

# طراحی کنترل کننده جبران ساز عیب برای سیستم‌های چندعاملی دارای نامعینی

شهره شریفیان<sup>(۱)</sup> - مهناز هاشمی<sup>(۲)</sup>

(۱) کارشناس ارشد - دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

(۲) استادیار - دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۳/۳

**خلاصه:** در این مقاله، طراحی کنترل کننده جبران ساز عیب برای سیستم‌های چند عاملی غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته است. دینامیک هر یک از عوامل، دارای نامعینی می‌باشد. در ضمن تبادل اطلاعات بین عوامل، تحت گراف جهت‌دار و ثابت صورت گرفته است. در این طراحی، از روش کنترل غیرخطی پسگام به منظور طراحی کنترل کننده غیرخطی استفاده شده است. با استفاده از روش کنترل تطبیقی، نامعینی‌های سیستم مورد بررسی براساس قوانین تطبیق تخمین زده شده است. برای غلبه بر اثرات داده شده است. نامطلوب وقوع عیب در عملگرهای سیستم، بدون اطلاع از زمان وقوع عیب، نوع عیب و ساختار عیب، از روش جبران‌سازی تطبیقی عیب استفاده شده است. در نهایت با معرفی توابع لیاپانوف جدید و با استفاده از تئوری گراف، پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته به اثبات رسیده است. با ارائه مثال شبیه‌سازی شده، کارایی دیدگاه کنترلی ارائه شده برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی دارای نامعینی و با وجود عیب در عملگرها و اغتشاشات خارجی نشان  
**کلمات کلیدی:** کنترل کننده جبران ساز عیب، کنترل کننده تطبیقی، سیستم چندعاملی غیرخطی، گراف جهت‌دار، نامعینی

## Adaptive Fault Compensation Approach for Uncertain Multi Agent Systems

Shohreh Sharifian<sup>(1)</sup> – Mahnaz Hashemi<sup>(2)</sup>

(1) MSc – Dept. of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran  
s.sh\_sharifian@yahoo.com

(2) Assistant Professor - Dept. of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University,  
Najafabad, Iran  
mahnazhashemi100@gmail.com

**Abstract:** In this paper, the compensation controller approach is investigated for uncertain nonlinear multi agent systems. The dynamics of each of the agents includes uncertainties. Meanwhile, the exchange of the information between the agents is done under directed and fixed graphs. In this design, nonlinear control method is used to design nonlinear backstepping controller. The systems uncertainties are approximated by using the adaptive control method. To overcome the unpredictable effects of faults occurrence in the considered system actuators, Defective adaptive compensation method is used without any knowing about the fault time, fault type and fault structure. Finally, with the introduction of the new Lyapunov functions and by using the graph theory, the stability of the closed loop system is proved. By presenting a simulated example, the efficiency of the control view presented for nonlinear multi agent systems is shown in the presence of unknown faults in actuators and unknown external disturbances.

**Index Terms:** Fault Compensation Controller, Adaptive controller, Nonlinear Multi Agent System, Directed Graph, Uncertainty

---

نویسنده مسئول: مهناز هاشمی، استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، اصفهان، ایران،  
Mahnazhashemi100@gmail.com

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های چندعاملی تحت دیدگاه تئوری گراف بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. یکی از اهداف کنترل سیستم‌های چندعاملی، دستیابی به یک هدف مشترک و اجماع بر روی یک پروتکل از پیش طراحی شده می‌باشد. از این‌رو، اجماع به عنوان یکی از اساسی‌ترین مسائل در کنترل سیستم‌های چندعاملی از جنبه‌های گوناگون توسط محققان مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته است. به عنوان مثال می‌توان به مسأله‌ی اجماع سیستم‌های چندعاملی در حضور تأخیر زمانی، نویز و اغتشاشات خارجی، نامعینی و فرآیندهای تصادفی، اشاره نمود [۴-۱]. روش‌های گوناگونی در زمینه‌ی طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی، ارائه شده است. یکی از روش‌های کنترل غیرخطی، روش کنترل خطی ساز فیدبک می‌باشد، که در طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی دارای ساختار کانونیکال کاربرد دارد [۵]. همچنین در راستای طراحی کنترل کننده به منظور کنترل سیستم چندعاملی، دیدگاه‌های گوناگونی ارائه شده است که یکی از این دیدگاه‌ها کنترل مشارکتی می‌باشد. در مقاله [۶]، دیدگاه کنترل مشارکتی برای سیستم‌های چندعاملی بدون نیاز به اندازه‌گیری حالات تمامی عوامل به صورت مستقیم در طراحی کنترل کننده استفاده شده است. در این سیستم، به علت در دسترس نداشتن تمامی حالت‌ها، طراحی کنترل کننده بر اساس مشاهده گر حالت صورت گرفته است. سیستم چندعاملی می‌تواند در ساختار دینامیکی خود، نامعینی‌های ساختاری یا بی‌ساختار را، دارا باشد. در مقاله‌ی [۷]، طراحی کنترل کننده با در نظر گرفتن این دسته از نامعینی‌ها در دینامیک سیستم چندعاملی مرتبه دو مطرح شده است. همچنین طراحی کنترل کننده، بر اساس خطی سازی فیدبک و سطوح خطای مشارکتی می‌باشد.

همانطور که اشاره شد، روش‌های گوناگونی در طراحی کنترل کننده‌های غیرخطی وجود دارد که یکی از این روش‌ها خطی سازی فیدبک می‌باشد. در مقالات [۸-۱۰]، از روش خطی سازی فیدبک، در سیستم‌های چند عاملی غیرخطی در حضور تأخیر زمانی، فرآیندهای تصادفی و یا کنترل زمان محدود، استفاده شده است. در مقالات اشاره شده، روش خطی سازی فیدبک فقط برای برخی از سیستم‌های چندعاملی که دارای ساختار کانونیکال می‌باشند، کارآمد است. لذا، از این دیدگاه نمی‌توان در طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های چندعاملی ساختار مثلثی استفاده نمود. برای غلبه بر این مشکل، روش کنترلی پسگام توسط محققان به گونه‌ای وسیع در طراحی کنترل کننده مشارکتی به منظور دستیابی به پدیده‌ی اجماع برای سیستم‌های غیرخطی مورد استفاده قرار گرفت. در مقاله [۱۱]، کنترل فازی تطبیقی بر اساس روش پسگام، برای سیستم‌های چندعاملی ساختار مثلثی ارائه شده است. در مقاله [۱۲]، کنترل زمان محدود برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی دارای فرآیندهای تصادفی و همچنین مشاهده گر حالت ارائه شده است. مقاله [۱۳] به بررسی کنترل مشارکتی سیستم چندعاملی غیرخطی ساختار مثلثی دارای پدیده سوئیچ پرداخته است. در مقاله [۱۴]، کنترل کننده مشارکتی با عملکرد از پیش تعیین شده، برای سیستم‌های چندعاملی ساختار مثلثی

و دارای نامعینی‌های ساختاری و بی‌ساختار ارائه شده است. در مقاله [۱۵]، کنترل کننده براساس روش‌های کنترل غیرخطی پسگام و همچنین، با روش کنترل سطوح دینامیکی برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی ساختار مثلثی (فیدبک سخت یا فیدبک خالص)، طراحی شده است. با تلفیق روش‌های مختلف در طراحی کنترل کننده‌های غیرخطی و همچنین روش‌های مؤثر در طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های چندعاملی مقالات متنوعی ارائه شده است [۱۶-۱۸].

امکان وقوع عیب در حسگرها، عملگرها و همچنین دیگر اجزای سیستم، امری بدیهی و اجتناب‌ناپذیر است. از میان عیب‌های قابل وقوع در سیستم، مسأله‌ی عیب در عملگر از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، زیرا وقوع عیب در یکی از عملگرهای سیستم باعث کاهش اثر و یا قطع سیگنال ورودی کنترل می‌شود. همچنین وقوع عیب در عملگر می‌تواند باعث ناپایداری سیستم گردد. لذا، طراحی کنترل کننده‌ای که قابلیت جبران عیب در عملگر عوامل سیستم را دارا باشد، امری بسیار ضروری است. در مقالات اشاره شده، روش‌های کنترلی مورد استفاده در سیستم‌های چندعاملی، قابلیت کنترل و دستیابی به پدیده‌ی اجماع را در حضور عیب دارا نمی‌باشند. به منظور طراحی کنترل کننده جبران ساز عیب روش‌های گوناگونی ارائه شده است. این روش‌ها، به دو دسته‌ی کلی فعال و غیرفعال تقسیم‌بندی می‌شوند [۱۹، ۲۰]. به دلیل کارایی بسیار بالا و همچنین عملکرد کنترلی بهتر روش کنترلی فعال نسبت به غیرفعال، از روش کنترل جبران ساز عیب فعال، در پژوهش‌های بسیاری استفاده شده است. در مقالات [۲۱-۲۴]، طراحی کنترل کننده جبران ساز عیب برای سیستم‌های تک عاملی براساس روش فعال صورت گرفته است. حال آن‌که، این مقالات بدون در نظر گرفتن تبادل اطلاعات بین عوامل و تئوری گراف ارائه شده‌اند. در مقاله [۲۵]، طراحی کنترل کننده جبران ساز عیب برای سیستم‌های چندعاملی دارای نامعینی صورت گرفته است. در این مقاله از روش کنترلی فعال به منظور غلبه بر عیب در عملگرها استفاده شده است. در مقاله [۲۶]، طراحی کنترل کننده جبران ساز عیب برای سیستم‌های خطی ارائه شده است. در مقالات [۲۷، ۲۸]، کنترل کننده مشارکتی جبران ساز عیب برای سیستم‌های چندعاملی مرتبه دوم طراحی شده است.

در مقالات اشاره شده، به منظور جبران سازی عیب، اطلاعاتی از قبیل زمان وقوع عیب، نوع عیب، الگوی عیب برای طراحی کنترل کننده لازم می‌باشد. حال آن‌که در سیستم‌های واقعی، اطلاعات بسیار اندکی راجع به عیب در دسترس است. از این رو، طراحی کنترل کننده‌های جبران ساز عیب برای سیستم‌های چندعاملی بدون نیاز به اطلاعات پیش فرض از عیب در عملگرها، مسأله‌ی حائز اهمیت است. در مقاله [۲۹]، کنترل کننده تطبیقی فازی برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی با تأخیر زمانی در حضور عیب در عملگرهای سیستم طراحی شده است. در مقالات [۳۰، ۳۱]، گسترش طراحی کنترل کننده جبران ساز تطبیقی عیب در عملگرها و سنسورها در سیستم‌های غیرخطی، مورد مطالعه قرار گرفته است. در حالی که کنترل کننده‌های طراحی شده در این مقالات، فقط برای سیستم‌های تک عاملی کارایی دارند.

ماتریس مجاورت در گراف سیستم‌های چندعاملی، تنها معرف همسایگان هر عامل و ضریب ارتباطی میان آن‌ها است. این ماتریس به صورت  $A = [a_{ij}]$  و درایه‌های آن به صورت رابطه‌ی (۲) معرفی می‌شود.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0: & i = j \\ 1: & j \in N_i; i \neq j \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

ماتریس لاپلاسیان برای بیان دقیق همسایگی هر عامل به صورت  $L = [l_{ij}]_{N \times N}$  معرفی می‌شود.  $N$  تعداد عامل‌ها می‌باشد و درایه‌های ماتریس به صورت رابطه‌ی (۳) تعریف می‌شوند.

$$l_{ij} = \begin{cases} d_i, & : i = j \\ -a_{ij}, & : j \in N_i, i \neq j \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه‌ی (۳)، منظور از  $d_i$  درجه‌ی ورودی هر عامل است و به آن درجه‌ی گره‌ی  $i$ ، نیز گفته می‌شود.  $d_i$  به صورت رابطه‌ی (۴) تعریف می‌شود.

$$d_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}, \quad (4)$$

برای یک گراف بدون جهت، درجه ورودی هر عامل برابر است با مجموع ضریب تمامی یال‌های متصل به گره‌ی  $i$ ،  $d_i$ .

در گراف جهت‌دار، درجه ورودی هر عامل برابر است با مجموع ضریب یال‌هایی که جهت آن‌ها به سمت گره  $i$  است.

با توجه به رابطه‌ی (۴)، ماتریس  $D$  معرف درجه‌ی ورودی هر عامل در گراف ارتباطی یک سیستم است و به صورت  $D = \text{diag}[d_i]$  بیان می‌گردد. حال با توجه به ماتریس  $D$  و ماتریس  $A$ ، ماتریس لاپلاسیان به صورت  $L = D - A$  قابل بازنویسی است.

### ۳- کنترل اجماع در حالت وقوع عیب در عملگرها

معادله دینامیکی دنبال‌کننده‌ی عامل  $i$ ،  $i$  به صورت رابطه‌ی (۵)، در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \\ M_i \dot{v}_i = u_i + f_i \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

در رابطه‌ی (۵)،  $x_i \in R^m$  و  $v_i \in R^m$  به ترتیب، بردارهای موقعیت و سرعت،  $M_i \in R^{m \times m}$  ماتریس مثبت معین اینرسی و  $u_i \in R^m$  بردار ورودی کنترلی برای عامل  $i$  می‌باشد.  $i = 1, 2, \dots, n$  تعداد عوامل سیستم است.  $f_i \in R^m$  تابع نامعین سیستم که شامل خطای مدل‌سازی و همچنین اغتشاشات خارجی می‌باشد.

معادله‌ی دینامیکی رهبر نیز به صورت رابطه‌ی (۶)، در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_0 \\ M_0 \dot{v}_0 = u_0 \end{cases} \quad (6)$$

که در آن،  $x_0 \in R^m$  و  $v_0 \in R^m$  به ترتیب بردارهای موقعیت و سرعت رهبر،  $u_0 \in R^m$  بردار ورودی کنترلی متغیر با زمان و  $M_0 \in R^{m \times m}$  ماتریس مثبت معین فرض شده است.

هدف کنترلی در این مقاله، طراحی کنترلی کنده‌ی فیدبک حالت جبران‌ساز عیب برای دسته‌ای از دنبال‌کننده‌های نامعین (۵) و رهبر (۶) تحت گراف جهت‌دار ثابت می‌باشد، به گونه‌ای که تمام سیگنال‌های حلقه بسته کران‌دار باشند. همچنین، خطای مشارکتی ردیابی در حضور نامعینی و عیب در عملگرهای سیستم به صفر همگرا شود و در نهایت

از این رو، طراحی کنترلی کنده جبران‌ساز عیب تطبیقی برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی دارای نامعینی و اغتشاشات خارجی امری بسیار جذاب و چالش‌برانگیز است که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله، طراحی کنترلی کنده مشارکتی جبران‌ساز عیب برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی دارای نامعینی در حضور عیب در عملگر عوامل دنبال‌کننده صورت گرفته است. از تئوری گراف به منظور مدل‌سازی تبادل اطلاعات بین عوامل دنبال‌کننده و رهبر استفاده شده است. با استفاده از روش کنترلی تطبیقی نامعینی‌های عوامل دنبال‌کننده تقریب زده شده است.

در نهایت، به منظور مقاوم‌سازی روش کنترلی ارائه شده در برابر عیب در عملگرهای سیستم از روش جبران‌ساز عیب تطبیقی استفاده شده است، به گونه‌ای که بدون نیاز به اطلاع از زمان وقوع عیب، نوع عیب و همچنین واحد تشخیص‌دهنده عیب کنترلی کنده توانایی جبران‌سازی اثرات نامطلوب وقوع عیب را، دارا باشد.

روند ارائه مطالب بدین شرح است:

در بخش دوم، پیش فرض‌های مورد نیاز در طراحی کنترلی کنده ارائه شده است. در بخش سوم، به بیان مسأله‌ی کنترلی اجماع در حالت وقوع عیب در عملگر پراخته شده است. در بخش چهارم به طراحی کنترلی کنده جبران‌ساز عیب برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی پرداخته شده است. در بخش پنجم، به منظور کارآمدی روش کنترلی ارائه شده، نتایج مثال شبیه‌سازی شده نشان داده شده است. نهایتاً در بخش آخر، به جمع‌بندی مطالب و نتیجه‌گیری پرداخته شده است.

### ۲- پیش فرض‌های مورد نیاز در طراحی کنترلی کنده

گراف به مجموعه‌ای از گره‌ها و یال‌ها گفته می‌شود که برای نمایش سیستم‌های چندعاملی و نحوه‌ی ارتباط عامل‌ها از آن استفاده می‌گردد. در گراف، هر گره، نماد یک عامل است و یال‌ها نحوه‌ی ارتباط عامل‌ها در یک سیستم چندعاملی را نمایش می‌دهند. برای نمایش یک گراف از علامت  $G = (V, E)$  استفاده می‌شود که  $V$  مجموعه‌ی گره‌ها و  $E$  مجموعه‌ی یال‌های موجود بین دو عامل است. در مجموعه  $E$  برای نمایش یال‌ها از نماد  $(v_i, v_j) \in E$  استفاده می‌شود. در یک سیستم چندعاملی، برای هر عامل یک مجموعه همسایگی تعریف می‌شود. این مجموعه همسایگی به عنوان مثال برای عامل  $i$ ،  $N_i$  به مجموعه‌ای از عامل‌ها گفته می‌شود که اطلاعاتشان را در اختیار این عامل قرار می‌دهند و به صورت  $n_i = \{v_j; a_{ij} > 0\}$  است. همچنین، مطابق با هر یال موجود در گراف ارتباطی، یک ضریب به آن نسبت داده می‌شود. این ضریب می‌تواند بیان‌کننده‌ی میزان قدرت تعامل بین دو عامل نیز باشد. در یک گراف اگر ضریب یال موجود بین دو عامل  $i$  و  $j$  مخالف صفر باشد، یعنی اگر رابطه‌ی (۱) برقرار باشد، آنگاه گراف را دوطرفه می‌نامند.

$$\begin{cases} a_{ij} > 0, \\ a_{ji} > 0, \end{cases} \quad (1)$$

حال اگر گراف دو طرفه باشد و رابطه‌ی  $a_{ij} = a_{ji} > 0 \forall i, j$  برقرار باشد، آنگاه گراف را بدون جهت می‌نامند.

از روش‌های طراحی کنترل کننده در حضور عیب در عملگرها استفاده از دیدگاه جبران ساز تطبیقی می‌باشد. عیب در عملگر هر یک از عوامل دنبال کننده می‌تواند به صورت رابطه‌ی (۱۳)، مطرح شود.

$$u_i = \rho_i V_i \quad (13)$$

که در رابطه‌ی (۱۳)،  $\rho_i \in [\underline{\rho}_i, \bar{\rho}_i]$ ،  $0 < \rho_i \leq 1$ ،  $u_i$  سیگنال کنترل خروجی عملگر و  $V_i$  سیگنال کنترلی که باید طراحی شود.  $\rho_i \in R^{n \times n}$  ماتریس قطری مثبت نامعین است.  $\underline{\rho}_i$  و  $\bar{\rho}_i$  به ترتیب بیان کننده کران‌های پایین و بالا برای  $\rho_i$  هستند. هنگامی که  $\underline{\rho}_i = \bar{\rho}_i = 1$  باشد، یعنی هیچ عیبی در عملگر عامل  $\dot{I}$  روی نداده است. همان گونه که واضح است، نوع عیب بررسی شده در این مقاله ضرب شونده می‌باشد و بدین صورت است که پس از زمان نامعین  $t_i$ ، درصدی از سیگنال کنترل طراحی شده به سیستم اعمال می‌گردد. این امر می‌تواند سبب عملکرد نامناسب کنترلی در سیستم تحت کنترل و یا حتی سبب ناپایداری سیستم حلقه بسته گردد. پس همان گونه که ذکر گردید هدف، طراحی کنترل کننده جبران ساز عیب برای سیستم چند-عاملی است، به گونه‌ای که بتواند پایداری سیستم حلقه بسته را ضمانت کند. با فرض این که در عامل دنبال کننده  $\dot{I}$  عیب روی دهد، معادله دینامیکی عوامل دنبال کننده به صورت رابطه‌ی (۱۴)، بازنویسی می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \\ M_i \dot{v}_i = \rho_i V_i + f_i \end{cases} \quad (14)$$

باتوجه به وقوع عیب، سیگنال کنترل  $u$  برای عامل  $\dot{I}$  برای دستیابی به اهداف کنترلی، دستخوش تغییراتی می‌شود که ملزم به طراحی سیگنال کنترلی جدید به صورت رابطه‌ی (۱۵) هست.

$$V = \hat{k}_d V_d \quad (15)$$

که در رابطه‌ی (۱۵)،  $\hat{k}_d$  ضریبی که باید تخمین زده شود و برای حذف اثرات عیب استفاده می‌شود. همچنین  $V_d$  سیگنال کنترلی است که در ادامه طراحی می‌گردد.

از رابطه‌ی (۱۳) می‌دانیم که،  $u = \rho V$  می‌باشد. حال برای جبران عیب در عملگر،  $V$  به صورت رابطه‌ی (۱۵) طراحی شده است. از این رو،  $u$  به صورت رابطه‌ی (۱۶)، بازنویسی خواهد شد.

$$u = \rho \hat{k}_d V_d \quad (16)$$

سپس، خطای ردیابی موقعیت و سرعت در رابطه‌ی (۱۱) براساس وقوع عیب، به صورت رابطه‌ی (۱۷)، بازنویسی خواهد شد.

$$\begin{cases} \dot{E}_x = E_v \\ \dot{E}_v = (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}\rho\hat{k}_d v_d + (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}f - \bar{B}\bar{1}M_o^{-1}u_o \end{cases} \quad (17)$$

به منظور طراحی کنترل کننده مشارکتی از روش پسگام استفاده شده است. لذا، تغییر متغیرهای رابطه‌ی (۱۸) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{cases} z_1 = E_x \\ z_2 = E_v + a \end{cases} \quad (18)$$

به دلیل اینکه هر عامل درجه ۲ در نظر گرفته شده است، پس ۲ سطح خطای  $z_1$ ،  $z_2$  تعریف می‌شود و  $\alpha$  سیگنال کنترل مجازی است که باید طراحی شود. با جایگذاری تغییر متغیرهای (۱۸) در (۱۷) رابطه‌ی (۱۹)، بدست خواهد آمد.

دستیابی به اجماع و ردیابی مسیر رهبر توسط دنبال کننده‌ها نیز حاصل گردد. لذا به منظور دستیابی به هدف فوق نیازمند فرضیات (۱)-(۴) هستیم.

فرض ۱: تابع  $f_i(x_i, t)$  کران دار در نظر گرفته شده است.

$$\|f_i\| \leq F \quad (7)$$

که در رابطه‌ی (۷)،  $F > 0$  پارامتر مثبت نامعین است.

فرض ۲: بردار ورودی کنترلی  $u_o$  کران دار در نظر گرفته شده است.

$$\|u_o\| \leq \bar{u}_o \quad (8)$$

که در رابطه‌ی (۸)،  $\bar{u}_o$  پارامتر مثبت نامعین است.

فرض ۳: تمام حالات عوامل دنبال کننده  $x_i \in R^m$  و  $v_i \in R^m$  برای طراحی کنترل کننده در دسترس هستند.

فرض ۴: خروجی عامل رهبر، پیوسته مشتق پذیر و برای برخی از عوامل معین به شرط دسترسی عوامل به اطلاعات رهبر در دسترس است.

#### ۴- طراحی کنترل کننده

با توجه به معادله‌ی دینامیکی عوامل دنبال کننده در رابطه‌ی (۵) و معادله‌ی دینامیکی رهبر در رابطه‌ی (۶) و همچنین با در نظر گرفتن فرض‌های (۱)-(۴)، به طراحی کنترل کننده‌ی جبران ساز عیب تطبیقی بر اساس دیدگاه مشارکتی و اثبات پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته تحت کنترل می‌پردازیم. در این مقاله  $m = 1$  فرض شده است و بدین معناست که عوامل در طول یک خط حرکت می‌کنند. حال اگر  $m \geq 2$  باشد بدین معناست که عوامل در صفحه و یا فضا حرکت می‌کنند. خطای ردیابی موقعیت و سرعت برای عامل  $\dot{I}$ ، به صورت روابط (۹) و (۱۰) تعریف می‌شوند.

$$e_{xi} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(x_i - x_j) + b_i(x_i - x_o) \quad (9)$$

$$e_{vi} = \sum_{j=1}^n a_{ij}(v_i - v_j) + b_i(v_i - v_o) \quad (10)$$

روابط (۹) و (۱۰) بیانگر این است که اگر تمامی عوامل دنبال کننده مسیر رهبر را ردیابی نمایند، هدف ردیابی میسر می‌شود و در نتیجه خطا پایدار مجانبی می‌شود.

با توجه به دینامیک سیستم، خطای ردیابی موقعیت و سرعت روابط (۹) و (۱۰) به صورت برداری به فرم رابطه‌ی (۱۱) بیان می‌شود.

$$\dot{E}_x = E_v$$

$$\dot{E}_v = (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}u + (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}f - \bar{B}\bar{1}M_o^{-1}u_o$$

که در رابطه‌ی (۱۱)، بردارهای  $E_x$ ،  $E_v$ ،  $u$  و  $M$  به صورت رابطه‌ی (۱۲) تعریف می‌شوند. لازم به ذکر است که،  $n$  تعداد عوامل دنبال کننده است و ماتریس  $(\bar{L} + \bar{B}) \in R^{n \times n}$  همواره مثبت معین می‌باشد، یعنی این ماتریس معکوس پذیر است.

$$\quad (12)$$

$$E_x = [e_1^x, \dots, e_n^x]^T \in R^n, E_v = [e_1^v, \dots, e_n^v]^T \in R^n,$$

$$u = [u_1, \dots, u_n]^T \in R^n, f = [f_1, \dots, f_n]^T \in R^n,$$

$$M = \text{diag}(m_1, \dots, m_n) \in R^{n \times n}, \bar{1} = [1_1, 1_2, \dots, 1_n]^T \in R^n$$

وقوع عیب در عملگر هر یک از عوامل دنبال کننده، در حین انجام ماموریت (دستیابی به هدف از پیش تعیین شده) امکان پذیر است. یکی

$$\begin{cases} \dot{\hat{u}}_o = -\hat{u}_o \\ \dot{\hat{F}} = -\hat{F} \\ \dot{\hat{k}}_d = -\hat{k}_d \end{cases} \quad (30)$$

با مشتق گیری از رابطه‌ی (۲۸) و با توجه به رابطه‌ی (۳۰) بدست خواهد آمد که،

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + s^T \dot{s} - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{u}_o \dot{\hat{u}}_o - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{F}^T \dot{\hat{F}} - \rho \text{tr} \left\{ \tilde{k}_d^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{k}}_d \right\} \quad (31)$$

با جایگذاری (۲۷) در (۳۱) و همچنین با توجه به رابطه‌ی (۲۹)، خواهیم داشت که،

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= z_1^T z_2 - z_1^T c z_1 + s^T (k(z_2 - c z_1) \\ &+ (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} \rho k_d V_d + (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} f \\ &- \bar{B} \bar{1} M_o^{-1} u_o + c z_1) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{u}_o \dot{\hat{u}}_o - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{F}^T \dot{\hat{F}} \\ &- \rho \text{tr} \left\{ \tilde{k}_d^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{k}}_d \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

طبق فرض (۱) و با توجه به نامساوی کوشی شوارتز، رابطه‌ی (۳۲) بدست خواهد آمد. لازم به ذکر است، در تمام عوامل دنبال کننده، دینامیک‌های نامعین یکسان در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} s^T (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} f &\leq \|s^T (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} f\| \\ &\leq \|s^T (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}\| \|f\| \\ &\leq \|s^T (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}\| \sqrt{n} \bar{F} \end{aligned} \quad (33)$$

با جایگذاری (۳۳) در (۳۲) و همچنین جایگذاری (۲۹) در (۳۲) که  $\tilde{F} = F - \hat{F}$  می‌باشد، رابطه‌ی (۳۴) حاصل می‌گردد.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq z_1^T z_2 - z_1^T c z_1 + s^T (k(z_2 - c z_1) \\ &+ (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} \rho k_d V_d - \bar{B} \bar{1} M_o^{-1} u_o + c z_1) \\ &- \frac{1}{\gamma_1} \tilde{u}_o \dot{\hat{u}}_o - \rho \text{tr} \left\{ \tilde{k}_d^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{k}}_d \right\} \\ &+ \|s^T (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}\| \sqrt{n} (\tilde{F} + \hat{F}) - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{F}^T \dot{\hat{F}} \end{aligned} \quad (34)$$

با توجه به خواص نرم ۲ و فرض (۲)، تعریف می‌شود که،

$$\begin{aligned} s^T \bar{B} \bar{1} M_o^{-1} u_o &\leq \|s^T \bar{B} \bar{1} M_o^{-1} u_o\| \leq \\ \|s^T \bar{B} \bar{1} M_o^{-1}\| \|u_o\| &\leq \|s^T\| \| \bar{B} \bar{1} M_o^{-1} \| \|u_o\| \leq \\ s^T \text{sign}(s) \text{diag}(\bar{B} \bar{1} M_o^{-1}) \bar{u}_o & \end{aligned} \quad (35)$$

با جایگذاری (۳۵) در (۳۴) و همچنین در نظر گرفتن (۲۹) که  $\bar{u}_o = \bar{u}_o - \hat{u}_o$  می‌باشد، رابطه‌ی (۳۶) بازنویسی می‌گردد.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq z_1^T z_2 - z_1^T c z_1 + s^T (k(z_2 - c z_1) \\ &+ (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} \rho k_d V_d + c z_1) - \rho \text{tr} \left\{ \tilde{k}_d^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{k}}_d \right\} \\ &+ \|s^T (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}\| \sqrt{n} (\tilde{F} + \hat{F}) - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{F}^T \dot{\hat{F}} \\ &+ s^T \text{sign}(s) \text{diag}(\bar{B} \bar{1} M_o^{-1}) (\bar{u}_o + \hat{u}_o) - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{u}_o^T \dot{\hat{u}}_o \end{aligned}$$

حال قوانین تطبیق، به منظور تقریب  $\hat{F}$ ،  $\hat{u}_o$  به صورت روابط (۳۷) و (۳۸)، طراحی خواهد شد.

$$\dot{\hat{u}}_o = \gamma_1 s^T \text{diag}(\bar{B} \bar{1} M_o^{-1}) \text{sign}(s) \quad (37)$$

$$\dot{\hat{F}} = \gamma_2 \sqrt{n} \|s^T (\bar{L} + \bar{B})M^{-1}\| \quad (38)$$

با توجه به تعریف سطوح خطای  $z_1, z_2$ ، دارای ۲ گام طراحی هستیم، که در ادامه‌ی روند این بخش بیان می‌شود.

**گام اول:** در گام اول، سیگنال کنترل مجازی  $\alpha$  به صورت رابطه‌ی (۲۰) به منظور پایدارسازی گام اول طراحی می‌شود که  $C$  پارامتر مثبت معین طراحی است.

$$\alpha = C z_1 \quad (20)$$

حال با جایگذاری (۲۰) در (۱۹)، رابطه‌ی (۲۱) بدست خواهد آمد.

$$\dot{z}_1 = z_2 - C z_1 \quad (21)$$

اکنون کاندید تابع لیاپانوفی، به صورت رابطه‌ی (۲۲) طراحی می‌شود.

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^T z_1 \quad (22)$$

حال با مشتق گیری از (۲۲) رابطه‌ی (۲۳) حاصل می‌شود.

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} z_1^T \dot{z}_1 + \frac{1}{2} \dot{z}_1^T z_1 \quad (23)$$

با جایگذاری (۲۱) در (۲۳)، رابطه‌ی (۲۴) بدست خواهد آمد.

$$\dot{V}_1 = z_1^T z_2 - z_1^T C z_1 \quad (24)$$

واضح است که، در رابطه‌ی (۲۴)، به دلیل وجود جمله  $z_1^T z_2$  نمی‌توان در ارتباط با پایداری گام اول طراحی اظهار نظر نمود.

گام دوم: حال در گام دوم طراحی، سطح لغزش به صورت رابطه‌ی (۲۵)، تعریف می‌شود. این سطح لغزش، ترکیب خطی از سطح اول و دوم خطا می‌باشد.

$$s = k z_1 + z_2 \quad (25)$$

که در رابطه‌ی (۲۵)،  $k$  پارامتر مثبت طراحی است. با مشتق گیری از (۲۵) رابطه‌ی (۲۶)، حاصل می‌گردد.

$$\dot{s} = k \dot{z}_1 + \dot{z}_2 \quad (26)$$

با جایگذاری روابط (۱۹) و (۲۱) در مشتق سطح لغزش، رابطه‌ی (۲۷) بدست خواهد آمد.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= k(z_2 - c z_1) + (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} \rho k_d V_d \\ &+ (\bar{L} + \bar{B})M^{-1} f - \bar{B} \bar{1} M_o^{-1} u_o + c z_1 \end{aligned} \quad (27)$$

حال، تابع لیاپانوفی در گام دوم طراحی تعریف می‌گردد.

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 + \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{u}_o^2 \\ &+ \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{F}^T \tilde{F} + \frac{1}{2} \rho \text{tr} \left\{ \tilde{k}_d^T \Gamma^{-1} \tilde{k}_d \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

که در رابطه‌ی (۲۸)،  $\gamma_1, \gamma_2$  بهره‌های تطبیق مثبت و معین و  $\Gamma$  ماتریس بهره‌ی تطبیق مثبت معین است و به صورت ماتریس قطری در نظر گرفته شده است.  $\text{tr} \{ \cdot \}$  نشان دهنده‌ی حاصل جمع عناصر روی قطر اصلی ماتریس  $\{ \cdot \}$  است.

خطای تخمین پارامترهای نامعین به صورت رابطه‌ی (۲۹)، تعریف شده است.

$$\begin{cases} \tilde{u}_o = \bar{u}_o - \hat{u}_o \\ \tilde{F} = F - \hat{F} \\ \tilde{k}_d = k_d - \hat{k}_d \end{cases} \quad (29)$$

با مشتق از رابطه‌ی (۲۹)، داریم:

$$V_d = M(\bar{L} + \bar{B})^{-1}(-k(z_2 - cz_1) - cz_1 - \eta(s + \beta \text{sign}(s))) \quad (45)$$

در رابطه‌ی (۴۵)،  $\eta$  پارامتر مثبت طراحی است. با جایگذاری سیگنال کنترلی طراحی شده در رابطه‌ی (۴۴)، رابطه‌ی (۴۶) بدست خواهد آمد.

$$\dot{V}_2 \leq z_1^T z_2 - z_1^T cz_1 + s^T \eta s - s^T \eta \beta \text{sign}(s) + \|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\| \sqrt{n} \hat{F} + \tilde{U} \quad (46)$$

اگر  $\|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\| \neq 0$  باشد،  $\tilde{U}$  به صورت رابطه‌ی (۴۷) تعریف می‌گردد. در غیر این صورت، اگر  $\|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\| = 0$  باشد،  $\tilde{U}$  برابر صفر است.

$$\tilde{U} = -\frac{(s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1})^T}{\|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\|} \sqrt{n} \hat{F} \quad (47)$$

سپس، رابطه‌ی (۴۶) به صورت رابطه‌ی (۴۸) بازنویسی خواهد شد.

$$\dot{V}_2 \leq z_1^T z_2 - z_1^T cz_1 - s^T \eta s - s^T \eta \beta \text{sign}(s) \quad (48)$$

اثبات پایداری:

ماتریس  $Q$ ، به صورت رابطه‌ی (۴۹) تعریف می‌گردد.

$$Q = \begin{bmatrix} c + k^T \eta k & k^T \eta - \frac{1}{2} I \\ \eta k - \frac{1}{2} I & \eta \end{bmatrix} \quad (49)$$

با تعریف  $Z = [z_1^T \quad z_2^T]^T$ ، رابطه‌ی (۴۸) را، می‌توان به صورت رابطه‌ی (۵۰)، بازنویسی نمود.

$$\dot{V}_2 \leq -Z^T Q Z - \sum_{i=1}^n \eta_i \beta_i |s_i| \quad (50)$$

با توجه به رابطه‌ی (۵۰) واضح است که، سیستم حلقه بسته پایدار لیاپانوفی مشارکتی است.

با فرض این که  $-\frac{1}{4} I > 0$  باشد،  $\eta(c+k) - \frac{1}{4} I > 0$  باشد، ماتریس  $Q$  مثبت معین است.

با توجه به رابطه‌ی (۵۰)، رابطه‌ی (۵۱) تعریف می‌شود.

$$W(t) = Z^T Q Z + \sum_{i=1}^n \eta_i \beta_i |s_i| \quad (51)$$

در رابطه‌ی (۵۱)،  $W(t) \leq \dot{V}_2(Z_1(t), Z_2(t))$  می‌باشد.

$Z_1(0), Z_2(0)$  کران دار هستند، در نتیجه  $Z_1(t), Z_2(t)$  کران دار است. داریم،

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t W(s) ds < \infty \quad (52)$$

با مشتق از (۵۲)، رابطه‌ی (۵۳) بدست می‌آید.

$$W(t) = Z Z^T Q \dot{Z} + \sum_{i=1}^n \eta_i \beta_i \text{sign}(s_i) \dot{s}_i \quad (53)$$

طبق روابط (۲۸) و (۵۰)،  $Z_2, Z_1$  و  $s$  کران دار هستند، در نتیجه پس مشتقات آن یعنی  $\dot{z}_1$  و  $\dot{z}_2$  کران دار هستند. پس می‌توان گفت  $\dot{s} = k \dot{z}_1 + \dot{z}_2$  و  $s$  کران دار هستند و در نهایت  $W(t)$  کران دار هست.

با توجه به این که  $W(t)$  و  $\dot{W}(t)$  کران دار هستند و  $W(t)$  انرژی محدود می‌باشد، لذا بر اساس لم باربالات می‌توان اثبات کرد که خطای ردیابی مشارکتی پایدار مجانبی است.

که در روابط (۳۷) و (۳۸)،  $\gamma_1, \gamma_2$  پارامترهای مثبت طراحی (بهره‌های تطبیق) هستند. براساس قوانین تطبیق بدست آمده، می‌توان نامعینی‌های  $F, u_0$  را تقریب زد.

با جایگذاری قوانین تطبیق بدست آمده در (۳۶)، رابطه‌ی (۳۹)، حاصل می‌گردد.

$$\dot{V}_2 \leq z_1^T z_2 - z_1^T cz_1 + s^T (k(z_2 - cz_1) + (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} \rho \hat{k}_d V_d + cz_1) - \rho \text{tr} \{ \hat{k}_d^T \Gamma^{-1} \hat{k}_d \} + \|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\| \sqrt{n} \hat{F} + s^T \text{diag}(\bar{B} \bar{1} M_0^{-1}) \text{sign}(s) \hat{u}_0 \quad (39)$$

از رابطه‌ی (۲۹) می‌دانیم که،  $\hat{k}_d = k_d - \hat{k}_d$  می‌باشد. با جایگذاری (۲۹) در (۳۹) و مرتب‌سازی آن و همچنین با دانستن  $\rho k_d = I$ ، رابطه‌ی (۴۰) حاصل می‌گردد.

$$\dot{V}_2 \leq z_1^T z_2 - z_1^T cz_1 + s^T (k(z_2 - cz_1) + (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} V_d + cz_1) + \|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\| \sqrt{n} \hat{F} + s^T \text{diag}(\bar{B} \bar{1} M_0^{-1}) \text{sign}(s) \hat{u}_0 - s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} \rho \hat{k}_d^T V_d - \rho \text{tr} \{ \hat{k}_d^T \Gamma^{-1} \hat{k}_d \} \quad (40)$$

با در نظر گرفتن  $\text{tr} \{ y x^T \} = \text{tr} \{ x^T y \}$  برای  $x, y \in R^n$ ، رابطه‌ی (۴۱) برقرار است.

$$s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} \rho \hat{k}_d^T V_d = \text{tr} \{ \rho \hat{k}_d^T V_d s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} \} \quad (41)$$

با توجه به رابطه‌ی (۴۱)، رابطه‌ی (۴۰) به صورت رابطه‌ی (۴۲) بازنویسی می‌گردد.

$$\dot{V}_2 \leq z_1^T z_2 - z_1^T cz_1 + s^T (k(z_2 - cz_1) + (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} V_d + cz_1) + \|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\| \sqrt{n} \hat{F} + s^T \text{diag}(\bar{B} \bar{1} M_0^{-1}) \text{sign}(s) \hat{u}_0 - \text{tr} \{ \rho \hat{k}_d^T V_d s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} \} - \rho \text{tr} \{ \hat{k}_d^T \Gamma^{-1} \hat{k}_d \} \quad (42)$$

به منظور تقریب عیب، قانون تطبیق رابطه‌ی (۴۳) ارائه شده است.

$$\dot{\hat{k}}_d = -\Gamma V_d s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} \quad (43)$$

که در رابطه‌ی (۴۳)،  $\Gamma$  بهره‌ی تطبیق است و دارای مقدار مثبت می‌باشد.

با جایگذاری قانون تطبیق در رابطه‌ی (۴۲)، بدست خواهد آمد که،

$$\dot{V}_2 \leq z_1^T z_2 - z_1^T cz_1 + s^T (k(z_2 - cz_1) + (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1} V_d + cz_1) + \|s^T (\bar{L} + \bar{B}) M^{-1}\| \sqrt{n} \hat{F} + s^T \text{diag}(\bar{B} \bar{1} M_0^{-1}) \text{sign}(s) \hat{u}_0 \quad (44)$$

سپس، سیگنال کنترلی جدید  $V_d$ ، به صورت رابطه‌ی (۴۵) طراحی می‌شود.

همچنین معادله دینامیکی دنبال کننده‌ها به صورت رابطه‌ی (۵)، در نظر گرفته شده است.  $i = 1, \dots, 4$  تعداد عوامل دنبال کننده، می‌باشد و تابع  $f_i(x_i, t)$  نامعین می‌باشد و مقادیر اولیه‌ی موقعیت، سرعت و ثابت جرمی بدین شرح است.

$$\begin{aligned} x_1(0) = 1, x_2(0) = 1.2, x_3(0) = 2, x_4(0) = -1.2 \\ v_1(0) = 0, v_2(0) = 0, v_3(0) = 0, v_4(0) = 0 \\ M_1 = 1, M_2 = 1.5, M_3 = 2, M_4 = 2.5 \end{aligned}$$

به منظور طراحی ورودی کنترلی هر عامل نیازمند اطلاعاتی اعم از ماتریس لاپلاسی، ماتریس مجاورت، گره ورودی و همچنین نحوه‌ی ارتباط عوامل با رهبر می‌باشیم. رابطه‌ی (۵۱)، این اطلاعات بیان گردیده است.

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (55)$$

که در رابطه‌ی (۵۱)،  $A$  ماتریس مجاورت،  $\bar{B}$  ماتریس قطری که بیان-گر نحوه‌ی ارتباط رهبر با عوامل دنبال کننده می‌باشد و همچنین  $\bar{L}$  ماتریس لاپلاسی می‌باشد.

عیب در عملگر عوامل به صورت کاملاً نامعین (بدون اطلاعات پیش فرض از زمان وقوع عیب، مقدار عیب و نوع عیب) به صورت رابطه‌ی (۵۲)، فرض شده است.

$$\rho_1 = \begin{cases} 1 & t < 50 \\ 0.1 & t > 50 \end{cases} \quad (56)$$

$$\rho_4 = \begin{cases} 1 & t < 10 \\ 0.3 & t > 10 \end{cases}$$

در رابطه‌ی (۵۲)، فرض شده است که، عیب در عوامل اول و چهارم دنبال کننده اتفاق افتاده است. همچنین دینامیک هر عامل دنبال کننده دارای نامعینی‌هایی به صورت  $f_i(x_i) = \sin(x_i)$  در نظر گرفته شده است.

با توجه به سیگنال کنترل طراحی شده در رابطه‌ی (۴۵) و قوانین تطبیق روابط (۳۷)، (۳۸) و (۴۳)، اجماع برای عوامل دنبال کننده حول مسیر مطلوب تولید شده توسط رهبر، حاصل می‌شود. شکل (۲)، اجماع بدست آمده توسط هر چهار عامل و رهبر را نشان می‌دهد. همانطور که در شکل (۲) مشخص است، به دلیل وقوع عیب در زمان‌های  $t = 10(s)$  و  $t = 50(s)$  دستیابی به اجماع در این زمان‌ها اندکی دارای خطا می‌باشد. با توجه به ویژگی جبران‌ساز عیب تطبیقی طراحی شده در این مقاله، مشاهده می‌شود که پس از گذشت زمان بسیار کم مجدداً اجماع حاصل شده است. شکل (۳)، ورودی‌های کنترلی هر ۴ عامل را نشان می‌دهد. دلیل تغییرات ورودی کنترلی برای عوامل در  $t = 10(s)$  و  $t = 50(s)$  وقوع عیب در این زمان‌ها می‌باشد. شکل‌های (۴) و (۵) به ترتیب صفر شدن خطای اجماع در موقعیت و سرعت را به تصویر کشیده است. حال آن‌که، در زمان‌های وقوع عیب خطا افزایش یافته و سپس به دلیل کارائی الگوریتم ارائه شده، دوباره کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر، کنترل کننده اثرات عیب ضرب‌شونده در عملگرهای عوامل

براساس (۵۴)، با گذر زمان  $z_1 \rightarrow 0$  و  $z_2 \rightarrow 0$  در نتیجه، خطای اجماع و مشتق آن پایدار مجانبی‌اند و در نتیجه با گذر زمان  $E_x \rightarrow 0$  و  $E_y \rightarrow 0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = 0 \quad (54)$$

قضیه ۳-۱:

برای دسته‌ای از سیستم‌های دنبال کننده (۵) در حضور عیب (۱۳) نامعین در عملگر آن‌ها و رهبر (۶) تحت فرض‌های (۱)-(۴) تحت گراف جهت‌دار و ثابت و همچنین با استفاده از قانون کنترل مشارکتی جبران-ساز عیب (۲۰)، (۴۵) و قانون‌های تطبیق (۳۷)-(۳۸)-(۴۳)، اثبات می‌گردد که، تمامی سیگنال‌های حلقه بسته در شبکه تحت کنترل به صورت سراسری کران‌دار بوده است.

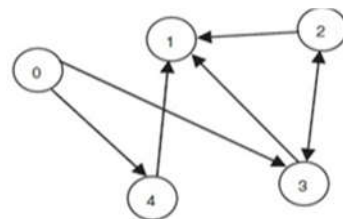
**تبصره ۱:** شرط لازم برای اثبات پایداری آن است که،  $\eta, k, c, \beta$  بهره‌های کنترلی مثبت و معین انتخاب شوند و  $\frac{1}{4}I > 0$  باشد.

**تبصره ۲:** با توجه به آن که ساختار گراف مورد بررسی تأثیری بر نحوه‌ی ارائه اثبات پایداری سیستم حلقه بسته نخواهد داشت. در نتیجه، روش کنترلی ارائه شده در این مقاله، برای گراف‌های بدون جهت و دارای سوئیچ نیز قابل تعمیم است.

#### ۴- شبیه سازی

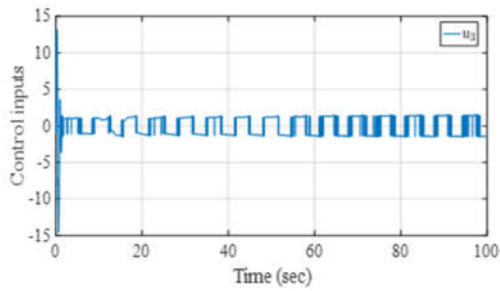
در این قسمت، برای نشان دادن موثر بودن شیوه‌ی کنترلی ارائه شده در این مقاله طراحی کنترل کننده تحمل‌پذیر عیب را برای دسته‌ای از سیستم‌های نامعین در حضور عیب در عملگر با بررسی یک مثال شبیه مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

سیستم چندعاملی، به صورت گراف شکل (۱) در نظر گرفته شده است. شکل مفروض، نمونه‌ای از یک گراف جهت‌دار و ثابت است. سیستم چند عاملی دارای پنج عامل می‌باشد که دارای یک رهبر و چهار دنبال کننده می‌باشد. در این گراف، به غیر از عوامل ۳ و ۴ هیچ یک از دیگر عوامل به طور مستقیم از رهبر، اطلاعاتی دریافت نمی‌کنند.

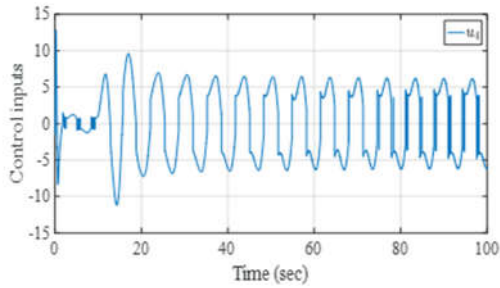


شکل (۱): گراف جهت‌دار سیستم چندعاملی  
Fig. (1): Directed graph of multi agent system

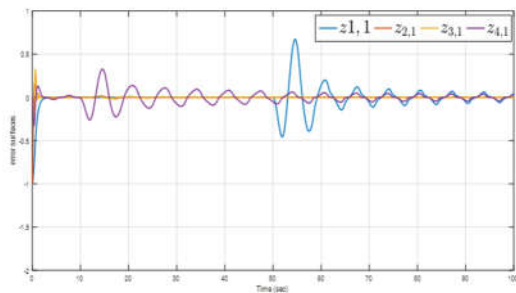
معادله‌ی دینامیکی رهبر در رابطه‌ی (۶) می‌باشد که در این رابطه  $u_o = -\sin(x_o) / (I + e^{-t})$  بردار ورودی کنترلی متغیر با زمان و  $M_o = I$  ماتریس اینرسی مثبت معین فرض شده است. مقادیر اولیه‌ی موقعیت و سرعت به ترتیب برابر با  $x_o(0) = (\pi/2), v_o(0) = 0$  می‌باشد.



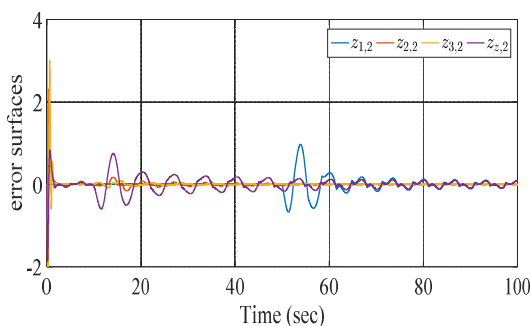
شکل (۳): (ج) ورودی کنترلی عامل سوم  
Fig. (3): (iii) Control input third agent



شکل (۳): (د) ورودی کنترلی عامل چهارم  
Fig. (3): (iv) Control input fourth agent

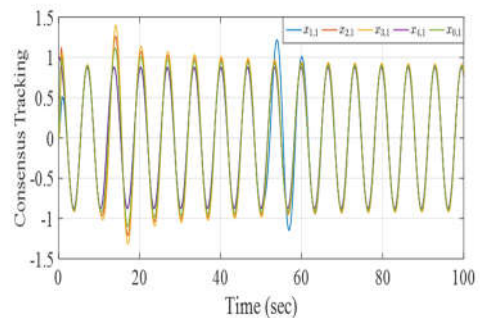


شکل (۴): صفر شدن خطای اجماع در موقعیت  
Fig. (4): Zeroing consensus error in position

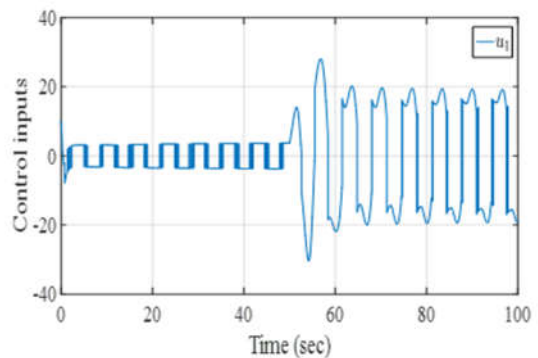


شکل (۵): صفر شدن خطای اجماع در سرعت  
Fig. (4): Zeroing consensus error in speed

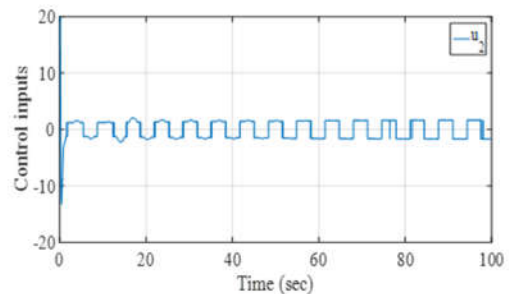
را، جبران می‌نماید که واضح است کران‌دار نیز می‌باشد. همچنین، در شکل (۷)، کران‌داری پارامترهای تطبیق نشان داده شده است. روش کنترلی ارائه شده در این مقاله برای گراف‌های دارای سوئیچ نیز قابل تعمیم است. به منظور نشان دادن درستی این موضوع، در مثال شبیه‌سازی شده گراف جهت‌دار به گراف دارای سوئیچ تبدیل می‌گردد. در شکل (۸) گراف تحت سوئیچ در زمان  $t = 20(S)$  در نظر گرفته شده است. در شکل (۸) گراف از حالت اول به حالت دوم سوئیچ می‌شود. لذا عامل سوم از عامل دوم دیگر اطلاعات دریافت نمی‌کند. همانطور که مشاهده می‌شود، هدف ردیابی مسیر رهبر توسط عوامل دنبال‌کننده تأمین می‌گردد. در شکل (۱۰)، اجماع بدست آمده توسط عوامل سیستم تحت گراف دارای سوئیچ مشاهده می‌شود.



شکل (۲): اجماع عوامل در حضور عیب  
Fig. (2): Consensus of agents in the presence of fault

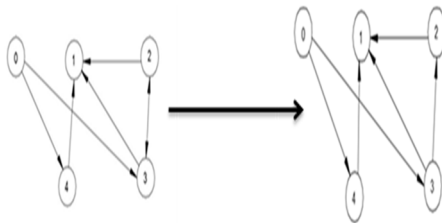


شکل (۳): (الف) ورودی کنترلی عامل اول  
Fig. (3): (i) Control input first agent



شکل (۳): (ب) ورودی کنترلی عامل دوم  
Fig. (3): (ii) Control input second agent

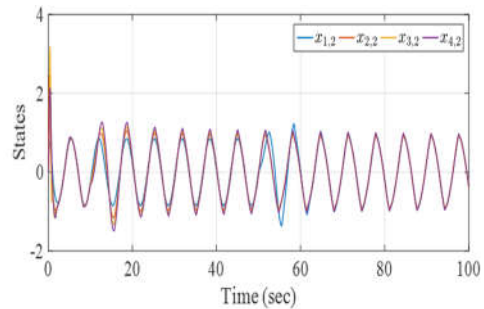




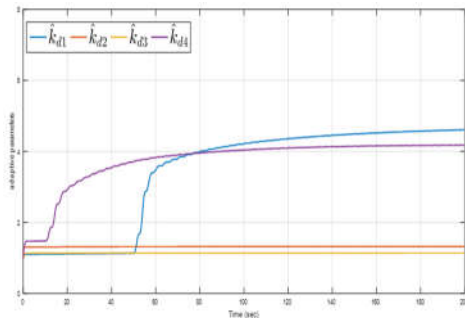
شکل (۸): گراف دارای سوئیچ سیستم چندعاملی  
Fig. (8): Switch graph with of multi agent system

### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، کنترل کننده‌ی تطبیقی برای سیستم‌های چندعاملی غیرخطی در حضور نامعینی و عیب در عملگر طراحی شده است. عیب در عملگر به صورت ضرب شونده در نظر گرفته شده است. روش کنترلی ارائه شده بدون نیاز به واحد تشخیص عیب، اثرات عیب در عملگر عوامل دنبال کننده را در سیستم کنترلی حلقه بسته جبران سازی می کند. نامعینی‌های سیستم با استفاده از قوانین تطبیق مناسب تقریب زده شده‌اند. همچنین با استفاده از روش کنترل غیرخطی پساگام، پایداری مجانبی سیستم کنترلی حلقه بسته براساس تئوری گراف و لیاپانوف به اثبات رسیده است. نتایج شبیه سازی نشان دهنده‌ی کارایی کنترل کننده‌ی طراحی شده است.



شکل (۶): اجماع در سرعت عوامل  
Fig. (6): Consensus on the agents of speed



شکل (۷): پارامترهای تطبیق  
Fig. (7): Adaptive parameters

### References

- [1] C. P. Chen, G.-X. Wen, Y.-J. Liu, F.-Y. Wang, "Adaptive consensus control for a class of nonlinear multiagent time-delay systems using neural networks", *IEEE Trans. Neural Networks Learning Systems*, Vol. 25, No. 6, pp. 1217-1226, June 2014 (doi:10.1109/TNNLS.2014.2302477).
- [2] Y. Wang, L. Cheng, Z.-G. Hou, M. Tan, M. Wang, "Containment control of multi-agent systems in a noisy communication environment", *Automatica*, Vol. 50, No. 7, pp. 1922-1928, July 2014 (doi:10.1016/j.automatica.2014.05.018).
- [3] J. Hu, Y. Wu, L. Liu, G. Feng, "Adaptive bipartite consensus control of high-order multiagent systems on cooperation networks," *Int. J. Robust Nonlinear Control*, Vol. 28, No. 7, pp. 2868-2886, May 2018 (doi: 10.1002/rnc.4054).
- [4] X. Niu, Y. Liu, F. Li, "Consensus via Time-Varying Feedback for Uncertain Stochastic Nonlinear Multiagent Systems," *IEEE Trans. Cybernetics*, Vol. 49, No. 4, pp. 1536 - 1544, April 2019 (doi: 10.1109/TCYB.2018.2808336).
- [5] S. Jiang, X. Lu, G. Cai, S. Cai, "Adaptive fixed-time control for cluster synchronisation of coupled complex networks with uncertain disturbances," *Int. J. Syst. Science*, Vol. 48, pp. 3382-3390, 2017 (doi: 10.1080/00207721.2017.1384962).
- [6] S. Kong, M. Saif, B. Liu, "Observer design for a class of nonlinear fractional-order systems with unknown input," *J. Franklin Institute*, Vol. 354, No. 13, pp. 5503-5518, September 2017 (doi: 10.1016/j.jfranklin.2017.06.011).
- [7] R. Cui, B. Ren, S. S. Ge, "Synchronised tracking control of multi-agent system with high order dynamics," *IET Control Theory Appl.*, Vol. 6, No. 5, pp. 603-614, March 2012 (doi: 10.1049/iet-cta.2011.0011)
- [8] D. Wang, H. Ma, D. Liu, "Distributed control algorithm for bipartite consensus of the nonlinear time-delayed multi-agent systems with neural networks," *Neurocomputing*, Vol. 174, pp. 928-936, January 2016 (doi: 10.1016/j.neucom.2015.10.013).
- [9] C.-E. Ren, L. Chen, C. P. Chen, "Adaptive fuzzy leader-following consensus control for stochastic multiagent systems with heterogeneous nonlinear dynamics," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 25, No. 1, pp. 181-190, February 2017 (doi: 10.1109/TFUZZ.2016.2554151).
- [10] Z. Li, H. Ji, "Finite-Time Consensus and Tracking Control of A Class of Nonlinear Multiagent Systems," *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 63, No. 12, pp. 4413-4420, December 2018 (doi: 10.1109/TAC.2018.2845677).
- [11] W. Xiong, D. W. Ho, J. Cao, W. X. Zheng, "Backstepping approach to a class of hierarchical multi-agent systems with communication disturbance," *IET Control Theory Applications*, Vol. 10, No. 9, pp. 981-988, May 2016 (doi: 10.1049/iet-cta.2015.1066).

- [12] H. Du, Y. He, Y. Cheng, "Finite-time synchronization of a class of second-order nonlinear multi-agent systems using output feedback control," *IEEE Trans. Circuits Systems I: Regular Papers*, Vol. 61, No. 6, pp. 1778-1788, June 2014 (doi: 10.1109/TCSI.2013.2295012).
- [13] S. Zheng, P. Shi, S. Wang, Y. Shi, "Event triggered adaptive fuzzy consensus for interconnected switched multi-agent systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 27, No. 1, January 2018 (doi: 10.1109/TFUZZ.2018.2873968).
- [14] S. El-Ferik, H. A. Hashim, F. L. Lewis, "Neuro-adaptive distributed control with prescribed performance for the synchronization of unknown nonlinear networked systems," *IEEE Trans. Systems Man Cybernetics: Systems*, Vol. 48, No. 12, pp. 2135-2144, December 2018 (doi: 10.1109/TSMC.2017.2702705).
- [15] J. Li, D. Zhang, "Backstepping and Sliding-Mode Techniques Applied to Distributed Secondary Control of Islanded Microgrids," *Asian J. Control*, Vol. 20, No. 3, pp. 1288-1295, May 2018 (doi: 10.1002/asjc.1629).
- [16] J. Liu, Y. Yu, Q. Wang, C. Sun, "Fixed-time event-triggered consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties," *Neurocomputing*, Vol. 260, pp. 497-504, October 2017 (doi: 10.1016/j.neucom.2017.04.061).
- [17] W. Zhang, Y. Tang, Y. Liu, J. Kurths, "Event-Triggering Containment Control for a Class of Multi-Agent Networks With Fixed and Switching Topologies," *IEEE Trans. Circuits Systems*, Vol. 64, No.3, pp. 619-629, March 2017 (doi: 10.1109/TCSI.2016.2618944).
- [18] Y. Shang, B. Chen, C. Lin, "Consensus tracking control for distributed nonlinear multiagent systems via adaptive neural backstepping approach," *IEEE Trans. Systems Man Cybernetics: Systems*, pp. 1-9, In Press (doi: 10.1109/TSMC.2018.2816928).
- [19] M. Lingya, J. Bin, "Backstepping-based active fault-tolerant control for a class of uncertain SISO nonlinear systems," *J. Systems Engineering Electronics*, Vol. 20, No. 6, pp. 1263-1270, December 2009.
- [20] D. Zhai, C. Xi, J. Dong, Q. Zhang, "Adaptive Fuzzy Fault-Tolerant Tracking Control of Uncertain Nonlinear Time-Varying Delay Systems," *IEEE Trans. Systems Man Cybernetics: Systems*, In Press, (doi: 10.1109/TSMC.2018.2789441).
- [21] A. Baldini, L. Ciabattoni, R. Felicetti, F. Ferracuti, A. Freddi, A. Monteriù, "Dynamic surface fault tolerant control for underwater remotely operated vehicles," *ISA transactions*, Vol. 78, pp. 10-20, July 2018 (doi: 10.1016/j.isatra.2018.02.021).
- [22] Y. Zhang, S. J. Qin, "Sensor fault compensation for nonlinear systems using fuzzy adaptive sliding control," 17th IFAC World Cong, pp. 13217-13222, July 2008.
- [23] J. Cai, M. Zhang, L. Xing, L. Shen, "Adaptive Failure Compensation for Uncertain Systems with Unknown Utility Decrement of Actuators," *Asian J. Control*, Vol. 20, No.2, pp. 893-905, March 2018 (doi: 10.1002/asjc.1613).
- [24] G. Lai, C. Wen, Z. Liu, Y. Zhang, C. P. Chen, S. Xie, "Adaptive compensation for infinite number of actuator failures based on tuning function approach," *Automatica*, Vol. 87, pp. 365-374, January 2018 (doi: 10.1016/j.automatica.2017.07.014).
- [25] J. Qin, G. Zhang, W. X. Zheng, Y. Kang, "Adaptive Sliding Mode Consensus Tracking for Second-Order Nonlinear Multiagent Systems With Actuator Faults," *IEEE Trans. Cybernetics*, Vo. 49, No. 5, pp. 1605-1615, May 2018 (doi: 10.1109/TCYB.2018.2805167).
- [26] A. Wu, B. Zhao, J. Mao, B. Wu, F. Yu, "Adaptive active fault-tolerant MPPT control for wind power generation system under partial loss of actuator effectiveness," *Int. J. Electrical Power Energy Systems*, Vol. 105, pp. 660-670, February 2019 (doi: 10.1016/j.ijepes.2018.09.015).
- [27] Y. Hua, X. Dong, Q. Li, Z. Ren, "Distributed fault-tolerant time-varying formation control for second-order multi-agent systems with actuator failures and directed topologies," *IEEE Trans. Circuits Systems II: Express Briefs*, Vol. 65, No. 6, pp. 774-778, June 2018 (doi: 10.1109/TCSII.2017.2748967).
- [28] G. Zhang, J. Qin, W. X. Zheng, Y. Kang, "Fault-tolerant coordination control for second-order multi-agent systems with partial actuator effectiveness," *Information Sciences*, Vol. 423, pp. 115-127, January 2018 (doi: 10.1016/j.ins.2017.09.043).
- [29] Q. Shen, B. Jiang, P. Shi, J. Zhao, "Cooperative adaptive fuzzy tracking control for networked unknown nonlinear multiagent systems with time-varying actuator faults," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 22, No.3, pp. 494-504, June 2014 (doi: 10.1109/TFUZZ.2013.2260757).
- [30] S. Fu, J. Qiu, L. Chen, S. Mou, "Adaptive Fuzzy Observer Design for a Class of Switched Nonlinear Systems With Actuator and Sensor Faults," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 26, No.6, pp. 3730-3742, December 2018 (doi: 10.1109/TFUZZ.2018.2848253).
- [31] A. Bounemour, M. Chemachema, N. Essounbouli, "Indirect adaptive fuzzy fault-tolerant tracking control for MIMO nonlinear systems with actuator and sensor failures," *ISA transactions*, Vol. 79, August 2018 (doi: 10.1016/j.isatra.2018.04.014).