فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال هشتم/ شماره سی‌ام/ تابستان ۱۳۹۸

پیش‌بینی یک روزه قیمت سهام با استفاده از مدل ترکیبی

وحید وفائی قائینی
دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت سیستم‌ها، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)
vahidvafaee7@yahoo.com

علی‌محمد کیمیاگری
استاد گروه مهندسی صنایع و مدیریت سیستم‌ها، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت سیستم‌ها، دانشگاه امیرکبیر، تهران، ایران.
kimiagar@aut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۰/۲۷ تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۱/۲۱

چکیده

پیش‌بینی بازارهای مالی یکی از سرفصل‌های مهم در حوزه مالی و مطالعات پژوهشی است. اهمیت پیش‌بینی از یک سو و پیچیدگی آن از سوی دیگر باعث شده است که تحقیقات زیادی در این زمینه انجام شود. در این پژوهش از یک روش ترکیبی شامل تبدیل موجک، مدل ARMA-EGARCH و شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی یک دوره‌ای قیمت سهام در بازارهای ایران و آمریکا استفاده شده است. ابتدا به کمک تبدیل موجک سری زمانی را به چند سری جزئی و یک سری تقریبی تجزیه شده و سپس مدل ARMA-EGARCH برای پیش‌بینی سری‌های جزئی و شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی سری تقریبی بکار گرفته می‌شوند. در این مدل علاوه بر سری تقریبی، برخی از شاخص‌های تکنیکال نیز برای بهبود شبکه عصبی به آن داده می‌شوند. ارزیابی مدل پیشنهادی برای پیش‌بینی قیمت در بازار ایران و آمریکا با مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی، ARIMA-EGARCH و ARIMA-ANN نشان داد که مدل پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها برای پیش‌بینی قیمت سهام در بازار ایران و آمریکا دارد.

واژه‌های کلیدی: پیش‌بینی، تبدیل موجک، شبکه عصبی مصنوعی، مدل ARMA-EGARCH.

۱- مقدمه

از آن‌جا که افراد نمی‌توانند به درستی آن‌چه را که در لحظه‌ای بعد اتفاق می‌افتد را بدانند، پیش‌بینی این که احتمالا در آینده چه اتفاقی خواهد افتاد یک چالش و یک موضوع نگران‌کننده در بسیاری از حوزه‌ها خصوصـا در بازارهای مالی است. اهمیت پیش‌بینی از یک سو و پیچیدگی آن از سوی دیگر باعث شـده اسـت کـه تحقیقـات زیادی در این زمینه انجام شود و روش‌های بسیاری ارایه گردد. در میـان ایـن روش‌هـا، دو روش شـبکه عصـبی مصنوعی و روش‌های سری زمانی بسیار پرکاربرد می‌باشند. این نظریه تایید شده است که هـیچ مـدلی در همـه شرایط کارایی خوبی نخواهد داشت به عبارتی هر یک از مدل‌ها در کنار نقاط قوت خود دارای نقـاط ضـعفی نیـز می‌باشند که استفاده از مدل‌های ترکیبی می‌تواند این نقاط ضعف را پوشش داده و منجر به پـیش‌بینـی‌هـایی بـا خطای کمتر گردد. به همین دلیل توسعه مدل‌های ترکیبی سرعت زیادی در سالیان اخیر داشته است. استفاده از مدل‌های ترکیبی بر اساس شبکه عصبی و مدل‌های سری زمانی با توجه به نقاط قوت و ضعف هـر یـک بـه طـور وسیعی مورد مطالعه قرار گرفته است. تصمیم‌گیری در مورد خرید سـهام جدیـد یـا فـروش سـهام‌هـای موجـود نیازمند دستیابی به اطلاعاتی در مورد وضعیت آینده قیمت بازار سهام می‌باشد. بنابراین در صورتی که بتوان روند آتی قیمت بازار سهام را با استفاده از روش‌هایی با خطای کم پیش‌بینی نمود، ریسک حاصـل از سـرمایه‌گـذاری کاهش خواهد یافت. در این پژوهش به دنبال ایجاد مدلی ترکیبی هسـتیم کـه خطـای حاصـل از پـیش‌بینـی را نسبت به مدل‌های دیگر کمینه کند.

در این مقاله یک مدل ترکیبی جدید ارائه شده است. در این مدل، ابتدا به کمک تبدیل موجک سری زمانی را به چند سری جزئی و یک سری تقریبی تجزیه شده و سپس مدل ARMA-EGARCH برای پیش‌بینی سـری-های جزئی و شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی سری تقریبی بکار گرفته می‌شـوند. در ایـن مـدل عـلاوه بـر سری تقریبی، برخی از شاخص‌های تکنیکال نیز برای بهبود شبکه عصبی به آن داده می‌شوند. مدل ترکیبی ارائه شده در این مقاله برای اولین بار مورد استفاده قرار می‌گیرد. در ادامه این مقاله ابتدا به پژوهش‌های پیشین ایـن حوزه می‌پردازیم و در بخش‌های بعدی روش‌های استفاده شده در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد و یافتـه-های پژوهش بیان می‌شود و در انتها نیز نتیجه‌گیری صورت می‌گیرد.

۲- پیشینه پژوهش

در این بخش پژوهش‌های پیشین در حوزه پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی مورد بررسی قـرار گرفتـه اسـت. پژوهش‌های بسیاری در ارتباط با پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی صورت گرفته است که در آن از انواع مدل‌های پارامتریک و ناپارامتریک و ترکیب آن‌ها استفاده شده است. پژوهش‌های کاسترا و بوید در سـال ۱۹۹۹ از شـبکه عصبی برای پیش‌بینی متغیرهای مالی و اقتصادی بهره بردند. آن‌ها در مقاله‌ی خود مراحل طراحـی یـک شـبکه عصبی برای پیش‌بینی در مباحث مالی و اقتصادی را مشخص کردند(Kaastra & Boyd, 1999). در سـال ۲۰۰۳ ژانگ با توجه به محدویت مدل‌های آماری سنتی شامل ARIMA[1] در به دام انداختن الگوهای غیر خطی موجـود در سری‌های زمانی، برای نخستین بار مدلی ترکیبی براساس مدل‌های ARIMA و شبکه عصبی مصـنوعی بـرای

پیش‌بینی این سری‌ها ارائه داد که سرآغازی بر مدل‌های ترکیبی و پژوهش‌های این حوزه بود. وی ابتدا از مدل ARIMA برای پیش‌بینی سری‌های زمانی استفاده کرد و از آن‌جا که این مدل در به دام انداختن الگوهای غیرخطی موجود در سری‌های زمانی دچار مشکل است، مقادیر پسماند حاصل از آن را به عنوان بخش غیرخطی این سری‌ها به شبکه عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی داد. و در انتها مقادیر به دست آمده از هر دو مدل را با هم ترکیب کرد. وی مدل پیشنهادی خود را روی سه سری زمانی لکه‌های خورشیدی، سیاهگوش و نرخ تبدیل پوند به دلار با مدل‌های ARIMA و شبکه عصبی مورد مقایسه قرار داد. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که مدل ترکیبی ARIMA-ANN عملکرد به مراتب بهتری نسبت به هریک از این مدل‌ها به تنهایی داشت (Zhang, 2003). هم‌چنین بابو و ردی در پژوهش خود برمبنای کار ژانگ سری زمانی را به کمک میانگین متحرک به دوبخش با نوسان زیاد و کم تقسیم کردند. آن‌ها بخش با نوسان کم را از میانگین‌گیری متحرک از سری زمانی اصلی بدست آوردند و با تفاضل گیری سری زمانی با نوسان کم از سری زمانی اصلی، سری زمانی با نوسان زیاد را بدست آوردند. بخش با نوسان کم توسط مدل ARIMA و بخش با نوسان زیاد توسط مدل شبکه عصبی پیش‌بینی شد و در نهایت نتایج بدست آمده از دو مدل با یکدیگر ترکیب شدند. مدل ترکیبی آن‌ها در سه سری زمانی عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های ARIMA، شبکه عصبی مصنوعی، مدل ترکیبی ژانگ داشت (Babu & Reddy, 2014).

برای اولین بار در سال ۲۰۰۸ لو در مقاله‌ی خود از تبدیل موجک برای پیش‌بینی سری‌های زمانی استفاده کرد. وی با ترکیب تبدیل موجک و ماشین بردار پشتیبان مدلی جدید را برای پیش‌بینی شاخص نیکی ۲۲۵ ارائه داد. در مرحله‌ی اول از تبدیل موجک برای تجزیه و تقسیم سری زمانی به زیرسری‌هایی با مقیاس مختلف استفاده شد. مرحله‌ی دوم نیز زیر سری‌های بدست آمده از مرحله قبل برای پیش‌بینی به مدل ماشین بردار پشتیبان داده شدند. او برای تجزیه سری زمانی از تبدیل موجک با تابع db1[۲] تا db6 بهره برد و در هرتابع سری زمانی را از یک تا شش سطح تجزیه کرد و تابع و سطح تجزیه با کمترین خطا را به عنوان جواب نهایی در نظر گرفت. و در نهایت مدل خود را با مدل‌های قدم زدن تصادفی و ماشین بردار پشتیبان مقایسه کرد و نشان داد که مدل ترکیبی خود عملکرد بهتری نسبت به دو مدل قبل دارد(Dai & Lu, 2008). پس از آن تان و همکاران در پژوهش خود به‌وسیله‌ی تبدیل موجک با تابع db4 سری زمانی تاریخی را به یک سری تقریبی و چند سری جزئی تجزیه کردند و سپس هر زیر سری را به صورت جداگانه به کمک مدل‌های سری زمانی پیش‌بینی کردند. آن‌ها سری تقریبی را با روش ARIMA-GARCH و سری‌های جزئی را با ARIMA پیش‌بینی کردند و با هم ترکیب کردند. هدف آن‌ها در این مقاله افزایش دقت پیش‌بینی روز بعد در بازار برق بود. نتایج تحقیقات آن‌ها برروی بازار برق اسپانیا حاکی از دقت بسیار بیشتر مدل ترکیبی نسبت به مدل‌های ARIMA و GARCH[۳] بود(Tan, Zhang, Wang, & Xu, 2010). در ادامه نیز وانگ و همکاران در پژوهشی با استفاده از تبدیل موجک db3 نویزهای موجود در سری زمانی داده‌های ماهانه شاخص شانگهای را حذف کرده و سپس با شبکه عصبی پس‌انتشار خطا اقدام به پیش‌بینی شبکه عصبی کردند. سری زمانی مربوط با این مقاله از یک تا شش سطح تجزیه شد و عملکرد مدل پیشنهادی در این شش سطح با شبکه عصبی مصنوعی مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج

تحقیق نشان داد که مدل پیشنهادی با ۴ سطح تجزیه بهترین دقت پیش‌بینی را در بین مدل‌ها داشت (Wang, Wang, Zhang, & Guo, 2011). جمازی و آلویی در مقاله‌ی خود به بررسی نقش تبدیل موجک و انتخاب تعداد نرون‌های لایه‌ی ورودی و پنهان و همچنین تابع فعال‌سازی برای داده‌ها در افزایش دقت پیش‌بینی پرداختند(Jammazi & Aloui, 2012). جوو و کیم در پژوهش خود مشابه مقاله‌ی جمازی و آلویی، برای تعیین یک سطح مناسب برای تجزیه، سری زمانی را به وسیله‌ی تبدیل موجک از یک تا شش سطح تجزیه کردند و سپس بهترین سطح را براساس کمترین قدرمطلق درصد خطا به عنوان سطح بهینه انتخاب کردند (Joo & Kim, 2015). در سال ۲۰۱۳ تیکنور در مقاله‌ی خود از یک تکنیک بیزین برای تنظیم وزن‌های یک شبکه عصبی مصنوعی پیش‌خور با سه لایه ورودی، پنهان و خروجی استفاده کرد. این مدل تنظیم بیزین را با الگوریتم لونبرگ-مارکواردت برای پیش‌بینی حرکت قیمت سهام ترکیب می‌کند. شبکه‌های بیزین منظم به طور احتمالی وزنی را به شبکه اختصاص می‌دهند و اجازه می‌دهند تا مدل به صورت خودکار و بهینه پیچیدگی اضافه مدل را جریمه کند. هم‌چنین وی ۶ شاخص تکنیکی میانگین متحرک ۵ و ۱۰ روزه، قدرت نسبی، Stochastic و Williams را به عنوان ورودی شبکه‌ی عصبی در نظر گرفت(Ticknor, 2013). خاندلوال و همکاران در مقاله‌ی خود در سال ۲۰۱۵ روشی ترکیبی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی براساس تبدیل موجک ارائه دادند. آن‌ها در نخستین گام، سری زمانی را به کمک تبدیل موجک به یک بخش تقریبی و چند بخش جزئی تجزیه کردند. و در گام بعدی اقدام به پیش‌بینی سری تقریبی به کمک شبکه عصبی مصنوعی و برای سری‌های جزئی نیز از مدل ARIMA بهره گرفتند. در گام آخر نیز نتایج حاصل از این دو مدل را با هم ترکیب کردند. آزمایش مدل آن‌ها برروی سری‌های زمانی تحقیق ژانگ نشان داد که مدل ترکیبی آن‌ها دقت پیش‌بینی بهتری نسبت مدل ترکیبی ژانگ، شبکه عصبی و ARIMA دارد(Khandelwal, Adhikari, & Verma, 2015).

۳- روش‌شناسی پژوهش

قبل از ارائه مدل پیشنهادی، به معرفی مختصر مدل‌های تبدیل موجک، ARIMA، GARCH و شبکه عصبی مصنوعی می‌پردازیم.

۳-۱- تبدیل موجک

ژوزف فوریه، ریاضیدان و فیزیکدان فرانسوی، نشان داد که یک تابع را می‌توان به شیوه‌ای ساده و فشرده، صورت جمع توابع سینوسی و کسینوسی نمایش داد. گذشت زمان ضعف پایه‌های فوریه را نمایش داد و باعث بوجود آمدن تبدیل‌های جدید از جمله تبدیل موجک شد. تکنیک‌های مبتنی بر موجک ما را قادر می‌سازند که یک تابع پیچیده را به چندین تابع ساده‌تر تجزیه کرده و هریک را جداگانه بررسی و مطالعه کنیم. مهم‌ترین مفهموم در آنالیز موجک با انتخاب یک موجک (موجک مادر) مناسب شروع می‌شود. موجک می‌تواند به صورت یک تابع $\psi(t)$ با میانگین صفر به صورت زیر تعریف شود(October, 2008).

رابطه ۱)
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t)dt = 0$$

یک سری به ترتیب با پارامترهای انتقال و جابه‌جایی a و b می‌تواند به سری‌های زیادی تقسیم شود.

رابطه ۲) $$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi(\frac{t-b}{a})$$

بنابراین سری تبدیل شده $f(t)$ با تبدیل موجک با مقیاس a و جابجایی b به صورت زیر بیان می‌شود.

رابطه ۳) $$wf(b,a) = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi(\frac{t-b}{a})dt$$

سری اصلی $f(t)$ نیز می‌تواند با تبدیل موجک معکوس به صورت زیر بازسازی شود.

رابطه ۴) $$f(t) = \int_{0}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{a^2}wf(b,a)\psi_{a,b}(t)dbda$$

از مهم‌ترین موجک‌های مادر می‌توان به موجک هار[۴] و خانواده دابیشز[۵] اشاره کرد. تبدیل موجک هار دنباله‌ای از توابع مربع شکل با مقیاس‌های گوناگون است که با یکدیگر یک خانواده موجک را می‌سازند. هم‌چنین تبدیل هار به عنوان ساده‌ترین موجک نیز شناخته می‌شود. عیب این تابع در غیرپیوسته بودن آن است که باعث می‌شود غیر قابل مشتق‌گیری شود. با این حال، این ویژگی می‌تواند یک مزیت برای تجزیه و تحلیل سیگنال‌هایی با انتقال ناگهانی باشد. تبدیل موجک دابیشز پرکاربردترین نوع تبدیل موجک گسسته است. تفاوت این تبدیل با تبدیل هار در تعریف توابع مقیاس و مادر است. تبدیل دابیشز به ده خانواده تقسیم می‌شود که آن‌ها را به صورت db1 تا db10 نام‌گذاری می‌کنند. تبدیل هار در واقع همان db1 است. توابع دابیشز به صورت گسترده‌ای برای حل مسائل بکار می‌روند که یکی از مهم‌ترین آن‌ها db4 است.

ARIMA -۳-۲

مدل ARIMA که توسط باکس و جنکیس معرفی شد یکی از مهم‌ترین و موثرترین مدل‌های آماری برای پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی است. این مدل بیان می‌کند که مقادیر آینده یک سری زمانی ترکیبی خطی از مقادیر گذشته و پسماندهای آن است. یک مدل ARIMA(p,d,q) به صورت زیر بیان می‌شود.

رابطه ۵) $$\phi B(1-B)^d y_t = \theta B\varepsilon_t$$

که در آن y_t مشاهدات واقعی، ε_t مقادیر پسماند، d مرتبه تفاضل‌گیری، B مقدار تاخیر که به صورت $BX_t = X_{t-1}$ تعریف می‌شود، ϕB عملگر خودرگرسیو که به صورت: $\phi(B) = 1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p$ و $\theta(B)$ عملگر میانگین متحرک که به صورت: $\theta(B) = 1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\ldots-\theta_p B^p$ تعریف می‌شود، هستند. برای اجرای مدل ARIMA ابتدا شرط مانایی سری زمانی را بررسی می‌کنیم و در صورت عدم مانایی، با تفاضل‌گیری و تعیین مرتبه d آن را مانا می‌کنیم. سپس به کمک آزمون‌های ACF[۶] و PACF[۷] به تعیین مقادیر p و q

می‌پردازیم. در مرحله بعدی مقادیر پارامترها تخمین زده می‌شود و معناداری هریک از آن‌ها مـورد بررسـی قـرار می‌گیرد و در صورت عدم معناداری، پارامترها از مدل حذف شده و سایر پارامترها دوباره تخمین زده مـی‌شـوند. برای جزیئات بیشتر می‌توانید به مرجع مراجعه کنید(Tsay, 2005).

GARCH -۳-۳

مدل‌های GARCH برای پیش‌بینی مقادیر واریانس شرطی به کار می‌روند. مدل‌هـای ایـن خـانواده از گـروه مدل‌های سری زمانی پیچیده‌تر هستند. مدل‌های این کلاس از انحراف معیـار نمونـه اسـتفاده نمـی‌کننـد امـا از حداکثر سازی تابع درستنمایی برای فرموله سازی واریانس شرطی بهره می‌برند. در این مدل‌ها با توجه به فرمول سازی واریانس شرطی نوسانات گذشته به دست می‌آیند و همچنین پیش‌بینی آتی این پارامتر بـه‌سـادگی انجـام می‌پذیرد.

اولین مدل از این دسته توسط انگل در سال ۱۹۸۲ معرفی شد که در حالت ARCH(q) واریانس شرطی را تابعی از مقادیر مجذور بازده در q دوره پیشین قرار می‌داد.

رابطه ۶) $$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_t^2$$

رابطه ۷) $$\varepsilon_t = \sigma_t z_t$$

در بهبود این مدل بلرسلو و تیلور GARCH را معرفی کردند. این مدل مقادیر گذشته (p) واریانس شرطی را نیـز در مدل لحاظ می‌کرد.

رابطه ۸) $$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_t^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_t^2$$

در مسائل کاربردی نشان داده‌شده است کـه مـدل GARCH نسـبت بـه ARCH عملکـرد بهتـری دارد و بـرای بسیاری از سری‌های زمانی مالی مناسب‌تر است.

مدل‌های بهبودیافته در سـال‌هـای بعـد سـعی در رفـع نـواقص موجـود در GARCH داشـتند. EGARCH (Exponential GARCH) مدل بعد بود که واریانس شرطی را در حالت لگاریتمی فرموله می‌کرد و بین شوک‌های مثبت و منفی در تعیین نوسان پذیری دوره‌ی آتی تفاوت قائل می‌شد. علاوه بر EGARCH مدل‌های TGARCH (Threshold-GARCH) و GJR-GARCH و QGAECH و تعـدادی مـدل دیگـر بـرای لحـاظ کـردن ویژگـی غیرمتقارن بودن تأثیر شوک‌های مثبت و منفی در نوسان پذیری داده‌ها معرفی‌شده است(Tsay, 2005).

۴-۳- شبکه عصبی مصنوعی

شبکه عصبی یکی از مدل‌هایی است که با توجه بـه توانـایی آن در بـه دام انـداختن الگوهـای غیرخطـی در سالیان اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است. شبکه‌های عصبی ترکیبی از عناصر عملیـاتی سـاده کـه بـه‌طـور

موازی عمل می‌کنند تشکیل‌شده است. این عناصر با الهام گرفتن از شبکه عصبی انسان الگو گرفته‌شده است. همان‌گونه که در طبیعت عملکرد شبکه توسط روابط گسترده بین اجزا تعیین می‌شود ما نیز می‌توانیم شبکه عصبی را به‌گونه‌ای آموزش دهیم تا یک تابع خاص را با اختصاص دادن مقداری خاص به روابط (وزن‌ها) بین عناصر(نورون‌ها) بهبود دهیم.

معمولا برای پیش‌بینی مقادیر آینده از یک شبکه عصبی مصنوعی رو به جلو با یک لایه‌ی پنهان استفاده می‌کنند. خروجی شبکه عصبی p در q را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

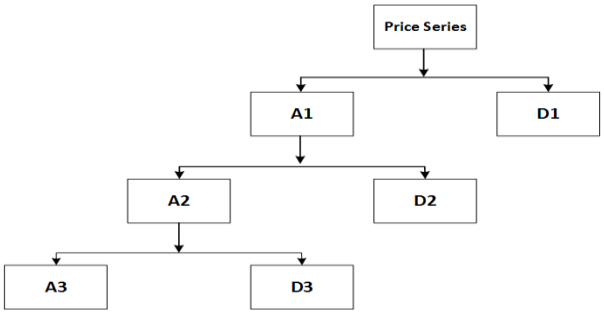
$$y_t = \phi_0 + \sum_{j=1}^{q} \phi_j g(\theta_{0j} + \sum_{i=1}^{p} \theta_{ij} y_{t-i}) + \varepsilon_t$$ رابطه ۹)

که $\phi_j (j = 0,1,...,q)$ و $\theta_{ij} (i = 0,1,...,p; j = 0,1,...,q)$ وزن‌های شبکه، ε_t پسماند، ϕ_0 و θ_{0j} بایاس شبکه و g نیز تابع انتقال آن می‌باشد. عملکرد شبکه عصبی به‌گونه‌ای است که در طول آموزش شبکه، وزن‌ها و بایاس ورودی‌ها به‌گونه‌ای تغییر کند که خطا بین خروجی شبکه و سری هدف به حداقل برسد. با ادامه روند آموزش شبکه با ارائه هر یک از ورودی‌ها به شبکه وزن‌ها و بایاس‌ها تغییر می‌یابد.

۵-۳- مدل پیشنهادی

شبکه عصبی مصنوعی یکی از الگوریتم‌ها و ابزارهایی است که به شدت در حوزه‌ی پیش‌بینی مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از نکات مهم در شبکه عصبی، ورودی‌های این شبکه هستند. از آن‌جا که داده‌های مالی بسیار پرنوسان هستند، استفاده مستقیم از آن‌ها ممکن است باعث عملکرد نامطلوب این شبکه شود. علاوه بر این یکی از نکاتی که در مدل‌های ترکیبی حائز اهمیت است و در پژوهش‌های گذشته مورد استفاده قرار گرفته است، تقسیم سری زمانی اصلی به دو بخش خطی و غیر خطی است. ابزارهای مختلفی برای این کار در مقالات پیشین استفاده شده که یکی از آن‌ها تبدیل موجک است. با توجه به ماهیت پر نوسان سری‌های زمانی مالی و الگوهای خطی و غیر خطی موجود در آن‌ها و نیز ترکیب مدل‌ها برای در نظر گرفتن این الگوها و کاهش خطاهای پیش‌بینی حاصل از آن‌ها، در این پژوهش در مرحله اول با استفاده از تبدیل موجک سری‌های زمانی قیمت را تجزیه کرده و سپس آن‌ها به یک سری تقریبی(غیرخطی) و چند سری جزیی(خطی) بازسازی خواهند شد(مطابق شکل ۱).

در این روش $D1,D2,\ldots,Dn$ سری‌های زمانی جزئی و An سری زمانی تقریبی ما را تشکیل می‌دهند. از مدل سری زمانی ARMA-EGARCH برای پیش‌بینی سری‌های زمانی جزئی و از شبکه عصبی مصنوعی سه لایه با ۱۰ نرون در لایه‌ی پنهان برای پیش‌بینی سری زمانی تقریبی استفاده می‌کنیم. علاوه بر سری تقریبی مجموعه-ای از شاخص‌های تکنیکال نیز به عنوان ورودی به شبکه عصبی داده خواهد شد که در جدول زیر مشاهده می-کنید.

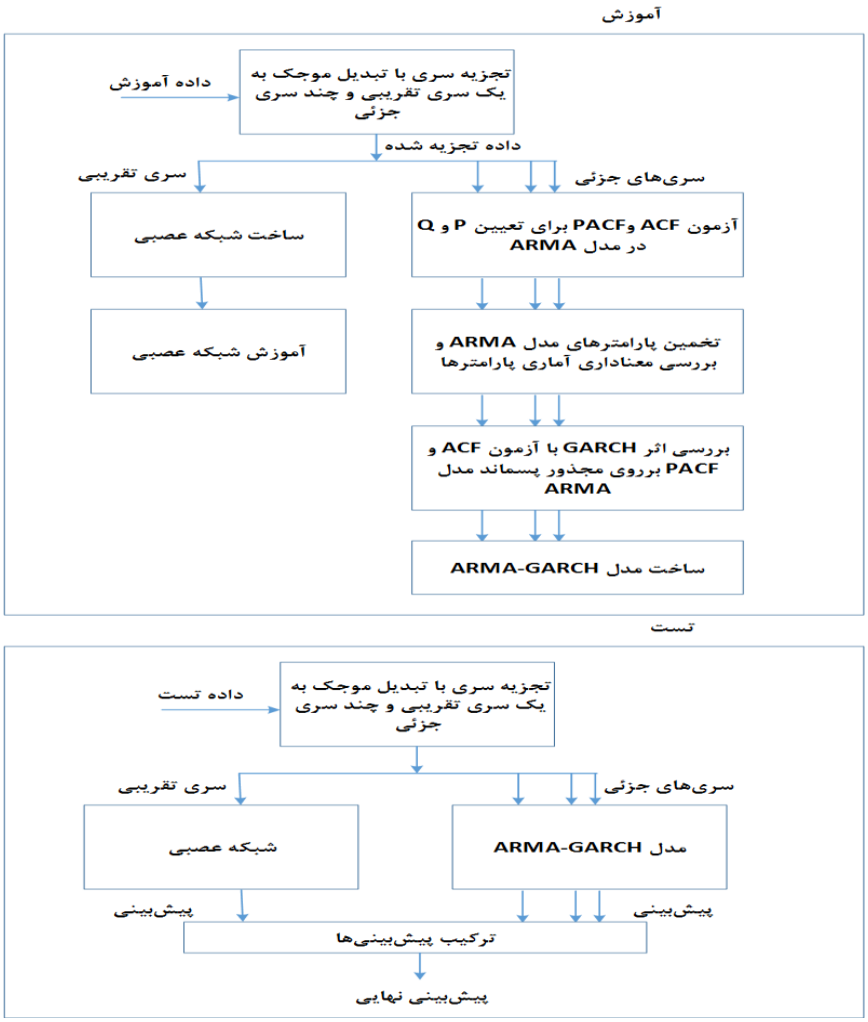


شکل ۱- درخت تجزیه شده با تبدیل موجک تا ۳ سطح

جدول ۱- متغیرهای تکنیکال ورودی به شبکه عصبی در کنار سری زمانی تقریبی

متغیر	توضیحات
اولین قیمت(Open price)	اولین قیمت که در هرروز برروی آن سهام مورد نظر معامله می‌شود.
آخرین قیمت(Close price)	آخرین قیمت روز که سهام مورد نظر در آن معامله می‌شود.
بالاترین قیمت(High price)	بالاترین قیمتی که سهام موردنظر در آن روز معامله می‌شود.
پایین‌ترین قیمت(Low price)	پایین‌ترین قیمتی که سهام موردنظر در آن روز معامله می‌شود.
حجم معادلات(Volume)	مقدار سهمی که در روز معامله می‌شود.
میانگین متحرک ساده ۶ و ۱۰ روزه(MA6,MA10)	میانگین متحرک ساده برای تشخیص روند حرکت سهام و هم‌چنین هموارسازی قیمت سهام در برابر نوسانات سهام مورد استفاده قرار می-گیرد که می‌تواند موجب تفاسیر نادرست شود.
میانگین متحرک نمایی ۱۲ و ۲۶ روزه(EMA12,EMA26)	میانگین متحرک نمایی همانند میانگین متحرک ساده برای تشخیص روند و هموارسازی قیمت مورد استفاده قرار می‌گیرد با این تفاوت که هر چه به داده‌های فعلی نزدیک‌تر می‌شویم، وزن آن‌ها بیشتر می‌شود.
شاخص قدرت نسبی ۹ و ۱۴ روزه(RSI9,RSI14)	شاخص قدرت نسبی اهمیت سودهای دریافتی اخیر را نسبت به ضررها مقایسه می‌کند. این کار برای تعیین ناحیه اشباع خرید و فروش صورت می‌گیرد.
خط استوکستیک ۱۴ روزه(K,D)	خط استوکستیک نیز برای تعیین نواحی اشباع خرید و فروش و ناحیه بی‌تفاوتی به کار گرفته می‌شود.
میانگین متحرک واگرایی و همگرایی ۹ روزه(MACD9)	میانگین متحرک واگرایی و همگرایی اختلاف بین یک میانگین متحرک نمایی سریع(دوره کوتاه) و یک میانگین متحرک آهسته(دوره بلند) را نشان می‌دهد.

برای تعیین مقادیر P و Q در مدل ARIMA از آزمون‌های ACF و PACF استفاده می‌شود. پس از تخمین پارامترهای مدل ARIMA و بررسی معناداری آن‌ها، دوباره از آزمون ACF و PACF برای بررسی اثر GARCH برروی مجذور پسماندهای ARIMA کمک گرفته می‌شود. و در صورت پذیرش اثر GARCH از یک مدل GARCH(1,1) برای پیش‌بینی پسماندهای مدل ARIMA استفاده می‌شود. در شکل ۲ الگوریتم مدل پیشنهادی را مشاهده می‌کنید.



شکل ۲- الگوریتم مدل پیشنهادی

۴- یافته‌های پژوهش

برای آزمایش مدل پیشنهادی اطلاعات قیمت روزانه ۱۵ سهام از بـازار نیویـورک و ۱۵ سـهم از بـازار ایـران جمع‌آوری شده است(شامل ۶۰۰ روز) و عملکرد آن بـرای پـیش‌بینـی دوره بعـد بـا مـدل‌هـای شـبکه عصـبی مصنوعی، ARIMA-GARCH و ARIMA-ANN مقایسه شد. برای اعتبارسنجی و مقایسه مدل‌های فوق با مـدل پیشنهادی از از معیار میانگین قدرمطلق درصد خطا (MAPE[۸]) استفاده شده‌است. روش محاسبه ایـن معیـار در زیر آورده شده است.

رابطه ۱۰)
$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{|x_i - X_i|}{X_i}$$

که در فرمول‌های بالا n بیانگر تعداد مشاهدات، x_i بیانگر مقدار پیش‌بینی در روز i ام ، X_i مقدار واقعی قیمت در روز i ام می‌باشد.

در این آزمایش ابتدا به وسیله‌ی یکی از تبدیل موجک Db4، سری اصلی را در سطح‌های دو تا پـنج تجزیـه می‌کنیم و سری‌های جزئی و تقریبی بدست آمده را به ترتیب به کمـک مـدل‌هـای ARIMA-GARCH و شـبکه عصبی مصنوعی مدل می‌کنیم. در جدول زیر نتایج حاصل از این آزمایش برروی سهام‌های انتخابی از بازار ایـران و نیویورک بر اساس معیار خطای MAPE مشاهده می‌کنید.

جدول ۲- مقادیر خطای پیش‌بینی براساس معیار MAPE برای دوره پیش‌بینی ۱ روزه با استفاده از تبدیل موجک Db4 در بازار بورس نیویورک

	Db4				ANN	ARIMA-GARCH	ARIMA-ANN
	Level 2	Level 3	Level 4	Level 5			
APD	۰/۱۱	۰/۶۱	۰/۰۷	۰/۲۸	۰/۱۷	۰/۲۶	۰/۲۷
BBG	۶/۱۰	۱/۹۶	۱/۷۷	۰/۱۴	۲/۴۷	۲/۳۹	۲/۵۹
CRS	۲/۰۹	۳/۴۶	۲/۶۴	۲/۲۸	۴/۲۵	۳/۰۸	۳/۱۰
AFL	۰/۸۸	۰/۸۱	۰/۵۰	۰/۶۲	۰/۵۹	۰/۷۷	۰/۷۵
AMP	۰/۷۵	۱/۶۱	۱/۲۶	۲/۶۸	۱/۳۱	۱/۲۳	۱/۲۳
ABBV	۰/۳۰	۰/۱۳	۰/۹۹	۲/۸۶	۰/۲۳	۰/۳۶	۰/۳۳
BDX	۰/۹۶	۱/۰۹	۱/۲۶	۱/۱۱	۱/۹۹	۲/۴۰	۲/۳۷
MMM	۰/۰۴	۰/۲۸	۰/۴۱	۰/۵۲	۱/۳۸	۰/۴۴	۰/۵۱
AMID	۱/۵۶	۱/۷۷	۰/۰۵	۱/۲۹	۰/۴۲	۰/۶۵	۰/۷۸
AHC	۳/۱۸	۰/۵۹	۰/۲۱	۳۲/۷۴	۲/۱۲	۱/۹۶	۲/۰۵
KSU	۰/۰۲	۰/۸۳	۰/۶۶	۶/۷۳	۰/۳۵	۰/۵۳	۰/۵۲
APH	۱/۸۱	۱/۵۸	۱/۴۲	۰/۴۶	۱/۵۸	۱/۸۹	۱/۸۵
IBM	۱/۲۴	۰/۲۰	۰/۸۰	۱/۴۴	۰/۷۳	۰/۷۸	۰/۷۷

	Db4				ANN	ARIMA-GARCH	ARIMA-ANN
	Level 2	Level 3	Level 4	Level 5			
Google	۰/۰۴	۰/۲۴	۰/۸۱	۲/۲۳	۰/۵۷	۰/۴۷	۰/۴۶
HP	۱/۷۳	۰/۱۲	۰/۳۴	۲/۴۹	۰/۹۶	۱/۱۶	۱/۱۶
Average	۱/۳۹	۱/۰۲	۰/۸۸	۳/۸۶	۱/۲۸	۱/۲۲	۱/۲۵

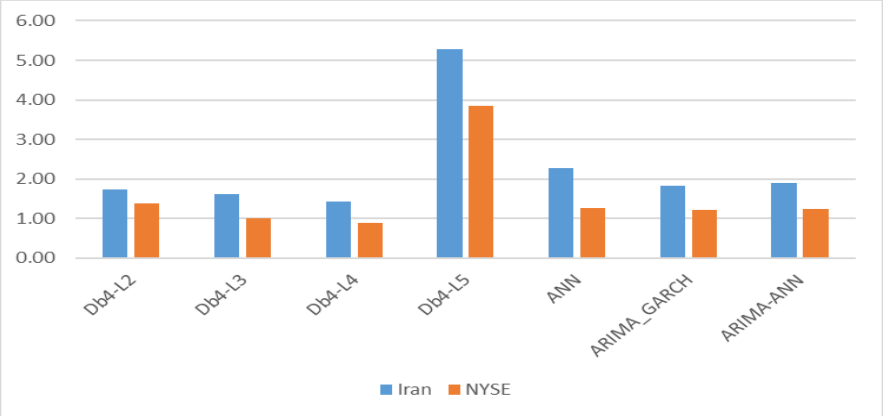
همان‌طور که در جدول بالا مشاهده می‌شود، عملکرد مدل با استفاده از تبدیل موجک Db4، در سطح ۴ در ۱۰ سهم عملکرد بهتری را نسبت به مدل‌های شبکه عصبی، ARIMA-GARCH و ARIMA-ANN از خود نشان داده است و از لحاظ میانگین خطای ۱۵ نیز کمترین مقدار خطا رو به خود اختصاص داده است. ضمن اینکه خطای مدل در سطح ۵ بر خلاف تابع Db2 خطای پیش‌بینی بالایی را در اکثر مواقع دارد.

جدول ۳- مقادیر خطای پیش‌بینی براساس معیار MAPE برای دوره پیش‌بینی ۱ روزه با استفاده از تبدیل موجک Db4 در بازار بورس ایران

سهم	Db4				ANN	ARIMA-GARCH	ARIMA-ANN
	Level 2	Level 3	Level 4	Level 5			
فملی	۱/۴۳	۰/۲۴	۱/۷۵	۲۷/۹۴	۳/۲۰	۱/۸۷	۲/۱۲
فولاد	۶/۲۷	۱/۴۹	۰/۶۲	۰/۹۱	۳/۲۲	۴/۹۱	۴/۹۰
قثابت	۱/۹۴	۰/۰۷	۰/۳۷	۰/۵۷	۱/۴۴	۱/۲۳	۱/۴۴
خودرو	۱/۲۶	۱/۹۳	۱/۵۶	۰/۳۷	۳/۱۴	۰/۶۵	۰/۳۹
کگل	۰/۴۹	۱/۷۷	۱/۳۱	۲/۸۸	۲/۱۰	۰/۸۸	۰/۸۱
بمپنا	۲/۶۴	۳/۰۰	۲/۶۵	۶/۰۶	۳/۳۴	۳/۱۷	۲/۹۷
ثمسکن	۰/۰۹	۰/۹۲	۱/۳۲	۵/۶۴	۰/۱۸	۰/۴۰	۰/۴۴
وپخش	۱/۳۵	۰/۴۹	۰/۲۳	۱/۲۱	۰/۲۴	۰/۳۶	۰/۳۸
پارسان	۳/۹۰	۴/۴۸	۳/۵۹	۲۳/۰۸	۴/۰۹	۳/۲۵	۳/۴۰
پترول	۰/۵۵	۰/۷۹	۰/۰۸	۳/۸۴	۰/۴۳	۰/۵۴	۰/۷۴
شتران	۰/۰۸	۰/۱۶	۰/۴۹	۰/۸۹	۰/۹۱	۰/۱۹	۰/۳۱
تایرا	۱/۴۶	۱/۳۳	۱/۰۲	۰/۵۹	۴/۷۷	۲/۰۹	۲/۱۲
وملت	۰/۸۴	۱/۵۷	۱/۳۴	۱/۶۸	۲/۰۶	۲/۰۲	۲/۱۰
حفاری	۰/۶۴	۰/۹۷	۱/۱۱	۱/۶۵	۲/۱۸	۱/۵۶	۱/۵۴
دانا	۳/۱۲	۵/۰۵	۴/۱۰	۲/۰۳	۲/۸۴	۴/۳۷	۴/۶۶
میانگین	۱/۷۴	۱/۶۲	۱/۴۴	۵/۲۹	۲/۲۸	۱/۸۳	۱/۸۹

مقادیر خطای پیش‌بینی در جدول بالا نشان می‌دهد، عملکرد مدل با استفاده از تبدیل موجک Db4، در سطح تجزیه سه و چهار عملکرد بهتری را نسبت به مدل‌های شبکه عصبی، ARIMA-GARCH و ARIMA-

ANN از خود نشان داده است و هم‌چنین عملکرد این مدل در سطح تجزیه پنج در برخی از سهم‌هـا بسـیار بـد بوده است. در شکل زیر نمودار میانگین خطای پیش‌بینی مدل‌ها را برای پیش‌بینی تک دوره‌ای در بـازار ایـران و آمریکا مشاهده می‌کنید.



شکل ۲- میانگین خطای پیش‌بینی مدل‌ها برای پیش بینی تک دوره‌ای در دوبازار ایران و آمریکا

تفاوت مقادیر میانگین خطای پیش‌بینی مدل‌ها در ۲ بازار ایران و آمریکا ما را بـرآن داشـت تـا بـه مقایسـه عملکرد این مدل‌ها در این دو بازار بپردازیم. برای انجام این کار به مقایسه خطای پیش‌بینی مدل‌هـا در دو بـازار پرداختیم. با توجه به عملکرد بهتر مدل پیشنهادی در سطح تجزیه ۴ در این آزمایش، تنها این بخش مورد توجه قرار گرفته است. در مرحله اول با استفاده از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف، نرمال بـودن توزیـع داده‌هـا بررسـی می‌شود. در جدول زیر نتایج حاصل از این آزمون را مشاهده می‌کنید.

جدول ۴- آزمون نرمال بودن خطای پیش‌بینی، مدل‌ها مورد استفاده در دو بازار ایران و نیویورک برای پیش‌بینی یک روزه

مدل	بازار	Kolmogorov-Smirnov		
		آماره	درجه آزادی	p-value
Db4	IRAN	۰/۱۹۹	۱۵	۰/۱۱۳
	NYSE	.۰/۱۳۹	۱۵	.۰/۲۰۰
ANN	IRAN	۰/۱۲۹	۱۵	۰/۲۰۰
	NYSE	۰/۱۵۷	۱۵	۰/۲۰۰
ARIMA_GARCH	IRAN	۰/۱۶۵	۱۵	۰/۲۰۰
	NYSE	۰/۲۲۳	۱۵	۰/۰۴۲

مدل	بازار	Kolmogorov-Smirnov		
		آماره	درجه آزادی	p-value
ARIMA_ANN	IRAN	۰/۱۷۳	۱۵	۰/۲۰۰
	NYSE	۰/۲۳۰	۱۵	۰/۰۳۲

نتایج آزمون کولموگروف-اسمیرنوف نشان می‌دهند کـه فـرض توزیـع نرمـال خطـای پـیش‌بینـی دو مـدل ARIMA-GARCH و ARIMA-ANN در بازار نیویورک در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود(مقدار p-value کمتر از حد معناداری یعنی ۰,۰۵ است). بنابراین از آزمون پارامتریک t مسـتقل بـرای آزمـون برابـری میـانگین خطای پیش‌بینی شبکه عصبی مصنوعی و مدل پیشنهادی در دو بازار ایران و نیویورک و از آزمون نا پارامتریـک یو من ویتنی برای آزمون برابری میانگین دو مدل دیگر استفاده خواهد شد. در آزمون‌های پارامتریـک فـرض بـر توزیع نرمال داده‌ها است در حالیکه این فرض در آزمون‌های ناپارامتریک وجود ندارد. نتایج آزمون t مستقل برای مدل پیشنهادی و شبکه عصبی در جدول زیر آمده است.

جدول ۵- آزمون t مستقل برای فرض برابری میانگین خطای پیش‌بینی مدل پیشنهادی و شبکه عصبی در دو بازار ایران و نیویورک در پیش‌بینی یک روزه

		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	95% Confidence Interval of the Difference	
							Lower	Upper
Db4	Equal variances assumed	۱/۹۵۴	۰/۱۷۳	۱/۵۶۳	۲۸	۰/۱۲۹	-۰/۱۷۲	۱/۲۸۶
	Equal variances not assumed			۱/۵۶۳	۲۲/۸۵	۰/۱۳۲	-۰/۱۸۰	۱/۲۹۳
ANN	Equal variances assumed	۱/۵۷۴	۰/۲۲۰	۲/۱۶۵	۲۸	۰/۰۳۹	۰/۰۵۳	۱/۹۴۸
	Equal variances not assumed			۲/۱۶۵	۲۶/۳۶۷	۰/۰۴۰	۰/۰۵۱	۱/۹۵۱

مقدار p-value، ۰,۱۲۹ در آزمون برابری میانگین خطای پیش‌بینی برای مدل پیشنهادی در دو بازار ایران و نیویورک بیان می‌کند که فرض صفر، برابری میانگین خطای پیش‌بینی مدل پیشـنهادی در بـازار ایـران بـا بـازار نیویورک، را نمی‌توان رد کرد(فرض برابری میانگین‌ها پذیرفته می‌شـود). امـا مقـدار p-value، ۰,۰۳۹ در مـورد شبکه عصبی بیان می‌کند که فرض صفر در مورد برابری میانگین خطای پیش‌بینی مدل پیشنهادی در بازار ایران با بازار نیویورک رد می‌شود.

نتایج آزمون یو من ویتنی برای فرض برابری میانگین‌های خطای پیش‌بینی بازار ایران و نیویورک در دو مدل ARIMA-GARCH و ARIMA-ANN نشان می‌دهد که فرض برابری میانگین‌ها در این آزمـون را نمـی‌تـوان رد کرد(مقدار p-value بالاتر از ۰,۰۵). و در نتیجه خطای پیش‌بینی یـک روزه دو مـدل فـوق در دو بـازار ایـران و نیویورک تفاوت معناداری ندارد. نتایج این آزمون را در جدول زیر مشاهده می‌کنید.

جدول ۶ آزمون یو من ویتنی برای فرض برابری میانگین خطای پیش‌بینی مدل ARIMA-GARCH و ARIMA-ANN در دو بازار ایران و نیویورک در پیش‌بینی یک روزه

	ARIMA_GARCH	ARIMA_ANN
Mann-Whitney U	۸۹/۵۰۰	۹۰/۰۰۰
Wilcoxon W	۲۰۹/۵۰۰	۲۱۰/۰۰۰
Z	-۰/۹۵۴	-۰/۹۳۳
Asymp. Sig. (2-tailed)	۰/۳۴۰	۰/۳۵۱
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	۰/۳۴۵	۰/۳۶۷

۵- نتیجه‌گیری و بحث

یکی از مهم‌ترین اطلاعات برای سرمایه‌گذاران در بازار سرمایه قیمت سهام است. سری‌های قیمـت سـهام بـا توجه به تاثیر پذیری از متغیرهای گوناگون مانند، گزارشات مالی شرکت، سیاست‌های شرکت، شرایط اقتصـادی، رفتار سرمایه‌گذاران و ... اغلب سری‌های پویا، غیر خطی و پر نوسان هستند. بنابراین با توجه به ماهیت پر نوسان سری‌های زمانی مالی و الگوهای خطی و غیر خطی موجود در آنها و نیز ارائه مدل‌های ترکیبی برای در نظر گرفتن این الگوها و کاهش خطاهای پیش‌بینی حاصل از آن‌ها، در این پژوهش مدل ترکیبی برای پیش‌بینی چنددوره‌ای قیمت سهام ارائه شد. در مرحله اول با استفاده از تبدیل موجک سری‌های زمانی قیمت را تجزیه کـرده و سـپس آن‌ها به یک سری تقریبی(غیرخطی) و چند سری جزیی(خطی) تجزیه و بازسازی خواهند شـد. از مـدل سـری زمانی ARMA-EGARCH برای پیش‌بینی سری‌های زمانی جزئی و از شبکه عصبی مصـنوعی بـرای پـیش‌بینـی سری زمانی تقریبی استفاده می‌کنیم.

نتایج حاصل از اجرای آزمایشات بر روی سهام‌های انتخابی از دو بـازار ایـران و آمریکـا نشـان داد کـه مـدل پیشنهادی خطای کمتری برای پیش‌بینی تک دوره‌ای نسبت به مـدل‌هـای شـبکه عصـبی مصـنوعی، ARIMA-GARCH و ARIMA-ANN دارد. هم‌چنین نتایج این آزمایش بیان می‌کند که مدل پیشنهادی در سطوح تجزیه ۳ و ۴ عملکرد به مراتب بهتری نسبت به سطوح ۲و ۵ دارد. در این بین نیز مدل پیشنهادی بـا سـطح تجزیـه ۴ میانگین خطای کمتری را نسبت به سایرمدل‌ها از خود ارائه داده است، در حالیکه‌که در بیشتر مقالات پیشین از سطح تجزیه ۳ برای تجزیه به کمک تبدیل موجک استفاده شده است. میانگین خطای پیش‌بینی بـا اسـتفاده از مدل ترکیبی در سطح تجزیه ۴ برای سهام‌های انتخابی از بازار ایـران و آمریکـا بـه ترتیـب ۱/۴۴و ۰/۸۸ درصـد

است. که میانگین خطای پیش‌بینی را نسبت به مدل‌های شبکه عصبی، ARIMA-ANN و ARIMA-GARCH در بازار ایران به ترتیب ۰/۸۴، ۰/۴۰ و ۰/۴۵ درصد و در بازار آمریکا ۰/۴۰، ۰/۳۴ و ۰/۳۷ درصد کاهش داده است. ضمن اینکه تجزیه مدل تا سطح ۵ در برخی از مواقع خطای پیش‌بینی مدل را به مقدار زیادی افزایش خواهد داد(خطای ۰۸/ ۲۳ درصدی در نماد پارسان و خطای ۳۲/۷۴ درصدی در نماد AHC). از آن‌جا که بازار بورس ایران در ساختار خود تفاوت‌هایی با سایر بورس‌های جهان دارد، به مقایسه خطای پیش‌بینی مدل‌های استفاده شده در این تحقیق در دو بازار ایران و آمریکا پرداختیم. نتایج حاصل مقایسه عملکرد مدل‌ها برای پیش‌بینی تک دوره‌ای در دو بازار ایران و آمریکا هم بیان کرد که به جز شبکه عصبی که عملکرد بدتری در بازار ایران داشت، خطای پیش‌بینی سایر مدل‌ها دو بازار تفاوت معناداری با یکدیگر ندارد.

در کارهای آتی می‌توان به جای استفاده از یک تبدیل موجک ساده که در هرسطح تنها سری تقریبی تجزیه می‌شود، به مانند کار رانا و کاپرینسکا از تبدیل موجک پیشرفته به منظور فراهم کردن اطلاعات بیشتر استفاده شود(Rana & Koprinska, 2016). و در مرحله بعد با استفاده از روش‌های استخراج ویژگی[۹] سری‌های مهم‌تر انتخاب شوند. هم‌چنین می‌توان با طراحی و آموزش مدل پیشنهادی از آن برای پیش‌بینی چند دوره‌ای استفاده کرد و عملکرد مدل را با سایر مدل‌ها بررسی کرد.

فهرست منابع

* Babu, C. N., & Reddy, B. E. (2014). A moving-average filter based hybrid ARIMA–ANN model for forecasting time series data. Applied Soft Computing, 23, 27–38.
* Dai, W., & Lu, C.-J. (2008). Financial Time Series Forecasting Using a Compound Model Based on Wavelet Frame and Support Vector Regression. 2008 Fourth International Conference on Natural Computation, 328–332.
* Jammazi, R., & Aloui, C. (2012). Crude oil price forecasting: Experimental evidence from wavelet decomposition and neural network modeling. Energy Economics, 34(3), 828–841.
* Joo, T. W., & Kim, S. B. (2015). Time series forecasting based on wavelet filtering. Expert Systems with Applications, 42(8), 3868–3874.
* Kaastra, I., & Boyd, M. (1999). Designing a neural network for forecasting financial and economic time series. Neurocomputing, 10(3), 215–236.
* Khandelwal, I., Adhikari, R., & Verma, G. (2015). Time Series Forecasting Using Hybrid ARIMA and ANN Models Based on DWT Decomposition. Procedia Computer Science, 48(Iccc), 173–179.
* October, M. (2008). A Wavelet Tour of Signal Processing.
* Rana, M., & Koprinska, I. (2016). Forecasting electricity load with advanced wavelet neural networks. Neurocomputing, 182, 118–132.
* Tan, Z., Zhang, J., Wang, J., & Xu, J. (2010). Day-ahead electricity price forecasting using wavelet transform combined with ARIMA and GARCH models. Applied Energy, 87(11), 3606–3610.
* Ticknor, J. L. (2013). A Bayesian regularized artificial neural network for stock market forecasting. Expert Systems with Applications, 40(14), 5501–5506.
* Tsay, R. S. (2005). Analysis of Financial Time Series.
* Wang, J. Z., Wang, J. J., Zhang, Z. G., & Guo, S. P. (2011). Forecasting stock indices with back

propagation neural network. Expert Systems with Applications, 38(11), 14346–14355.
* Zhang, G. P. (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. Neurocomputing, 50, 159–175.

یادداشت‌ها

1. Autoregresive Integrated Moving Average
2. Daubechies
3. Generalized Autoregressive conditional heteroskedasticity
4. Haar
5. Daubechies
6. Autocorrelation Function
7. Partial Autocorrelation Function
8. Mean Absoulate Error
9. Feature Selection