فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال هشتم/ شماره سی‌ام/ تابستان ۱۳۹۸

برآورد ارزش در معرض خطر شرطی(CVaR) با در نظرگرفتن استواری سنجه بر مبنای روش استوار کیپرا

احسان محمدیان امیری
دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی تهران
Emohammadian@email.kntu.ac.ir

مونا علی کرمی
دانشجوی کارشناسی‌ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی تهران
Mona.alikarami@yahoo.com

سید بابک ابراهیمی
عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی تهران (نویسنده مسئول)
B_ebrahimi@kntu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۴/۱۰ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۸/۲۲

چکیده

از آنجایی که فضای حاکم بر بازارهای مالی نامطمئن و پر ابهام است، اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر شرطی در سال‌های اخیر از اهمیت بالایی برای شرکت‌های مالی و سرمایه‌گذاران خرد و کلان برخوردار شده است. در این مقاله به برآورد ارزش در معرض خطر شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران برای توزیع تی‌استودنت در سطوح اطمینان ۹۵درصد و ۹۹درصد با استفاده از روش استوار کیپرا که به عنوان یک رویکرد جدید برای برآورد استوار ارزش در معرض خطر شرطی پیشنهاد می‌گردد، پرداخته شده است. برای ارزیابی عملکرد رویکرد مذکور، مقایسه بین آن و روش‌های مرسوم GARCH، EGARCH و TGARCH با استفاده از چهار آزمون پس‌آزمایی متشکل از آزمون پوشش غیرشرطی، آزمون پوشش شرطی، آزمون ترکیبی و آزمون تابع زیان لوپز صورت پذیرفت. نتایج حاصل شده نشان می‌دهد، روش استوار کیپرا در مقایسه با سایر روش‌ها در برآورد ارزش در معرض خطر شرطی عملکرد بهتر و قابل اتکاتری دارد.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر شرطی، روش استوار کیپرا، خانواده‌ی گارچ.

۱- مقدمه

یکی از ماهیت‌های اصلی بازارهای مالی، نوسانی و پرتلاطم بودن آن است. این امر سبب آن شده است که مدیران در بنگاه‌های مالی گاه کاهش ارزش دارایی‌ها و گاه ورشکستگی حاصل از کاهش دارایی‌ها را تجربه نمایند و درصدد اندازه‌گیری و کنترل آن باشند. همچنین بحران‌های متمادی مالی در چند دهه‌ی اخیر، اهمیت مقوله مدیریت ریسک را بیش از پیش در سطح جهانی نمایان ساخته است. استفاده از سنجه‌هایی همچون انحراف معیار، ضریب بتا و دیرش برای اندازه‌گیری ریسک، مشکلات متعددی را پدید آورده است. به عنوان مثال می‌توان به سنجه‌ی انحراف معیار اشاره نمود که وزن یکسانی برای سرمایه‌گذاران با بازده‌های منفی و بازده‌های مثبت درنظر می‌گیرد، این در حالی است که رفتار موسسات و سرمایه‌گذاران در برابر سود و زیان متفاوت است. از این رو برای رفع این مشکلات، سنجه ارزش در معرض خطر مطرح شد و تا حدی توانست مشکلات گذشته را رفع نماید. اما سنجه ارزش در معرض خطر خود، به دلیل منسجم نبودن مشکلاتی را پدید آورده است و لذا در مطالعات اخیر از سنجه دیگری به نام ارزش در معرض خطر شرطی استفاده می‌شود. با توجه به اهمیت موضوع در این مقاله سعی بر ارائه رویکردی جدید جهت برآورد استوار ارزش در معرض خطر شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران شده است. لازم به ذکر می‌باشد که در ادامه این مقاله در بخش دوم، مفهوم کلی ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر شرطی و مطالعات صورت گرفته در این زمینه بیان می‌شود، در بخش سوم به مفهوم آماری ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر شرطی، روش‌های برآورد و آزمون‌های پس‌آزمایی پرداخته می‌شود، در قسمت چهارم مشخصات آماری بازده لگاریتمی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و نتایج برآورد روش‌ها بیان شده و نهایتا در قسمت پنجم به مقایسه نتایج این مطالعه با تحقیقات مشابه و نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

ارزش در معرض خطر به عنوان یکی از شاخص‌های ریسک نامطلوب، معیاری برای اندازه‌گیری حداکثر زیان احتمالی سبد دارایی است. طبق تعریف، ارزش در معرض خطر حداکثر زیانی است که کاهش ارزش سبد دارایی برای دوره‌ی معینی در آینده با ضریب اطمینان مشخص، از آن بیشتر نمی‌شود. این معیار برای سنجش ریسک طی دوره زمانی کوتاه‌مدت(یک روز تا دو هفته) دارای بیشترین کاربرد است. ارزش در معرض خطر معمولا به میزان قابل ملاحظه‌ای، ریسک را هنگامی که الگوهای بازار به دلیل نوسانات ناگهانی از حالت عادی خارج گردد، از مقدار واقعی خود کمتر نشان می‌دهد که این موضوع، یکی از نقاط ضعف آن محسوب می‌شود. یکی دیگر از نقاط ضعف این سنجه در مورد دارایی‌هایی است که قبلاً در بورس و بازارهای ثانویه مورد معامله قرار نگرفته‌اند. در این حالت امکان محاسبه ارزش در معرض خطر وجود ندارد و با تکیه بر برخی مفروضات خاص و ساده‌کننده تنها می‌تواند به برآورد آن پرداخت. علاوه بر این ارزش در معرض خطر یک مدل منسجم محسوب نمی‌گردد، به همین دلایل پژوهشگران در مطالعات اخیر از سنجه جدیدتری به نام ارزش در معرض خطر شرطی استفاده می‌نمایند. ارزش در معرض خطر شرطی سنجه‌ای منجسم بوده و عملکرد محافظه‌کارانه‌تری نسبت به سنجه‌ی

ارزش در معرض خطر دارد. ارزش در معرض خطر شرطی متغیر تصادفی زیان X در سطح اطمینان ۱۰۰درصد در حالت کلی عبارت است از زیان مورد انتظار به شرط آن که زیان، بیش از صدک ۱۰۰ام باشد. روش‌های مختلفی برای برآورد ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی وجود دارد که در بخش مروری بر پیشینه پژوهش به تعدادی از آن‌ها اشاره می‌شود. اما روش‌های مذکور، استواری سنجه ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی را در نظر نمی‌گیرند. یکی از روش‌های مورد استفاده در مطالعات گذشته، روش هموارسازی نمایی[۱] بوده است(دمیسون و مارش، ۱۹۹۰؛ پاگان و همکاران ۲۰۰۲). کیپرا(۱۹۹۲) در تحقیق خود در جهت تکامل روش هموارسازی نمایی، روش استوار کیپرا را ارائه نمود. روش مذکور با پارامتر هموارساز خود (λ_σ) شوک‌های قیمتی (داده‌های پرت) را تعدیل کرده و در مدل‌سازی لحاظ می‌کند. به عبارت دیگر این روش پایش داده‌ها را به صورت آنلاین انجام می‌دهد. این ویژگی سبب آن شده است که در مقابل نوسانات شدید داده‌ها استوار باشد و به تبع آن جواب استوار و تصریح قابل اعتمادی را از خود ارائه دهد. لازم به ذکر می‌باشد که در بخش روش‌شناسی پژوهش به بیان آماری ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر شرطی و روش استوار کیپرا پرداخته می‌شود.

از مطالعات خارجی صورت گرفته در مقوله ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی می‌توان به یامای و یوشای(۲۰۰۲) اشاره نمود که به مقایسه تحلیل‌های حاصل از برآورد ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی قیمت دلار در سه اقتصاد صنعتی و سیزده اقتصاد نوظهور پرداختند. نتایج این تحقیق حاکی از آن است که تحلیل‌های حاصل شده از سنجه ارزش در معرض خطر شرطی نسبت به ارزش در معرض خطر قابل اتکاتر و منطقی‌تر بوده است. انجلیدیس و همکاران(۲۰۰۴) مقدار ارزش در معرض خطر را با در نظرگرفتن فرض توزیع‌های متفاوت برای شاخص‌های S&P500، DAX30، CAC40، NIKKEI225 و FTSE100 محاسبه نمودند. نتایج حاصل شده از تحقیق نشان می‌دهد که مدل EGARCH با توزیع تی‌استودنت برای بازده روزانه، برآورد بهتری از سنجه‌ی ارزش در معرض خطر ارائه می‌دهد. جنسای و سلکوک(۲۰۰۴) تئوری ارزش فرین[۲] را در محاسبه ارزش در معرض خطر به کار برده و آن را با روش واریانس کواریانس[۳] و شبیه‌سازی تاریخی[۴] برای بازارهای نوظهور مقایسه نمودند. طبق نتایج تحقیق، آنان استفاده تئوری ارزش فرین را در سطوح اطمینان بالاتر برای برآورد ارزش در معرض خطر پیشنهاد کردند. دوان و همکاران(۲۰۱۱) به اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر شرطی شاخص Hang Seng و توالی پایه آن پرداختند. نتایج این تحقیق بر برتری مدل‌های خانواده گارچ برای محاسبه ارزش در معرض خطر شرطی اشاره دارد. کچلسون(۲۰۱۳) در تحقیق خود به محاسبه و اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از مدل‌های خودرگرسیونی[۵] پرداخت. نتایج حاکی از آن است که برآورد ارزش در معرض خطر شرطی تاثیر بیشتری از توزیع در نظر گرفته شده برای بازده‌ها نسبت به نوع مدل‌های خودرگرسیونی می‌پذیرد. کیم و لی(۲۰۱۶) مدل‌های رگرسیون غیرخطی[۶] را در اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی برای بازده روزانه هیوندای موتورز از ۱۱اکتبر ۲۰۰۵ تا ۱ژانویه ۲۰۱۳ به کار بردند. نتایج نشان دهنده عملکرد قابل قبول و نزدیک به واقعیت مدل‌های رگرسیون غیرخطی بوده است. مندس(۲۰۱۶) با استفاده از سنجه‌های ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض

خطر شرطی به مدل‌سازی ریسک پرتفو پرداخته و با استفاده از تئوری ارزش فرین، توزیع دم‌پهن سری‌های زمانی را محاسبه و در نهایت با توابع کاپولا[۷]، توزیع توام سبد را بدست آورد. از مطالعات داخلی صورت گرفته هم می‌توان به کشاورز و صمدی(۱۳۸۸) اشاره نمود که به برآورد تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر با استفاده از مدل‌های خانواده GARCH پرداختند. نتایج نشان دهنده آن است که در سطح معناداری ۲/۵درصد مدل FIGARCH[۸]، بهترین عملکرد را در میان مدل‌های خانواده GARCH داشته است. فلاح‌پور و همکاران(۱۳۹۴) به برآورد ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده روش‌های از GARCH، EGARCH و TGARCH برای بازار طلا و نفت پرداختند. نتایج حاصل شده نشان می‌دهد روش TGARCH با توزیع تی‌استودنت بیش‌ترین تصریح و دقت را در تخمین ارزش در معرض خطر شرطی داراست.

با مرور مطالعات صورت گرفته می‌توان دریافت که تاکنون از روش استوار کیپرا برای اندازه‌گیری و برآورد ارزش در معرض خطر شرطی(CVaR)، چه در داخل و چه در خارج استفاده نشده است و تنها تحقیق انجام شده توسط محمدیان امیری و همکاران(۱۳۹۶) بوده است که به برآورد ارزش در معرض خطر(VaR) شاخص صنعت خودرو با استفاده از روش استوار کیپرا پرداختند. در این بررسی ارزش در معرض خطر با استفاده از چهار مدل پیش‌بینی نوسانات بازده در سه سطح اطمینان مختلف برآورد شده و مقایسه‌ای بین آنان به وسیله سه آزمون پس‌آزمایی صورت گرفت. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در توزیع نرمال با سطوح اطمینان ۹۵درصد، ۹۷/۵درصد و ۹۹درصد و همچنین در توزیع تی‌استودنت با سطوح اطمینان ۹۷/۵درصد و ۹۹درصد روش استوار کیپرا رتبه اول را کسب نموده و روش‌های گارچ، میانگین موزون متحرک نمایی و روش میانگین متحرک ساده به ترتیب رتبه دوم، سوم و چهارم را کسب نمودند. لازم به ذکر است که کیپرا(۱۹۹۲) و گلپر و همکاران(۲۰۱۰) در مطالعات خود نیز از روش استوار کیپرا به دلیل دارا بودن پارامتر هموارساز(که سبب تعدیل داده‌های پرت و آلوده می‌شود)، به عنوان روشی با تصریح و دقت بالا یاد کردند.

۳- روش‌شناسی پژوهش

در این مقاله مقدار ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از روش‌های GARCH، EGARCH، TGARCH و روش استوار کیپرا در دو سطح اطمینان ۹۵درصد و ۹۹درصد برای بازده لگاریتمی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران به صورت روزانه محاسبه شده است. برای بررسی کفایت دقت مدل‌های بکار گرفته شده از آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی، ترکیبی و آزمون تابع زیان لوپز استفاده شده است. برای معرفی مدل مناسب در این مقاله ابتدا آزمون‌های پوششی غیرشرطی، پوشش شرطی و آزمون ترکیبی را ملاک قرار داده و در صورتی که دو یا چند مدل از منظر این آزمون‌ها مناسب بودند، آزمون تابع زیان لوپز را برای آن‌ها بکار برده و در نهایت مدلی که نمره تابع زیان لوپز آن از همه کمتر باشد به عنوان مدل برتر برگزیده می‌شود. برای مدل‌هایی که نمره آزمون تابع زیان لوپز آن‌ها کمتر از ۰/۰۱ شده باشد، رتبه‌ی یک تخصیص داده و اگر آماره مذکور بین ۰/۰۱ و ۰/۱ و بیشتر از۰/۱ باشد، به روش‌های مورد ارزیابی به ترتیب رتبه‌های دو و سه اختصاص

داده می‌شود. در ادامه به شرح هر یک از مفاهیم ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی، روش‌های برآورد و آزمون‌های پس‌آزمایی پرداخته می‌شود.

۳-۱- ارزش در معرض خطر[۹]

از منظر آماری ارزش در معرض خطر یک متغیر تصادفی گسسته از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$VaR = MZ_{\alpha}\sigma\sqrt{T} \qquad (۱)$$

که درآن α سطح معناداری، M ارزش بازار دارایی و T طول دوره‌ی زمانی می‌باشد. همچنین ارزش در معرض خطر برای یک متغیر تصادفی پیوسته به صورت زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\alpha = \int_{-VaR}^{+\infty} f(x)dx \qquad (۲)$$

اما سنجه ارزش در معرض خطر یک مدل منسجم به شمار نمی‌رود. یک مدل منسجم می‌بایست دارای چهار ویژگی باشد(آکربی و تاسچه، ۲۰۰۲):

الف) یکنوایی[۱۰]

اگر مقادیر یک سبد دارایی (Y) در تمامی حالات ممکن اساسا کمتر از سبد دارایی دیگر (X) باشد، باید ریسک بیشتری داشته باشد.

$$X,Y \in V, \quad X \geq Y \Rightarrow P(X) \leq P(Y) \qquad (۳)$$

ب) زیرجمع‌پذیری[۱۱]

ریسک یک دارایی باید از مجموع ریسک‌های مجزا کمتر و یا حداقل مساوی آن‌ها باشد.

$$X,Y,X+Y \in V, \quad X \geq Y \Rightarrow P(X+Y) \leq P(X)+P(Y) \qquad (۴)$$

ج) همگنی مثبت[۱۲]

در صورت تغییر اندازه سبد دارایی با ضریب h باید سنجه‌ی ریسک آن نیز معادل همان ضریب توزیع، تغییر یابد.

$$X \in V, h > 0, hX \in V \Rightarrow P(hx) = hP(X) \qquad (۵)$$

د) عدم تغییر انتقالی[۱۳]

در صورت افزایش یک مقدار ثابت به مقادیر سبد دارایی باید ریسک آن به همان اندازه، کاهش یابد.

$$X \in V, a \in R \Rightarrow P(x+a) = P(X) - a \qquad (۶)$$

ارزش در معرض خطر از ویژگی زیرجمع‌پذیری محروم می‌باشد و به تبع آن یک مدل منسجم محسوب نمی‌گردد، از همین رو برای رفع این مشکل از سنجه جدیدتری به نام ارزش در معرض خطر شرطی استفاده می‌شود.

۳-۲- ارزش در معرض خطر شرطی[۱۴]

در صورتی که X یک متغیر تصادفی گسسته باشد، ارزش در معرض خطر شرطی در سطح اطمینان α به صورت زیر قابل بیان است:

$$CVaR_{\alpha} = E[X \mid X \geq VaR_{\alpha}] \qquad (۷)$$

همچنین در صورتی که تابع توزیع پیوسته باشد، ارزش در معرض خطر شرطی به صورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$CVaR_{\alpha} = \frac{1}{1-\alpha}\int_{\alpha}^{1} VaR_{\beta}\, d\beta \qquad (۸)$$

رابطه بالا بیانگر آن است که $CVaR_{\alpha}$ میانگین VaR_{β} به ازای $\beta \in [\alpha,1]$ می‌باشد.

۳-۳- مدل‌های برآورد

الف) مدل خودرگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس[۱۵]

حالت تعمیم‌یافته از مدل‌های ARCH اولین بار توسط بلرسلو(۱۹۸۶) با عنوان GARCH ارائه شد. این دسته از مدل‌ها در قیاس با روش‌های ARCH یک مقدار واریانس شرطی با وقفه به آنان اضافه شده است. مدل گارچ در حالت کلی از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad (۹)$$

که در آن $\beta_i \geq 0, p > 0$ و $1 \leq i \leq p$ می‌باشد.

ب) مدل‌های خودرگرسیونی شرطی آستانه‌ای[۱۶]

مدل TGARCH توسط زاکویان(۱۹۹۴) معرفی شد. این مدل از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (۱۰)$$

که در آن I_t تابع معرف است و از رابطه (۱۱) پیروی می کند:

$$I_t = \begin{cases} 1, if & \varepsilon_t < 0 \\ 0, if & \varepsilon_t \geq 0 \end{cases} \quad (۱۱)$$

در مدل فوق اخبار خوب($\varepsilon_t \geq 0$) و اخبار بد($\varepsilon_t < 0$) اثرات متفاوتی بر واریانس شرطی می‌گذارند. اخبار خوب دارای اثر α بوده و خبر بد دارای اثر $\alpha + \gamma$ می‌باشد. مراتب بالاتر مدل TGARCH نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (۱۲)$$

ج) مدل خودرگرسیونی شرطی نمایی[۱۷]

مدل گارچ نمایی توسط نلسون(۱۹۹۱) ارائه گردید. مدل اولیه‌ی EGARCH از رابطه (۱۳) پیروی می‌کند:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (۱۳)$$

همچنین لگاریتم واریانس شرطی مدل مذکور به صورت زیر مدل‌سازی می‌شود:

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (۱۴)$$

در رابطه فوق مادامی که اثر اهرم[۱۸] بیشتر از درجه‌دو باشد، مدل مذکور نمایی خواهد شد.

د) روش استوار کیپرا[۱۹]

کیپرا(۱۹۹۲) در تحقیق خود به توسعه روش هموارسازی نمایی پرداخت. روش هموارسازی نمایی در واقع یک روش میانگین متحرک موزون است که اوزان بیشتری به داده‌های دوره‌های اخیر اختصاص می‌دهد. روش هموارسازی نمایی از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند:

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \lambda \cdot (Y_t - \hat{Y}_t) \quad (۱۵)$$

که در آن $\hat{Y}_{t+1}$ مقدار پیش‌بینی برای دوره $t+1$، $\hat{Y}_t$ مقدار پیش‌بینی برای دوره t، Y_{t+1} مقدار واقعی دوره $t+1$ و λ پارامتر هموارساز می‌باشد. باید به این نکته توجه داشت، در مواقعی که توزیع داده‌ها دم‌پهن باشد

روش هموارسازی نمایی نمی‌تواند پیش‌بینی نزدیک به واقعیتی از خود ارائه دهد. از همین رو کیپرا با ارائه مدل استوار خود ضعف‌های مدل مذکور را برطرف نمود. روش استوار کیپرا برای پیش‌بینی نوسانات از رابطه(۱۶) پیروی می‌کند:

$$\hat{\sigma}_t = 1.25\lambda_\sigma |r_t| + (1-\lambda_\sigma)\hat{\sigma}_{t-1} \qquad (۱۶)$$

که در آن λ_σ پارامتر هموارساز بوده و مقدار بهینه آن از رابطه زیر به دست می‌آید(کروکس و همکاران،۲۰۱۱):

$$\lambda_\sigma^{opt} = \arg\min \sum_{t=1}^{n} (Y_t - \hat{Y}_{t|t-1})^2 \qquad (۱۷)$$

با توجه به مطالب فوق و از آنجایی که متغیرهای این تحقیق به صورت گسسته می‌باشد، لذا نخست با استفاده روش‌های GARCH، EGARCH، TGARCH و روش استوار کیپرا به محاسبه σ در رابطه(۱) پرداخته و سپس به دلیل معلوم بودن سایر پارامترهای رابطه(۱)، به برآورد ارزش در معرض خطر پرداخته شده است. در مرحله بعد به وسیله ارزش در معرض خطر برآورد شده، به برآورد ارزش در معرض خطر شرطی بر مبنای رابطه(۷) اقدام به عمل آمده است. سپس به منظور ارزیابی و شناسایی دقت سنجه برآورد شده از آزمون‌های پس‌آزمایی متشکل از آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی، ترکیبی و آزمون تابع زیان لوپز استفاده شده است. در ادامه به چگونگی عملکرد هریک از آزمون‌ها پرداخته می‌شود.

۳-۴- آزمون‌های پس‌آزمایی

الف) آزمون پوشش غیرشرطی[۲۰]

آزمون پوشش غیرشرطی توسط کوپیک(۱۹۹۵) ارائه گردید که برابری بین سطح معنی داری تئوری و احتمال تجربی استثنائات را بررسی می‌نماید. در این آزمون فرض می‌شود که متغیر تصادفی وقوع یک نقض در زمان t از توزیع برنولی پیروی می‌کند. فرض صفر این آزمون برابری نسبت نقض تئوری و نسبت نقض تجربی است. به عبارت دیگر:

$$H_0 : p = \hat{p} = \frac{\upsilon_1}{W_T} \qquad (۱۸)$$

با انجام محاسبات نسبت درست‌نمایی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$LR_{UCC} = 2Log\left(\frac{(1-\hat{p})^{\nu_0}\,\hat{p}^{\nu_1}}{(1-p)^{\nu_0}\,p^{\nu_1}}\right) \overset{\text{asymptotic}}{\approx} \chi_1^2 \qquad (۱۹)$$

ب) آزمون پوشش شرطی[۲۱]

آزمون پوشش شرطی به بررسی خاصیت استقلال استثنائات از یکدیگر می‌پردازد. به عبارت دیگر هدف این آزمون سنجش برابری نسبت سطح پوشش مورد انتظار و مشاهده شده نیست، بلکه استقلال سریالی شکست‌ها را مورد ارزیابی قرار می‌دهد. آماره این آزمون به صورت زیر می‌باشد:

$$LR_{CC} = 2Log\left(\frac{(1-\pi_{01})^{\nu_{00}}\pi_{01}^{\ \nu_{01}}(1-\pi_{11})^{\nu_{10}}\pi_{11}^{\ \nu_{11}}}{\hat{\alpha}^{\nu_0}(1-\hat{\alpha})^{\nu-\nu_0}}\right) \overset{\text{asymptotic}}{\approx} \chi_1^{\ 2} \qquad (۲۰)$$

ج) آزمون ترکیبی[۲۲]

این آزمون از ترکیب آزمون‌های پوشش غیرشرطی و پوشش شرطی حاصل می‌شود که به شرح زیر است:

$$LR_{JT} = LR_{UCC} + LR_{CC} \qquad (۲۱)$$

د) آزمون تابع زیان لوپز[۲۳]

در این تابع زیان، چنانچه مقدار زیان از مقدار ارزش در معرض خطر شرطی برآورد شده متناظر بیشتر باشد در واقع حد ارزش در معرض خطر شرطی نقض شده است، در این صورت گفته می‌شود که یک استثناء رخ داده است. این مفهوم در زمان t به صورت زیر قابل بیان است:

$$C_t = \begin{cases} 1 & if \quad L_t > CVaR_t \\ 0 & if \quad L_t < CVaR_t \end{cases} \qquad (۲۲)$$

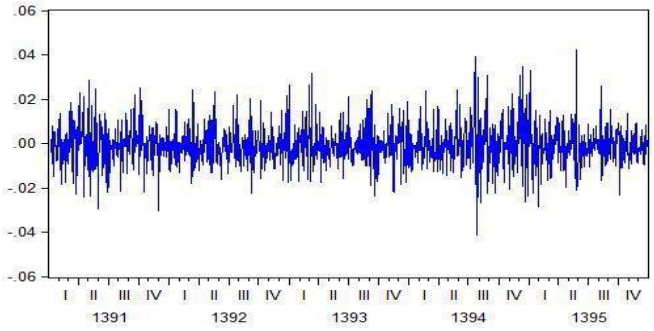
نمره نهایی آزمون تابع زیان لوپز از طریق رابطه(۲۳) محاسبه می‌گردد که در آن C_t همان رابطه‌ی(۲۲)، P سطح اطمینان و n تعداد مشاهدات می‌باشند(لوپز،۱۹۹۹):

$$QPS = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}(C_t - P)^2 \qquad (۲۳)$$

۴- یافته‌های پژوهش

۴-۱- داده‌ها

داده‌های مورد استفاده بازده لگاریتمی روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با تعداد نمونه ۱۲۱۶ از ابتدای فروردین ماه سال ۱۳۹۱ تا پایان اسفند ماه سال ۱۳۹۵ می‌باشد. ویژگی‌های آماری داده‌ها در بازه‌ی زمانی مذکور در جدول(۱) آورده شده است.



شکل۱- بازده لگاریتمی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

جدول۱- مشخصات آماری بازده لگاریتمی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

تعداد	کشیدگی	چولگی	میانگین	انحراف معیار	حداقل	حداکثر	جاک برا
۱۲۱۶	۴/۶۶۱۰	۰/۲۶۲۰۸	۰/۰۰۰۸۹۵۲۷	۰/۰۰۷۵۱۰۳	-۰/۰۵۶۷	۰/۰۳۵۲۶۶	۱۱۰۳/۶

با توجه به جدول فوق می‌توان به این نکته دست یافت که توزیع داده مورد استفاده متقارن نبوده و به صورت چوله به راست می‌باشد، به عبارتی توزیع بیشتر به سمت راست یا بازده لگاریتمی مثبت تمایل دارد. از طرفی ضریب کشیدگی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران عددی بیشتر از سه شده است(با توجه به اینکه کشیدگی توزیع نرمال تقریبا سه است). این موضوع دلالت بر آن دارد که داده‌ها دارای کشیدگی بیشتری نسبت به توزیع نرمال هستند. نهایتا ضریب بالای جارک-برا برای شاخص مذکور، بیانگر فاصله زیاد توزیع داده‌ها با توزیع نرمال می‌باشد. لذا می‌توان به این نتیجه رسید که داده‌ها از تابع نرمال پیروی نکرده و به دلیل دم پهنی تمایل به توزیع تی‌استودنت دارند. از این رو در این مقاله برآورد ارزش در معرض خطر شرطی با فرض توزیع تی‌استودنت صورت می‌پذیرد.

۴-۲- آزمون مانایی و اثر آرچ

برای بررسی دقیق ویژگی داده‌ها نیاز به برخی از آزمون‌ها می‌باشد. از مهمترین این آزمون‌ها می‌توان آزمون ریشه واحد و آزمون اثر آرچ اشاره نمود. نتایج این دو آزمون در جداول (۲) و (۳) آورده شده است:

جدول۲- نتایج آزمون مانایی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

آزمون	آماره آزمون	P_Value	نتیجه
دیکی فولر تعمیم‌یافته (ADF)	۱۴۸/۲۸۱	۰/۰۰۰۰	مانایی داده‌ها تایید شده است
فیلیپس و پرون (PP)	۱۹۳/۸۲۱	۰/۰۰۰۰	مانایی داده‌ها تایید شده است

جدول۳- نتیجه آزمون اثر آرچ شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

نوع آزمون	هدف آزمون	آماره آزمون	P_Value	سطح اطمینان	نتیجه آزمون
آرچ	بررسی وجود اثرات آرچ	۳۷/۱۷۲۱۰	۰/۰۰۰۰	٪۹۵	اثر آرچ بر روی داده‌ها تایید شده است

در جدول(۲) نتایج آزمون‌های دیکی فولر تعمیم‌یافته[۲۴] و فیلیپس و پرون[۲۵] نشان می‌دهد که مقدار آماره‌ی این آزمون‌ها برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران، از قدر مطلق مقادیر بحرانی بیشتر می‌باشد و مقادیر احتمال آن‌ها صفر است. لذا فرضیه صفر، یعنی وجود ریشه واحد رد می‌شود و سری‌ها از یک فرآیند تصادفی مانا پیروی می‌کنند. همچنین در جدول(۳) P_Value حاصل شده از آزمون اثر آرچ[۲۶] نشان می‌دهد که متغیرهای شاخص مورد بررسی، دارای یک فرآیند تصادفی مانا با وجود ناهمسانی واریانس می‌باشند. زیرا آماره‌ی آزمون در ناحیه بحرانی قرار دارد و مقدار احتمال آن صفر(کوچکتر از ۰/۰۵) می‌باشد، لذا فرضیه‌ی وجود آرچ رد نمی‌شود. بنابراین بر اساس نتیجه فوق، می‌توان در این تحقیق از مدل‌های ناهمسانی واریانس برای مدل‌سازی نوسانات استفاده نمود.

۴-۳- نتایج برآورد ارزش در معرض خطر شرطی و آزمون‌های بازخورد

جهت تحلیل دقیق مناسب بودن یا نبودن یک مدل، نیاز به آزمون‌های آماری برای بررسی معناداری نسبت نقض می‌باشد. آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی و آزمون ترکیبی به همین منظور به کار برده شده‌اند. اما در صورتی که چند مدل توسط این سه آزمون تایید گشت، دیگر نمی‌توان مقایسه‌ای بین مدل‌ها انجام داد و مدل برتر را شناسایی نمود. از این رو از آزمون تابع زیان لوپز نیز به منظور رتبه‌بندی مدل‌های GARCH، EGARCH، TGARCH و روش استوار کیپرا استفاده شده است. برای سهولت رتبه‌بندی با توجه به نمره حاصل شده از مدل‌های مذکور به شرح زیر رتبه اختصاص داده می‌شود:

جدول۴- طریقه اتخاذ رتبه در آزمون تابع زیان لوپز

مقادیر لوپز	رتبه
زیر ۰/۰۱	یک
۰/۰۱ تا ۰/۱	دو
بالای ۰/۱	سه

نتایج مدل‌های GARCH، TGARCH، EGARCH و روش استوار کیپرا به تفکیک هر آزمون پس‌آزمایی و سطوح اطمینان به ترتیب در جداول (۵)، (۶)، (۷) و (۸) آورده شده است:

جدول۵- نتایج مدل GARCH به ازای هر آزمون پس‌آزمایی برای سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪

نوع آزمون پس‌آزمایی		سطوح اطمینان	
		C=۰/۹۵	C=۰/۹۹
آزمون پوشش غیرشرطی	آماره آزمون	۳۵/۳۶۲۸	۰/۰۸۲
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	عدم تایید	تایید
آزمون پوشش شرطی	آماره آزمون	۰/۵۹۷۳	۰/۲۶۴۰
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	تایید	تایید
آزمون ترکیبی	آماره آزمون	۳۵/۹۶۰۱	۰/۳۴۶
	مقدار بحرانی	۵/۹۹	۹/۲۱
	نتیجه آزمون	عدم تایید	تایید
آزمون لوپز	آماره آزمون	۰/۰۱۶۳	۰/۰۱۰۹
	رتبه	دو	دو

جدول۶- نتایج مدل TGARCH به ازای هر آزمون پس‌آزمایی برای سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪

نوع آزمون پس‌آزمایی		سطوح اطمینان	
		C=۰/۹۵	C=۰/۹۹
آزمون پوشش غیرشرطی	آماره آزمون	NaN	NAN
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	عدم تایید	عدم تایید
آزمون پوشش شرطی	آماره آزمون	۴۶/۵۱۰۸	۴۶/۵۱۰۸
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	عدم تایید	عدم تایید
آزمون ترکیبی	آماره آزمون	NaN	NAN
	مقدار بحرانی	۵/۹۹	۹/۲۱
	نتیجه آزمون	عدم تایید	عدم تایید
آزمون لوپز	آماره آزمون	۰/۳۹۵۸	۰/۳۹۵۸
	رتبه	سه	سه

جدول۷- نتایج مدل EGARCH به ازای هر آزمون پس‌آزمایی برای سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪

نوع آزمون پس‌آزمایی		سطوح اطمینان	
		C=۰/۹۵	C=۰/۹۹
آزمون پوشش غیرشرطی	آماره آزمون	۲۸/۹۱۲۸	۰/۳۳۲۵
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	عدم تایید	تایید
آزمون پوشش شرطی	آماره آزمون	۰/۸۱۵۲	۰/۳۱۰۱
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	تایید	تایید
آزمون ترکیبی	آماره آزمون	۲۹/۷۲۸	۰/۶۴۲۶
	مقدار بحرانی	۵/۹۹	۹/۲۱
	نتیجه آزمون	عدم تایید	تایید
آزمون لوپز	آماره آزمون	۰/۰۱۹۰	۰/۰۱۱۸
	رتبه	دو	دو

جدول۸- نتایج مدل استوار کیپرا به ازای هر آزمون پس‌آزمایی برای سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪

نوع آزمون پس‌آزمایی		سطوح اطمینان	
		C=۰/۹۵	C=۰/۹۹
آزمون پوشش غیرشرطی	آماره آزمون	۵۱/۵۳۰۱	۲/۷۸۶۰
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	عدم تایید	تایید
آزمون پوشش شرطی	آماره آزمون	۲/۴۶۴۴	۰/۰۶۵۶
	مقدار بحرانی	۳/۸۴	۶/۳۳
	نتیجه آزمون	تایید	تایید
آزمون ترکیبی	آماره آزمون	۵۳/۹۹۴۵	۲/۸۵۱۶
	مقدار بحرانی	۵/۹۹	۹/۲۱
	نتیجه آزمون	عدم تایید	تایید
آزمون لوپز	آماره آزمون	۰/۰۱۰۹	۰/۰۰۵۴
	رتبه	دو	یک

در جداول (۵)، (۶)، (۷) و (۸) آزمون پوشش غیرشرطی در صورتی مدل را تایید می‌نماید که آماره این آزمون(سطر سوم جداول مذکور) از توزیع کای‌دو با درجه آزادی یک(سطر چهارم) کوچکتر باشد. به عبارت دیگر اگر آماره محاسبه شده‌ی آزمون به وسیله رابطه‌ی(۱۹) برای سطوح اطمینان ۹۵درصد و ۹۹درصد به ترتیب بیشتر از ۳/۸۴ و ۶/۳۳ باشد، آن‌گاه مدل مورد ارزیابی رد می‌شود و در غیر این صورت دقت برآورد ارزش در معرض خطر شرطی تایید می‌گردد. آزمون پوشش شرطی نیز همانند آزمون پوشش غیرشرطی، در صورتی که آماره محاسبه شده‌ی آزمون(سطر ششم جداول مذکور) از طریق رابطه‌ی(۲۰) از توزیع کای‌دو با درجه آزادی یک کوچکتر باشد، مدل تایید می‌شود. آزمون ترکیبی همان گونه از نامش پیداست از ترکیب آزمون‌های پوشش غیرشرطی و پوشش شرطی حاصل می‌شود و با توزیع کای‌دو با درجه آزادی دو، به عنوان ناحیه بحرانی مقایسه می‌گردد. این بدان معناست که اگر آماره محاسبه شده‌ی آزمون(سطر نهم جداول مذکور) از طریق رابطه‌ی(۲۱) در سطوح اطمینان ۹۵درصد و ۹۹درصد به ترتیب بیشتر از ۵/۹۹ و ۹/۲۱ باشد، مدل رد می‌شود و در غیر این صورت تایید می‌گردد.

خروجی‌های آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی و آزمون ترکیبی نشان می‌دهد که روش TGARCH فاقد اعتبار بوده است. زیرا آماره‌های آزمون‌های مذکور در این روش از مقادیر بحرانی آن بیشتر بوده و به تبع آن وضعیت عدم تایید برای این روش منظور می‌گردد. (این روش دارای شش حالت عدم تایید می‌باشد). اما روش‌های GARCH، EGARCH و روش استوار کیپرا به دلیل داشتن تعداد تاییدهای برابر(هر سه روش دارای چهار حالت تایید و دو حالت عدم تایید)، عملکرد مشابه‌ی داشته و لذا نمی‌توان روش برتر را بر مبنای آزمون‌های مذکور شناسایی نمود. به همین دلیل از آزمون تابع زیان لوپز برای شناسایی روش برتر استفاده گردیده شد. همان‌گونه که اشاره گردید در تابع زیان لوپز، هر زیانی که مقدار آن بیش از مقدار ارزش در معرض خطر شرطی باشد، به عنوان یک استثناء تلقی شده و به آن عدد یک اختصاص داده می‌شود. اما می‌بایست توجه داشت که مقایسه روش‌ها بر اساس تعداد استثنائات بیشتر، لزوما نتیجه مطلوبی به همراه ندارد. لذا رتبه‌بندی روش‌ها بر اساس مدل معیار صورت می‌گیرد و دوری و نزدیکی روش‌ها با مدل معیار، ملاک عملکرد آنان خواهد بود. به این شکل که روش برتر، روشی است که حداقل اختلاف را با مدل معیار داشته باشد. این نمره نهایی آزمون تابع زیان لوپز از طریق رابطه(۲۳) محاسبه می‌شود. همچنین برای سهولت رتبه‌بندی روش‌ها، در صورتی که مقادیر نهایی آزمون تابع زیان لوپز کمتر از ۰/۰۱ باشد به آن رتبه‌ی یک و در صورتی که بین ۰/۰۱ تا ۰/۱ و بیشتر از ۰/۱ باشد به ترتیب رتبه‌ی دو و سه تعلق می‌گیرد. روش TGARCH در هر دو سطح اطمینان توسط آزمون تابع زیان لوپز رتبه‌ی سوم را اخذ نموده است که این موضوع عملکرد ضعیف روش TGARCHدر خروجی آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی و آزمون ترکیبی را نیز تایید می‌نماید. روش‌های GARCH و EGARCH نیز برای هر دو سطح اطمینان رتبه‌ی دوم را کسب نموده‌اند. اما روش استوار کیپرا با نمره‌ی ۰/۰۱۰۹ و ۰/۰۰۵۴ به ترتیب برای سطح اطمینان ۹۵درصد و ۹۹درصد رتبه‌ی دوم و اول را کسب نموده است. لذا عملکرد بهتر روش استوار کیپرا نسبت به سایر روش‌ها تایید می‌گردد.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

همان‌گونه که به تفصیل بیان شد در این مقاله به دلیل اهمیت مقوله مدیریت و اندازه‌گیری ریسک به اندازه‌گیری و سنجش ارزش در معرض خطر شرطی با به کار گرفتن سه روش مرسوم برای پیش‌بینی نوسانات متشکل از GARCH، TGARCH، EGARCH و یک روش پیشنهادی(روش استوار کیپرا) پرداخته شد. نتایج آزمون پوشش غیرشرطی، شرطی و آزمون ترکیبی نشان می‌دهد. در سطوح اطمینان ۹۵درصد و ۹۹درصد، روش‌های GARCH، EGARCH و روش استوار کیپرا عملکرد مشابهی داشته و روش TGARCH عملکرد به نسبت ضعیف‌تری در قیاس با سایر روش‌ها داشته است و با توجه به نمرات تابع زیان لوپز کسب شده‌ی ۰/۰۱۶۳، ۰/۰۱۹۰ و ۰/۰۱۹۰ به ترتیب برای روش‌های GARCH، EGARCH و روش استوار کیپرا نشان می‌دهد که هر سه روش با توجه به جدول(۴) عملکرد یکسانی داشته و رتبه دوم را کسب نموده‌اند. برابری نمرات تابع زیان لوپز روش‌های EGARCH و استوار کیپرا حاکی از یکسان بودن تعداد تخطی آنان می‌باشد. همچنین در سطح اطمینان ۹۹درصد روش‌های GARCH، EGARCH و روش استوار کیپرا با نمرات ۰/۰۱۰۹، ۰/۰۱۱۸ و ۰/۰۰۵۴ به ترتیب رتبه‌ی دوم، دوم و اول را کسب نموده‌اند. بنابراین در حالت کلی روش پیشنهادی این مقاله، روش برتر برای برآورد ارزش در معرض خطر شرطی شناخته شده و می‌توان از آن به عنوان جایگزین شایسته‌ای برای روش‌های مرسوم یاد نمود.

همچنین با مقایسه نتایج این مطالعه و یافته‌های تحقیق محمدیان امیری و همکاران(۱۳۹۶) مشاهده می‌شود که روش استوار کیپرا علاوه بر برتری از میان روش‌های GARCH ، میانگین موزون متحرک نمایی و روش میانگین متحرک ساده در برآورد ارزش در معرض خطر، در این مطالعه نیز عملکرد قابل اتکای این روش تایید شده و به عنوان روش برتر از میان روش‌های GARCH ، TGARCH، EGARCH در برآورد ارزش در معرض خطر شرطی شناخته می‌شود. همچنین در تحقیقات انجلیدیس و همکاران(۲۰۰۴) و فلاح‌پور و همکاران(۱۳۹۴) که به برآورد ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی به وسیله‌ی مدل‌های خانواده گارچ پرداخته‌اند، به ترتیب مدل‌های EGARCH و TGARCH به عنوان روش برتر انتخاب شده‌اند، که در این مطالعه نیز از میان مدل‌های خانواده گارچ، مدل EGARCH عملکرد بهتری از خود نشان داده است.

فهرست منابع

* فلاح پور سعید، رضوانی فاطمه، رحیمی محمدرضا. (۱۳۹۴). برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) با استفاده از مدلهای ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن در بازار طلا و نفت. مجله دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۸(۲۶)،۱-۱۸.
* کشاورز حداد غلام‌رضا، صمدی باقر. (۱۳۸۸). برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدلهای خانوده FIGARCH. مجله تحقیقات اقتصادی، ۱(۴۴)، ۱۹۳-۲۳۵.

* محمدیان امیری احسان، ابراهیمی سید بابک، افراسیابی نژاد مریم. (۱۳۹۶). ارائه رویکردی جدید جهت برآورد استوار ارزش در معرض ریسک؛ رهیافت مقایسه‌ای. مجله مهندسی صنایع و مدیریت دانشگاه صنعتی شریف، زیر چاپ.
* Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. Economic notes, 31(2), 379-388.
* Angelidis, T., Benos, A. and Degiannakis, S. (2004) The use of GARCH models in VaR estimation. Statistical methodology, 1(1), pp.105-128.
* Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of econometrics, 31(3), 307-327.
* Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts. International economic review, 841-862.
* Cipra, T. (1992). Robust exponential smoothing. Journal of Forecasting, 11(1), 57-69.
* Croux, C., Gelper, S., & Mahieu, K. (2011). Robust control charts for time series data. Expert Systems with Applications, 38(11), 13810-13815.
* Dimson, E., & Marsh, P. (1990). Volatility forecasting without data-snooping. Journal of Banking & Finance, 14(2), 399-421.
* DUAN, J. S., & GONG, Z. Y. (2011). The Stock Index Futures Market Price Risk Measurement System——Empirical Study Based on CVaR-GARCH-R/S Fractal [J]. Journal of Shanxi Finance and Economics University, 5, 004.
* Gelper, S., Fried, R., & Croux, C. "Robust forecasting with exponential and Holt–Winters smoothing", Journal of forecasting, 29(3), pp. 285-300 (2010).
* Gencay, R., & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. International Journal of Forecasting, 20(2), 287-303.
* Kim, M., & Lee, S. (2016). Nonlinear expectile regression with application to Value-at-Risk and expected shortfall estimation. Computational Statistics & Data Analysis, 94, 1-19.
* Kupiec, P. H. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. The J. of Derivatives, 3(2).
* Kjellson, B. (2013). Forecasting Expected Shortfall: An Extreme Value Approach.
* Lopez, J. A. (1999). Methods for evaluating value-at-risk estimates. Economic review, 2, 3-17.
* Mendes, R. R. A., Paiva, A. P., Peruchi, R. S., Balestrassi, P. P., Leme, R. C., & Silva, M. B. (2016). Multiobjective portfolio optimization of ARMA–GARCH time series based on experimental designs. Computers & Operations Research, 66, 434-444.
* Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 347-370.
* Pagan, A. R., & Schwert, G. W. (1990). Alternative models for conditional stock volatility. Journal of econometrics, 45(1), 267-290.
* Yamai, Y., & Yoshiba, T. (2002). Comparative analyses of expected shortfall and value-at-risk: their estimation error, decomposition, and optimization. Monetary and economic studies, 20(1), 87-121.
* Zakoian, J. M. (1994). Threshold heteroskedastic models. Journal of Economic Dynamics and control, 18(5), 931-955

یادداشت‌ها

[1] Exponential smoothing method
[2] Extreme Value Theory
[3] Variance-Covariance method
[4] Historical simulation method
[5] Autoregressive model
[6] Nonlinear regression
[7] Copula distribution
[8] Fractionally Integrated Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity
[9] Value at Risk
[10] Monotonicity
[11] Subadditivity
[12] Positive Homogeneity
[13] Translational Invariance
[14] Conditional Value at Risk
[15] Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity
[16] Threshold GARCH (TGARCH)
[17] Exponentail GARCH (EGARCH)
[18] Leverage effect
[19] Robust Cipra method
[20] Unconditional Coverage test
[21] Conditional Coverage test
[22] Joint test
[23] Lopez loss function test
[24] Augmented Dicky Fuller test
[25] Phillips and Perron test
[26] Arch effect test