فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال هشتم/ شماره سی‌ویکم/ پائیز ۱۳۹۸

بازنگری سبد سهام برای سرمایه‌گذاران خرد: مدلسازی و روش حل

امیرعباس نجفی
دانشیار، گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی(نویسنده مسئول)
aanajafi@kntu.ac.ir

مژگان آقایی
کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
aghaei.mojgan@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۱/۲۸ تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۴/۰۵

چکیده

از مهمترین دغدغه‌های سرمایه‌گذاران در بازار سرمایه، کاهش ریسک سرمایه‌گذاری و رسیدن به یک بازده مطلوب می‌باشد. یکی از راه‌های کاهش ریسک سرمایه‌گذاری، تشکیل سبد سهام است؛ اما با توجه به تغییرات و تحرکات بازار، ترکیب این سبد ثابت باقی نمی‌ماند و لازم است همواره کنترل شده و مورد بازنگری واقع شود. به طور کلی سرمایه‌گذاران در بازار سرمایه به دو دسته تقسیم می‌شوند: سرمایه‌گذاران حقیقی (یا سرمایه‌گذاران خرد) و سرمایه‌گذاران حقوقی. تشکیل سبد سهام و همچنین بازنگری آن برای سرمایه‌گذاران خرد، نیازمند توجه به معیارها و محدودیت‌های مورد نظر آن‌هاست که در مدل‌های کلاسیک مالی نظیر مدل مارکویتز مورد توجه قرار نگرفته است. ازجمله این معیارها هزینه معاملاتی، سود تقسیمی، ریسک سیستماتیک و عدد صحیح بودن تعداد واحدهای معامله شده سهام می‌باشد. در این پژوهش، مدلی چند هدفه و جامع که دربرگیرنده اهداف و محدودیت‌های مدنظر سرمایه‌گذاران خرد می‌باشد، ارائه گردیده است. برای رسیدن به این مقصود، از برنامه‌ریزی آرمانی اولویت‌دار استفاده شده و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای بازنگری ارائه گردیده است. در نهایت نیز مدل ارائه شده در این پژوهش با داده‌های واقعی حل شده و نتایج آن مورد تحلیل قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: سبد سهام، بازنگری، سرمایه‌گذاران خرد، برنامه‌ریزی آرمانی الویت‌دار.

۱- مقدمه

از جمله روش‌های کاهش ریسک سرمایه‌گذاری، تشکیل سبد سهام بر اساس اهـداف شـخص سـرمایه‌گـذار است. اما با توجه به اینکه بازار سرمایه پیوسته در حال تغییر است، شرایط سبد سهام نیز تغییر خواهد کرد و بـه یک شکل باقی نخواهد ماند. به این ترتیب سبد سهام انتخابی از اهداف مورد نظر اولیه فاصـله گرفتـه و بنـابراین ریسک و بازده سرمایه‌گذاری را تحت تاثیر قرار می‌دهد. بنابراین هر سرمایه‌گـذار در طـول دوره سـرمایه‌گـذاری خود نیازمند اتخاذ تصمیماتی درمورد ترکیب سبد سرمایه اولیه می‌باشد و چنانچه سـبد سـرمایه اولیـه نیـاز بـه بازنگری داشته باشد، چگونگی انجام این فرآیند را مشخص نماید.

در سال‌های اخیر و با توسعه بازار سرمایه، تمایل به سـرمایه‌گـذاری و خریـد و فـروش اوراق بهـادار توسـط سرمایه‌گذاران خرد افزایش یافته است. این گروه از سرمایه‌گذاران عمدتاً در سطح کم و یا متوسط خرید و فروش می‌نمایند و اهداف خاص و محدودیت‌هایی در تشکیل سبد و خرید و فـروش اوراق بهـادار دارنـد کـه در اغلـب مدل‌های کلاسیک مالی نظیر مدل مارکوویتز مورد توجه قرار نگرفته است. با در نظر گرفتن معیارهای چندگانـه در انتخاب سبد سرمایه، کارایی سبد افزایش یافته و رضایت سرمایه‌گذاران نیز زیاد می‌شود؛ به همـین جهـت در این پژوهش، مدلی چند هدفه برای بازنگری سبد سهام سرمایه‌گذاران خرد ارائه شده است. برنامـه‌ریـزی آرمـانی ابزاری قوی برای تصمیم‌گیری بر مبنای اهداف چندگانه و متناقض است که در ایـن پـژوهش از آن بهـره گرفتـه شده است.

پس از بیان مقدمه‌ای درمورد موضوع پژوهش، در بخش مبانی نظری و پیشینه پـژوهش بـه بیـان دقیـق‌تـر موضوع پرداخته و مروری بر مطالعات صورت گرفتـه در زمینـه موضـوع پـژوهش انجـام شـده اسـت. در بخـش روش‌شناسی پژوهش، مدل پیشنهادی بازنگری سبد سهام شامل اهداف و محدودیت‌ها معرفی شده و در نهایت با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی بازنویسی شده است. در بخش یافته‌های پژوهش نیز مدل پیشنهادی با اسـتفاده از داده‌های واقعی شاخص داو چونز پیاده‌سازی شده و نتایج آن مورد تحلیل قرار گرفته و در پایان نیز نتیجه‌گیـری و پیشنهادات تحقیق آورده شده است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

هر سرمایه‌گذار در مسیر سرمایه‌گذاری خود با دو انتخاب مواجه است: یکی اینکه استراتژی منفعلانه اختیار کرده و اجازه دهد سبد سرمایه وی مطابق جریانات بازار حرکت کند و یا اینکه با اتخاذ استراتژی فعالانه، سبد سرمایه خود را پیوسته مورد ارزیابی قرار دهد. یک سرمایه‌گذار منطقی، به طور مکرر سبد سرمایه‌گذاری خود را مورد بررسی قرار می‌دهد و بنا بر شرایط و تغییرات به وجود آمده، روش‌های مناسبی را جهت کنترل سبد سرمایه خود اتخاذ می‌کند. به این فرآیند بررسی و تصمیم‌گیری بر روی سبد سرمایه‌گذاری اولیه، فرآیند بازنگری سبد سرمایه‌گذاری[1] اطلاق می‌شود. به عبارت دیگر، بازنگری عبارتست از بررسی مجدد شرایط سبد سرمایه اولیه و وزن‌دهی مجدد به دارایی‌های موجود در آن. برای دست‌یابی به نتیجه بهینه از بازنگری سبد سرمایه، بهتر است که با توجه به تغییرات به وجود آمده در شرایط سبد، روشی مناسب برای بازنگری اتخاذ شود. انواع روش‌هایی که

برای بازنگری سبد سرمایه به کار گرفته می‌شود عبارتند از: بازنگری دوره‌ای[۲]، بازنگری آستانه‌ای[۳]، بازنگری بر مبنای نوسانات[۴] و بازنگری فعالانه[۵] (بارنی، ۲۰۰۵). در بازنگری دوره‌ای، سبد بر اساس یک برنامه زمان‌بندی شده (ماهانه، سه ماهه، شش ماهه، سالیانه، ...) و با در نظرگیری اهداف تعیین شده، بازنگری می‌شود. بر اساس بازنگری آستانه‌ای زمانی که ارزش هر دارایی در سبد از یک ارزش فیلتری معین بگذرد (مثلا ۵ درصد)، بازنگری اجرا می‌شود. در استراتژی بازنگری بر مبنای نوسانات زمانی که بازده کلی سبد از یک ارزش فیلتری معین بگذرد بازنگری اجرا می‌شود. در بازنگری فعالانه سبد سرمایه پیوسته مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد تا از هدف مورد نظر دور نشود؛ به این صورت که یک ارزش فیلتری برای دارایی‌های سبد تعیین شده و سبد پیوسته به طور پیوسته مورد کنترل قرار می‌گیرد. می‌توان این روش را مشابه تجزیه و تحلیل تکنیکال[۶] دانست.

کومار و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده از رویکرد مارکویتز، مدلی تک هدفه با هدف مینیمم‌سازی ریسک برای بازنگری سبد سهام ارائه کرده و پارامترهای مدل را به صورت بازه‌ای در نظر گرفتند. وودساید و همکاران(۲۰۱۲) نیز با استفاده از رویکرد مارکویتز، مدلی را برای بازنگری سبد سهام ارائه کردند. آنها با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی و طول دوره سرمایه‌گذاری در مدل خود، تاثیرات این دو عامل را در بازده و ریسک سرمایه‌گذاری بررسی کرده و به تحلیل نتایج پرداختند. نتایج بدست آمده از این پژوهش حاکی از آن است که پرداخت هزینه معاملاتی، بازده و ریسک سبد سرمایه را کاهش می‌دهد و افزایش طول دوره سرمایه‌گذاری در هر بازنگری، بازده سبد را افزایش داده اما ریسک آن را تغییری نمی‌دهد. گِلِن(۲۰۱۱) مدلی تک هدفه با هدف مینیمم سازی ریسک برای بازنگری سبد سهام ارائه کرد؛ او در مدل خود محدودیت‌هایی نظیر هزینه معاملاتی، تغییرات سرمایه اولیه و وام گیری بدون ریسک را لحاظ کرد. ژانگ و همکاران (۲۰۱۰ و ۲۰۱۱) با استفاده از نظریه‌های منطق فازی، مدلهایی را برای بازنگری سبد سهام ارائه کردند. گاستاروبا و همکاران (۲۰۰۹) نیز در مدل بازنگری خود به مینیمم سازی ریسک سبد پرداخته و از سنجه ریسک ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده کردند.

همانطور که پیش‌تر نیز گفته شد، در نظر گرفتن معیارهای چندگانه در انتخاب سبد سهام، کارایی سبد را افزایش داده و موجب رضایت‌مندی بیشتر سرمایه‌گذاران می‌شود. بر این اساس، گوپتا و همکاران (۲۰۱۳) مدلی چندهدفه و فازی با اهداف بازده، ریسک و نقدشوندگی سبد سرمایه ارائه کردند. آن‌ها در این مدل هزینه معاملاتی را نیز لحاظ کرده و از ترکیب برنامه‌ریزی آرمانی فازی و الگوریتم ژنتیک برای حل مدل استفاده نمودند. یو و لی (۲۰۱۰) پنج مدل چندهدفه را با در نظر گرفتن معیارهایی نظیر بازده، ریسک، فروش استقراضی، چولگی و کشیدگی ارائه کرده و از برنامه‌ریزی چندهدفه فازی برای حل مدل استفاده کردند؛ نتایج حاصل از مقایسه این مدل‌ها نشان‌دهنده‌ی آن است که در نظر گرفتن فروش استقراضی و همچنین گشتاورهای مراتب بالاتر بازدهی‌ها(چولگی و کشیدگی) موجب دست‌یابی به نتایج بهتر می‌گردد. فانگ و همکاران (۲۰۰۶) مدلی دو هدفه و فازی با معیارهای بازده و ریسک، برای بازنگری سبد سهام ارائه کردند؛ آنها هزینه معاملاتی و نقدشوندگی سبد سهام را به عنوان محدودیت در نظر گرفته و با استفاده از تئوری تصمیم‌گیری فازی به حل مدل پرداختند. نجفی و فاضلی سبزوار (۱۳۹۲) مدلی دو هدفه برای بازنگری سبد ردیاب شاخص طراحی کردند که به دنبال حداقل کردن خطای ردیابی و همچنین حداقل کردن هزینه معاملاتی می‌باشد. به دلیل

پیچیدگی‌هایی که در حل مدل‌های چند هدفه با اهداف متعارض وجود دارد، برای حل ایـن مسـاله از الگـوریتم ژنتیک استفاده شده است.

سرمایه‌گذاران در بازار سرمایه به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: سـرمایه‌گـذاران حقیقـی و سـرمایه‌گـذاران حقوقی. سرمایه گذاران حقیقی یا سرمایه‌گذاران خرد[۷] اغلب در سطح کم و یا متوسط خرید و فروش می‌کننـد و به علت محدود بودن بودجه خود، اهداف و محدودیت‌های خاصی را در سرمایه‌گذاری و تشکیل سبد سهام خـود دارند. از جمله‌ی این اهداف حداکثر کردن بازده و حداقل کردن ریسک سبد مـی‌باشـد؛ عـلاوه بـر ایـن، اهـداف دیگری را نیز دنبال می‌کنند که در مطالعات پیشین کمتر مورد توجه قرار گرفته است. یک سرمایه‌گذار خرد بـه علت محدودیت بودجه، در هنگام تشکیل سبد سهام، تلاش می‌کند هزینه‌های معاملاتی[۸] خود را تـا حـد امکـان کاهش دهد؛ همچنین به دنبال انتخاب سهامی است که سود تقسیمی[۹] بیشتری داشته باشند. از طرفی با توجـه به اینکه تغییرات و تحرکات بازار روی سبد انتخابی وی تاثیر می‌گذارد، سعی می‌کند ریسک سیستماتیک[۱۰] سبد خود را با توجه به شرایط بازار کنترل نماید. بر این اساس چنانچه وضعیت بازار را مطلوب و پربازده بداند، بتا[۱۱]ی سبد خود را نزدیک به بازار انتخاب می‌کند و چنانچه وضعیت بازار را نامطلوب و زیان‌ده پـیش‌بینـی کنـد بتـای سبد را کاهش می‌دهد. این سرمایه‌گذار همچنین برای کاهش ریسک غیرسیستماتیک سبد سهام خود، به دنبال متنوع‌سازی سبد می‌باشد. در دنیای واقعی، تعداد سهام معامله شده در بازار به صورت عددی صحیح مـی‌باشـد. این موضوع در مدل‌های پیشین انتخاب و بازنگری سبد سرمایه، کمتر مورد توجـه قـرار گرفتـه اسـت. از جملـه مطالعات صورت گرفته در زمینه تشکیل سبد برای سرمایه‌گذاران خرد، می‌توان به پژوهش صورت گرفته توسـط باومَن و تراتمَن (۲۰۱۲) اشاره کرد؛ آنها در این پژوهش، چهار مدل برای تشکیل سبد سرمایه و بـا سـنجه‌هـای ریسک مختلف ارائه کرده و در مدل خود، هزینه معاملاتی و تاثیر سود تقسیمی بر بازده سبد سـرمایه را درنظـر گرفتند. همچنین تعداد سهام مورد معامله را عدد صحیح[۱۲] درنظر گرفته و مساله را به صورت برنامه‌ریـزی عـدد صحیح فرموله کردند. بال (۲۰۱۰) نیز مدلی را برای تشکیل سبد سرمایه برای سرمایه‌گذاران خرد ارائه کرد؛ وی در مدل خود، دو نوع هزینه‌ی معاملاتی و هزینه‌ی ریسک را در نظر گرفتـه و بـه حـداقل‌سـازی ایـن هزینـه‌هـا پرداخته است. نتیجه‌ی حاصل از این پژوهش بیانگر آن است که وجود هزینه معاملاتی، منجر بـه انتخـاب تعـداد کمی از اوراق بهادار می‌شود. با توجه به آنچه از ویژگی‌های سرمایه‌گذار خرد بیـان شـد، در ایـن پـژوهش مـدلی چندهدفه و جامع برای بازنگری سبد سهامِ سرمایه‌گذاران خرد ارائه شده است. اهداف مـد نظـر شـامل حـداکثر کردن بازده و سود تقسیمی، حداقل کردن ریسـک غیرسیسـتماتیک و هزینـه‌هـای معـاملاتی، کنتـرل ریسـک سیستماتیک و متنوع‌سازی سبد سهام می‌باشد.

برنامه‌ریزی آرمانی[۱۳] از کاربردی ترین تکنیک های تحقیق در عملیات است که توسط چارنز و همکاران (۱۹۵۵) و چارنز و کوپر (۱۹۶۱) ارائه گردید. در برنامه ریزی آرمانی راه حرکت همزمان به سوی چندین هدف (حتی متضاد با هم) مهیا می گردد. در GP تصمیم‌گیرنده به راحتی قادر به ایجاد مقادیر آرمان برای اهداف درنظر گرفته شده می‌باشد و سپس در پی حداقل ساختن انحرافات مجاز اهداف از مقادیر آرمانی است. لی و چیسر (۱۹۸۰)، لواری و آوری (۱۹۸۴) و کومار و همکاران (۱۹۷۸) کاربرد برنامه‌ریزی آرمانی را در مسئله

انتخاب سبد سهام پیشنهاد کردند و سپس به طور گسترده مورد استفاده پژوهشگران حوزه مالی قرار گرفت. از جمله مهمترین تحقیقات صورت گرفته با استفاده از GP در مساله انتخاب سبد سرمایه می‌توان به پندارکی و همکاران (۲۰۰۴)، شارما و شارما (۲۰۰۶)، لی و ژو (۲۰۰۷) و ماراسویچ و بابیک (۲۰۱۱) اشاره نمود. رومرو (۲۰۰۴) بیان کرد که عنصر کلیدی در مدل برنامه‌ریزی آرمانی، تابع هدفِ آن است که به حداقل‌سازی انحرافات ناخواسته‌ی اهداف از مقادیر آرمانی می‌پردازد. بر اساس رویکردهای مختلفی که برای حداقل‌سازی این تابع هدف وجود دارد، مدل برنامه‌ریزی آرمانی نیز به انواع مختلفی گسترش یافته است؛ که می‌توان به مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی وزنی، اولویت دار، مینیماکس و فازی اشاره کرد. در این پژوهش از مدل برنامه‌ریزی آرمانی الویت دار[۱۴] برای حل مدل چندهدفه بازنگری سبد سهام بهره گرفته شده است.

۳- روش‌شناسی پژوهش

در این بخش ابتدا محدودیت‌های مربوط به مدل بازنگری سبد سهام را ارائه کرده و سپس به بیان اهداف سرمایه‌گذار خرد در مساله بازنگری سبد سهام، می‌پردازیم. مدل برنامه‌ریزی آرمانی الویت‌دار را معرفی کرده و در نهایت نیز مدل بازنگری را با تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی الویت دار بازنویسی می‌کنیم.

۳-۱- محدودیت‌های مربوط به مدل بازنگری سبد سهام

در این قسمت ابتدا در جدول ۱ و ۲ به معرفی پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل می‌پردازیم:

جدول ۱- معرفی پارامترهای مدل بازنگری

نماد پارامتر	تعریف
n	تعداد سهم‌های موجود در سبدسرمایه
T	تعداد سناریوهای(دوره تاریخی) در نظر گرفته شده
P_i	قیمت سهم i ام
X_i	تعداد واحد سهم i ام در سبد سرمایه اولیه
r_{it}	بازده تاریخی سهم i ام
μ_i	بازده انتظاری سهم i ام در زمان بازنگری
V	میزان پول نقد جدیدی که در هر دوره مجددا سرمایه‌گذاری می‌شود
f_i^b	هزینه معاملاتی ثابت خرید سهم i
f_i^s	هزینه معاملاتی ثابت فروش سهم i
c_i^b	هزینه معاملاتی متغیر برای خرید هر واحد سهم i
c_i^s	هزینه معاملاتی متغیر برای فروش هر واحد سهم i
L_i^b	کمترین تعداد خرید سهم i ام در هر بار خرید
U_i^b	بیشترین تعداد خرید سهم i ام در هر بار خرید

نماد پارامتر	تعریف
L_i^s	کمترین تعداد فروش سهم i ام در هر بار فروش
U_i^s	بیشترین تعداد فروش سهم i ام در هر بار فروش
K	بیشترین تعداد سهامی که در نهایت در سبد قرار می‌گیرد
TV_i	حجم معاملاتی سهم i
D_i	سود تقسیمی سهم i
β_i	بتای سهم i

جدول ۲- معرفی متغیرهای تصمیم مدل بازنگری

نماد متغیر تصمیم	تعریف
x_i	تعداد واحد سهم i ام در سبد بازنگری شده
y_i^b	تعداد واحدهای خریداری شده از سهم i ام در فرآیند بازنگری
y_i^s	تعداد واحدهای فروخته شده از سهم i ام در فرآیند بازنگری
w_i	وزن دارایی i ام در سبد بازنگری شده
w_0	نسبتی از سرمایه اولیه که صرف هزینه معاملاتی می‌شود
α_i^b	متغیر صفر و یک نشان‌دهنده خرید و یا عدم خرید سهم i در بازنگری
α_i^s	متغیر صفر و یک نشان‌دهنده فروش و یا عدم فروش سهم در بازنگری
δ_i	متغیر صفرو یک نشان‌دهنده حضور و یا عدم حضور سهم i ام در سبد بازنگری شده

با توجه به پارامترها و متغیرهای تعریف شده، محدودیت‌های مربوط به مدل بازنگری سبد سهام به صورت خواهد بود:

$$x_i = X_i + y_i^b - y_i^s \qquad i = 1, \dots, n \tag{۱}$$

$$\alpha_i^b + \alpha_i^s \le 1 \qquad i = 1, \dots, n \tag{۲}$$

$$L_i^b\, \alpha_i^b \le y_i^b \le U_i^b\, \alpha_i^b \qquad i = 1, \dots, n \tag{۳}$$

$$L_i^s\, \alpha_i^s \le y_i^s \le U_i^s\, \alpha_i^s \qquad i = 1, \dots, n \tag{۴}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_i x_i = \sum_{i=1}^{n} P_i X_i + V - \sum_{i=1}^{n} (c_i^b\, y_i^b + c_i^s y_i^s + f_i^b \alpha_i^b + f_i^s \alpha_i^s) \tag{۵}$$

$$w_i = P_i x_i \Big/ \Big(\sum_{k=1}^{n} P_k X_k + V \Big) \qquad i = 1, \dots, n \tag{۶}$$

$$w_0 = \sum_{i=1}^{n} (c_i^b\, y_i^b + c_i^s y_i^s + f_i^b \alpha_i^b + f_i^s \alpha_i^s) \Big/ \left(\sum_{k=1}^{n} P_k X_k + V \right) \tag{۷}$$

$$\sum_{i=0}^{n} w_i = 1 \qquad (۸)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i \leq K \qquad (۹)$$

$$x_i \leq \left(X_i + y_i^b\right)\delta_i \qquad i = 1, \dots, n \qquad (۱۰)$$

$$\alpha_i^b + \alpha_i^s \leq 2\,TV_i \qquad i = 1, \dots, n \qquad (۱۱)$$

$$x_i\,, y_i^b\,, y_i^s \;\in \mathrm{Z}_{\geq 0} \qquad i = 1, \dots, n \qquad (۱۲)$$

$$\alpha_i^b, \alpha_i^s, \delta_i \in \{0,1\} \qquad i = 1, \dots, n \qquad (۱۳)$$

رابطه ۱ بیانگر تعداد سهم i ام در سبد بازنگری شده می‌باشد و برابر است با تعداد اولیه آن در سبد، به اضافه‌ی تعداد خرید و یا منهای تعداد فروش آن سهم در فرآیند بازنگری. رابطه ۲ بیان‌کننده‌ی این است که در فرآیند بازنگری، سهم i ام یا خریده می‌شود و یا به فروش می‌رسد؛ دلیل این امر پرهیز از معاملات بی‌ثمر و هزینه‌های معاملاتی اضافی است. رابطه ۳ نشان‌دهنده‌ی این است که تعداد خریدها از هر سهم در محدوده‌ی $[L_i, U_i]$ خواهد بود و از آن تجاوز نمی‌کند. در این معادله چناچه سهم i خریداری شود ($y_i^b > 0$) مقدار α_i^b یک خواهد بود و در غیر اینصورت مقدار صفر را اختیار می‌کند. رابطه ۴ نیز با همین تفاسیر نشان‌دهنده‌ی فروش دارایی می‌باشد. رابطه ۵ نشان‌دهنده‌ی ارزش سبد بازنگری شده می‌باشد که برابر است با ارزش اولیه سبد به اضافه‌ی میزان نقدینگی جدیدی که وارد سرمایه‌گذاری می‌شود منهای هزینه معاملاتی که در هر دوره پرداخت می‌شود. رابطه ۶ نیز نشان‌دهنده‌ی نسبت سرمایه‌گذاری در هر سهم می‌باشد. در رابطه ۷ نسبتی از سرمایه اولیه که صرف پرداخت هزینه معاملاتی شده، نشان داده شده است. رابطه ۸ معادلِ وزنی رابطه ۵ می‌باشد. در رابطه ۹ حداکثر تعداد سهامی که در نهایت در سبد بازنگری شده می‌تواند حضور داشته باشد را نشان می‌دهد و در رابطه ۱۰ متغیرهای تصمیم x_i و δ_i به هم مربوط شده‌اند؛ این رابطه تضمین می‌کند که اگر سهم i ام در سبد حضور نداشته باشد ($\delta_i = 0$)، در اینصورت تعداد آن حتما صفر خواهد بود ($x_i = 0$) و اگر در سبد موجود باشد حداکثر مقداری که می‌تواند اختیار کند را نشان می‌دهد. رابطه ۱۱ بیانگر این است که چنانچه در زمان بازنگری نماد سهم مورد نظر بسته بوده و غیرقابل معامله باشد(حجم معاملاتی صفر)، خرید و یا فروش انجام نخواهد شد. رابطه ۱۲ بر عدد صحیح بودن تعداد هر سهم در سبد سهم تاکید دارد و بیانگر این است که مدل بازنگری در قالب برنامه‌ریزی عدد صحیح فرموله شده است.

۳-۲- اهداف سرمایه‌گذار

همانطور که گفته شد، سرمایه‌گذار خرد در تشکیل و بازنگری سبد سهام خود، اهداف و معیارهای متعددی همچون حداکثر کردن بازده و سود تقسیمی، حداقل کردن ریسک و هزینه‌های معاملاتی، کنترل ریسک سیستماتیک و متنوع‌سازی سبد سهام دارد:

۳-۲-۱- حداکثر کردن بازده

فرض کنید سبدی متشکل از n سهم داریم و $R_i\ (i=1,\dots,n)$ متغیر تصادفی بیانگر بازده سهم i ام با میانگین معلوم $\mu_i = E\{R_i\}$ باشد. همچنین فرض کنید $r_{it}\ (t=1,\dots,T)$ بازده تاریخی سهم i ام باشد؛ در این صورت میانگین بازده سهم i برابر با $\mu_i = E\{R_i\} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it}$ می‌باشد. اگر R_p متغیر تصادفی بیانگر بازده سبد یا اوزان $(w_1, w_2, \dots, w_n)$ و برابر با $R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$ باشد، در این صورت بازده موزد انتظار سبد سهام فوق برابر است با:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i\, E(R_i) = \sum_{i=1}^{n} w_i \,.\, \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{it} = \sum_{i=1}^{n} w_i\, \mu_i \qquad (۱۴)$$

سرمایه‌گذار خرد به دنبال حداکثر کردن بازده مورد انتظار سبد سهام خود می‌باشد:

$$\text{Max } Z_1 = \sum_{i=1}^{n} w_i\, \mu_i \qquad (۱۵)$$

۳-۲-۲- حداقل کردن ریسک

طبق تعریف ارزش در معرض ریسک حداکثر زیان مورد انتظار را در یک موقعیت سرمایه‌گذاری خاص و سطح اطمینان معین تخمین می‌زند و ارزش در معرض ریسک شرطی عبارتست از میانگین مورد انتظار زیان هایی که بیشتر از مقدار ارزش در معرض ریسک هستند. در این پژوهش از سنجه ریسک ارزش در معرض ریسک شرطی و تابع خطی ارائه شده توسط راکفلر و اریاسِو (۲۰۰۰) برای تخمین آن استفاده شده است.

فرض کنید $f(w,\mu) = -\sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i$ تابع چگالی توزیع زیان سبد و $F(w,\zeta)$ تابع توزیع تجمعی آن باشد،

$$F(w,\zeta) = P[f(w,\mu) \le \zeta] \qquad (۱۶)$$

که در آن $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ وزن دارایی‌های سبد و $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ بازده دارایی‌ها می‌باشد. در اینصورت، تابع ارزش در معرض ریسک با سطح اطمینان α، $\zeta_\alpha(w)$، برابر است با چارک αام $f(w,\mu)$:

$$\zeta_\alpha(w) = \min_{\zeta \in R}\{F(w,\zeta) \ge \alpha\}. \qquad (۱۷)$$

همچنین ارزش در معرض ریسک شرطی با سطح اطمینان α، $\phi_\alpha(w)$، برابر است با :

$$\phi_\alpha(x) = \zeta + \frac{1}{(1-\alpha)T}\sum_{t=1}^{T} \max\{0, f(w,\mu) - \zeta\} \qquad (۱۸)$$

سرمایه‌گذار خرد به دنبال حداقل کردن ریسک سبد سهام خود می‌باشد:

$$Min \quad Z_2 = \zeta + \frac{1}{(1-\alpha)T}\sum_{t=1}^{T}\omega_t \tag{۱۹}$$

$$S.t. \quad -\sum_{i=1}^{n} r_{it}\, w_i - \zeta \le \omega_t \qquad ,t = 1, \dots, T \tag{۲۰}$$

$$\omega_t \ge 0 \qquad ,t = 1, \dots, T \tag{۲۱}$$

۳-۲-۳- حداقل کردن هزینه معاملاتی

خرید و فروش دارایی‌های سبد سرمایه با هزینه‌هایی همراه است. این هزینه‌ها بـه طـور کلـی بـه دو دسـته هزینه معاملاتی ثابت و متغیر تقسیم می‌شود (زاکاملین، ۲۰۰۲). در این پژوهش هر دو نوع هزینه معـاملاتی در مـدل گنجانـده شـده اسـت؛ هزینـه معـاملاتی متغیـر معاملـه سـهم i در فرآینـد بـازنگری و $c_i^b y_i^b + c_i^s y_i^s$ هزینه معاملاتی ثابت سهم i را در فرآیند بازنگری نشان می‌دهد. هزینه معـاملاتی متغیـر از نـوع $f_i^b y_i^b + f_i^s y_i^s$ تابع Vشکل می‌باشد (یو و لی، ۲۰۱۱). سرمایه‌گذار خرد مایل است که هزینه‌های معاملاتی خود را تا حد امکـان کاهش دهد:

$$Min\, Z_3 = \sum_{i=1}^{n}(c_i^b\, y_i^b + c_i^s y_i^s + f_i^b \alpha_i^b + f_i^s \alpha_i^s) \tag{۲۲}$$

۳-۲-۴- حداکثر کردن سود تقسیمی

سود تقسیمی هر سهم، سود قابل دسترس سهامداران را نشان می‌دهد که به عنوان سود سهام توزیـع شـده است و مورد توجه بسیاری از سرمایه‌گذاران می‌باشد. بسیاری از سرمایه‌گذاران خرد، بالاتر بودن سـود تقسـیمی سهام را معیار خرید سهام قرار می‌دهند، زیرا معتقدند این سهام به دلیل اینکه حداقل مشخصی از نسبت سود به درآمد یا جریان نقدی را پوشش می‌دهند، مطمئن‌تر هستند. در این پژوهش نیز این موضـوع مـورد توجـه قـرار گرفته و به عنوان یکی از اهداف سرمایه‌گذار در مدل گنجانده شده است؛

$$Max\, Z_4 = \sum_{i=1}^{n} D_i x_i \tag{۲۳}$$

۳-۲-۵- کنترل ریسک سیستماتیک

ریسک سیستماتیک در دانش مالی ریسکی است که در اثر عوامل کلی بازار به‌وجود می‌آید و به‌طور هم‌زمان بر قیمت کل اوراق بهادار موجود در بازار مالی تأثیر دارد. ضریب بتا[۱۵] شاخصی از ریسک سیستماتیک یک سرمایه‌گذاری یا مجموعه‌ای از دارایی‌های مالی، نسبت به ریسک پرتفوی بازار می‌باشد. سرمایه گذار خرد سعی می‌کند ریسک سیستماتیک سبد خود را با توجه به شرایط بازار کنترل نماید. بر این اساس چنانچه وضعیت بازار را مطلوب و پربازده بداند، بتای سبد خود را نزدیک به بازار انتخاب می‌کند و چنانچه وضعیت بازار را نامطلوب و زیان‌ده پیش‌بینی کند بتای سبد را کاهش می‌دهد. لذا مدل در صدد حداقل(محدود) کردن بتای سبد با نظر سرمایه‌گذار خواهد بود:

$$Min\ Z_5 = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i \qquad (۲۴)$$

۳-۲-۶- متنوع سازی سبد سهام

متنوع‌سازی سبد سهام باعث کاهش ریسک غیر سیستماتیک آن می‌شود، سرمایه‌گذار خرد می‌کوشد با محـدود کردن وزن هریک از سهام موجود در سبد خود، تنوع سهام موجود در سبد را افزایش داده و ریسک سبد خود را تا حد امکان کاهش دهد.

$$Min\ Z_6 = w_i \qquad i = 1, \dots, n \qquad (۲۵)$$

۳-۳- روش حل

همانطور که بیان شد، در این پژوهش مدلی چند هدفه برای بازنگری سبد سهام ارائه گردیده و برای حل از مدل برنامه‌ریزی آرمانی الویت‌دار بهره گرفته شده است.

۳-۳-۱- برنامه‌ریزی آرمانی الویت‌دار

مدل برنامه‌ریزی آرمانی را چارنز و همکاران (۱۹۵۵) و چارنز و کوپر (۱۹۶۱) تحت مدل ۱ پیشنهاد کردند:

مدل ۱)

$$\min \sum_{i=1}^{m} (d_i^- + d_i^+)$$

$$s.t.$$

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = f_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$g_K(x) \underset{x \in X}{\leq} b_K \quad K = 1, \dots, k$$

$$x, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

که در آن d_i^- انحراف منفی از آرمان،

$$d_i^- = \max\{f_i - f_i(x), 0\} \qquad (۲۶)$$

d_i^+ انحراف مثبت از آرمان،

$$d_i^+ = \max\{f_i(x) - f_i, 0\} \qquad (۲۷)$$

f_i میزان آرمان مربوط به هـدف iام، $f_i(x) = \sum_{j=1}^{n} C_{ij} x_j$ میـزان دسـت‌یـابی بـه هـدف iام، $g_K(x) = \sum_{j=1}^{n} A_{Kj} x_j \leq b_K$ محدودیت Kام، b_K اعداد سمت راست و X مجموعه جواب موجه می‌باشد.

در برنامه‌ریزی آرمانی الویت دار، مساله با رویکرد اولویت بندی اهداف حل می‌شود. در این مـدل، تـابع هـدف از یک بردار q بُعدی و منظم تشکیل شده است که بُعد آن برابر با تعداد سطوح الویت و هـر مولفـه در ایـن بـردار برابر با انحراف ناخواسته اهداف از مقادیر آرمانی با سطح اولویت مربوطه می‌باشد. فـرض کنیـد تعـداد q الویـت

برای اهداف موجود داریم و $h_1, h_2, ..., h_q$ مجموعه‌های شامل اهـدافی بـا سـطح اولویـت یکسـان $1, 2, ..., q$ باشند. در اینصورت مدل برنامه‌ریزی آرمانی الویت دار به صورت زیر خواهد بود:

مدل ۲)
$$\min a = \left[\left(\sum_{i \in h_1} w_{h_1}(d_i^- + d_i^+)\right), \left(\sum_{i \in h_2} w_{h_2}(d_i^- + d_i^+)\right), ..., \left(\sum_{i \in h_q} w_{h_q}(d_i^- + d_i^+)\right) \right]$$

$$s.t.$$

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = f_i \quad i = 1, ..., m$$

$$g_K(x) \underset{x \in X}{\leq} b_K \quad K = 1, ..., k$$

$$x, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

که در آن a بـردار شـامل انحـراف ناخواسـته اهـداف از مقـادیر آرمـانی بـا سـطح الویـت خـاص آن اهـداف و w_{h_Q} $(Q = 1, ..., q)$ وزن جزئی مربوط به اهداف هم‌الویت می‌باشـد. مـدل ۲ در Q مرحلـه حـل مـی‌شـود ($1 \leq Q \leq q$)؛ در مرحلـه q ام، مسـاله شـامل حـداقل‌سـازی مولفـه q ام از بـردار a و در نظـر گـرفتن محدودیت‌های

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = f_i \quad , (i \in h_q), \qquad (۲۸)$$

$$g_K(x) \underset{x \in X}{\leq} b_K \quad , K = 1, ..., k, \qquad (۲۹)$$

$$x, d_i^-, d_i^+ \geq 0. \qquad (۳۰)$$

می‌باشد. در مرحله بعد، مقادیر انحرافـات ناخواسـته بـه دسـت آمـده از مرحلـه قبـل را جایگـذاری کـرده و بـه حداقل‌سازی مولفه $(q+1)$ ام با محدودیت

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = f_i \quad , (i \in h_{q+1}), \qquad (۳۱)$$

و روابط ۲۹ و ۳۰ پرداخته می‌شود. این روند تا حداقل‌سازی تمام مولفه‌های بردار a و یا رسیدن به جواب غیـر قابل قبول ادامه پیدا می‌کند.

۳-۳-۲- مدل بازنگری سبد سهام با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی الویت دار

در این بخش، مدل بازنگری ارائه شده با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی الویت‌دار فرمول بندی می‌گردد. بـرای تعیین اولویت‌های هر تابع هدف، باید درجه اهمیت(وزن) آن‌ها را بر اساس ترجیحات سرمایه‌گذار به دست آوریم. یکی از راه‌های تعیین این الویت‌ها، استفاده از ماتریس مقایسات زوجـی مـی‌باشـد. در ایـن روش، سـرمایه‌گـذار ترجیحـات نسـبی خـود را نسـبت بـه هریـک از اهـداف در قالـب یـک مـاتریس بیـان مـی‌کنـد. فـرض کنیـد $W = (W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6)^T$ بردار شامل وزن هر یک از توابع هدف معرفی شده در قسمت قبـل باشـد و ماتریس مقایسات زوجی این اوزان به صورت زیر باشد:

$$\mathrm{A}=\begin{array}{c} \\ W_1 \\ W_1 \\ \vdots \\ W_6 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} W_1 & W_2 & \dots & W_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{61} & a_{62} & \dots & a_{66} \end{bmatrix} \end{array} \quad (۳۲)$$

که در آن $a_{ij}=\frac{1}{a_{ji}}>0$ و $(i,j=1,\dots,6)$ $a_{ii}=1$. با استفاده از روش بردار ویژه، وزن هر تابع هدف با حل معادله زیر بدست می‌آید:

$$AW=\lambda_{max}W \quad (۳۳)$$

اگر $\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_K$ مقادیر ویژه ماتریس مقایسه زوجی A باشند، مجموع مقادیر آن‌ها برابر K(بعد ماتریس A) است. بزرگترین مقدار ویژه (λ_{max}) همواره بزرگتر یا مساوی K می‌باشد. اگر عناصر ماتریس A ناسازگار باشند، مقادیر ویژه آن نیز از حالت سازگاری خود فاصله می‌گیرد. اگر ماتریس مقایسه زوجی A سازگار باشد ($a_{ik}.a_{kj}=a_{ij}$)، یک مقدار ویژه برابر K(بعد ماتریس) بوده و بقیه آنها صفر هستند و لذا داریم:

$$AW=KW \quad (۳۴)$$

در حالتی که ماتریس مقایسه زوجی A ناسازگار باشد، λ_{max} کمی از K فاصله خواهد گرفت. برای تعیین میزان ناسازگاری ماتریس، شاخص زیر را به عنوان شاخص ناسازگاری تعریف می‌کنیم:

$$CI=\frac{\lambda_{max}-K}{K-1} \quad (۳۵)$$

مقادیر شاخص ناسازگاری برای ماتریس‌های تصادفی محاسبه شده و آن را شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی (RI) نام نهاده‌اند. برای هر ماتریس حاصل تقسیم شاخص ناسازگاری (CI) بر شاخص ناسازگاری ماتریس تصادفی (RI) معیار مناسبی برای قضاوت درمورد ناسازگاری است که آنرا نرخ ناسازگاری می‌نامیم:

$$CR=\frac{CI}{RI} \quad (۳۶)$$

چنانچه این عدد کوچکتر یا مساوی ۰,۱ باشد، سازگاری سیستم قابل قبول است وگرنه باید در مورد قضاوتها تجدیدنظر نمود (ساتی، ۱۹۸۰). در صورتی که سازگاری ماتریس قابل قبول بوده اما به طور کامل سازگار نباشد، وزن (الویت) مربوط به هر تابع هدف، با استفاده از روش حداقل مربعات به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود (چو و همکاران،۱۹۷۹):

$$W^*=\frac{D^{-1}e}{e^TD^{-1}e} \quad (۳۷)$$

که در آن $e=(1,1,1,1,1,1)$ و $D=\left[d_{ij}\right]_{6\times6}$ ماتریسی است که درایه‌های آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$d_{ii} = (6-1) + \sum_{j=1}^{6} {a_{ji}}^2 \qquad i = 1, \dots, 6 \tag{۳۸}$$

$$d_{ij} = -\left(a_{ij} + a_{ji}\right) \qquad i, j = 1, \dots, 6 \quad i \neq j \tag{۳۹}$$

حال می‌توان W_i ها را به ترتیب بزرگی مرتب کرده و به این ترتیب میزان اولویت هر تابع هدف را به دست آورد. بدون از دست دادن کلیت مساله، فرض کنید که

$$W_1 > W_2 > W_3 > W_4 > W_5 > W_6 \tag{۴۰}$$

در نهایت مدل بازنگری سبد سهام برای سرمایه‌گذاران خرد با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی الویت‌دار بـه صـورت زیر خواهد بود:

مدل ۳)

$$\min a = [d_1^-\ ,\ d_2^+\ ,\ d_3^+\ ,\ d_4^-\ , d_5^+, \sum_{i=6}^{n+6} d_i^+]$$

S.t.

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i + d_1^- - d_1^+ = DR$$

$$\zeta + \frac{1}{(1-\alpha)T} \sum_{t=1}^{T} \omega_t + d_2^- - d_2^+ = AR$$

$$\sum_{i=1}^{n} (c_i^b\ y_i^b + c_i^s y_i^s + f_i^b \alpha_i^b + f_i^s \alpha_i^s) + d_3^- - d_3^+ = TR$$

$$\sum_{i=1}^{n} D_i x_i + d_4^- - d_4^+ = DDiv$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i\, \beta_i + d_5^- - d_5^+ = \beta$$

$$w_i + d_{i+5}^- - d_{i+5}^+ = \tau \qquad i = 1, \dots, n$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \qquad j = 1, \dots, n+5$$

روابط ۱ تا ۱۳

روابط ۲۰ و ۲۱

که در آن DR حداقل بازدهی می‌باشد که سرمایه‌گذار مایل است دریافت کند (مقدار آرمان مربوط بـه تـابع هدف اول)؛ همچنین AR حداکثر ریسـک قابـل قبـول بـرای سـرمایه‌گـذار، TR حـداکثر هزینـه معـاملاتی کـه سرمایه‌گذار مایل به پرداخت می‌باشد، $DDiv$ حداقل سود تقسیمی که سرمایه گذار مایل است دریافـت کنـد، β بتای مورد نظر سرمایه گذار برای پرتفو و τ حداکثر وزن مجاز برای هر سهم در سبد می‌باشد.

۴- یافته‌های پژوهش

در این بخش، کارایی مدل ارائه شـده بـرای بـازنگری سـبد سـهام سـرمایه‌گـذاران خـرد را در بـازار سـهام نیویورک[۱۶] و مشخصا سهام موجود در شاخص داو جونز[۱۷] بررسی می‌کنیم. ابتدا ۳۰ سهام موجود در شاخص داو جونز بررسی و ۱۵ سهم بر اساس یک فرآیند رتبه‌بندی جهت سـرمایه‌گـذاری انتخـاب مـی‌شـوند. گـرین بـلات (۲۰۰۶) الگویی برای گزینش بهترین زیرمجموعه از یک مجموعه اوراق بهادار، برای سرمایه‌گذاری ارائه کرد. او به رتبه‌بندی سهام به صورت صعودی بر اساس دو فاکتور بازده درآمدها[۱۸] و بازده سرمایه[۱۹] پرداخت و نشان داد که سرمایه‌گذاری با استفاده از طرح رتبه بندی به بازده بالاتری منجر می‌شود. در این نوع رتبه‌بندی سـهمی کـه در یک فاکتور خاص رتبه کمتری داشته باشد، بهتر تلقی می‌شود. بر اساس این ایده، کانداسامی (۲۰۰۸) سه فاکتور که از نسبت‌های بنیادین هر سهم هستند را مبنای رتبه‌بندی خود قرار داد. در این پژوهش نیز از این سه فاکتور برای رتبه‌بندی و انتخاب مجموعه سهام برتر استفاده شده است. این سـه فـاکتور عبارتنـد از: نسـبت $\frac{P}{E}$، نسـبت ROA[۲۰] و درصد سود تقسیمی[۲۱]. لازم به ذکر است که داده‌های مورد نیاز برای رتبه‌بندی از ابتدای سـال ۲۰۱۴ تا پایان آوریل ۲۰۱۵، از تارنمای یاهو فایننس[۲۲] اسـتخراج شـده‌انـد. جـدول ۳، ۱۵ سـهم برتـر حاصـل از ایـن رتبه‌بندی را نشان می‌دهد.

جدول ۳- ۱۵ سهام منتخب برای سرمایه‌گذاری (حاصل از فرآیند رتبه‌بندی سهام داو جونز)

نماد	رتبه	نماد	رتبه
XOM	۱	MSFT	۹
INTC	۲	JNJ	۱۰
CVX	۳	MMM	۱۱
CAT	۴	CSCO	۱۲
MRK	۵	VZ	۱۳
MCD	۶	HD	۱۴
IBM	۷	WMT	۱۵
AAPL	۸	---	---

بعد از انتخاب سهام برتر برای سرمایه‌گذاری، با استفاده از مدل میانگین-$CVaR$ ارائه شـده توسـط بـاومَن و تراتمَن (۲۰۱۲)، سبد سهامی برای سرمایه‌گذار خرد با سرمایه اولیه صد هزار دلار تشکیل مـی‌دهـیم. داده‌هـای مورد استفاده برای تشکیل پرتفوی اولیه، داده‌های روزانه مربوط به قیمت پایانی سهام از اول می سال ۲۰۱۵ تـا پایان آوریل سال ۲۰۱۶ به مدت یک سال می‌باشد. بازده مورد استفاده در این مدل از رابطه $r_{it}=\frac{P_{it}-P_{i,t-1}+D_{it}}{P_{i,t-1}}$ به دست می‌آید که در آن P_{it} قیمت پایانی سهم در روز t ام و D_{it} سود تقسیمی آن می‌باشد و همچنین سـنجه

ریسک $CVaR$ در سطح اطمینان ۹۵ درصد تخمین زده شده است. تمامی محاسبات با استفاده از نرم‌افزارهای گمز و اکسل انجام شده است. جدول ۴ اطلاعات مربوط به ترکیب پرتفوی اولیه را نشان می‌دهد.

جدول ۴- ترکیب پرتفوی اولیه

شماره	نماد سهم	تعداد سهام موجود	شماره	نماد سهم	تعداد سهام موجود
X_1	XOM	۱۱۳	X_7	JNJ	۸۹
X_2	CAT	۹۵	X_8	MMM	۶۰
X_3	MRK	۱۷۷	X_9	VZ	۱۹۶
X_4	MCD	۷۹	X_{10}	HD	۳۸
X_5	IBM	۵۴	X_{11}	WMT	۱۴۹
X_6	AAPL	۱۰۶	---	---	---

همانطور که گفته شد، سبد سرمایه انتخابی به تدریج از اهداف اولیه دور شده و نیاز به کنترل و بازنگری پیدا می‌کند. استراتژی‌های مختلفی برای بازنگری سبد سهام وجود دارد. در این پژوهش بر اساس نظر سرمایه‌گذار خرد، از استراتژی بازنگری دوره‌ای با طول دوره شش ماه برای سبد سرمایه انتخابی استفاده می‌شود؛ برای نشان دادن کارایی مدل ارائه شده برای بازنگری، نتایج حاصل استراتژی خرید و نگه‌داری نیز مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت بهترین استراتژی معرفی می‌گردد. لازم به ذکر است این استراتژی از ابتدای می ۲۰۱۶ تا پایان آوریل ۲۰۱۷ به مدل یکسال اتخاذ شده است.

فرض کنید ماتریس مقایسات زوجی توابع هدف، به صورت زیر باشد:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & 4 & 3 & 3 & 4 \\ \frac{2}{3} & 1 & 4 & \frac{5}{2} & 3 & 3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{5} & 2 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} & 1 & 2 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

بزرگترین مقدار ویژه ماتریس فوق $\lambda_{max}=6.15$ می‌باشد و با استفاده از رابطه ۳۵ شاخص ناسازگاری برابر با 0.03 و همچنین نرخ ناسازگاری ماتریس با استفاده از رابطه ۳۶ برابر با 0.024 خواهد بود. با توجه به نرخ ناسازگاری به دست آمده، می‌توان نتیجه گرفت که قضاوت سرمایه‌گذار درمورد مقایسات زوجی توابع هدف، سازگار می‌باشد. با استفاده از روابط ۳۸ و ۳۹ ماتریس D به صورت زیر خواهد بود:

$$D=\begin{bmatrix} 6.78 & -2.16 & -4.25 & -3.33 & -3.33 & -4.25 \\ -2.16 & 8.69 & -4.25 & -2.9 & -3.33 & -3.33 \\ -4.25 & -4.25 & 43.25 & -2.5 & -2 & -2.5 \\ -3.33 & -2.9 & -2.5 & 21.85 & -2.5 & -3.33 \\ -3.33 & -3.33 & -2 & -2.5 & 29.25 & -2.5 \\ -4.25 & -3.33 & -2.5 & -3.33 & -2.5 & 48 \end{bmatrix}$$

در نهایت بردار وزن مربوط به الویت هر تابع هدف با استفاده از رابطه ۳۷ به دست می‌آید:

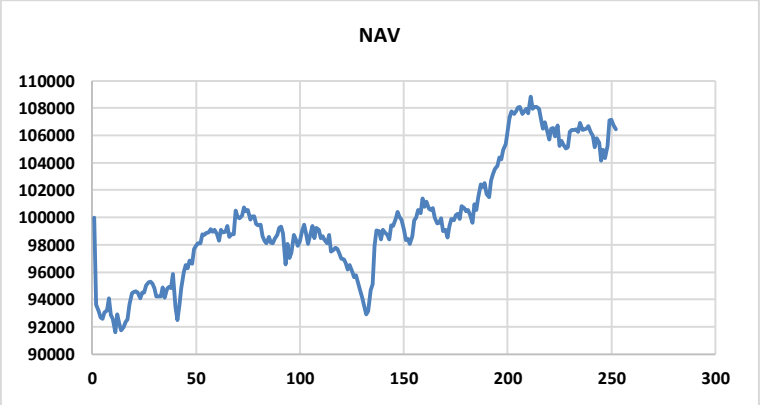
$$D=\begin{bmatrix} 0.34 \\ 0.27 \\ 0.08 \\ 0.14 \\ 0.1 \\ 0.07 \end{bmatrix}$$

بنابراین الویت توابع هدف به صورت $Z_1 > Z_2 > Z_4 > Z_5 > Z_3 > Z_6$ خواهد بود. فرض کنید مقادیر آرمان مربوط به هر تابع هدف $DR = 0.008$، $AR = 0.011$، $TR = 1500$، $DDiv = 2000$، $\beta = 1$ و $\tau = 0.1$ باشند. سطح اطمینان α ، ۰,۹۵ و هزینه‌های معاملاتی نیز $c_i^b = 0.3\ \%$، $c_i^s = 0.4\ \%$، $f_i^b = 10$ و $f_i^b = 20$ می‌باشند. جدول ۵ نتایج مربوط به اجرای مدل بازنگری را نشان می‌دهد:

جدول ۵- نتایج حاصل از بازنگری ۶ ماهه

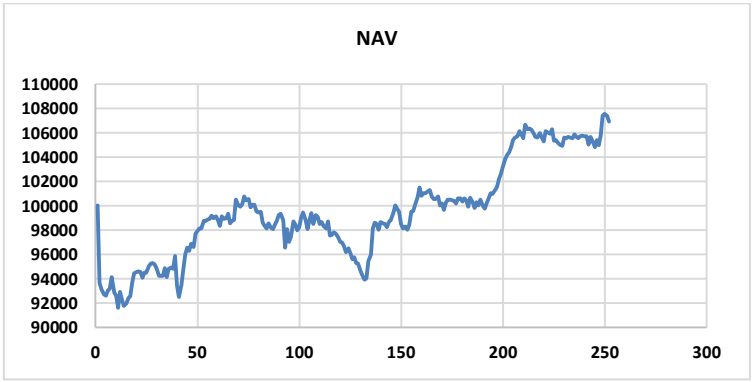
	d_i^+	d_i^-	مقدار تابع هدف	x_i
Z_1	۰	۰,۰۰۷	۰,۰۰۰۹	
Z_2	۰,۰۰۱	۰	۰,۰۱۱	
Z_3	۰	۹۴۹	۵۵۱	
Z_4	۰	۲۹۱	۱۷۰۹	
Z_5	۰,۱۵۹	۰	۱,۱۵۹	
w_1	۰	۰,۰۵۱	۰,۰۴۹	۱۸۱
w_2	۰,۰۷۲	۰	۰,۱۷۲	۱۹۵
w_3	۰,۰۷۱	۰	۰,۱۷۱	۲۷۷
w_4	۰	۰,۱	۰	۰
w_5	۰,۱۴۷	۰	۰,۲۴۷	۱۵۴
w_6	۰,۱۴۶	۰	۰,۲۴۶	۲۰۶
w_7	۰	۰,۱	۰	۰
w_8	۰	۰,۱	۰	۰
w_9	۰	۰,۱	۰	۰
w_{10}	۰	۰,۱	۰	۰
w_{11}	۰,۰۰۹	۰	۰,۱۰۹	۱۴۹

با توجه به جدول ۵ مقادیر مربوط به بازده و ریسک پرتفوی حاصل از بازنگری به ترتیب ۰,۰۹ و ۰,۰۱۱ درصد می‌باشد. میزان هزینه‌معاملاتی صرف شده ۵۵۱ دلار و میزان سود تقسیمی دریافتی ۱۳۶۷ دلار می‌باشد. بتای پرتفوی حاصل نیز برابر ۱,۱۵۹ می‌باشد. در ستون آخر جدول ۵ نیز ترکیب پرتفوی حاصل از بازنگری نشان داده شده است. شکل ۱ نمودار ارزش روزانه پرتفوی حاصل از بازنگری شش ماهه را نشان می‌دهد.



شکل ۱- نمودار ارزش روزانه پرتفویِ حاصل از بازنگری شش ماهه

ارزش سبد پس از گذشت شش ماه از بازنگری و در پایان آوریل ۲۰۱۷ (پایان دوره یکساله) برابر ۱۰۶۴۵۶,۵۳ و ریسک سالانه سبد (ارزش در معرض ریسک شرطی) برابر ۰,۲ می‌باشد. همانطور که بیان شد برای نشان دادن کارایی مدل ارائه شده برای بازنگری، نتایج مربوط به استراتژی خرید و نگه‌داری نیز بررسی می‌گردد. شکل ۲ نمودار ارزش روزانه پرتفوی اولیه بدون بازنگری (استراتژی خرید و نگه‌داری) را نشان می‌دهد:



شکل ۲- نمودار ارزش روزانه پرتفویِ اولیه بدون بازنگری

ارزش سبد در پایان آوریل ۲۰۱۷ (پایان دوره یک ساله) برابر ۱۰۶۹۰۹,۶۷ و ریسک سالانه سبد (ارزش در معرض ریسک شرطی) برابر ۰,۲۴ می‌باشد.
در نهایت، جدول ۸ مقادیر ارزش پایانی پرتفوی، بازده، ریسک و نسبت شارپ حاصل از دو استراتژی را نشان می‌دهد:

جدول ۸- نتایج حاصل از دو استراتژی

	استراتژی خرید و نگه‌داری (بدون بازنگری)	استراتژی بازنگری دوره‌ای با طول دوره ۶ ماه
ارزش پایانی پرتفوی	۱۰۶۹۰۹,۶۷	۱۰۶۴۵۶,۵۳
سود تقسیمی دریافت شده	۲۸۲۸,۶	۳۱۲۳,۳
بازده سالانه پرتفوی	۰,۰۹۷	۰,۰۹۶
ریسک سالانه	۰,۲۴	۰,۲
نسبت شارپ	۰,۳۸	۰,۴۵

با توجه به جدول ۸ نتیجه می‌شود که ارزش پایانی پرتفوی بدون بازنگری بیشتر از ارزش پایانی پرتفوی بازنگری شده ، اما در استراتژی دارای بازنگری، سود تقسیمی بیشتری دریافت شده است؛ در مجموع ملاحظه می‌شود که دو استراتژی از لحاظ بازهی نهایی تقریبا شبیه به یکدیگر عمل کرده‌اند. از سوی دیگر، در استراتژی خرید و نگه‌داری به جهت کنترل کمتری که روی سبد سرمایه وجود دارد، سرمایه‌گذار ریسک بیشتری را متحمل شده است. اما در استراتژی بازنگری شش ماهه به جهت کنترل بیشتر روی دارایی‌های موجود در پرتفوی و تجدیدنظر در وزن دارایی‌های ریسکی، پرتفوی ریسک کمتری داشته است. در نهایت با مقایسه نسبت شارپ در دو استراتژی نتیجه می‌شود که استراتژی دارای بازنگری کارایی بهتری نسبت به استراتژی بدون بازنگری داشته است.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در سال‌های اخیر و با توسعه بازار سرمایه، تمایل به سرمایه‌گذاری و خرید و فروش اوراق بهادار توسط سرمایه‌گذاران خرد افزایش یافته است. این گروه از سرمایه‌گذاران عمدتاً در سطح کم و یا متوسط خرید و فروش می‌نمایند و اهداف خاص و محدودیت‌هایی در تشکیل سبد و خرید و فروش اوراق بهادار دارند که در اغلب مدل‌های کلاسیک مالی نظیر مدل مارکوویتز مورد توجه قرار نگرفته است. از جمله این اهداف می‌توان به حداکثر کردن بازده و سود تقسیمی، حداقل کردن ریسک و هزینه‌های معاملاتی، کنترل و محدود کردن ریسک سیستماتیک و همچنین متنوع‌سازی سبد سهام جهت کنترل ریسک سیستماتیک اشاره کرد. همچنین یکی دیگر از مواردی که در مطالعات پیشین کمتر مورد توجه قرار گرفته است، توجه به عدد صحیح بودن تعداد سهام

معامله شده در دنیای واقعی می‌باشد. بدین منظور در این پژوهش، ابتدا اهداف سرمایه‌گذار خرد در سرمایه‌گذاری در بازار سهام را برشمرده و سپس مدلی چند هدفه برای بازنگری سبد سهام ارائه گردیده است. برای حل مدل چندهدفه از تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی الویت‌دار استفاده شده است. در نهایت با استفاده از سهام موجود در شاخص داو جونز، پرتفویی برای سرمایه‌گذار خرد تشکیل داده، نتایج حاصل از بازنگری دوره‌ای با طول دوره شش ماه مورد ارزیابی قرار گرفته و با استراتژی خرید و نگه‌داری مقایسه شده است. یافته‌های پژوهش حاکی از آن است که بازدهی نهایی دو استراتژی نزدیک به یکدیگر بوده اما در استراتژی دارای بازنگری، سرمایه‌گذار ریسک کمتری متحمل شده است. در نهایت با مقایسه نسبت شارپ دو استراتژی، ملاحظه می‌شود که استراتژی بازنگری دوره‌ای با طول دوره شش ماه نسبت به استراتژی بدون بازنگری (خرید و نگه‌داری) عملکرد بهتری داشته است.

در پایان نیز برای پیشنهادات برای مطالعات آتی، می‌توان به لحاظ کردن عدم قطعیت پارامترها در مدل با استفاده از روش‌هایی همچون بهینه‌سازی تصادفی، بهینه‌سازی استوار، منطق فازی، و همچنین به کار گیری روش‌های نوین برای حل مساله از جمله الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری اشاره کرد.

فهرست منابع

- نجفی، ا.، فاضلی سبزوار، ا.، (۲۰۱۴). مدل دو هدفه بازنگری سبد ردیاب شاخص با لحاظ هزینه های معاملاتی و حل آن با الگوریتم های فرا ابتکاری. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار, ۷(۲۴), ۷۹-۹۵.

* Baule, R. (2010). Optimal portfolio selection for the small investor considering risk and transaction costs. OR spectrum, 32(1), 61-76.
* Baumann, P., & Trautmann, N. (2013). Portfolio-optimization models for small investors. Mathematical Methods of Operations Research, 77(3), 345-356.
* Charnes, A., & Cooper, W. W. (1959). Chance-constrained programming. Management science, 6(1), 73-79.
* Charnes, A., & Cooper, W. W. (1963). Deterministic equivalents for optimizing and satisficing under chance constraints. Operations research, 11(1), 18-39.
* Chu, A. T. W., Kalaba, R. E., & Spingarn, K. (1979). A comparison of two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets. Journal of Optimization theory and applications, 27(4), 531-538.
* Fama, E. (1965). The behavior of stocks market prices. Journal of Business, 38: 34–105.
* Fang, Y., Lai, K. K., & Wang, S. Y. (2006). Portfolio rebalancing model with transaction costs based on fuzzy decision theory. European Journal of Operational Research, 175(2), 879-893.
* Glen, J. J. (2011). Mean-variance portfolio rebalancing with transaction costs and funding changes. Journal of the Operational Research Society, 62(4), 667-676.
* Greenblatt, J. (2006) The Little Book That Beats the Market. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, US.
* Guastaroba, G., Mansini, R., & Speranza, M. G. (2009). Models and simulations for portfolio rebalancing. Computational Economics, 33(3), 237-262.
* Gupta, P., Mittal, G., & Mehlawat, M. K. (2013). Expected value multi objective portfolio rebalancing model with fuzzy parameters. Insurance: Mathematics and Economics, 52(2), 190-203.

* Kandasamy, H. (2008) Portfolio Selection Under Various Risk Measures. A Dissertation Presented to the Graduate School of Clemson University.
* Kumar, Pankaj, Geetanjali Panda, and U. C. Gupta. "Portfolio rebalancing model with transaction costs using interval optimization." OPSEARCH 52, no. 4 (2015): 827-860.
* Kumar, P.C., Philippatos, G.C., Ezzell, J.R. (1978). Goal programming and the selection of portfolios by dual-purpose funds. The Journal of Finance, 33: 303–310.
* Lee, S.M., Chesser, D.L. (1980). Goal Programming for Portfolio Selection, the Journal of Portfolio Management (Spring), 22–26.
* Levary, R.R., Avery, M.L. (1984). On practical application of weighting equities in a portfolio via goal programming. Operation Research, 21:246–261.
* Li, J., and Xu, J., 2007. A class of possibilistic portfolio selection model with interval coefficients and its application. Journal of Fuzzy Optimization Decision Making, 6, pp. 123–137.
* Marasovic, B. and Babic, Z., 2011. Two-step multi-criteria model for selecting optimal portfolio. International Journal of Production Economics, 134 (1), pp. 58–66.
* Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. The journal of finance, 7(1), 77-91.
* Pendaraki, K., Doumpos, M., and Zopounidis, C., 2004. Towards a goal programming methodology for constructing equity mutual fund portfolios. Journal of Asset Management, 4 (6), pp. 415–428.
* Romero, C. (2004). A general structure of achievement function for a goal programming model. European Journal of Operational Research, 153(3), 675-686.
* Saaty, T. L., (1980). The Analytic Hierarchy Process. McGraw-Hill, New York.
* Sharma, H., and Sharma, D., 2006. A multi-objective decision-making approach for mutual fund portfolio. Journal of Business Economic Research, 4, pp. 13–24.
* Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C., & Beasley, J. E. (2013). Portfolio rebalancing with an investment horizon and transaction costs. Omega, 41(2), 406-420.
* Yu, J. R., & Lee, W. Y. (2011). Portfolio rebalancing model using multiple criteria. European Journal of Operational Research, 209(2), 166-175.
* Zhang, X., Zhang, W. G., & Cai, R. (2010). Portfolio adjusting optimization under credibility measures. Journal of Computational and Applied Mathematics, 234(5), 1458-1465.
* Zhang, X., Zhang, W. G., & Xu, W. J. (2011). An optimization model of the portfolio adjusting problem with fuzzy return and a SMO algorithm. Expert Systems with Applications, 38(4), 3069-3074.

یادداشت‌ها

[1] Portfolio rebalancing
[2] Periodic rebalancing
[3] Threshold rebalancing
[4] Volatility-based rebalancing
[5] Active rebalancing
[6] Technical analysis
[7] Small investors
[8] Transaction costs
[9] Dividends
[10] Systematic risk
[11] Beta
[12] Integral transaction units
[13] Goal Programming

[14] Lexicographic goal programming
[15] Beta coefficient
[16] NYSE
[17] Dow jones
[18] Earnings yield
[19] Return on capital
[20] Return On Asset
[21] Dividend yield
[22] www.yahoofinance.com