فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال هشتم/ شماره سی‌ویکم/ پائیز ۱۳۹۸

استخراج استراتژی پوشش ریسک در بازارهای پخش–پرش به کمک حساب ملیاوین

مینو بخش محمّدلو
دانشجوی دکتری ریاضی، دانشگاه علم و صنعت ایران
mmohamadlou@mathdep.iust.ac.ir

رحمان فرنوش
دانشیار و عضو هیأت علمی دانشگاه علم و صنعت ایران (نویسنده مسئول)
rfarnoosh@iust.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۶/۲۸ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۰/۳۰

چکیده

در این مقاله مسأله پوشش ریسک را در یک بازار پخش-پرش مورد بررسی قرار می دهیم. در چنین بازاری استراتژی پوشش ریسک کامل موجود نیست، بنابراین استراتژی ای مناسب است که ریسک باقی مانده را مینیمم کند. برای این منظور ما به دو روش متفاوت ریسک باقی مانده را محاسبه می کنیم، یکی با استفاده از فرمول ایتو و دیگری به کمک فرمول تعمیم یافته کلارک-اکن. سپس با مشتق گیری نسبت به پارامتر استراتژی، واریانس ریسک را مینیمم می کنیم. نتایج نشان می دهد زمانی که فرآیند قیمت دارای ساختار مارکفی است هر دو روش منتهی به یک استراتژی پوشش ریسک خواهند شد. همچنین استفاده از حساب ملیاوین و نسخه تعمیم یافته فرمول کلارک-اکن شرط قوی مشتق پذیری $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ روی $[0,T]\times\mathbb{R}^+$ را به شرط $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^1$ با مشتق کراندار روی S تقلیل می دهد. این امر قدرت حساب ملیاوین در مسأله پوشش ریسک را نشان می دهد.

واژه‌های کلیدی: بازار پخش-پرش، استراتژی پوشش ریسک، حساب ملیاوین، فرمول کلارک-اکن، ریسک باقی مانده.

۱- مقدمه

حرکت براونی[۱]، یک فرآیند تصادفی با نموهای مستقل و مانا است. این فرآیند به طور وسیع برای توصیف نوسانات قیمت در قالب مدل بلک-شولز (۱۹۷۳) و یا دیگر انواع مدل های پخش[۲] مورد استفاده قرار می گیرد و ویژگی مشترک این مدل ها پیوستگی ست. توصیف بازار با مدل های پیوسته گرچه ممکن است با سادگی و سهولت در محاسبات قیمت گذاری[۳]، پوشش ریسک[۴] و ... همراه باشد، اما منطبق با واقعیت بازار نیست. ریاضیدانان دریافتند برای مدلسازی ای واقعی تر و دریافت نتیجه ای دقیق تر بهتر است پرش[۵] را در معادلات خود بگنجانیم، کنت و تانکو (۲۰۰۴).

در طول دهه های اخیر استفاده از مدل های پخش-پرش[۶] از محبوبیت روزافزونی برخوردار شده است و بسیاری از نویسندگان در زمینه های مختلف به بحث و بررسی در مورد این مدل ها پرداخته اند، کیم و لی (۲۰۱۸)، لو و همکاران (۲۰۱۷)، بو و همکاران (۲۰۱۷) و ... .

توصیف نوسانات بازار با مدل های پخش-پرش ما را با تغییرات و چالش های جدیدی روبرو خواهد کرد. متأسفانه باید گفت بازاری که بدین ترتیب حاصل می شود، بازاری ناکامل است و پوشش کامل ریسک امکان پذیر نیست، هریسون و پلیسکا (۱۹۸۱) و (۱۹۸۳)، بدین معنی که نمی توانیم یک استراتژی با ریسک باقی مانده صفر داشته باشیم. بنابراین لازم است استراتژی ای اتخاذ نماییم که ریسک باقی مانده را مینیمم کند. در این راستا روش های گوناگونی ارائه شده است، فولمر و شاندرمن (۱۹۹۰)، فولمر و شوایتزر (۱۹۹۱)، بنس و همکاران (۲۰۰۳) و ... . فصل دهم از کنت و تانکو (۲۰۰۴) نیز شامل مروری بر این روش هاست.

در این پژوهش ما مسأله پوشش ریسک را در بازار پخش-پرش مورد بررسی قرار می دهیم. پوشش ریسک، یکی از رایج ترین استراتژی های مدیریت ریسک جهت مقابله با موقعیت های ریسکی است. استراتژی پوشش ریسک بدین معناست که معامله گر موضعی را در بازار اتخاذ نماید که جبران کننده ضرر احتمالی باشد.

در برخورد با مسأله پوشش ریسک روش های متعددی ارائه شده است، روش دلتا یکی از این روش هاست. این روش با فرض وجود ساختار مارکف[۷] برای فرآیند قیمت[۸] در یک بازار پیوسته و اعمال شرط مشتق پذیری $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$، استراتژی پوشش ریسک[۹] را بدون ریسک باقی مانده[۱۰] ارائه می دهد. برمین (۲۰۰۳) نشان داد که به کمک حساب ملیاوین[۱۱] و فرمول کلارک-اکن[۱۲] می توان استراتژی پوشش ریسک دلتا را تحت شرایط ضعیف تری محاسبه کرد. بدین معنا که شرط قوی مشتق پذیری $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ را به شرط $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1}$ با مشتق کراندار کاهش داد.

در این مقاله ما نتایج برمین (۲۰۰۳) را به بازارهای پخش-پرش تعمیم می دهیم و با فرض وجود ساختار مارکف برای فرآیند قیمت، به دو روش ریسک باقی مانده را تعریف کرده و سپس با مینیمم سازی واریانس ریسک، استراتژی پوشش ریسک را محاسبه می کنیم. همچنین استراتژی پوشش ریسک حاصل را برای یک اختیار فروش اروپایی پیاده سازی می کنیم.

در روش اول با فرض برقراری شرط مشتق پذیری $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ روی $[0,T]\times\mathbb{R}^{+}$ از لم ایتو استفاده می کنیم. اگرچه عایدی[۱۳] مطالبات مشروطی[۱۴] که ما عمدتاً با آنها سروکار داریم مشتق پذیر پیوسته هستند، اما مطالبات

مشروط زیادی نیز وجود دارند که در شرط مشتق پذیری $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ صدق نمی کنند. بنابراین می توان گفت این شرط قوی است.

در روش دوم حساب ملیاوین و فرمول تعمیم یافته کلارک-اکن در بازار پخش-پرش، لوکا (۲۰۰۴) و نانو و همکاران (۲۰۰۹)، را به کار می گیریم. نتایج نشان می دهد که در هر دو روش به یک استراتژی پوشش ریسک دست می یابیم. اما نکته قابل توجه این است که در روش دوم یعنی به کمک حساب ملیاوین می توانیم استراتژی بهینه را تحت شرط ضعیف تر $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1}$ با مشتق کراندار کسب کنیم.

۲- چارچوب بازار

فضای احتمال کامل (Ω,F,P) را در نظر می گیریم، به طوری که $\mathbb{F}=\{\mathcal{F}_t\}_{t\in[0,T]}$ اطلاعات تولید شده[۱۵] توسط فرآیند قیمت تا تاریخ سررسید[۱۶] T را نمایش می دهد. در این بازار $m+1$ دارایی[۱۷] معامله می شود: یک دارایی بدون ریسک و m دارایی ریسکی. قیمت دارایی بدون ریسک در معادله دیفرانسیل $dB(t)=r(t)B(t)dt$ با نرخ بهره[۱۸] $r(t)$ صدق می کند. دینامیک قیمت دارایی ریسکی نیز یک فرآیند تصادفی از راست پیوسته و دارای حد چپ و جواب معادله دیفرانسیل تصادفی زیر است:

(۱)

$$dS_i(t)=S_i(t^-)\left(r(t)dt+\sigma_i(t)dW_i(t)+\int_{\mathbb{R}_0} z_i\tilde{N}_i(dt,dz)\right),\quad i=1,\ldots,m,$$

به طوری که $W(t)$ حرکت براونی استاندارد و $\tilde{\mathrm{N}}(dt,dz)$ اندازه ی تصادفی پوآسن جبران شده[۱۹] با چگالی[۲۰] $\gamma(dz)dt$ روی $\mathbb{R}_0:=\mathbb{R}\setminus 0$، تحت اندازه احتمال P هستند. هم چنین فرض می کنیم S_i ها، $i=1,\ldots,m$ ، مستقلند.

تعریف: یک استراتژی سبد مالی[۲۱] عبارت است از فرآیند $m+1$ بعدی $\Pi=(\phi_1,\ldots,\phi_m,\eta)$ که:

(i) $\phi_i\in\Phi=\left\{\phi;E\left[\int\phi^2d\langle S\rangle\right]<\infty\right\}$، $i=1,\ldots,m$، فرآیندی پیش بینی پذیر است و تعداد سهم های دارایی S_i را در لحظه t مشخص می کند،

(ii) $\eta(t)$ فرآیند $\mathbb{F}$ -سازگار[۲۲] است و تعداد اوراق قرضه موجود در سبد مالی را در لحظه t نشان می دهد.

ارزش سبد مالی[۲۳] Π فرآیند از راست پیوسته $V_\Pi(t)=\eta(t)B(t)+\sum_{i=1}^m\phi_i(t)S_i(t)$ است و هزینه[۲۴] حاصل از سبد مالی عبارت است از $C_\Pi(t)=V_\Pi(t)-\sum_{i=1}^m\int_0^t\phi_i(u)dS_i(u)$.

اگر فرآیند قیمت دارای ساختار مارکفی باشد، برای مطالبه مشروط $H\in\mathcal{L}^2(\mathcal{F}_T,P)$ داریم:

$$\begin{aligned} V_t &= E\Big[H\big(S_1(T),\cdots,S_m(T)\big)\,\big|\,\mathcal{F}_t\Big] \\ &= E\Big[H\big(S_1(T),\cdots,S_m(T)\big)\,\big|\,\mathbf{s}=\big(S_1(t)=s_1,\cdots,S_m(t)=s_m\big)\Big] \\ &= E^{s}\Big[H\big(S_1(T-t),\cdots,S_m(T-t)\big)\Big] \\ &= \mathcal{V}(t,s_1,\cdots,s_m)=\mathcal{V}(t,\mathbf{s}). \end{aligned}$$

۳- استراتژی پوشش ریسک

در این بخش ما با استفاده از دو فرمول ایتو و نسخه پخش-پرش فرمول کلارک-اکن ریسک باقی مانده را محاسبه کرده و سپس واریانس آن را مینیمم می کنیم. ما نشان می دهیم که هر دو روش منتهی به یک استراتژی پوشش ریسک می شوند و نیز حساب ملیاوین قادر است شرط مشتق پذیری $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ را به صورت قابل توجهی کاهش دهد.

۳-۱- استراتژی پوشش ریسک به کمک فرمول ایتو

گزاره۱،۳: فرض کنید $\{\mathcal{S}_t\}_{t\in[0,T]}$ جواب معادله دیفرانسیل تصادفی (۱) و $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ روی $[0,T]\times\mathbb{R}^+$ است. پس استراتژی پوشش ریسک برابر است با:

(۲)

$$\phi_i(t)=\frac{\dfrac{\partial\mathcal{V}}{\partial s_i}\sigma_i^2(t)s_i+\int_{\mathbb{R}_0} z_i\big(\mathcal{V}(t,s_i+z_i)-\mathcal{V}(t,s_i)\big)\gamma_i(dz)}{s_i\left(\sigma_i^2(t)+\int_{\mathbb{R}_0} z_i^2\gamma_i(dz)\right)}.$$

اثبات: با توجه به فرض $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ و با کمک لم ایتو می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{\partial\mathcal{V}}{\partial t}dt+\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial s_i}(S_i(t)\sigma_i(t)dW_i(t)+S_i(t)r(t)dt) \\ &+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\frac{\partial^2\mathcal{V}}{\partial s_i^2}\sigma_i^2(t)S_i^2(t)dt+\sum_{i=1}^{m}\int_{\mathbb{R}_0}(\mathcal{V}(t,s_i+z_i)-\mathcal{V}(t,s_i))\tilde{N}_i(dt,dz) \\ &+\sum_{i=1}^{m}\int_{\mathbb{R}_0}(\mathcal{V}(t,s_i+z_i)-\mathcal{V}(t,s_i)-\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial s_i}S_i(t)z_i)\gamma_i(dz)dt. \end{aligned}$$

حال ریسک باقی مانده را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$
\begin{aligned}
d\mathcal{R} &= d\mathcal{V} - \sum_{i=1}^{m} \phi_i(t) dS_i(t) - r(t)(\mathcal{V} - \sum_{i=1}^{m} \phi_i(t) S_i(t))dt \\
&= [\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} + \sum_{i=1}^{m} (\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i} S_i(t) r(t) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial s_i^2} S_i^2(t) \sigma_i^2(t) \\
&+ \int_{\mathbb{R}_0} [\mathcal{V}(t, s_i + z_i) - \mathcal{V}(t, s_i) - \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i} S_i(t) z_i] \gamma_i(dz)) - r(t)\mathcal{V}]dt \\
&+ \sum_{i=1}^{m} S_i(t) \sigma_i(t) (\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i} - \phi_i(t)) dW_i(t) \\
&+ \sum_{i=1}^{m} \int_{\mathbb{R}_0} (\mathcal{V}(t, s_i + z_i) - \mathcal{V}(t, s_i) - \phi_i(t) S_i(t) z_i) \tilde{N}_i(dt, dz).
\end{aligned}
$$

پس واریانس ریسک برابر است با:

$$
\begin{aligned}
Var(\mathcal{R}) &= E[\sum_{i=1}^{m} (\int_0^t S_i(u) \sigma_i(u) (\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i} - \phi_i(u)) dW_i(u) \\
&+ \int_0^t \int_{\mathbb{R}_0} (\mathcal{V}(u, s_i + z_i) - \mathcal{V}(u, s_i) - \phi_i(u) S_i(u) z_i) \tilde{N}_i(du, dz))]^2 \\
&= \sum_{i=1}^{m} \int_0^t (S_i^2(u) \sigma_i^2(u) [\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i} - \phi_i(u)]^2 \\
&+ \int_{\mathbb{R}_0} [\mathcal{V}(u, s_i + z_i) - \mathcal{V}(u, s_i) - \phi_i(u) S_i(u) z_i]^2 \gamma_i(dz)) dt.
\end{aligned}
$$

از معادله بالا نسبت به ϕ_i مشتق گرفته و حاصل را برابر صفر قرار می دهیم، بنابراین داریم:

$$
s_i \sigma_i^2 (\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i} - \phi_i(t)) + \int_{\mathbb{R}^+} z_i (\mathcal{V}(t, s_i + z_i) - \mathcal{V}(t, s_i) - \phi_i(t) s_i z_i) \gamma_i(dz) = 0,
$$

که حکم را کامل می کند.

همان طور که ملاحظه می کنید، در این گزاره شرط $\mathcal{V} \in \mathbf{C}^{1,2}$ الزامیست. در حالت کلی عایدی بسیاری از مطالبات مشروط در شرط مشتق پذیری مذکور صدق نمی کند. این امر انگیزه ای برای تقلیل این شرط قوی و بیان زیر بخش دوم است.

۳-۲- استراتژی پوشش ریسک به کمک فرمول تعمیم یافته کلارک-اکن

گزاره ۲،۳: فرض کنید $\{S_t\}_{t \in [0,T]}$ جواب معادله دیفرانسیل تصادفی (۱) و $\mathcal{V} \in \mathbf{C}^1$ با مشتق کراندار در s است. پس استراتژی پوشش ریسک برابر است با:

$$\phi_i(t)=\frac{\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i}\sigma_i^2(t)s_i+\int_{\mathbb{R}_0} z_i(\mathcal{V}(t,s_i+z_i)-\mathcal{V}(t,s_i))\gamma_i(dz)}{s_i\left(\sigma_i^2(t)+\int_{\mathbb{R}_0} z_i^2\gamma_i(dz)\right)}. \qquad (۳)$$

اثبات: فرم دیفرانسیلی ارزش یک سبد مالی برابر است با:

$$dV(t)=\eta(t)\,\mathrm{d}B(t)+\sum_{i=1}^{m}\phi_i(t)\,\mathrm{d}S_i(t) \qquad (۴)$$

با جایگذاری

$$\eta(t)=\frac{V(t)-\sum_{i=1}^{m}\phi_i(t)S_i(t)}{B(t)}$$

و معادله دیفرانسیل تصادفی $dS_i(t)$ در (۴) داریم:

$$dV(t)=r(t)V(t)\mathrm{d}t+\sum_{i=1}^{m}\phi_i(t)\left(S_i(\mathrm{t})\sigma_i(t)dW_i(t)+\int_{\mathbb{R}_0}S_i(\mathrm{t})z_i\tilde{N}_i(dt,dz)\right).$$

با ضرب کردن این معادله در $e^{-\int_0^t r(s)ds}$ به دست می آوریم:

$$e^{-\int_0^T r(\mathrm{s})ds}V(\mathrm{T})=\sum_{i=1}^{m}\int_0^T \phi_i(t)e^{-\int_0^t r(\mathrm{s})ds}\left(S_i(\mathrm{t})\sigma_i(t)dW_i(t)+\int_{\mathbb{R}_0}S_i(\mathrm{t})z_i\tilde{N}_i(dt,dz)\right). \qquad (۵)$$

اکنون نسخه تعمیم یافته کلارک-اکن، لوکا (۲۰۰۴)، را به صورت زیر برای $e^{-\int_0^T r(\mathrm{s})ds}V(\mathrm{T})=\mathrm{H}$ به کار می بریم

$$H=E[H]+\sum_{i=1}^{m}\left(\int_0^T E[D_{\mathrm{s},i}H\mid\mathcal{F}_{s^-}]dW_i(t)+\int_0^T\int_{\mathbb{R}_0}E[D_{\mathrm{s},z,i}H\mid\mathcal{F}_{s^-}]\tilde{N}_i(ds,dz)\right)$$

(۶)

حال با استمداد از (۵) و (۶) ریسک باقی مانده را تعریف می کنیم:

$$d\mathcal{R} = \sum_{i=1}^{m} (E[D_{t,i}H \mid \mathcal{F}_{t^-}]dW_i(t) + \int_{\mathbb{R}_0} E[D_{t,z,i}H \mid \mathcal{F}_{t^-}]\tilde{N}_i(dt,dz))$$
$$- \sum_{i=1}^{m} \phi_i(t)e^{-\int_0^t r(s)ds}\left(S_i(t)\sigma_i(t)dW_i(t)+\int_{\mathbb{R}_0} S_i(t)z_i\tilde{N}_i(dt,dz)\right)$$
$$= \sum_{i=1}^{m} (E[D_{t,i}H|\mathcal{F}_{t^-}]-\phi_i(t)e^{-\int_0^t r(s)ds}S_i(t)\sigma_i(t))dW_i(t)$$
$$+ \sum_{i=1}^{m} \int_{\mathbb{R}_0} (E[D_{t,z,i}H \mid \mathcal{F}_{t^-}] - \phi_i(t)e^{-\int_0^t r(s)ds}S_i(t)z_i)\tilde{N}_i(dt,dz),$$

پس

$$Var(\mathcal{R}) = E[\sum_{i=1}^{m} (\int_0^t (E[D_{t,i}H \mid \mathcal{F}_{t^-}] - \phi_i(t)S_i(t)\sigma_i(t))dW_i(u)$$
$$+\int_0^t\int_{\mathbb{R}_0} (E[D_{t,z,i}H|\mathcal{F}_{t^-}]-\phi_i(t)S_i(t)z_i)\tilde{N}_i(du,dz))]^2$$
$$= \sum_{i=1}^{m} \int_0^t ((E[D_{t,i}H|\mathcal{F}_{t^-}]-\phi_i(t)e^{-\int_0^t r(s)ds}S_i(t)\sigma_i(t))^2$$
$$+ \int_{\mathbb{R}_0} (E[D_{t,z,i}H \mid \mathcal{F}_{t^-}] - \phi_i(t)e^{-\int_0^t r(s)ds}S_i(t)z_i)^2\gamma_i(dz))dt.$$

برای یافتن استراتژی مینیمم ساز ریسک، از $Var(\mathcal{R})$ نسبت به ϕ_i مشتق گرفته و حاصل را برابر صفر قرار می دهیم. نتیجه به صورت زیر حاصل می شود:

$$\phi_i(t)=\frac{\sigma_i(t)E[D_{t,i}H|\mathcal{F}_{t^-}]+\int_{\mathbb{R}_0} z_iE[D_{t,z,i}H|\mathcal{F}_{t^-}]\gamma_i(dz)}{e^{-\int_0^t r(s)ds}s_i\left(\sigma_i^2(t)+\int_{\mathbb{R}_0} z_i^2\gamma_i(dz)\right)}. \qquad (۷)$$

از آنجایی که $H\in\mathcal{L}^2(P)$، می توان جای امید و مشتق ملیاوین را عوض کرد، گزاره ۴٫۱ مرجع برمین (۲۰۰۳) را ببینید. سپس با مشتق گیری ملیاوین داریم:

$$E[D_{t,i}H \mid \mathcal{F}_t] = e^{-\int_0^t r(s)ds}D_{t,i}E[V(\mathrm{T}) \mid \mathcal{F}_t] = e^{-\int_0^t r(s)ds}D_{t,i}E[V(T) \mid S(t) = \mathbf{s}]$$
$$= e^{-\int_0^t r(s)ds}D_{t,i}\mathcal{V}(t,\mathbf{s}) = e^{-\int_0^t r(s)ds}\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial s_i}s_i\sigma_i(t)$$

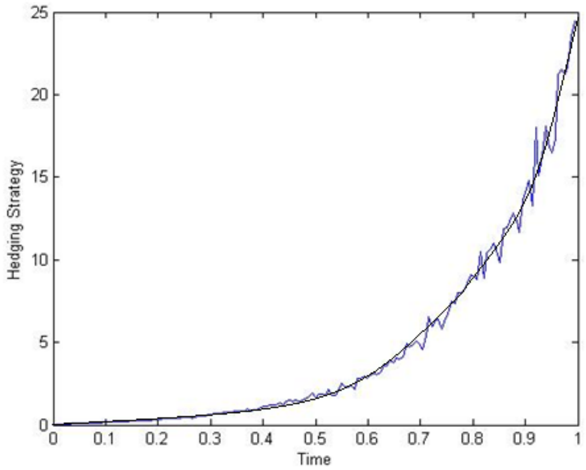
و

$$E[D_{t,z,i}H \mid \mathcal{F}_t] = e^{-\int_0^t r(s)ds} D_{t,z,i}E[V(\mathrm{T}) \mid \mathcal{F}_t] = e^{-\int_0^t r(s)ds} D_{t,z,i}E[V(\mathrm{T}) \mid S(t) = \mathbf{s}]$$
$$= e^{-\int_0^t r(s)ds} D_{t,z,i}\mathcal{V}(t,\mathbf{s}) = e^{-\int_0^t r(s)ds} (\mathcal{V}(s_i + z_i) - \mathcal{V}(s_i)).$$

حال با جایگزینی معادلات بالا در (۷) حکم ثابت می شود.
توجه کنید که گزاره اخیر دقیقاً استراتژی پوشش ریسک گزاره ۱,۳ را تحت شرایط مشتق پذیری ضعیف تری روی تابع $\mathcal{V}$ ارائه می دهد.

۴- پیاده سازی روش برای یک اختیار فروش اروپایی[۲۵]

در اختیار فروش اروپایی مبلغ تصادفی $H(S_T)=(S_T-K)^+$ در زمان T عایدی دارنده آن خواهد شد، به طوری که K قیمت از پیش تعیین شده[۲۶] می باشد. اکنون قصد داریم استراتژی پوشش ریسک را برای این اختیار فروش محاسبه کنیم. فرض کنید: $\sigma=0.8,\ k=34,\ s=40,\ T=1,\ r=5$.
همچنین فرض می کنیم پرش ها دارای توزیع گاما[۲۷] باشند. در این صورت به کمک شبیه سازی مونت کارلو[۲۸] و با استفاده از نرم افزار متلب، استراتژی پوشش ریسک در هر لحظه t به صورت زیر حاصل می شود:



شکل ۱- استراتژی پوشش ریسک

۵- نتیجه گیری

در این مقاله مسأله پوشش ریسک را در یک بازار پخش-پرش مورد مطالعه قرار می دهیم. در چنین بازاری استراتژی پوشش ریسک کامل موجود نیست، بنابراین لازمست استراتژی با حداقل ریسک باقی مانده را انتخاب کنیم. برای این منظور به دو روش ریسک باقی مانده را محاسبه می کنیم، یکی با استفاده از فرمول ایتو و دیگری به کمک فرمول تعمیم یافته کلارک-اکن. سپس با مشتق گیری نسبت به پارامتر استراتژی واریانس ریسک را مینیمم می کنیم. نتایج نشان می دهد که با فرض وجود ساختار مارکف برای فرآیند قیمت هر دو روش منتهی به یک استراتژی پوشش ریسک خواهند شد. همچنین حساب ملیاوین و نسخه تعمیم یافته فرمول کلارک-اکن قادر است شرط قوی مشتق پذیری $\mathcal{V}\in\mathbf{C}^{1,2}$ روی $[0,T]\times\mathbb{R}^+$ را به صورت قابل توجهی کاهش می دهد.

سپاسگزاری

از حمایت مالی صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور تحت طرح پژوهشی ۹۶۰۰۰۶۲۷ تشکر می کنم. همچنین از پیام های داور و سردبیر محترم که منجر به بهبود این متن شد، سپاسگزارم.

فهرست منابع

* Benth, F., Nunno, G.Di., Lokka, A., Oksendal, B., Proske, F. (2003), Explicit representation of the minimal variance portfolio in markets driven by Levy processes. Mathematical Finance. 13(1), 55-72.
* Bermin, H.P. (2003), Hedging Options: The Malliavin calculus approach versus the Δ-Hedging approach, Mathematical Finance, 13(1), 73-84.
* Black, F., Scholes, M. (1973), The pricing of options and corporate liabilities, journal of political economy, 81, 637–659.
* Bo, L., Tang, D., Wang, Y. (2017), Optimal investment of variance-swaps in jump-diffusion market with regime-switching, Journal of Economic Dynamics and Control, 83, 175-197.
* Cont, R., Tankov, P. (2004), Financial modeling with jump processes, Financial Mathematics Series, Chapman and Hall/CRC.
* Follmer, H., Schweizer, M. (1991), Hedging of contingent claims under incomplete information, Applied Stochastic Analysis, Stochastic Monographs, 5, Goldon and Breach, 389-414.
* Follmer, H., Sondermann, D. (1990), Hedging of non-redundant contingent claims, in Contributions to Mathematical Economics, North-Holland, 205-223.
* Harrison, J.M., Pliska, S.R. (1981), Martingales and stochastic integrals in the theory of continuous trading, Stochastic Processes and Their Applications, 11, 215-280.
* Harrison, J.M., Pliska, S.R. (1983), A stochastic calculus model of continuous trading: complete markets, Stochastic Processes and Their Applications, 15, 313-316.
* Kim, N., Lee, Y. (2018), Estimation and prediction under local volatility jump-diffusion model, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 491, 729-740.
* Liu, Y., Jiang, I. M., Hsu, W. (2017), Compound option pricing under a double exponential jump-diffusion model, The North American Journal of Economics and Finance, In press, corrected proof.

* Lokka, A. (2004), Martingale representation of functional of Levy processes, Stochastic Analysis and Applications, 22(4), 867-892.
* Nunno, G. D., Oksendal, B., Proske, F. (2009), Malliavin calculus for Levy processes with applications to Finance, Springer.

یادداشت‌ها

[1] Brownian Motion
[2] Diffusion
[3] Pricing
[4] Hedging
[5] Jump
[6] Jump-Diffusion
[7] Markov Structure
[8] Price Process
[9] Hedging Strategy
[10] Residual Risk
[11] Malliavin Calculus
[12] Clark-Ocone Formula
[13] Pay Off
[14] Contingent Claims
[15] Filtration
[16] Maturity
[17] Asset
[18] Interest rate
[19] Compensated Poisson random measure
[20] Intensity
[21] Portfolio
[22] Adapted
[23] Value of portfolio
[24] Cost
[25] European put option
[26] Strike price
[27] Gamma distribution
[28] Monte Carlo simulation