسد و یک حرکت لغزشی به دست آید.

با استفاده از قضیه فوق، مشخص می‌شود که مشاهده‌گر (۲۳) - (۲۵) یک مشاهده‌گر مدلغزشی دوخطی برای سیستم (۱۹) - (۲۱) می‌باشد. در بخش بعدی از e_2 که خطای مربوط به حالت‌های با مداساتاتیکی می‌باشد، جهت تخمین عیب مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۴- تخمین عیب

در این قسمت، هدف بازسازی عیب سیستم با استفاده از مشاهده‌گر و حالت‌های تخمین‌زده شده توسط مشاهده‌گر ارائه شده در قسمت قبل می‌باشد.

با توجه به مشاهده‌گر (۲۳) - (۲۵) سیگنال مانده r به صورت

$$r = He \quad (۴۸)$$

تعریف می‌شود که با استفاده از آن می‌توان نشان داد که تخمین عیب به صورت

$$\hat{f} \approx T^+(r + H \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} v) \quad (۴۹)$$

به دست می‌آید که در آن T^+ شبه معکوس ماتریس T و ماتریس‌های H و T عبارتند از:

$$H = \begin{bmatrix} I_p & d_1 d_2^+ (I + K) \\ (I + K)^{-1} d_2 d_1^+ & I_q \end{bmatrix} \quad (۵۰)$$

$$a_1^T P + Pa_1 + P g_1 \sigma g_1^T P + \frac{\alpha_1^2}{\sigma} I = -Q \quad (۳۳)$$

برای ماتریس مشخص $Q > 0$ ، یک ماتریس مثبت معین متقارن P وجود داشته باشد به طوری که نامساوی زیر برقرار باشد

$$M \geq \frac{\eta}{\lambda_{\min}(P)} \quad (۳۴)$$

$$\eta = 2(d_b \|d_1\| + f_b \|f_1\|) \|P\| \stackrel{\Delta}{=} 2\xi \|P\| \quad (۳۵)$$

که در آن $\lambda_{\min}(P)$ کوچکترین مقدار ویژه P می‌باشد، در این صورت خطای تخمین حالت (۲۸) به شکل نمایی به سمت صفر میل می‌کند و مشاهده‌گر (۲۳) - (۲۵) برای سیستم (۱۹) - (۲۱) مناسب می‌باشد.

اثبات: تابع لیاپانف $V = e_1^T p e_1$ را در نظر بگیرید، در این حالت $\dot{V} = \dot{e}_1^T P e_1 + e_1^T P \dot{e}_1$

$$\begin{aligned} &= e_1^T (a_1^T P + Pa_1) e_1 + 2e_1^T P g_1 \tilde{g} \\ &\quad - 2e_1^T P v - 2e_1^T P d_1 d - 2e_1^T P f_1 f \end{aligned} \quad (۳۶)$$

با استفاده از نامساوی $\pm 2x^T y \leq \sigma x^T x + \frac{1}{\sigma} y^T y$ که x و y بردارهای ستونی با ابعاد مناسب و $\sigma > 0$ اسکالر می‌باشد، رابطه

$$2e_1^T P g_1 \tilde{g} \leq \sigma e_1^T P g_1 g_1^T P e_1 + \frac{1}{\sigma} \tilde{g}^T \tilde{g} \quad (۳۷)$$

به دست می‌آید. با توجه به نامساوی کوشی - شوارتز

$$-x^T y \leq |x^T y| \leq \|x\| \|y\| \quad (۳۸)$$

روابط

$$\begin{aligned} -2e_1^T P d_1 d &\leq 2e_1^T P d_1 d \leq 2 \|e_1^T P d_1\| \|d\| \\ &\leq 2d_b \|e_1\| \|P\| \|d_1\| \end{aligned} \quad (۳۹)$$

$$\begin{aligned} -2e_1^T P f_1 f &\leq 2e_1^T P f_1 f \leq 2 \|e_1^T P f_1\| \|f\| \\ &\leq 2f_b \|e_1\| \|P\| \|f_1\| \end{aligned} \quad (۴۰)$$

به دست می‌آیند. با جایگزینی (۳۷) - (۴۰) در (۳۶)، به فرم

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq e_1^T (a_1^T P + Pa_1 + P\sigma g_1 g_1^T P) e_1 + \frac{1}{\sigma} \tilde{g}^T \tilde{g} \\ &\quad + 2 \|e_1\| \|P\| (d_b \|d_1\| + f_b \|f_1\|) - 2e_1^T P v \end{aligned} \quad (۴۱)$$

تبدیل می‌شود. با توجه به رابطه (۲۳) می‌توان جمله $\frac{1}{\sigma} \tilde{g}^T \tilde{g}$ را به صورت

$$\frac{1}{\sigma} \tilde{g}^T \tilde{g} \leq \frac{1}{\sigma} \|\tilde{g}\|^2 \leq \frac{\alpha_1^2}{\sigma} \|e_1\|^2 \quad (۴۲)$$

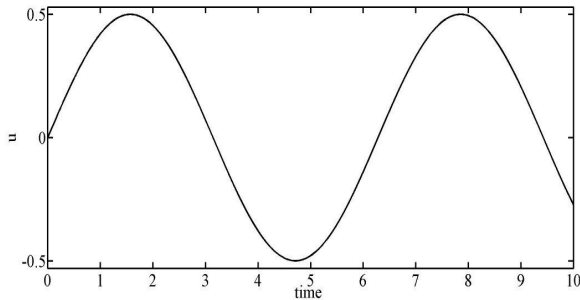
نوشت. از طرف دیگر

$$e_1^T P v = \frac{M}{\|e_1\|} e_1^T P e_1 \geq \frac{M}{\|e_1\|} \lambda_{\min}(P) e_1^T e_1 \quad (۴۳)$$

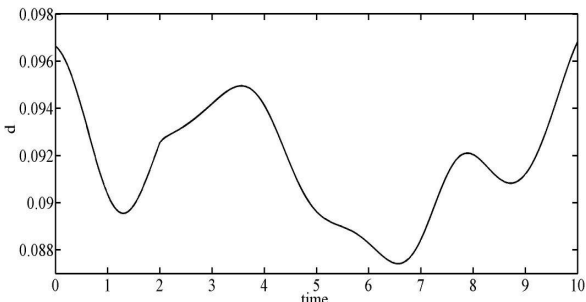
$$= \frac{M}{\|e_1\|} \lambda_{\min}(P) \|e_1\|^2 = M \lambda_{\min}(P) \|e_1\|$$

بنابراین

$$2e_1^T P v = -2 \frac{M}{\|e_1\|} e_1^T P e_1 \leq -2M \lambda_{\min}(P) \|e_1\| \quad (۴۴)$$

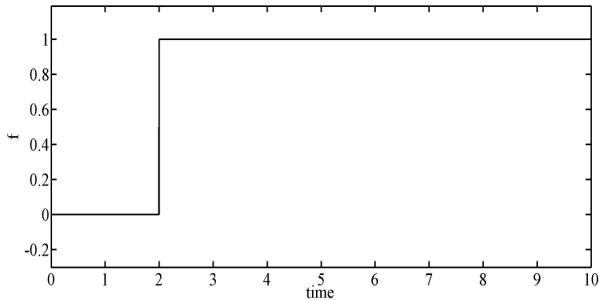


شکل (۱): ورودی $u(t)$
Fig. (1): The input $u(t)$



شکل (۲): ورودی اختلال $d(t)$
Fig. (2): The input distortion $d(t)$

عیب f به فرم شکل (۳) در نظر گرفته شده است.



شکل (۳): عیب f
Fig. (3): The fault

$$\hat{Z}_1 = \begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \\ \hat{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ -0.4 \\ 0.2 \end{bmatrix} \text{ و } Z_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0.1 \\ 1.2 \end{bmatrix} \text{ مقادیر اولیه حالتها}$$

می باشند. با توجه به (۲۶)، $M=14.29$ به دست می آید. شکل (۷) - (۴) می باشد. با توجه به (۲)، $\alpha_1 = 0.5$ و $\sigma = 0.1$ می باشد و $Q=I$ انتخاب می شود. لذا با حل معادله (۳۳) ماتریس P به صورت

$$T = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_1 + d_1 d_2^+ f_2 \\ -(I+K)^{-1} d_2 d_1^+ f_1 + (I+K)^{-1} f_2 \end{bmatrix} \quad (51)$$

لذا با ماتریس های H و T ، تخمین عیب f محاسبه می شود.

۵- شبیه سازی

در این قسمت، از یک مثال شبیه سازی جهت نشان دادن کارایی روش بیان شده استفاده می شود. سیستم منفرد دوخطی (۱) با پارامترهای

$$A_a = \begin{bmatrix} -1.2 & 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & -1.6 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0.9 & -1.1 & 0 \\ 1.4 & 0 & 0 & -1.7 \end{bmatrix} \text{ و } B_a = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$E_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ و } D_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.7 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$F_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ و } G_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.353 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

در نظر گرفته شده است. پس از تجزیه مقدار ویژه و اعمال تبدیل تشابه، سیستم به فرم زیر تبدیل می شود.

(۵۳)

$$a = \begin{bmatrix} -0.429 & 0 & 0 \\ 0 & -2.471 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8576 \end{bmatrix} \text{ و } b_1 = \begin{bmatrix} 1.9459 \\ -0.6385 \\ -0.7807 \end{bmatrix}$$

$$f_1 = \begin{bmatrix} 0.51 \\ -0.7106 \\ 0.7807 \end{bmatrix} \text{ و } g_1 = \begin{bmatrix} 0.1020 \\ -0.1421 \\ -0.2756 \end{bmatrix} \text{ و } d_1 = \begin{bmatrix} 0.051 \\ -0.0711 \\ -0.5465 \end{bmatrix}$$

$$a_2 = -1.8424 \text{ و } b_2 = -0.3191$$

$$g_2 = -0.1126 \text{ و } d_2 = -0.2234 \text{ و } f_2 = 0.3191$$

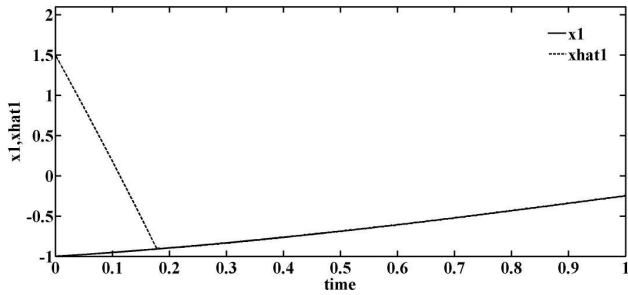
با توجه به فرض (۲)، $\alpha_1 = 0.5$ و $\sigma = 0.1$ می باشد و $Q=I$ انتخاب می شود. لذا با حل معادله (۳۳) ماتریس P به صورت

$$p = \begin{bmatrix} 4.1002 & -0.0015 & -0.0188 \\ -0.0015 & 0.7084 & 0.0017 \\ -0.0188 & 0.0017 & 2.0595 \end{bmatrix} \quad (54)$$

به دست می آید. بنابراین

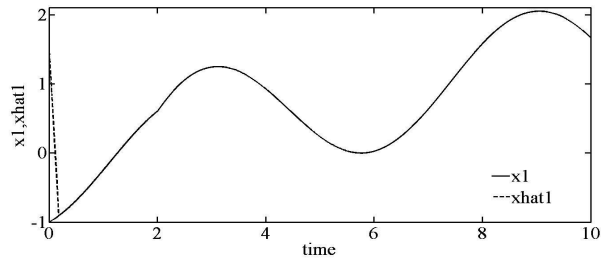
$$\lambda_{\min}(p) = 0.7084 \quad , \quad \|p\| = 4.1003 \quad (55)$$

ورودی خارجی به صورت $u(t)=0.5\sin(t)$ و اختلال به فرم $d(t) = 0.01(\sin x_1)^2 + 0.09 \cos x_2$ در نظر گرفته شده است.



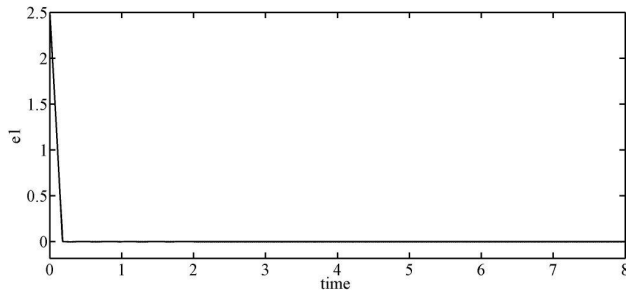
شکل (۸): x_1 و تخمین آن در بازه زمانی $[0,1]$

Fig. (8): The X_1 and its estimation in the time interval $[0,1]$



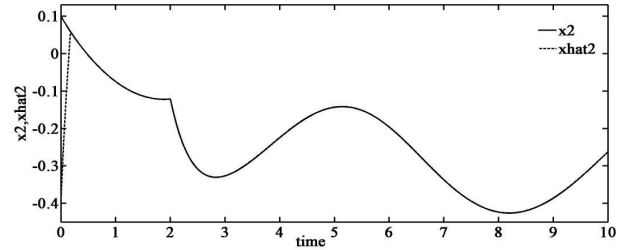
شکل (۴): x_1 و تخمین آن

Fig. (4): The X_1 and its estimation



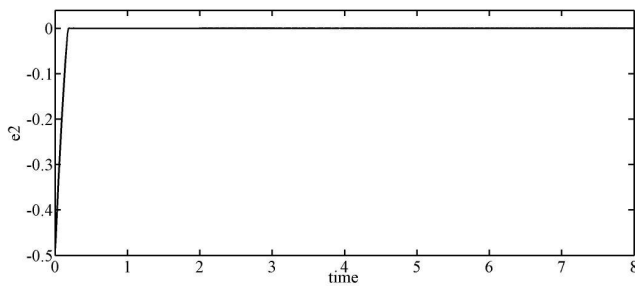
شکل (۹): خطای تخمین e_1

Fig. (9): The estimation error e_1



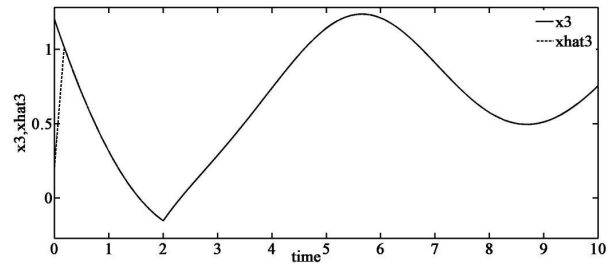
شکل (۵): x_2 و تخمین آن

Fig. (5): The X_2 and its estimation



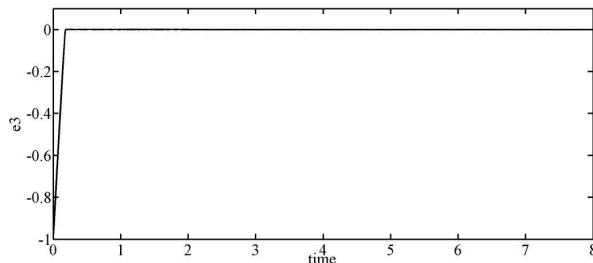
شکل (۱۰): خطای تخمین e_2

Fig. (10): The estimation error e_2



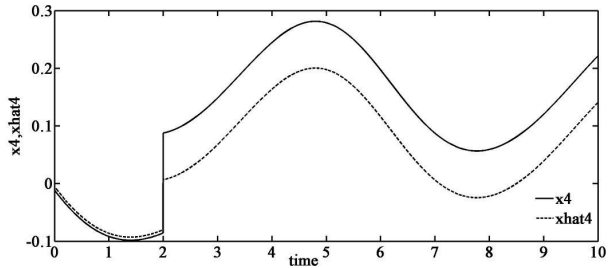
شکل (۶): x_3 و تخمین آن

Fig. (6): The X_3 and its estimation



شکل (۱۱): خطای تخمین e_3

Fig. (11): The estimation error e_3



شکل (۷): x_4 و تخمین آن

Fig. (7): The X_4 and its estimation

همان طور که از شکل های (۴) - (۶) مشخص است، تخمین حالت های سیستم یعنی $\hat{x}_3 \sim \hat{x}_1$ که با استفاده از مشاهده گر (۱۸) - (۱۶) به دست می آید، پس از مدت زمان کوتاهی حالت های سیستم یعنی $x_3 \sim x_1$ را دنبال می کند. که این فاصله زمانی با بزرگنمایی در بازه $[0,1]$ ثانیه برای x_1 در شکل (۸) نشان داده شده است. همچنین، با توجه به شکل (۷) مشاهده می شود که \hat{x}_4 ، حالت x_4 را در هیچ لحظه ای دنبال نمی کند.

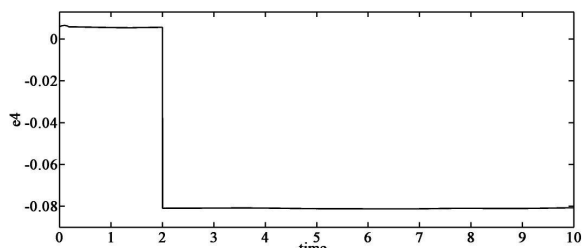
همان طور که از شکل‌های (۹)-(۱۱) مشاهده می‌شود خطا تقریباً پس از 0.17 ثانیه به سمت صفر میل می‌کند که این مطلب با بزرگنمایی در بازه $[0.15, 0.2]$ ثانیه برای e_1 در شکل (۱۳) نشان داده شده است. همچنین با توجه به شکل (۱۲) مشاهده می‌شود خطای e_4 صفر نیست که با استفاده از آن می‌توان در تخمین عیب سیستم استفاده کرد.

۶- نتیجه‌گیری

هدف اصلی این مقاله طراحی مشاهده‌گر مدل‌غزشی دوخطی و کاربرد آن در جداسازی و تخمین عیب برای یک دسته از سیستم‌های غیرخطی، یعنی سیستم‌های منفرد دوخطی با ورودی عیب و اغتشاش می‌باشد. در این روش، شرایط و محدودیت‌های وجود مشاهده‌گر ارائه شده است. با فرض این‌که ورودی اغتشاش دارای نرم 2 محدود است، روش آشکارسازی عیب برای سیستم طراحی گردیده است. نتایج برای یک مثال عددی شبیه‌سازی شده است.

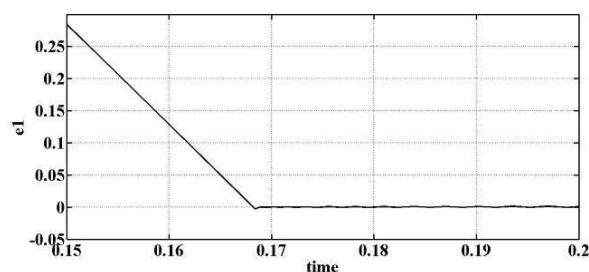
پی‌نوشت:

- 1- Fault Detection and Isolation
- 2- Unknown Input Residual Generation
- 3- Well-posed
- 4- Unkhown Input Observer
- 5- Singular Value Decomposition
- 6- Singular Bilinear Systems
- 7- Lipschitz
- 8- Pseudo
- 9- Barbalat
- 10- Residual



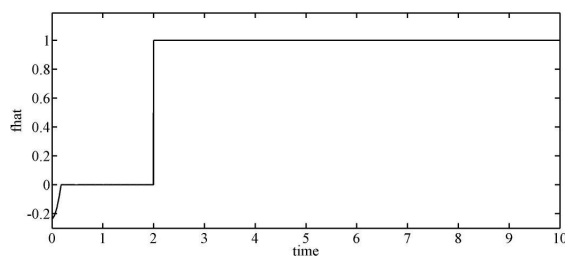
شکل (۱۲): خطای تخمین e_4

Fig. (12): The estimation error e_4



شکل (۱۳): خطای تخمین e_1 در بازه زمانی $[0.15, 0.2]$

Fig. (13): The estimation error e_1 in the time interval $[0.15, 0.2]$



شکل (۱۴): تخمین عیب

Fig. (14): The fault estimation

مراجع

- [1] W. Chen, M. Saif, "Observer – based strategies for actuator fault detection, isolation and estimation for certain class of uncertain nonlinear systems", IET Cont. Theo. App., Vol.1, No.6, pp.1627-1680, 2007.
- [2] M. Dong, Z. Gao, "Fault detection and reconstructions for singular bilinear systems using sliding mode observers", IEEE/ICCA, pp.841-846, Guan gzhou, May/June 2007.
- [3] C. Edward, S.K. Spurgeon, "Sliding mode control theory and application", Taylor & Francis Ltd, 1998.
- [4] B. Jiang, F. Chowdhury, "Observer-based fault diagnosis for a class of nonlinear systems", AACC, pp.5671-5675, June/July 2004.
- [5] R.R. Mohler, "Nonlinear systems: Applications to Bilinear Control", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, Vol.2, 1991.
- [6] ZH. Wang, H. Zhang, "Design of bilinear fault detection observer for singular bilinear systems", Jou. Cont. Theo. And App., Vol.5, No.1, pp.28-36, 2007.
- [7] L. Yao, H. Wang, "Design of fault diagnosis schem for a class of singular nonlinear systems", Jou. Of Cont. Theo. And App., Vol.6, No.2, pp.122-126, 2008.
- [8] M. Zasadzinski, E. Magarotto, M. Darouach, "Unknown input reduced order observer for singular bilinear systems with bilinear measurement", IEEE/CDC, Vol.1, pp.796-801, Sydney, NSW, Dec. 2000.
- [9] M. Zasadzinski, E. Magarotto, H. Rafaralahy, H. Souley Ali, "Residual generator design for singular bilinear systems subjected to unmeasurable disturbances: An LMI approach", Auto. 39, 703-713, 2003.