

## تعیین مسیر بهینه رؤیتگر در ردیابی دو هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت

سید احسان رضوی<sup>(۱)</sup> - پرستو پورسلطانی<sup>(۲)</sup> - ناصر پرزیز<sup>(۳)</sup>

(۱) استادیار - گروه برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(۲) کارشناس ارشد - گروه برق، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(۳) استاد - گروه برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

تاریخ دریافت: ۹۸/۲/۱۱ تاریخ پذیرش: ۹۸/۴/۲۳

**خلاصه:** یکی از مسائل مهم در بسیاری از زمینه‌های نظارت، مونیترینگ و سیستم‌های خدمات ارتباطی مدرن، مکان‌یابی و ردیابی چندین هدف می‌باشد که یک تعمیم منطقی از مسئله فیلترینگ تک هدفه است. به همین منظور لازم است از فیلترهایی استفاده شود که جهت یا فاصله نسبی هدف تا رویتگر را اندازه‌گیری می‌کنند. در ردیابی فقط با زاویه سمت، این حسگرها از نوع غیرفعال می‌باشند. مزیت کاربردی استفاده از چنین سنسورهایی آن است که موقعیت سنسور را نشان نمی‌دهند. یکی از مسائل اساسی در زمینه ردیابی هدف هنگامی که حسگر تنها جهت هدف را اندازه‌گیری می‌کند، وابستگی دقت تخمین به مسیر حرکت رؤیتگر است. برای تخمین موقعیت هدف تنها از روی اطلاعات جهت، مانور رؤیتگر لازم است و دقت این تخمین تابعی از مسیر حرکت رؤیتگر است. در نتیجه بعضی از این مسیرها منجر به تخمین بهتری از موقعیت هدف، نسبت به سایر مسیرها می‌شوند، بنابراین به دست آوردن یک مسیر مناسب به طوری که خطای تخمین کمتری داشته باشد، ردیابی دقیق‌تری در پی دارد. با عنایت به مباحث مطرح شده، تخمین موقعیت هدف بسیار ضروری است. لذا در این مقاله هدف تعیین مسیر بهینه رؤیتگر در ردیابی دو هدف متحرک می‌باشد به طوری که کارایی ردیابی افزایش یابد. ردیابی هدف توسط یک رؤیتگر و تنها از روی اندازه‌گیری جهت هدف نسبت به رؤیتگر صورت می‌گیرد. ابتدا مسیر رؤیتگر به صورت یک پروفیل ریاضی مطرح می‌شود و ضرایب آن توسط الگوریتم بهینه‌ساز طوری به دست می‌آیند که کمترین میزان خطا را در ردیابی اهداف با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته که به عنوان یک تخمین‌گر بهینه‌ساز پرکاربردترین و محبوبترین رؤیتگر در تمامی کاربردهاست، انجام می‌شود. سپس مسیر دیگری معرفی می‌شود که بر اساس تخمین‌های به دست آمده توسط دو فیلتر کالمن توسعه یافته و بعد از آن فیلتر کالمن بدون بو می‌باشد. با مقایسه این دو روش و با توجه به نتایج به دست آمده از مسیر بهینه‌سازی شده توسط الگوریتم ژنتیک چندهدفه، بهترین آن‌ها برای ادامه مسیر رؤیتگر مورد نظر پیشنهاد می‌شود.

**کلمات کلیدی:** ردیابی هدف با استفاده از زاویه سمت، طراحی مسیر رؤیتگر، فیلتر کالمن توسعه یافته، فیلتر کالمن بدون بو، الگوریتم ژنتیک.

## Optimal Observer Path Planning in Tracking Two Targets Using Side Angle Measurements

Seyad Ehsan Razavi<sup>(1)</sup> - Parastoo Poursoltani<sup>(2)</sup> - Naser Pariz<sup>(3)</sup>

(1) Assistant Professor - Department of Electrical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran.

ehsanrazavi@mshdiau.ac.ir

(2) MSc - Department of Electrical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran  
poursoltanip@yahoo.com

(3) Professor - Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran  
n-pariz@um.ac.ir

**Abstract:** Multi-target tracking is a significant issue in various areas of monitoring, supervision, and modern communication services, recognized as a rational generalization of the single-objective filtering problem. Therefore, it is important to apply filters to measure the direction or relative distance of the target from the viewer. These sensors are inactive in tracking with only the azimuth angle. One of the benefits of such sensors is not showing the sensor's position. In addition, the dependence of estimation accuracy on the moving path of the observer is one of the fundamental issues in tracking when only the direction of the target is measured by the sensor. Viewer maneuver is required to estimate the target position only from the directional information, and the precision of this estimation is a function of the viewer's path. As a result, some of these paths lead to a better estimation of the target position, compared to the other paths. Therefore, tracking is more accurate when there is a suitable path with the least estimation errors. Given the mentioned issues, the estimation of the target position is crucially important. As such, this study aimed to determine the optimal viewer path in the tracking of two moving targets in order to improve the tracking performance. Target tracking was performed by a viewer and only by measuring the target direction toward the viewer. Initially, the viewer path was introduced as a mathematical profile, and its coefficients were determined using an optimization algorithm that had the lowest error rate in target tracking using the Kalman filter, which is recognized as an optimal estimator and the most widely used and popular viewer in all applications. Afterwards, another path was introduced, which was developed based on the estimates obtained by two Kalman filters, followed by the unscented Kalman filter. At the final stage, the most efficient method to continue the desired viewer path was proposed based on the comparison of the two methods, and the results of the optimization path were obtained using a multi-objective genetic algorithm.

**Index Terms:** Target Tracking Using Side Angle Measurements, observer Optimal trajectories, Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter, genetic algorithm.

## ۱- مقدمه

در تحقیقات اخیر، یک الگوریتم تخمین جدید برای BOT ارائه شده است که در آن فرض می‌شود سرعت هدف معلوم است [۱۶]، سپس با استفاده از  ${}^{\nu}PLE$ ، مسیر و برد هدف را به دست می‌آورد. برای تخمین مقدار صحیح ماتریس‌های کواریانس نویز فرآیند و اندازه‌گیری در مسئله‌ی BOT، یک روش ترکیبی از الگوریتم EKF و سه الگوریتم بهینه‌سازی ( ${}^{18}PSO$ ,  ${}^{19}GA$ ,  ${}^{20}CS$ ) معرفی شده است. در این روش که کالمن فیلتر توسعه‌یافته‌ی اصلاح شده<sup>۲۱</sup> نامیده می‌شود، ماتریس‌های کواریانس بهینه محاسبه شده است و سپس به صورت آنلاین تنظیم می‌شوند [۱۷]. چالش اصلی در ردیابی هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت، ارتباط غیرخطی موجود بین اندازه‌گیری‌های زاویه سمت و دینامیک‌های هدف است. از جمله تلاش‌های اولیه در این زمینه می‌توان به فیلتر کالمن توسعه یافته را اشاره کرد [۱۸]. گرچه در برخی سناریوها رفتاری واگرا از خود نشان می‌دهد. پایداری فیلتر کالمن توسعه یافته با اعمال کردن مختصات قطبی تعمیم یافته<sup>۲۲</sup> بهبود می‌یابد. این در حالی است که EKF در هر دو مختصات کارترین و قطبی به منظور جلوگیری از واگرایی بسیار حساس به مقدار اولیه<sup>۲۳</sup> است [۱۹]. از جمله الگوریتم‌های پیچیده‌تر منتج شده از فیلتر کالمن، می‌توان به فیلتر کالمن بدون بو<sup>۲۴</sup> اشاره کرد [۲۰ و ۲۱]. همچنین فیلتر ذره‌ای<sup>۲۵</sup> که یک فیلتر غیرخطی بهینه مبتنی بر مونت کارلو است نیز در این نوع ردیابی به کار رفته است [۲۲]. لازم به ذکر است که بار محاسباتی بالایی که این فیلتر برای کاربردهای زمان واقعی دارد، یکی از دلایل مناسب نبودن فیلتر ذره‌ای می‌باشد.

## ۲- طراحی و مدلسازی

همانطور که در ابتدا بیان شد تعیین مسیر بهینه رؤیتگر در ردیابی دو هدف تنها با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت، موضوع مطرح شده در این مقاله است به طوری که داده‌های زاویه سمت بین هدف و رؤیتگر، توسط یک حسگر غیرفعال اندازه‌گیری شوند. در مسئله ردیابی موضوعی که اهمیت زیادی پیدا می‌کند، بحث دقت تخمین رویتگر است و این در حالی است که مسیر رؤیتگر نقش تأثیرگذاری در افزایش دقت تخمین هدف دارد. در این مقاله هدف تعیین مسیری برای یک رویتگر است که می‌تواند دقت تخمین را در ردیابی دو هدف متحرک بهبود بخشد. این مسیر، یک مسیر بهینه نامیده می‌شود. بدین منظور ابتدا مسیر رؤیتگر به صورت یک پروفیل ریاضی مطرح می‌شود و ضرایب آن توسط الگوریتم بهینه‌ساز ژنتیک طوری به دست می‌آیند که کمترین میزان خطا را در ردیابی اهداف در برداشته باشد. پروفیل‌های مکانی که برای رؤیتگر در این نوشتار پیشنهاد شده است عبارتند از: مسیر خطی و مسیر سینوسی که با توجه به نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی چند هدفه الگوریتم ژنتیک، پروفیل‌های به دست آمده توضیح و بهترین آن‌ها برای ادامه مسیر رؤیتگر مورد نظر پیشنهاد می‌شود. در این مقاله یک رؤیتگر مجهز به حسگر زاویه سمت در حال ردیابی دو هدف متحرک با سرعت ثابت در یک فضای دو بعدی می‌باشد به طوری که مکان و جهت رویتگر در هر لحظه محاسبه می‌شوند. نوآوری و دستاورد این مقاله بررسی مسئله ردیابی با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت با

امروزه ردیابی هدف در زمینه‌های مختلف نظامی، مانند نظارت هوایی و دریایی و همچنین در کاربردهای غیر نظامی مانند عملیات امداد و نجات در مناطقی که حضور انسان امکان‌پذیر نیست، کاربرد دارد. اساس مسئله ردیابی یک یا چندین هدف، آنالیز حرکت هدف<sup>۱</sup> به منظور تخمین مسیر آن با استفاده از اندازه‌گیری‌های به دست آمده از یک یا چند سنسور می‌باشد. منظور از آنالیز حرکت هدف، به دست آوردن موقعیت، سرعت و یا دینامیک‌های مراتب بالاتر یک هدف، یا به طور خلاصه حالت هدف در لحظه کنونی و یا پیش‌بینی آن در لحظات بعدی بر اساس داده‌های اندازه‌گیری شده همراه با نویز توسط رؤیتگر می‌باشد. حال اگر اندازه‌گیری‌های انجام شده از هدف، فقط زاویه سمت بین هدف و رؤیتگر (حسگر) باشد به آن ردیابی با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت می‌گویند [۱-۲]. مسئله ردیابی هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت<sup>۲</sup> به دلیل استفاده از حسگرهای غیرفعال<sup>۳</sup> در کاربردهای علمی مهم بسیار دیده می‌شود. از جمله حسگرهای غیرفعال می‌توان به سونار غیرفعال و دوربین اشاره کرد. در واقع این نوع حسگر، وسیله‌ای است که نوعی سیگنال از محیط فیزیکی برای مثال امواج صوتی را دریافت می‌کند و بر خلاف حسگرهای فعال<sup>۴</sup> هیچ سیگنالی تابش نمی‌کند. مزیت استفاده از حسگرهای غیرفعال در ردیابی، فاش نکردن موقعیت رؤیتگر است [۳-۴]. مقادیر اندازه‌گیری‌ها در این نوع ردیابی، زوایای سمت بین هدف و رؤیتگر هستند. ردیابی غیرفعال با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت، یک مسئله جهت‌یابی کلاسیک است که به دلیل ماهیت ذاتی داده‌ها و همچنین سناریوی نحوه به دست آوردن این اطلاعات به طور خاص یک مسئله چالش برانگیز است. ماهیت غیرخطی اندازه‌گیری‌های سمت و نسبت سیگنال به نویز<sup>۵</sup> (SNR)، حضور کلاتر<sup>۶</sup>،  ${}^7SF$ ،  ${}^8ASF$ ، ویژگی‌های رؤیت‌پذیری حالت و سناریوهای چند هدفه از جمله چالش‌های رو به رو با این مسئله است که در توسعه‌ی الگوریتم‌های ردیابی هدف با آن‌ها رو به رو می‌شویم [۱۱، ۱۰، ۶، ۵]. اندازه‌گیری‌های زاویه سمت همراه با نویز هستند به همین دلیل از الگوریتم‌های آماری<sup>۹</sup> برای به دست آوردن تخمین‌های بهینه موقعیت هدف استفاده می‌شود. الگوریتم‌های ارائه شده در مطالعات متعدد را می‌توان به دو دسته کلی تقسیم‌بندی نمود: (۱) پردازش دسته‌ای<sup>۱۰</sup> و (۲) پردازش بازگشتی<sup>۱۱</sup>. الگوریتم‌هایی که جزء پردازش دسته‌ای هستند، مسئله را با تأخیر و بار محاسباتی بالا حل می‌کنند، به همین دلیل محققان در سال‌های اخیر به آن‌ها نپرداخته‌اند. تا کنون بخش عظیمی از تحقیقات بر پایه‌ی تئوری فیلترهای کالمن معرفی شده است. اکثر کارهای انجام شده که تا به امروز برای ردیابی هدف انجام شده است، بر اساس نوع اندازه‌گیری‌های  ${}^{12}AOA$ ،  ${}^{13}TDOA$ ،  ${}^{14}OA$ ،  ${}^{15}RSS$  و یا ترکیبی از آن‌ها در سناریوهای ردیابی مختلف بوده است [۱۵]. تجزیه و تحلیل حرکت هدف با تخمین سرعت و موقعیت مانور هدف محقق می‌شود و در حالت خاص زمانی که تنها زاویه سمت هدف نسبت به یک سنسور غیرفعال در فضایی دو بعدی، تنها داده در دسترس باشد به آن  ${}^{16}BOT$  می‌گویند.

می‌شود: (با توجه به گسسته‌سازی معادلات پیوسته زمان، در معادلات زیر  $T$  زمان بین دو لحظه‌ی متوالی  $k$  و  $k+1$  می‌باشد). فرض می‌شود که شتاب هدف در جهت  $X$  مستقل از شتاب آن در جهت  $Y$  است و واریانس آن‌ها به ترتیب  $\sigma_x^2$  و  $\sigma_y^2$  می‌باشد. لذا ماتریس کواریانس نویز فرآیند به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$w_k^j = [\ddot{X}^j \quad \ddot{Y}^j] \sim N(0_{2 \times 1}, Q_{2 \times 2}) \quad (5)$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{x,1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,1}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{x,2}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,2}^2 \end{bmatrix}$$

$$Q_1 = Q_2 = Q = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (8)$$

همچنین معادله اندازه‌گیری گسسته زمان به صورت زیر مدل می‌شود [۲۴]:

$$Z_k = \beta(X_k^j - X_k^o) + v_k \quad (9)$$

$$\beta(X_k^j - X_k^o) = \tan^{-1} \left( \frac{X_k^j - X_k^o}{Y_k^j - Y_k^o} \right) \quad (10)$$

بردار حالت فضای حالت رویت‌گر به صورت زیر در معادله (۱۱) بیان می‌شود:

$$X_k^o = [X_k^o \quad Y_k^o \quad \dot{X}_k^o \quad \dot{Y}_k^o]^T \quad (11)$$

$(X_k^o, Y_k^o)$  و  $(X_k^j, Y_k^j)$ ، به ترتیب موقعیت مکانی رویت‌گر<sup>۲۸</sup> و اهداف در لحظه  $K$  است،  $v_k$  نیز نویز اندازه‌گیری است که به صورت نویز گوسی سفید با میانگین صفر مدل می‌شود.  $\beta$  زاویه سمت هدف نسبت به رویت‌گر می‌باشد. این زاویه در سیستم‌های ناوبری نسبت به شمال جغرافیایی در نظر گرفته می‌شود، (نسبت به محور عمودی محاسبه می‌شود). و ارتباط ریاضی آن با مکان رویت‌گر و هدف در هر بازه‌ی زمانی در معادله (۱۰) نشان داده شده است که یک مدل اندازه‌گیری غیرخطی می‌باشد.  $V_{k,j} \sim N(0, \sigma_v^2)$  بیانگر خطا در اندازه‌گیری زاویه سمت می‌باشد و معمولاً به صورت نویز سفید گوسی با میانگین صفر، واریانس  $\sigma_v$  و کواریانس  $R$  مدل می‌شود.  $Z_{k,j}$  نیز زاویه سمت اندازه‌گیری شده هدف  $Z$  در لحظه  $k$  نام‌گذاری شده است. ملاحظه می‌شود که در مدل فوق، معادله فرآیند، خطی و معادله اندازه‌گیری غیرخطی است.

موقعیت رویت‌گر در هر لحظه  $K$  در مختصات کارترین  $(X_k^o, Y_k^o)$  توسط روش پیشنهادی به دست آورده می‌شوند و دینامیک اهداف، مستقل و حرکت آن‌ها روی خط راست با سرعت ثابت ( $^{29}NCVM$ ) فرض می‌شود. در معادلات بالا منظور از بالانویس‌های  $z$ ،  $0$  و  $T$ ، به ترتیب هدف  $z$ ، رویت‌گر، ترانهاد<sup>۳۰</sup> و همچنین منظور از زیرنویس‌های  $k, 0$  و  $f$ ،

دو هدف می‌باشد که با ارائه روشی کاملاً نوین توانسته مدلی پیشنهادی برای مانور رویت‌گر ارائه دهد.

هدف از مسئله ردیابی هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت، تخمین متغیرهای حالت یک هدف (موقعیت مکانی و سرعت) با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت همراه با نویز می‌باشد. مسئله ردیابی مورد نظر ما در این مقاله، یک رویت‌گر متحرک و دو هدف با سرعت ثابت را شامل می‌شود.

با عنایت به مباحث مطروحه در این بخش ابتدا به مدل‌سازی حالت دو هدف در سیستم مختصات کارترین می‌پردازیم. با توجه به این که بسیاری از سیستم‌های دینامیکی ذاتاً غیرخطی هستند، فیلتر کالمن نمی‌تواند برای تخمین این سیستم‌ها پیاده‌سازی شود. لذا به منظور حل مسئله ردیابی غیرخطی و تخمین پارامترهای نامعلوم حرکتی دو هدف، از پیاده‌سازی فیلتر کالمن توسعه یافته<sup>۲۶</sup> با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت بهره می‌گیریم. سپس UKF که تعمیم دیگری از فیلتر کالمن است پیاده‌سازی می‌شود. و نتایج حاصل از این دو روش از لحاظ خطای تخمین با EKF مقایسه می‌شود.

## ۲-۱ مدل سازی

در این مسئله فرض می‌کنیم یک رویت‌گر در حال ردیابی دو هدف می‌باشد به طوری که هر سه روی یک صفحه قرار داشته باشند (محدودیت‌های حرکتی رویت‌گر را در نظر نگرفته‌ایم). مسئله ردیابی معمولاً به صورت مدل فضای حالت، طبق معادله (۱) بیان می‌شود [۲۳]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t)) \\ \dot{z}(t) = g(x(t), v(t)) \end{cases} \quad (1)$$

معادلات گسسته زمان آن مطابق با معادله (۲) می‌باشد:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= f_d(x_k, u_k, w_k) \\ z_k &= g_d(x_k, v_k) \end{aligned} \quad (2)$$

در معادلات فوق  $X$  بردار حالت هدف،  $u$  بردار ورودی‌های معلوم،  $Z$  بردار خروجی (اندازه‌گیری شده توسط حسگر)،  $w$  و  $v$  به ترتیب بردار نویز فرآیند و نویز اندازه‌گیری هستند.  $f, f_d, g, g_d$  در حالت کلی توابع برداری غیرخطی می‌باشند.  $t$  زمان و  $K$  نیز اندیس بازه زمانی می‌باشد. اندازه‌گیری‌های زاویه‌ای متغیر با زمان و وابسته به موقعیت مکانی رویت‌گر هستند. معادله گسسته زمان فضای حالت دو هدف در BOT را می‌توان به صورت زیر مدل کرد:

$$X_{k+1}^j = AX_k^j + bw_k^j \quad (3)$$

که در آن  $X_{k+1}^j$ ، بردار متغیرهای حالت هدف<sup>۲۷</sup>  $z$ ،  $j=1,2$  است که شامل پارامترهای مورد نظر ما (مکان و سرعت دو هدف) است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_k^j = [X_k^j \quad Y_k^j \quad \dot{X}_k^j \quad \dot{Y}_k^j]^T \quad (4)$$

متغیرهای داخل بردار حالت را نمی‌توان به طور مستقیم اندازه‌گیری کرد، اما آن‌ها می‌توانند از روی مقادیری که قابل اندازه‌گیری هستند، اندازه‌گیری شوند.  $A_k, b_k$ ، ماتریس‌های سیستم و مستقل از بردار حالت هدف هستند، همچنین  $w_k$  نویز معادله فرآیند که به صورت نویز گوسی سفید با میانگین صفر و کواریانس  $Q_k$  در معادله (۹) مدل

$$z_k^j = f_k(\hat{x}_k^-, 0) - F_k \hat{x}_k^- \quad (18)$$

$$\tilde{v}_k^j \sim (0, L_k R_k L_k^T)$$

$$\tilde{R}_k = L_k R_k L_k^T \quad (19)$$

حال معادلات حالت و اندازه‌گیری هر دو خطی هستند، در ادامه از فیلتر کالمن استاندارد استفاده می‌کنیم. در نهایت معادلات فیلتر کالمن توسعه یافته مسئله، با توجه به معادله (۱۲) برای تخمین حالت سیستم به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} P_k^- &= AP_{k-1}^+ A^T + BQB^T \\ \hat{X}_k^{-j} &= f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \\ k_k &= P_k^{-j} \cdot \nabla \beta_k^T ((\hat{\beta}_k^j P_k^{-j} \beta_k^{jT} + S_v^2)^{-1}) \quad (20) \end{aligned}$$

$$\hat{X}_k^{+j} = \hat{X}_k^{-j} + K_k [Z_k^j - \beta_k(\hat{X}_k^{-j}, 0)]$$

$$p_k^{+j} = (I - K_k \cdot \nabla \beta_k) \cdot P_k^{-j}$$

که در آن  $\hat{X}_k^{+j}$  و  $P_k^{+j}$  تخمین بردار حالت  $z$  ام و ماتریس کواریانس خطای تخمین، در لحظه  $k$  با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت تا لحظه  $k$  ام می‌باشند.  $K_k$  بهره کالمن<sup>۳۶</sup> در لحظه  $k$  است.  $I_{4 \times 4}$  ماتریس همانی چهار در چهار،  $\beta_k$  نیز اندازه‌گیری‌های زاویه سمت بین هدف و رؤیتگر تا لحظه  $k$  و  $\nabla \beta_k$  گرادیان  $\beta$  نسبت به  $\hat{X}_k^{-j}$  می‌باشد و به صورت معادله زیر به دست می‌آید:

$$\nabla \beta_k^j = \begin{bmatrix} \frac{\partial \beta}{\partial x^j} \\ \frac{\partial \beta}{\partial y^j} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \dot{x}^j} \\ \frac{\partial \beta}{\partial \dot{y}^j} \end{bmatrix}_{x^j = \hat{x}_k^{-j}} = \frac{1}{\hat{r}_k^{-j}} \begin{bmatrix} \cos \hat{\beta}_k^{-j} \\ -\sin \hat{\beta}_k^{-j} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\hat{r}_k^{-j} = (\hat{x}_k^{-j} - x_k^0)^2 + (\hat{y}_k^{-j} - y_k^0)^2 \quad (22)$$

در معادلات بالا  $\hat{X}_k^{-j}$ ،  $p_k^{-j}$ ،  $\hat{r}_k^{-j}$  و  $\nabla \beta_k^T$  و  $k_k^j$  به ترتیب فاصله‌ی مکان پیش‌بینی شده هدف  $z$  ام تا رؤیتگر، ماتریس کواریانس تابع تخمین، بردار تخمین حالت هدف  $z$  ام، مقدار ماتریس ژاکوبیان تابع غیرخطی معادله اندازه‌گیری و بهره کالمن هدف  $z$  ام در لحظه  $k$  با استفاده از اندازه‌گیری‌ها تا لحظه  $k-1$  می‌باشد.

به دلیل خطی‌سازی به منظور انتشار میانگین و کواریانس، تنظیم فیلتر کالمن توسعه یافته<sup>۳۷</sup> بسیار مشکل است، همچنین ممکن است این فیلتر برای سیستم‌هایی که معادلات غیرخطی شدیدی دارند مناسب نباشد. لذا جهت رفع این مشکلات از فیلتر کالمن بی‌ب استفاده می‌کنیم. فیلتر کالمن بدون بو بر اساس تبدیل بدون بو<sup>۳۸</sup> پیاده‌سازی می‌شود. اساس این تبدیل بر پایه‌ی اجرای تبدیل غیرخطی بر روی یک نقطه و انتخاب مجموعه‌ای از نقاط در فضای حالت که تابع توزیع احتمال<sup>۳۹</sup> آن‌ها تقریبی از تابع توزیع احتمال واقعی بردار حالت باشد، استوار است. به این صورت که یک مجموعه از بردارهای قطعی که به آن‌ها نقاط سیگما<sup>۴۰</sup> گفته می‌شود را طوری پیدا می‌کنیم که میانگین و کواریانس آن دقیقاً برابر با

به ترتیب لحظه‌ی اولیه،  $k$  ام و نهایی می‌باشد. مختصات اهداف در شاخص زمانی  $k$ ،  $(x^j, y^j)$  است که  $j = (1, 2)$  و با سرعت ثابت  $(\dot{x}^j, \dot{y}^j)$  حرکت می‌کنند.

به این ترتیب مدل فضای حالت گسسته و مدل اندازه‌گیری برای این سیستم به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} X_{k+1}^j &= AX_k^j + bw_k^j \\ Z_k^j &= \beta^j(X_k^j - X_k^0) + v_k^j \quad (12) \end{aligned}$$

در این مسئله، هدف تخمین بردار  $X_k^j$  با استفاده از اندازه‌گیری‌های انجام شده تا لحظه  $K$  ام می‌باشد. اگر بتوان  $X_k$  را به‌دست آورد با توجه به حالت نسبی و این فرض که مکان و سرعت رؤیتگر در هر لحظه مشخص است، می‌توان موقعیت هدف را تخمین زد. در ادامه تخمین حالت سیستم معادله (۱۲) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

ابتدا باید بیان داشت که در مسئله مورد نظر ما معادلات فرآیند و اندازه‌گیری گسسته هستند. در واقع ما در فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته زمان با گسترش سری تیلور معادلات حالت و اندازه‌گیری گسسته معادله (۱۳) و با توجه به این که در این مرحله تخمین استقرایی<sup>۴۱</sup>  $(\hat{x}_{k-1}^+)$  را داریم، حول نقطه  $x_{k-1} = \hat{x}_{k-1}^+$  و  $w_{k-1} = 0$  خطی‌سازی می‌کنیم (۱۵):

$$\begin{cases} x_k^j = f_{k-1}(x_{k-1}^j, u_{k-1}^j, w_{k-1}^j) \\ z_k^j = h_k(x_k^j, v_k^j) \end{cases} \quad (13)$$

$$\hat{x}_k^{j-} = F_{k-1} x_{k-1}^j + \tilde{u}_{k-1}^j + \tilde{w}_{k-1}^j \quad (14)$$

$F_{k-1}$  در واقع ماتریس ژاکوبیان جمله غیرخطی معادله حالت نسبت به  $\hat{x}_{k-1}^+$  می‌باشد که در هر لحظه محاسبه می‌شود. منظور از  $z$  اندیس هدف مورد نظر است. سیگنال ورودی کنترلی  $\tilde{u}_k$  و سیگنال نویز  $\tilde{w}_k$  نیز به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\tilde{u}_k^j = f_k(\hat{x}_k^+, u_k, 0) - F_k \hat{x}_k^+ \quad \tilde{w}_k^j \sim (0, L_k Q_k L_k^T) \quad (15)$$

$$\tilde{Q}_k = L_k Q_k L_k^T \quad (16)$$

$\tilde{Q}_k$  ماتریس کواریانس نویز فرآیند  $(\tilde{w}_k)$  و  $\tilde{u}_k$ ، سیگنال ورودی کنترلی که یک مقدار معلوم می‌باشد.

در بخش اول بهره‌گیری از الگوریتم فیلتر کالمن توسعه یافته لازم است که مشتقات جزئی معادله فرآیند سیستم محاسبه شوند، اما چون معادله فرآیند در این سناریو خطی است و نویز نسبت به آن نیز خطی<sup>۴۲</sup> است، همان مقادیر ماتریس‌های سیستم  $(A, B)$  را در معادلات به‌روز رسانی زمانی<sup>۴۳</sup> یا پیش‌بینی<sup>۴۴</sup> فیلتر EKF قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \hat{X}_k^{j-} &= f_{k-1}(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \\ P_k^j &= AP_{k-1}^j A^T + BQB^T \quad (17) \end{aligned}$$

البته لازم به ذکر است که در سناریوی مطرح شده در این مقاله، چون معادله فرآیند خطی است، ماتریس ژاکوبیان  $F_{k-1}$  دیگر مطرح نیست و به جای آن ماتریس  $A$  یا همان ماتریس فرآیند را قرار می‌دهیم.

باید توجه داشت که برای مرحله فعلی ما تخمین پیشین<sup>۴۵</sup> را داریم  $(\hat{x}_k^-)$ . اکنون با خطی‌سازی معادله اندازه‌گیری حول نقطه  $x_k = \hat{x}_k^-$  و  $v_k = 0$  داریم:

$$z_k^j = H_k x_k + z_k + \tilde{v}_k$$

$$\kappa = 1, \alpha = 0.5 \eta = 2$$

تبدیل غیرخطی هر یک از نقاط سیگما به صورت زیر خواهد بود:

$$z^i = h(x^{(i)}) \quad i = 0, \dots, 2n \quad (28)$$

همچنین میانگین و کواریانس نقاط سیگمای تبدیل یافته نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \mu_U &\approx \sum_{i=0}^{2n} w_i^m z^i \\ S_U &\approx \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (z^i - \mu_U)(z^i - \mu_U)^T \\ C_U &\approx \sum_{i=0}^{2n} w_i^c (z^i - m)(z^i - \mu_U)^T \end{aligned} \quad (29)$$

حال با در نظر گرفتن معادلات قبل که بیانگر یک سیستم گسسته غیرخطی با نویز جمعی می‌باشد، با توجه به مرجع [۲۵] معادله به روزرسانی زمانی<sup>۴۶</sup> و به روزرسانی اندازه‌گیری این فیلتر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} X_{k-1} &= [m_{k-1} \dots m_{k-1}] + \sqrt{c} [0 \quad \sqrt{P_{k-1}} \quad -\sqrt{P_{k-1}}] \\ \hat{X}_k &= f(X_{k-1}, k-1) \\ m_k^- &= \hat{x}_k w_m \\ P_k^- &= \hat{x}_k w [ \hat{x}_k ]^T + Q_{k-1} \\ x_k^- &= [m_k^- \dots m_k^-] + \sqrt{c} [0 \quad \sqrt{P_k^-} \quad -\sqrt{P_k^-}] \\ z_k^- &= h(x_k^-, k) \\ \mu_k &= z_k^- w_m \\ S_k &= z_k^- w [z_k^-]^T + R_k \\ c_k &= z_k^- w [z_k^-]^T \\ K_k &= c_k S_k^{-1} \\ m_k &= m_k^- + k_k [z_k^- - \mu_k] \\ P_k &= P_k^- - k_k S_k k_k^T \end{aligned} \quad (30)$$

## ۲-۲ الگوریتم بهینه سازی

در این بخش بدنبال ارائه مسیری برای روبت‌گر به منظور افزایش دقت تخمین آن هستیم. بدین منظور مسیر رؤیت‌گر به صورت یک پروفیل ریاضی مطرح می‌شود و ضرایب آن توسط الگوریتم ژنتیک چند هدفه طوری به دست می‌آیند که کم‌ترین میزان خطا را در ردیابی اهداف برداشته باشند. پروفیل مکانی که برای رؤیت‌گر در این مقاله پیشنهاد شده است، یک مسیر سینوسی است که با توجه به نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک طراحی می‌شود.

## ۳- مقایسه و شبیه سازی

در این بخش ابتدا از یک EKF به منظور تخمین حالت هدف استفاده شده است. در ردیابی با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت دقت ردیابی علاوه بر موقعیت نسبی هدف که نامشخص است به موقعیت رؤیت‌گر وابسته است. بدین منظور ابتدا با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه، پارامترهای بهینه مسیر سینوسی به دست آورده می‌شوند. دو تابع هدف مستقل از یکدیگر طوری تعریف شده‌اند که می‌توانند میزان انحراف هر دو هدف را از مسیر واقعی‌شان مشخص نمایند. پس از آن برای حل کردن مشکلات مسیر پیشین، با توجه به الگوریتم پیشنهادی در مرجع [۲۶]، مسیر سینوسی با استفاده از تخمین‌های به دست آمده برای رؤیت‌گر، تولید می‌شود.

میانگین و کواریانس واقعی حالت باشد. سپس تابع غیرخطی را به این نقاط سیگما اعمال می‌کنیم تا نقاط تبدیل یافته محاسبه شوند. باید توجه داشت که تعمیم‌های مختلفی از فیلتر کالمن بدون بو بر اساس تبدیل‌های مختلف UT ارائه شده است، مانند: <sup>41</sup>GUT، <sup>42</sup>SUT و <sup>43</sup>SIUT

با توجه به این که تبدیل <sup>44</sup>UT نسبت به خطی‌سازی دقت بالاتری در تقریب میانگین و کواریانس از خود نشان می‌دهد، در نتیجه می‌توان از کلی‌ترین تبدیل UT، به جای معادلات EKF استفاده کرد و فیلتر <sup>45</sup>UKF را پیاده‌سازی نمود.

جهت این امر ابتدا به بیان الگوریتم کلی‌ترین تبدیل UT که می‌پردازیم [۲۵]. سپس معادلات UKF در BOT را در ادامه ذکر می‌کنیم. توزیع مشترک متغیرهای تصادفی X و تبدیل یافته آن  $Z = h(x)$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{pmatrix} x^j \\ z^j \end{pmatrix} \sim N \left( \begin{pmatrix} m \\ \mu_U \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} P & C_U \\ C_U^T & S_U \end{pmatrix} \right) \quad (23)$$

در ادامه برای سادگی در معادلات، بالانویس j حذف شده است و معادلات UKF برای هر یک از اهداف اجرا می‌شود. در معادلات فوق X،  $\mu_U, z$  و m به ترتیب، حالت‌های سیستم، خروجی سیستم، میانگین وزن‌دار خروجی‌های سیستم و میانگین فرآیند نرمال و یا  $\hat{x}^+$  می‌باشد که قرار بر انتشار آن است. P ماتریس کواریانس،  $C_U$  کواریانس متقابل بین X و Z می‌باشد و در نهایت  $S_U$  کواریانس Z می‌باشد (n، تعداد متغیرهای حالت است).

ابتدا باید  $2n+1$  نقطه سیگما را از ستون‌های ماتریس  $\sqrt{(n+\lambda)P}$  به دست آوریم:

$$\begin{aligned} x^{(0)} &= m \\ x^{(i)} &= m + \left[ \sqrt{(n+\lambda)P} \right]_i, \quad i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (24)$$

$$x^{(i)} = m - \left[ \sqrt{(n+\lambda)P} \right]_i \quad i=n+1, \dots, 2n$$

برای محاسبه ریشه اگر رابطه زیر را داشته باشیم، نقاط سیگما از روی سطرهای A محاسبه می‌شوند.

$$p = A^T A \quad (25)$$

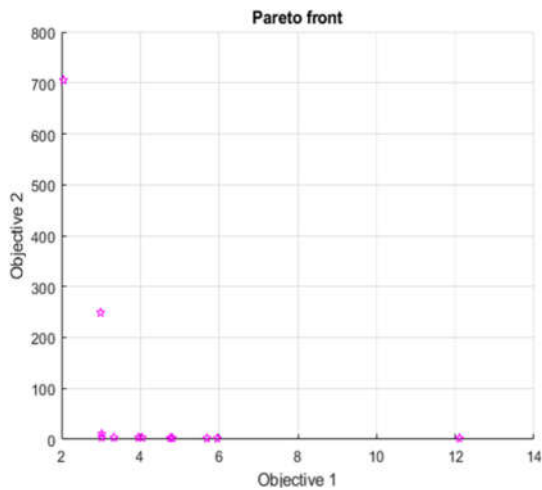
$2n+1$  ثابت وزنی به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$\begin{aligned} W_m^{(0)} &= \frac{\lambda}{(n+\lambda)} \\ W_c^{(0)} &= \frac{\lambda}{(n+\lambda) + (1-\alpha^2 + \eta)} \\ W_m^{(i)} &= \frac{\lambda}{\{2(n+\lambda)\}}, \quad i=1, \dots, 2n \\ W_c^{(i)} &= \frac{\lambda}{\{2(n+\lambda)\}}, \quad i=1, \dots, 2n \end{aligned} \quad (26)$$

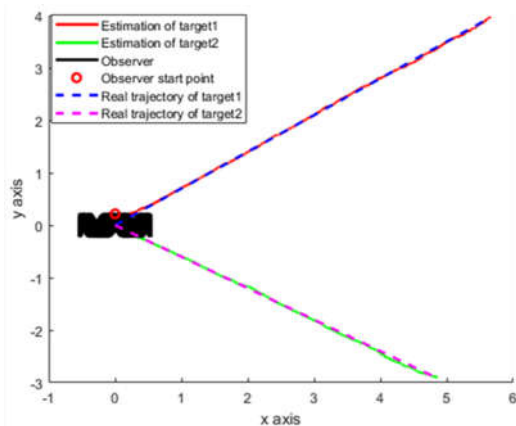
$W_c^{(i)}$ ، وزن‌های مربوط به کواریانس و  $W_m^{(i)}$ ، وزن‌های مربوط به میانگین می‌باشد. در معادلات بالا  $\lambda$ ، یک پارامتر اسکالر است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda = \alpha^2(n+k) - n \quad (27)$$

ثابت‌های مثبت  $\alpha$ ،  $\eta$  و  $K$  پارامترهای این روش هستند که در این سناریو به صورت زیر مقداردهی می‌شوند:



شکل (۱): جبهه پرتو برای مسیر بهینه سینوسی  
Fig. (1): Pareto front for optimal sinus trajectory



شکل (۲) مجموعه مسیرهای بهبود داده شده رؤیتگر با حرکت سینوسی توسط EKF

Fig. (2): Observer optimal trajectory

با توجه به نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی‌ها در شکل (۲)، برای حرکت بهینه سینوسی رؤیتگر در ردیابی دو هدف با سرعت ثابت، همان‌طور که در جدول (۱) نشان داده شده است، مسیر پیشنهادی با گذشت زمان برای رؤیتگر، رؤیت‌پذیر نخواهد بود و نمی‌تواند اهداف را ردیابی کند.

Table (1): Comparison of EKF estimated error with increasing time

جدول (۱): مقایسه خطای تخمین با افزایش زمان در فیلتر EKF

زمان نهایی	خطای تخمین برای هدف اول	خطای تخمین برای هدف دوم
$T_f=10$ s	۰.۶۱۸/۱	۳۱۳۵/۰
$T_f=50$ s	۳۰۷۵/۷۵	۶۸۰۵/۶۰

همان‌طور که ملاحظه گردید افزایش خطای تخمین با افزایش زمان ردیابی به این دلیل اتفاق می‌افتد که رؤیتگر در یک محدوده مکانی مانور می‌کند و قادر به ردیابی آن‌ها با افزایش فاصله‌شان نسبت به رؤیتگر نخواهد بود. لذا به معرفی مسیر جدیدی می‌پردازیم که از تخمین‌های فیلتر کالمن توسعه یافته استفاده می‌کند.

تابع هدف یا خطای تخمین مکان هدف به صورت زیر قابل بیان است:

$$CF = \left( \sum_{k=1}^N (x_1(k) - X_1(k))^2 + (y_1(k) - Y_1(k))^2 \right) + \left( \sum_{k=1}^N (x_2(k) - X_2(k))^2 + (y_2(k) - Y_2(k))^2 \right) \quad (31)$$

در این تابع هزینه منظور از  $[X_1 \ Y_1]$ ،  $[X_2 \ Y_2]$  به ترتیب مسیر تخمین زده شده هدف اول و دوم با استفاده از فیلتر غیرخطی است و همچنین  $[X_1 \ Y_1]$  و  $[X_2 \ Y_2]$  نشان‌دهنده مسیر واقعی دو هدف، در لحظه  $k$  می‌باشند. همچنین  $N$  نشان‌دهنده تعداد کل شبیه‌سازی‌ها است. در این روش فرض می‌شود دو هدف با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و موقعیت واقعی آن‌ها نامعلوم است، همچنین از یک رویت‌گر مجهز به حسگر زاویه سمت برای ردیابی آن‌ها استفاده می‌کنیم که می‌تواند مانور کند و نویزهای سیستم نیز، نویز جمعی گوسی سفید با میانگین صفر در نظر گرفته شده‌اند.

### ۳-۱- رؤیتگر با مسیر بهینه سینوسی

فرض می‌شود هر دو هدف از نقطه  $[0 \ 0]$  و هدف اول و دوم به ترتیب با سرعت ثابت  $[5/0 \ 3/0]$  و  $[4/0 \ 2/0]$  متر بر ثانیه شروع به حرکت می‌کنند. شتاب آن‌ها در جهت  $X$  و  $Y$  به صورت نویز سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار،  $\sigma_x = 0.02$ ،  $\sigma_y = 0.05$  در نظر گرفته شده است. ضرایب معادله حرکتی رؤیتگر توسط الگوریتم ژنتیک چند هدفه به گونه‌ای بهینه می‌شوند که تابع خطای تخمین در معادله (۳۱) بهینه شود.  $\Delta T = 0.01$  بوده و انحراف معیار نویز اندازه‌گیری  $\sigma_T = 0.1$  و تخمین اولیه‌ی مکان هدف  $[0 \ 0]$  و تخمین اولیه سرعت آن نیز  $[0 \ 0]$  متر بر ثانیه و ماتریس کواریانس خطای اولیه برای فیلتر کالمن توسعه یافته در این شبیه‌سازی برای هر دو هدف به صورت زیر لحاظ شده است:

$$p_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \quad (32)$$

به منظور بررسی جواب‌های الگوریتم بهینه‌سازی، جبهه پرتو به عنوان یک معیار برای محک زدن آن که کدام تابع هزینه و به چه مقدار بهبود بخشیده شده است، نشان داده می‌شود که نمونه‌ای از آن در شکل (۱) نمایش داده شد.

در این نوع حرکت، رؤیتگر مسیر سینوسی به صورت معادله (۳۳) زیر را می‌پیماید:

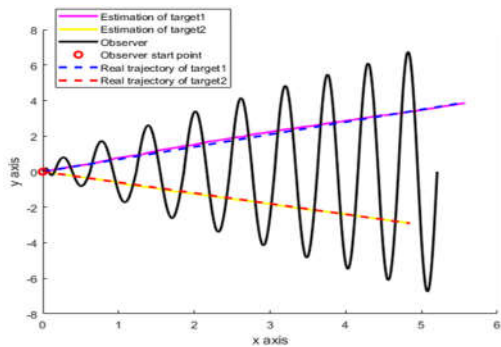
$$\begin{aligned} X &= a \sin(t) + b \\ Y &= c \sin(t) + d \end{aligned} \quad (33)$$

چهار پارامتر  $a, b, c, d$  طوری توسط الگوریتم بهینه‌ساز به دست می‌آیند که کمترین مقدار انحراف مسیر تخمین زده شده از مسیر واقعی را داشته باشند.

در شکل (۱) بدیهی است اعدادی که در میان تابع هذلولوی شکل قرار خواهند گرفت مبین بهترین حالات موجود می‌باشند زیرا هر دو، تابع هدف را بهینه می‌کنند.

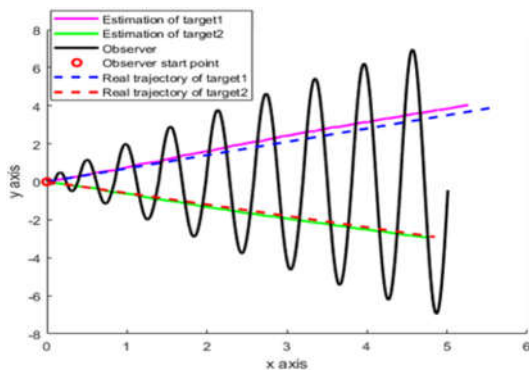
به دلیل خطای خطی سازی در فیلتر EKF به منظور بهبود در خطای تخمین ردیابی، فیلتر تعمیم یافته دیگری از فیلتر کالمن به نام فیلتر کالمن بدون بو پیاده سازی می شود. در شکل های (۳) و (۴)، نتایج مربوط به هر دو فیلتر EKF و UKF نشان داده شده است و با یکدیگر مقایسه می شوند، در این سناریو نیز فرض می شود که هدف اول و دوم به ترتیب با سرعت ثابت  $[5/0 \quad 3/0]$  و  $[4/0 \quad 2/0]$  متر بر ثانیه از نقطه  $[0 \quad 0]$  شروع به حرکت می کنند. شتاب آن ها در جهت X و Y به صورت نویز سفید گوسی با میانگین صفر و انحراف معیار  $\sigma_x = 0.02$ ،  $\sigma_y = 0.05$  در نظر گرفته شده است. رؤیت گر از نقطه  $[0 \quad 0]$  شروع به حرکت می کند. مدل سرعت ثابت در معادله (۱۲) با  $\Delta T = 0.01$  و  $T_f = 10s$ ، همچنین کواریانس خطای تخمین هر دو فیلتر کالمن توسعه یافته و بدون بو را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$p_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \quad (42)$$



شکل (۳): مسیر سینوسی با استفاده از تخمین ها برای رؤیت گر در ردیابی دو هدف با EKF

Fig. (3): Sinus trajectory using estimates for the observer in tracking of two targets using EKF



شکل (۴): مسیر سینوسی با استفاده از تخمین ها برای رؤیت گر در ردیابی دو هدف با UKF

Fig. (4): Sinus trajectory using estimates for the observer in tracking of two targets using UKF

دو فیلتر EKF و UKF، بر اساس توابع خطا در معادله (۳۱) در جدول (۲) با یکدیگر مقایسه می شوند:

برای تولید مسیر رؤیتگر، بازه زمانی شبیه سازی سیستم به چند زیربازه تقسیم شده و در هر زیربازه با استفاده از تخمین های فعلی و اطلاعاتی از مسیر قبلی رؤیتگر، یک مسیر جدید برای زیربازه بعدی طراحی می شود. در این شبیه سازی تعداد زیر بازه ها ۱۰ تا در نظر گرفته شده است و فرض شده است که تعداد نمونه ها در هر زیر بازه برابر ns باشد. برای نشان دادن اینکه در کدام زیربازه قرار داریم از اندیس 1 و برای نشان دادن اندیس زمان از k استفاده می کنیم. برای تشکیل یک مسیر سینوسی ابتدا باید محور X آنرا تشکیل دهیم. برای اینکه رؤیت پذیری سیستم حفظ شود، فرض می کنیم که مسیر سینوسی با میانگین سرعت حرکت تخمین های دو هدف در محور X حرکت کند. همچنین  $V_x$  سرعت رویت گر در جهت محور X می باشد.

$$x_e(i) = \frac{x_1(i) + x_2(i)}{2} \quad (34)$$

$$V_x = \frac{\Delta x_e}{\Delta T} \quad (35)$$

بنابراین محور X مسیر سینوسی را برای بازه بعد با در نظر گرفتن ns مقدار با فاصله مساوی از  $x_e(i-1) + \Delta x$  تا  $x_e(i)$  تشکیل می دهیم که در آن  $\Delta x = x_o(k-1) - x_o(k-2)$  برای تولید اولین مقدار از زیربازه جدید در نظر گرفته شده است:

$$x_0(k: k + ns) = (x(i-1) + \Delta x, x(i), ns) \quad (36)$$

حال به تولید فرکانس سینوسی می پردازیم. برای اینکه سرعت سینوسی متناسب با سرعت حرکت تخمین ها باشد، دوره تناوب فضایی آنرا برابر تفاضل زیر قرار می دهیم:

$$T_s = \frac{1}{f} = x_e(i) - x_e(i-1) \quad (37)$$

پارامتر دیگر که در مسیر سینوسی مورد نیاز است، دامنه مسیر سینوسی است. برای رؤیت پذیری سیستم بهتر است مانور رویتگر زیاد بوده و به صورت مداوم به هر دو هدف نزدیک شده و از آن دور شود. برای این کار می توان مجموع اندازه های دو تخمین را به عنوان دامنه سینوسی در نظر

گرفت:  $(V_y, \text{ سرعت رؤیت گر در جهت محور } y \text{ می باشد.})$

$$y_e(i) = |y_1(i)| + |y_2(i)| \quad (38)$$

$$V_y = \frac{\Delta y_e}{\Delta T} \quad (39)$$

در نهایت برای حفظ پیوستگی مسیر حرکت رؤیتگر یک فاز به صورت زیر به سینوسی اضافه می شود که در ابتدای هر بازه بروزرسانی شده و مانع از پرش در مسیر سینوسی می شود:

$$\phi(i) = -2\pi f x_0(k) + \sin^{-1} \left( \frac{y_0(k-1) + \Delta y}{y_e(i)} \right) \quad (40)$$

$$\Delta y = y_0(k) - y_0(k-1) \quad (40)$$

شکل نهایی مسیر سینوسی با تعاریف و فرضیات بالا به صورت زیر است:

$$y_0(k: k + ns) = y_e(i) \sin(2\pi f x_0(k: k + ns) + \phi(i)) \quad (41)$$

لازم به ذکر است که فیلتر کالمن در هر مرحله زمانی k تخمین ها را محاسبه می کند، اما مسیر سینوسی بالا هر ns نمونه زمانی یکبار انجام شده و 1 یکی بیشتر می شود. در واقع مسیر سینوسی به صورت پنجره ای تولید می شود و در این شبیه سازی هر  $T_f/10$  ثانیه اجرا می شود که  $T_f$  نشان دهنده زمان نهایی شبیه سازی است.

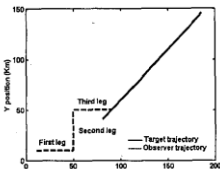


Fig.2: movement trajectories of the observer and target

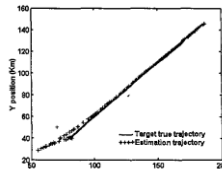


Fig.3: tracking course of target with the UKF

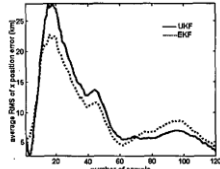


Fig.4: average RMS of x-axis position error

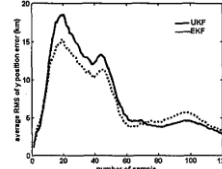
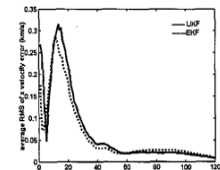


Fig.5: average RMS of y-axis position error



شکل (۶): مسیر بهینه بدست آمده به کمک UKF و EKF [۲۷]  
Fig. (6): Optimum trajectory obtained using UKF and EKF

همانطور که در شکلها دیده می‌شود منحنی UKF از بهتر EKF است. همچنین به دلیل عدم خطی بودن سیستم، EKF نسبت به تغییرات بردار حالت اولیه حساس‌تر است. و در برخی موارد سیستم واگرا شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که UKF پاسخ بهتری از EKF در ردیابی هدف دارا می‌باشد.

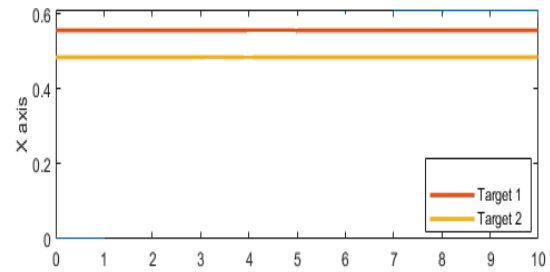
#### ۴- نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله ارائه مسیری برای یک رؤیتگر متحرک به منظور ردیابی دو هدف با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت بود. بدین منظور ابتدا مسیر رؤیتگر به صورت یک پروفیل ریاضی مطرح شد و ضرایب آن توسط الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک طوری به دست آمد که کمترین میزان خطا را در ردیابی اهداف در برداشته باشد. پروفیل‌های مکانی پیشنهاد شده برای رؤیتگر عبارت بودند از: مسیر خطی و مسیر سینوسی که با توجه به نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی چند هدفه الگوریتم ژنتیک، پروفیل مسیر سینوسی بهینه برای ادامه مسیر رؤیتگر مورد نظر پیشنهاد گردید. در رهگیری هدف با زاویه سمت در سناریوی مسیر سینوسی بهینه از EKF استفاده شد. مشکل این روش آن بود که با افزایش بازه زمانی، فیلتر به سمت واگرایی می‌رود. برای حل این مشکل مسیری ارائه گردید که در این شرایط فیلتر نه تنها واگرا نشود بلکه همچنان رؤیت‌پذیر باقی بماند و دو هدف را ردیابی کند. همچنین به دلیل کاهش خطای خطی‌سازی در معادلات EKF، فیلتر کالمن بدون بو را پیاده‌سازی نمودیم. نتایج نشان داد UKF در BOT از لحاظ دقت تخمین بهتر از EKF عمل می‌کند. در پایان مشخص گردید که روش ارائه شده توانسته مدلی پیشنهادی برای مانور رؤیتگر در مسئله ردیابی با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت با دو هدف ارائه دهد.

Table (2): UKF & EKF Comparison of error estimation in two filters

جدول (۲): مقایسه خطای تخمین در دو فیلتر UKF و EKF

فیلتر کالمن بدون بو	فیلتر کالمن توسعه یافته	
۳۷۰,۳۸۷۹ m	۴۸۲,۸۶۶۱ m	خطای تخمین هدف اول
۱۸۰,۸۰۱۴ m	۲۰۲,۴۸۵۳ m	خطای تخمین هدف دوم



شکل (۵): سرعت دو هدف بر حسب زمان در جهت محور افقی  
Fig. (5): The speed of two targets in time

خطای تخمین در سناریوی BOT با فیلتر UKF در حالت تک هدفه، بسیار بهتر از EKF است [۲۷] و با توجه به جدول (۲)، خطای تخمین در فیلتر UKF در مقایسه با EKF، بهبود یافته است. تفاوت خطای ردیابی در این دو فیلتر بسیار متفاوت نیست و دلیل این موضوع را می‌توان این دانست که دینامیک فرایند معادله‌ای خطی است و تنها معادله اندازه‌گیری غیرخطی می‌باشد. در چنین حالتی به دلیل عدم وجود غیرخطی‌گری شدید در معادلات نتایج ردیابی با UKF و EKF، تفاوت چندان قابل توجهی باهم نخواهد داشت.

#### ۳-۲ مقایسه

همانطور که در بخش‌های گذشته توضیح داده شد، تعیین مسیر بهینه رؤیتگر در ردیابی دو هدف تنها با استفاده از اندازه‌گیری‌های زاویه سمت، موضوع مطرح شده در این مقاله است به طوری که داده‌های زاویه سمت بین هدف و رؤیتگر، توسط یک سونار غیرفعال اندازه‌گیری می‌شوند. در این خصوص دو مرجع [۲۶] و [۲۷] به ارائه راه حل‌های جدیدتری پرداخته‌اند. در مرجع [۲۶] با کمک اصل پونتریاگین به عنوان راه حل‌های عددی مسیرهای بهینه را به دست می‌آورد، اندازه‌گیری‌های مورد استفاده در این ردیابی زاویه سمت و ارتفاع می‌باشند و اثر ماتریس کواریانس تخمین عناصر حرکتی هدف به عنوان معیار عملکرد مورد استفاده قرار گرفته است. امکان حل مسئله به صورت زمان واقعی برای وسایل بدون سرنشین مورد بررسی قرار گرفته است. به دلیل خطای خطی‌سازی در فیلتر EKF به منظور بهبود در خطای تخمین ردیابی، فیلتر تعمیم‌یافته دیگری از فیلتر کالمن به نام فیلتر کالمن بدون بو پیاده‌سازی می‌شود. در مرجع [۲۷]، خطای تخمین در سناریوی BOT با فیلتر UKF در حالت تک هدفه، بسیار بهتر از EKF ثابت شده است. همان طور که در شکل (۶) ملاحظه می‌شود نتایج شبیه‌سازی مقاله مرجع در بعضی اوقات واگرا شده است در صورتی که پاسخ شبیه‌سازی‌های صورت گرفته در مقاله (شکل‌های ۳ و ۴) در محدوده مورد نظر قرار دارد و برتری روش ارائه شده به خوبی آشکار است.



- |                                     |                                    |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| 1. Target Motion Analysis           | 24. Unscented kalman filtering     |
| 2. Bearing Only Target Tracking     | 25. Particle filter                |
| 3. Passive Sensors                  | 26. Extended Kalman Filter         |
| 4. Active Sensors                   | 27. Target                         |
| 5. Signal to Noise Ratio            | 28. Observer                       |
| 6. Clutter                          | 29. Nearly Constant Velocity Model |
| 7. Sensor baffling                  | 30. Transpose                      |
| 8. Acoustic Signal Fading           | 31. Posteriori Estimate            |
| 9. Statistics algorithm             | 32. Affine                         |
| 10. Batch Processing                | 33. Time update                    |
| 11. Recursive Processing            | 34. Predict                        |
| 12. Angle of Arrival                | 35. Priori Estimation              |
| 13. Time Difference of Arrival      | 36. Kalman Gain                    |
| 14. Time of Arrival                 | 37. Extended kalman filter         |
| 15. Receive signal strength         | 38. Unscented transform (UT)       |
| 16. Bearing Only Target Tracking    | 39. Probability Density function   |
| 17. Pseudo Linear Estimator         | 40. Sigma points                   |
| 18. Particle Swarm Optimization     | 41. General Unscented transform    |
| 19. Genetic Algorithm               | 42. Spherical Unscented transform  |
| 20. Cuckoo Search                   | 43. Simplex Unscented transform    |
| 21. Modified Extended Kalman Filter | 44. Unscented transform            |
| 22. The modified polar coordinate   | 45. Unscented Kalman filter        |
| 23. Initialization                  | 46. Time Update                    |

### References

1. D. J. Torrieri, "Statistical theory of passive location systems", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 20, No. 2, pp. 183-198, 1984 (doi:10.1109/TAES.1984.310439).
2. L. M. Kaplan, "Global node selection for localization in a distributed sensor network", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 42, No. 1, pp. 113-135, 2006 (doi:10.1109/TAES.2006.1603409).
3. K. Dogancay, "Least squares algorithms for constant acceleration target tracking", Proceedings of the IEEE/PRDAR, Adelaide, SA, Australia, pp. 566-571, Sep. 2003 (doi:10.1109/RADAR.2003.1278803).
4. M. Wax, "Position location from sensors with position uncertainty", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 19, No. 5, pp. 658-662, 1983 (doi:10.1109/TAES.1983.309367).
5. W. H. Foy, "Position-location solutions by taylor-series estimation", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol.12, No. 2, pp. 187-194, 1976 (doi:10.1109/TAES.1976.308294).
6. R. G. Stansfield, "Statistical theory of D. F. fixing", Journal Institution Electrical Engineering, Vol. 94, No. 15, pp. 186-207, 1947 (doi: 10.1049/ji-3a-2.1947.0096).
7. C. J. Ancker, "Airborne direction finding-the theory of navigation errors", IRE Trans. on Aeronautical and Navigational Electronics, Vol.5, No. 4, pp. 199-210, 1958 (doi:10.1109/TANE3.1958.4201630).
8. M. Gavish, E. Fogel, "Effect of bias on bearing-only target location", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 26, No. 1, pp. 22-26, 1990 (doi:10.1109/7.53410).
9. R. A. Singer, "Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering targets", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 6, No. 4, pp. 473-483, 1970 (doi:10.1109/TAES.1970.310128).
10. B.S Yaakov, Li, X.-R Long, K. Thia. "estimation with applications to tracking and navigation", Theory, Algorithms and Software. 10.1002/0471221279.ch11, 2004.
11. H. Zhang, F. Dufour, J. Anselmi, D. Laneuville, A. Nègre, "Piecewise optimal trajectories of observer for bearings-only tracking by quantization", Proceeding of the IEEE/ICIF, Xi'an, China, pp. 1-7.2017 (doi:10.23919/ICIF.2017.8009824).
12. M. McGuire, K. N. Plataniotis, A. N. Venetsanopoulos, "Data fusion of power and time measurements for mobile terminal location", IEEE Trans. on Mobile Computing, Vol. 4, No. 2, pp. 142-153, April 2005 (doi:10.1109/TMC.2005.24).
13. N. Patwari, A.O. Hero, M. Perkins, N.S. Correal, R.J. O'Dea, "Relative location estimation in wireless sensor networks", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 51, No. 8, pp. 2137-2148, 2003 (doi: 10.1109/TSP.2003.814469).

14. K. Dogancay, "Least squares algorithms for constant acceleration target tracking", Proceedings of the IEEE/PADAR, pp. 566-571, Adelaide, SA, Australia, Australia 2003 (doi:10.1109/RADAR.2003.1278803).
15. S.J. Godsill, J. Vermaak, W. Ng, J.F. Li, "Models and algorithms for tracking of maneuvering objects using variable rate particle filters", Proceedings of the IEEE/JPROC, Vol. 95, No. 5, pp. 925-952, May 2007 (doi:10.1109/JPROC.2007.894708).
16. I. R. Karlsson, N. Bergman, "Auxiliary particle filters for tracking a maneuvering target", Proceedings of the IEEE/CDC, Vol. 4, pp. 3891-3895, Sydney, NSW, Australia, Dec. 2000 (doi:10.1109/CDC.2000.912320).
17. S.A.A. Shahidian, H. Soltanizadeh, "Single- and multi-UAV trajectory control in RF source localization", Arabian Journal for Science and Engineering, Vol. 42, No. 2, pp 459-466, 2017 (doi:10.1007/s13369-016-2237-9).
18. V. J. Aidala, "Kalman filter behavior in bearings-only tracking applications", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 15, No. 1, pp. 29-39, Jan. 1979 (doi:10.1109/TAES.1979.308793).
19. D. Lerro, Y. Bar-Shalom, "Bias compensation for improved recursive bearings-only target state estimation", Proceedings of IEEE/ACC, Vol. 1, pp. 648-652, Seattle, WA, USA, 1995 (doi:10.1109/ACC.1995.529330).
20. W. Wang, S. Liao, T. Xing, "The unscented kalman filter for state estimation of 3-dimension bearing-only tracking", Proceeding of IEEE/ICIECS, pp. 1-5, 2009 (doi:10.1109/ICIECS.2009.5366448).
21. R. Yang, G.W. Ng, Y. Bar-Shalom, "Bearings-only tracking with fusion from heterogenous passive sensors: ESM/EO and acoustic", Proceeding of the IEEE/ICIF, pp. 1810-1816, Washington, DC, USA, July 2015.
22. S.J. Godsill, J. Vermaak, W. Ng, J.F. Li, "Models and algorithms for tracking of maneuvering objects using variable rate particle filters", Proceedings of the IEEE, Vol. 95, No. 5, pp. 925-952, May 2007 (doi:10.1109/JPROC.2007.894708).
23. V. Aidala, S. Hammel, "Utilization of modified polar coordinates for bearings-only tracking", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 28, No. 3, pp. 283-294, March 1983 (doi:10.1109/TAC.1983.1103230).
24. A. Nayebi-Astaneh, "Optimal observer trajectory generation in bearings-only target tracking in the presence of sensor and environment constraints", Ph.D. Dissertation. Ferdowsi University of Mashhad Faculty of Engineering, 2014.
25. S. Särkkä, "Recursive Bayesian Inference on Stochastic Differential Equations", Doctoral dissertation, Helsinki University of Technology, 2006.
26. M.T. Sabet, A.R. Fathi, H. R. M. Daniali, "Optimal design of the own ship maneuver in the bearing-only target motion analysis problem using a heuristically supervised extended kalman filter", Ocean Engineering, Vol. 123, pp. 146-153, 2016 (doi: 10.1016/j.oceaneng.2016.07.028).
27. Y. Xu, L. Liping, "Single observer bearings-only tracking with the unscented Kalman filter", Proceeding of the IEEE/ICCCAS, Vol.2, pp. 901-905, June 2004 (doi:10.1109/ICCCAS.2004.1346326).
28. B. Sindhu, V. Jayaraman, S. Christopher, "Bearing only target tracking using single and multisensor: A Review", Journal Of Engineering Science And Technology Review, Vol. 12, No. pp. 50-65, 2019 (doi:10.25103/jestr.121.07).
29. S. K. Rao, "Bearings-only tracking: observer maneuver recommendation", IETE Journal of Research, Oct. 2018 (doi:10.1080/03772063.2018.1535917).
30. R. He, S. Chen, H. Wu, Z. Liu, J. Chen, "Optimal maneuver strategy of observer for bearing-only tracking in threat environment", International Journal of Aerospace Engineering, pp. 1-9, July 2018 (doi:10.1155/2018/7901917).