فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال ششم/ شماره بیست‌ویکم/ بهار ۱۳۹۶

توسعه یک مدل چند هدفه برای بهینه سازی سبد ردیاب شاخص با درنظرگیری بتا، ریسک غیرسیستماتیک و خطای ردیابی

امیرعباس نجفی
دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
aanajafi@kntu.ac.ir
صبا خراسانی
دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
S.khorasani_6905@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۶/۰۹ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۷/۲۳

چکیده

سرمایه‌گذاران معمولا دو نوع استراتژی فعالانه و منفعلانه را برای مدیریت پرتفوی استفاده می‌کنند. ردیابی شاخص یکی از رویکردهای منفعلانه مدیریت پرتفوی بشمار می‌رود که از مزایای آن کم کردن هزینه مدیریت پرتفوی و هزینه معاملات می‌باشد. جهت ردیابی شاخص معمولا از مدل کلاسیک که هدف آن کم کردن هزینه معاملاتی و خطای ردیابی است، استفاده می‌شود. در پژوهش پیش‌رو مدل کلاسیک ردیابی شاخص توسعه داده شده است. بدین منظور مدلی چند هدفه بر مبنای کمینه‌سازی خطای ردیابی، میزان ریسک غیر سیستماتیک و بتای سبد ارائه شده است. در مرحله بعد از روش برنامه‌ریزی آرمانی برای حل مدل ذکر شده استفاده شده است. برای نشان دادن کارایی مدل‌های مورد استفاده از داده‌های بورس اوراق بهادار تهران در صنعت بانکداری استفاده شده است. در انتها نتایج نشان دادند که طی بازه زمانی ذکر شده مدل پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به مدل های کلاسیک داشته است.

واژه‌های کلیدی: پرتفوی ردیاب، خطای ردیابی، بتای سبد ردیاب، برنامه ریزی آرمانی.

۱- مقدمه

تخصیص بهینه منابع مالی در بازار سرمایه یکی از اصلی‌ترین موضوعات در حوزه تصمیمات سرمایه گذاری است. اتخاذ تصمیمی موثر و کارا در این خصوص، نیازمند وجود استراتژی‌های مناسب سرمایه‌گذاری و تحلیل های دقیق آن‌ها در بازار سرمایه است (حنیفی و تهرانی،۱۳۸۸). به طور کل سرمایه گذاری در شاخص های بازار بورس از اوایل دهه‌ی ۹۰ میلادی به طور جدی مورد توجه صاحبان سرمایه قرار گرفت (کولول و همکاران ۲۰۰۷). در همین راستا احساس نیاز تخصیص بهینه و یافتن راه کارهایی کارآمد، اندیشمندان و صاحب نظران را برآن داشت تا با توجه به تقاضا ها و نیازهای جدید ضمن بررسی استراتژی های جدید سرمایه گذاری، شناخت ریسک، نقاط قوت و ضعف این ابزارها با تهیه نقشه راهی روشن و مشخص، وارد عمل شوند (حنیفی و تهرانی، ۱۳۸۸). در همین راستا، مدیران سرمایه با توجه به رفتار بازار و هزینه های موجود، با دو نوع استراتژی کلی شامل استراتژی مدیریت فعال[1] و مدیریت منفعل[2] آشنا شدند (هسنی و همکاران، ۲۰۰۵). استراتژی مدیریت فعال به روش و استراتژی گفته می‌شود که در طی آن مدیر سرمایه مرتبا و به طور مستمر (روزانه، ماهانه، هفتگی) به خرید و فروش سهام مبادرت نموده و دائما در حال به روز رسانی سبد سهام می‌باشد. از نقاط قوت این روش می‌توان به سرعت رشد و پویایی هرچه بیشتر آن اشاره داشت. اما از نقاط ضعف این روش می توان میزان هزینه های معاملاتی بالای آن را نام برد.

در مقابل این روش مدیریتی، استراتژی مدیریت منفعلانه قرار دارد که در این روش مدیر سرمایه با انتخابی درست و کارآمد تلاش برای ثبات و پایداری بیشتر در سبد خود داشته و اهدافی بلند مدت تر را مد نظر قرار می‌دهد. یکی از رویکرد های این استراتژی رویکرد ردیابی شاخص است.از آنجایی که در بازه زمانی بلند مدت بازدهی شاخص ها مناسب خواهد بود و نیازی به خرید و فروش مداوم سهم ها به منظور دستیابی به بازدهی مناسب نمی‌باشد، تنها با ردیابی شاخص ها در بازار سهام می توان به بازدهی ایده آل در بلند مدت دست یافت. در این رویکرد مدیر سرمایه سعی بر تشکیل سبدی به منظور بازسازی رفتار یک شاخص با تعداد کمتری از سهام های موجود در آن و در نهایت هزینه معاملاتی پایین تر دارد.

در رویکرد ردیابی شاخص، همانگونه که توضیح داده شد، سعی بر بازتولید رفتار شاخص مورد نظر، با هزینه‌ای کمتر نسبت به خرید کل سهم های تشکیل دهنده شاخص می‌باشد. حال شخص مدیر می‌بایست ابتدا این بازار را شناخته و در شاخص مربوطه از میان سهام هایی که روند و رفتار مناسب تری را داشته‌اند، با در نظر گرفتن و محاسبه‌ی ریسک، سهام های مناسب را شناسایی و وزن دهی کرده، و برای تشکیل سبد خود خریداری نماید. به همین منظور، برای گزینش و انتخاب سهام های مورد نظر در سبد، تئوری ها و نظریه های گوناگونی، از جمله مهمترین آنها مدل مارکوییتزی که به نوعی سرآغاز تئوری های این شاخه می‌باشد، مطرح شده‌اند. در این رساله نیز برهمین اساس مدلی مطرح شده و سعی شده تا نتایج آن به خوبی نمایش داده شود.در ادامه توضیحاتی در خصوص پیشینه مسئله و مدل پیشنهادی ارائه گردیده است.

در بخش دوم از این مقاله مبانی نظری و پیشینه تحقیق ارئه شده است. در بخش سوم، تعریف مساله و مدل سازی ارائه می‌شود. بخش چهارم از این مقاله، روش حل مسئله مورد بررسی و بحث قرار گرفته شده است. در بخش بعدی، مطالعه موردی ارائه و در پایان در نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در این بخش سعی شده است که ابتدا ادبیات موضوع و مبانی نظری ارائه شده است که خواننده با این حوزه آشنایی مناسبی پیدا کرده و سپس پیشینه پژوهش ارائه شده است.

۲-۱- استراتژی مدیریت فعال

مدیریت فعال شامل تلاشی منظم برای دستیابی به عملکردی بهتر از عملکرد مبنای انتخاب شده است. کلیه روش‌های مدیریت فعال مستلزم جستجوی اوراق بهادار یا گروه‌هایی از اوراق بهادار غیرواقعی قیمت‌گذاری شده است. استراتژی مدیریت فعال بر این حقیقت استوار است که سرمایه‌گذاران فعال، توانایی غلبه بر متوسط بازده کل بازار را دارند. یک مدیر فعال با درجه ریسک‌پذیری بالا تلاش می‌کند سهام‌هایی را که بر سایر سهام‌ها در بازده غلبه خواهد کرد، در زمان مناسب جهت خرید یا فروش انتخاب کند. پیش فرض این استراتژی این است که مدیر سرمایه می‌تواند با تکیه بر تجربه و قضاوت خود سود بیشتری کسب نماید. (شریعت پناهی و جعفری، ۱۳۹۰)

۲-۲- استراتژی مدیریت منفعل

مدیریت منفعل در صنعت سرمایه‌گذاری، روش نسبتاً جدیدی به شمار می‌رود. قبل از سال‌های میانی دهه ۱۹۶۰، این که سرمایه‌گذاران باید در جستجوی سهام‌های غیرواقعی قیمت‌گذاری شده باشند، امری مسلم و بدیهی بود. برخی استراتژی‌های سرمایه‌گذاری، نشانه‌هایی از منفعل بودن داشتند، نظیر خرید سهام شرکت‌های «مطمئن و جاافتاده» برای دوره «بلندمدت». در استراتژی مدیریت منفعل، مدیر سرمایه‌گذاری از انعطاف‌پذیری و ریسک کمتری برخوردار بوده و پذیرفته است که در نهایت می‌تواند بازده‌ای مشابه با بازده یک شاخص بازار سهام از طریق سرمایه‌گذاری در مجموعه‌ای مناسب از سهام‌هایی که درون شاخص بازار وجود دارند کسب نماید. البته توانایی بازبینی سبد برای دستیابی به کمترین میزان انحراف از شاخص بازار برای مدیران وجود دارد. هدف از تشکیل سبد سهام انفعالی تا حد ممکن نزدیک کردن بازده سبد سهام به یک شاخص مورد نظر است. (شریعت پناهی و جعفری، ۱۳۹۰)

۲-۳- ردیابی شاخص

مساله پیگیری شاخص مساله بازتولید عملکرد یک شاخص بازار سهام است اما بدون خریداری تمامی سهام-هایی که شاخص را می‌سازند. ساده‌ترین راه برای پیگیری یک شاخص، تکرار کامل است که تمامی سهام‌هایی که

شاخص را می‌سازند با همان نسبت‌های موجود در شاخص، خریداری شوند. با این حال، تکرار کامل معایبی از جمله بالا بودن هزینه معاملاتی دارد. (بسلی، ۲۰۰۳)

بحث تشکیل سبد ردیاب عبارت است از انتخاب مجموعه دارایی ها به گونه ای که بازده مورد انتظار سرمایه گذار تحقق یافته و ریسک به حداقل برسد (حنیفی و تهرانی،۱۳۸۸). رویکردهای مختلفی برای تشکیل صندوق‌های مبتنی بر شاخص و یا پرتفوی ردیاب ارائه شده است. به لحاظ مدل سازی در تحقیقات صورت گرفته، مدل سازی سبد ردیاب شاخص را می‌توان به سه دسته مدل‌های مارکوییتزی، مدل های عاملی و سایر مدل ها (مدل‌های مستقل) تقسیم بندی کرد (شمس و ورسه ای،۱۳۸۹). به طور کل این تحقیقات توسط مارکوییتز با طرح مسئله میانگین-واریانس در سال ۱۹۵۲ آغاز شد. این مدل که ارتباط میانگین و واریانس را نشان می‌دهد، اساس کار نظریه‌های تشکیل سبد ردیاب شاخص شده و از آن تاریخ تاکنون به شکل‌های گوناگونی توسعه پیدا کرده‌است (شهرستانی و همکاران، ۱۳۸۹). رویکرد دیگری که به آن اشاره شده است، استفاده از مدلهای عاملی به منظور ایجاد هم راستا سازی مشخصه‌های سبد ردیاب و شاخص است که بازده یک سهم را به یک یا چند عامل اقتصادی مربوط می‌سازند (بیزلی و همکاران، ۲۰۰۳). بیزلی و کاناکوز تلاش کردند تا به کمک نگرش رگرسیونی، ردیابی شاخص را مورد بررسی قرار دهند (جونز و همکاران، ۲۰۱۰). مزیتی که این روش به همراه داشته قابلیت بهبود فرمولاسیون خطی است. آنها از روش برنامه ریزی خطی عدد صحیحی ترکیبی در پژوهش خود استفاده کردند. به طوری که در یک روش سه مرحله ای، در گام اول تلاش شد تا α، عرض از مبدا تابع رگرسیونی تا جای ممکن به صفر نزدیک شود، در گام دوم β، شیب تابع رگرسیونی را تا جای ممکن به یک و در گام آخر نیز هزینه‌های معاملاتی را بر اساس مقادیر بدست آمده در دو گام پیشین محدود ساختند. کیان لی و همکاران در مقاله خود یک رویکرد چند هدفه برای مسئله ردیابی شاخص مطرح کرده و مجموعه‌ای از بازده ها و مقادیر ریسک را برای ردیابی بهبودیافته شاخص در نظر گرفتند. سپس با استفاده از یک الگوریتم آزاد چند هدفه به حل مسائل ردیابی شاخص پرداخته شد (جونز و همکاران،۲۰۱۰). ویژگی کار آنها در بهبود بخشیدن به الگوریتم و توسعه بهینه سازی چند دوره ای در مسئله بهبودیافته ردیابی شاخص بود. تاردلا و همکاران در مقاله خود یک مدل بهینه سازی خطی در ابعاد بزرگ برای بهبود ردیابی شاخص در نظر گرفتند که با تشکیل یک سبد بهینه منطبق بر یک معیار تسلط آماری و تبیین محدودیت های کارا، مدل را حل کردند (برونی و همکاران، ۲۰۱۲). سپس برای مقایسه مدل پیشنهادی با سایر رویکردهای تسلط آماری از داده های آماری در دسترس درمورد سبدهای سرمایه گذرای استفاده کرده که این نتایج کارا بودن مدل پیشنهادی را نشان داده است. ییننگ ژیه و همکاران به کمک محدودیت های کاربردی مسئله‌ی ردیابی شاخص را به یک مسئله ی بهینه سازی با محدودیت تبدیل کردند. دو حالت در نظر گرفته شد که در آنها میانگین خطای مطلق و میانگین مربع خطا برای اندازه‌گیری کارایی ردیابی به کار برده شدند. فرمولاسیون ها، مسائل بهینه سازی غیر محدب بودند. سپس یک برنامه ریزی خطی عدد صحیح ترکیبی و یک برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح ترکیبی برای تقریب آنها تعریف کردند. در روش آنها تحت شرایطی منطقی، اثبات شد که فرمولاسیون تقریبی می تواند تقریبی مناسب از یک مسئله ردیابی غیر محدب واقعی باشد. برای حل مسئله ی تقریبی، با ترکیب

روش عددی برای برنامه ریزی های محدب و روش تبرید شبیه سازی شده مسائل بهینه سازی ترکیبی، یک الگوریتم مرکب تعریف کردند (باو و همکاران، ۲۰۱۱). تهرانی و همکاران نیز بر این باورند که یک استراتژی مناسب سرمایه گذاری، برپایه کاهش ریسک، حداقل نمودن حجم معاملات و کاهش هزینه های معاملاتی استوار است و این که این استراتژی کاراترین روش دستیابی به بازده بازار می‌باشد. آنها در مقاله خود مساله انتخاب پرتفوی بهینه ردیابی کننده شاخص، با درنظر گرفتن محدودیت عدد صحیح را مورد مطالعه قرار داده و از رویکرد ترکیبی الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ریزی کوادراتیک به منظور انتخاب پرتفوی بهینه، و از شبکه عصبی جهت آماده سازی و شبیه سازی داده‌ها بهره گرفتند(تهرانی و همکاران ، ۱۳۸۸).

۲-۴- خلاء تحقیقاتی

با توجه به اینکه روش ردیابی شاخص یک استراتژی غیر فعال می‌باشد، انتخاب صحیح و هرچه مناسب‌تر سهام ها کمک بیشتری به ثبات سبد تشکیل شده و کاهش چشمگیر هزینه های معاملاتی می‌نماید. و از طرفی به دلیل طولانی بودن بازه زمانی حضور سهم در سبد و تاثیر روند حرکتی آن بر روی دارایی سرمایه گذاری شده؛ مطمئنا بررسی بتای سبد ردیاب نیز، خود جدای از بررسی میزان خطای ردیابی، می‌تواند تضمین بازدهی مشابه بازده شاخص ردیاب شده را افزایش دهد. با توجه به اینکه در بیشتر مقالات و پژوهش های موجود از روش های معمول همچون کمینه کردن خطای ردیابی و هزینه های معاملاتی وغیره به منظور مشاهده رفتار و بازده ای بهتر و سپس تعیین ساختار سبد استفاده شده، خلاء حضور پارامترهای اثرگذار و بهبود بخش در این مبحث همانند ریسک و بتا به صورت توامان احساس شد. به همین خاطر با بررسی پژوهش های صورت گرفته دیده شد در این بین تاثیر این عوامل در کنار دیگر پارامتر ها مانند میزان خطای ردیابی به طور همزمان نیز مشاهده نشده است و جای خالی این عنصر در مبحث سرمایه گذاری بهینه، که خود همزمان نام ریسک را در ذهن تداعی می‌سازد، دیده می‌شود. در حوزه ردیابی شاخص آنچه که بیش از پیش مورد توجه است شبیه سازی رفتار سبد مطابق با رفتار شاخص می‌باشد، در همین راستا توجه به بتای سبد ردیاب و نزدیک به یک کردن آن از عناصر کلیدی‌ست که در پژوهش های پیشینِ این حوزه کمتر به آن پرداخته شده است. در این پژوهش سعی بر آن داشتیم تا نکات اثرگذار و مغفول مانده در بحث ردیابی شاخص همچون بتا و ریسک و خطای ردیابی را توامان با یکدیگر تحت بررسی قرار داده و مدلی ارائه دهیم تا اثر بهبود دهنده این پارامتر ها را نشان دهد و سایر ابعادی که منجر به بالابردن عملکرد سبد ردیاب شاخص می شود و پیش از این نادیده گرفته شده را پوشش دهیم.

۳- ارائه مدل پژوهش

با توجه به بررسی خلاء دیده شده در پژوهش های پیشین، مبنی بر دخالت داده نشدن پارامتر ریسک و بتا به طور همزمان، لازم دیده شد به منظور ترکیب هرچه بهتر و کاربردی‌تر این پارامترها با دیگر موارد، مانند خطای ردیابی و میزان بازدهی کل، سبد کارامدتری شکل گیرد. همانطور که بررسی ها نشان می‌دهد، در حوزه بازار سهام سبدهای سرمایه گذاری با دو نوع ریسک سیستماتیک و ریسک غیر سیستماتیک مواجه اند. هدف ما

در سبد ردیاب شاخص بر خلاف مدل های مارکوییتزی کمینه سازی ریسک کل نمی‌باشد بلکه هدف داشتن ریسکی در سطح بازار و یا شاخص تحت بررسی است. حال برای دستیابی به این هدف با نزدیک کردن بتای سبد ردیاب به یک ریسک سیستماتیک آن را در سطح بازار نگه داشته و با کمینه سازی ریسک غیرسیستماتیک و نزدیک کردن آن به صفر، ریسک کلی سبد ردیاب را که مجموع ریسک سیستماتیک و ریسک غیر سستماتیک است، در سطح ریسک بازار یا شاخص مورد نظر نگه می اریم. در پژوهش‌های صورت گرفته به طور مشخص به ریسک سبد ردیاب شاخص توجهی نشده است و نهایتا با تنوع بخشی دارایی های موجود در سبد سهام سعی بر کنترل ریسک سبد ردیاب شاخص نموده اند. به همین منظور ریسک هر سهم توسط داده های تاریخی‌اش در طی ماه های گذشته و بر اساس تغییرات و روند کلی طی رابطه واریانسی آن محاسبه شده تا نهایتا به وسیله آن ریسک سبد را محاسبه کرده و به صفر نزدیک کنیم. پس از آن، بتای سبد را محاسبه نموده و تلاش می‌شود تا مقدار آن به یک نزدیک گردد و بدین منظور رفتار شاخص را به بهترین نحو پیگیری کند. در گام بعد خطای ردیابی مورد بررسی قرار گرفته و در نهایت با استفاده از رویکرد مدل آرمانی ادغامی مدل پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۳-۱- محاسبات پارامترهای مورد نیاز برای پورتفو در مدل

در این بخش نحوه محاسبه پارامترهایی که در مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد توضیح داده شده است.
فرض کنید که در یک شاخص $1,\dots,N$ سهم موجود می‌باشد و مدنظر است که این شاخص ردیابی شود ، اگر سبد ردیاب برای n سهم با بردار وزنی $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ تشکیل گردد بطوریکه اگر :

- $P_{i,t}$: قیمت نهایی سهم در زمان t
- $P_{i,t-1}$: قیمت نهایی سهم در زمان t-۱
- $R_{i,t}$: بازده سهام شرکت i در زمان t
- $R'_{i,t}$: بازده سهام شرکت i در زمان t بدست آمده از رابطه رگرسیونی
- X_i : درصد وزنی تعداد سهام شرکت i در سبد
- $R_{P,t}$: بازده سبد ردیاب در زمان t
- N : تعداد کل سهام در دسترس
- I_t : مقدار شاخص مربوطه در زمان t
- I_{t-1} : مقدار شاخص مربوطه در زمان t-۱
- $r_{P,t}$: بازده شاخص در انتهای بازه زمانی مورد نظر
- T : کل بازه زمانی مورد نظر
- t : واحد زمانی مشخص شده (در این پژوهش براساس روز می باشد)
- β_i : بتای مربوط به هر سهم
- δ_{e_i} : ریسک غیر سیستماتیک هر سهم

- TE : خطای ردیابی
- C_1 : مقدار مطلوبیت آرمانیِ تابع هدف بتا
- C_2 : مقدار مطلوبیت آرمانیِ تابع هدف ریسک غیر سیستماتیک
- C_3 : مقدار مطلوبیت آرمانیِ تابع هدف TE

با توجه به اطلاعات عملکرد گذشته می‌بایست نسبت به محاسبه پارامترهای مورد نیاز از جمله بازده، بتا و ریسک اقدام شود که این امر از طریق روابط زیر انجام می‌گیرد. جدول ۱ پارامترهای موردنیاز را معرفی می‌کند و در آن نحوه محاسبه پارامترها را نشان می‌دهد:

جدول شماره ۱ -معرفی پارامترها

پارامتر	تعریف
بتای هر سهم	$\beta_i = (R_{i,t} - \alpha)/r_{P,t}$
بازده هر سهم	$R_{i,t} = \ln(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}})$
بازده شاخص	$r_{p,t} = \ln(\frac{P_{P,t}}{P_{P,t-1}})$
ریسک غیرسیستماتیک هر سهم	$\delta_{\hat{e}_i}^2 = \frac{\sum(R'_{i,t} - R_{i,t})^2}{n-2}$
بازده برآوردی هر سهم از رابطه رگرسیونی	$R'_{i,t} = \beta_i r_{P,t} + \alpha_i$
بازده سبد ردیاب	$R_P = \sum x_i R_i$
بتای سبد ردیاب	$\beta_P = \sum x_i \beta_i$
ریسک غیرسیستماتیک سبد ردیاب	$\delta_{\hat{e}_p}^2 = \sum(x_i^2 \delta_{e_i}^2)$

۳-۲- مدل سازی مسئله

در این بخش به تعریف دقیق‌تر مساله ردیابی شاخص خواهیم پرداخت. همانطور که گفته شد هدف ارائه مدلی ست که در بردارنده پارامترهای بتا و ریسک غیرسیستماتیک و خطای ردیابی به صورت توامان با هم می-باشد به نحوی که نتیجه مدل بتای سبد ردیاب را به یک، ریسک غیرسیستماتیک را به صفر و خطای ردیابی را کمینه بسازد و در نهایت دستیابی به جوابی بهینه و ردیابی بهتر شاخص را به دنبال داشته باشد. به این صورت که اگر تعداد سهام‌های موجود در شاخص را N فرض نموده، درصد وزنی سهام شرکت i در سبد که اینجا متغیر تصمیم بوده را x_i فرض کرده، به نحوی که i از 1,…,n باشد؛ مدل پیشنهادی به صورت زیر خواهد بود :

$$\text{Min } Z_1 = 1 - \left|\sum_{i=1}^{N} X_i \beta_i\right| \qquad (۱)$$

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{1}^{N} X_i^2 \delta_{e_i}^2 \qquad (۲)$$

$$\text{Min } Z_2 = \frac{1}{T}\sqrt{\left(\sum_{t=0}^{T}\left(r_{P,t} - \sum_{i=1}^{N} X_i R_{i,t}\right)^2\right)} \qquad (۳)$$

st :

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = 1 \qquad (۴)$$

$$X_i \geq 0 \qquad \forall\, i \qquad (۵)$$

رابطه (۱) به منظور کنترل نزدیکی بتای پورتفوی ردیاب شاخص به یک، رابطه (۲) به منظور کنترل نزدیکی ریسک غیر سیستماتیک پورتفوی ردیاب شاخص به صفر و رابطه (۳) به منظور کمینه سازی خطای ردیابی مشابه مدل های کلاسیک در نظر گرفته شده است. محدودیت (۴) و (۵) به منظور کنترل وزن سهم به نحوی که مقادیر X_i بین صفر و یک تعیین شود درنظر گرفته شده است.

۴- شیوه حل مسئله

در این پژوهش از یک مدل برنامه ریزی آرمانی برای انتخاب سهم‌های تشکیل دهنده پرتفوی ردیاب استفاده می‌شود و تعداد سهم‌های مورد نظرتصمیم گیرنده برای تشکیل پرتفوی را به عنوان ورودی در نظر می‌گیرد. رویکرد اصلی در این مدل گروه بندی دارایی‌ها بر مبنای نزدیک کردن بتای پورتفو به یک به منظور رفتار کردن مشابه شاخص و کمینه کردن هم زمان ریسک غبر سیستماتیک و خطای ردیابی می باشد. این مدل، محدودیت محاسباتی مدل برنامه ریزی درجه دوم کمینه سازی خطای ردیابی و کمینه سازی ریسک غیرسیستماتیک را دارد. در همین راستا به منظور بدست آوردن جواب های بهینه از نرم افزار بهینه سازی متلب استفاده شده است که در مورد نرم افزار متلب به دلیل غیرخطی بودن مدل از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک استفاده شده است. به همین منظور ابتدا، مدل برنامه‌ریزی ادغامی ارائه شده و در مرحله بعد الگوریتم ژنتیک شرح داده شده است.

۴-۱- برنامه‌ریزی ادغامی

پس از بررسی خلاءهای تحقیقاتی موجود، به منظور اعمال کردن تمامی پارامتر های فوق الذکر به طور هم زمان و توام در یک مساله؛ از رویکرد برنامه ریزی آرمانی ادغامی آنها را با یکدیگر ادغام می‌نماییم. هم چنین به جهت همگن سازی آرمان های رویکرد برنامه ریزی آرمانی پس از حل توابع به تفکیک، و بدست آوردن مطلوبیت آرمانی(C_i) اقدام به نرمال سازی تابع هدف آرمانی ادغامی شد و از آنجایی که ضریب نرمال سازی برابر است با نسبت میزان انحرافات بر مطلوبیت آرمان، مقدار مطلوبیت آرمانی را برای هر یک از توابع هدف، با حل مدل تک هدفه هرکدام به تفکیک بدست می‌آوریم.آنگاه تابع هدف آرمانی ادغامی استاندارد تشکیل شده، به صورت $\text{Min Z} = \sum_{i=1}^{3}\left(\frac{d_i^+ + d_i^-}{C_i}\right)$ در می‌آید. مقدار بهینه این مدل کمترین میزان انحراف از مقادیر تعریف شده بوده، به صورتی که هدف تابع، کمینه سازی انحرافات هر یک از توابع مستقل بتا، ریسک و خطای ردیابی می‌باشد، و توابع هدف اصلی در محدودیت ها به منظور درنظرگیری توام با یکدیگر و کنترل میزان انحرافات قرار داده شده اند. در نهایت مدل پیشنهادی به صورت زیر ارائه گردیده است :

$$\text{Min Z} = \frac{(d_1^+ + d_1^-)}{C_1} + \frac{(d_2^+ + d_2^-)}{C_2} + \frac{(d_3^+ + d_3^-)}{C_3} \qquad (۶)$$

s. t:

$$\sum_{i=1}^{N} X_i\,\beta_i - d_1^+ + d_1^- = 1 \qquad (۷)$$

$$\sum_{1}^{N} X_i^2 \delta_{e_i}^2 \; - d_2^+ + d_2^- = 0 \qquad (۸)$$

$$\frac{1}{T}\sqrt{\left(\sum_{t=0}^{T}\left(r_{P,t} - \sum_{i=1}^{N} X_i R_{i,t}\right)^2\right)} - d_3^+ = 0 \qquad (۹)$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = 1 \qquad (۱۰)$$

$$X_i \geq 0 \qquad \forall\, i \qquad (۱۱)$$

رابطه (۶) به عنوان تابع هدف به منظور کمینه سازی مجموع انحرافات نرمال شده، رابطه های (۷)، (۸) و(۹) محدودیت های مدل آرمانی به منظور نزدیک کردن بتای پورتفو به یک، ریسک غیرسیستماتیک به صفر و کمینه سازی خطای ردیابی می باشد.

۴-۲- الگوریتم ژنتیک

علم ژنتیک، علمی است که دربارهٔ چگونگی توارث و انتقال صفحات بیولوژیکی از نسلی به نسل بعد صحبت می‌کند. عامل اصلی انتقال صفحات بیولوژیکی در موجودات زنده کروموزوم‌ها[۳] و ژن‌ها[۴] می‌باشد و نحوه عملکرد آنها به گونه‌ای است که در نهایت ژن‌ها و کروموزوم‌های برتر و قوی مانده و ژن‌های ضعیف‌تر از بین می‌روند. به عبارت دیگر نتیجهٔ عملیات متقابل ژن‌ها و کروموزوم‌ها باقی ماندن موجودات اَصلح و برتر می‌باشد.

این الگوریتم برای بهینه سازی، جستجو و یادگیری ماشین مورد استفاده قرار می‌گیرد. اساس این الگوریتم قانون تکامل داروین (بقا بهترین) است که می‌گوید: موجودات ضعیف‌تر از بین می‌روند و موجودات قوی‌تر باقی می‌مانند. در واقع تکامل فرآیندی است که روی رشته‌ها صورت می‌گیرد، نه روی موجودات زنده‌ای که معرف موجودات رشته است. در واقع، قانون انتخاب طبیعی برای بقا می‌گوید که هر چه امکان تطبیق موجود بیشتر باشد بقای موجود امکان‌پذیرتر است و احتمال تولید مثل بیشتری، برایش وجود دارد. این قانون بر اساس پیوند بین رشته‌ها و عملکرد ساختمان‌های رمزگشایی شده آنها می‌باشد.

در حالت کلی وقتی یک الگوریتم ژنتیکی اعمال، ابتدا یک جمعیت اولیه از افراد به طور اتفاقی و بدون در نظرگرفتن معیار خاصی انتخاب می‌شود. برای تمامی کروموزوم‌های (افراد) نسل صفر مقدار برازش با توجه به تابع پردازش که ممکن است بسیار ساده یا پیچیده باشد تعیین می‌شود. سپس با مکانیزم‌های مختلف تعریف شده برای عملگر انتخاب زیرمجموعه‌ای از جمعیت اولیه انتخاب خواهد شد. سپس روی این افراد انتخاب شده عملیات برش و جهش در صورت لزوم با توجه به صورت مسأله اعمال خواهد شد.

حال باید این افراد که مکانیزم الگوریتم ژنتیک در موردشان اعمال شده است با افراد جمعیت اولیه (نسل صفر) از لحاظ مقدار برازش مقایسه شوند. (قطعاً توقّع داریم که افراد نسل اول با توجه به یکبار اعمال الگوریتم‌های ژنتیک روی آنان از شایستگی بیشتری برخوردار باشند، اما الزاماً چنین نخواهد بود.) به هرحال افرادی باقی خواهند ماند که بیشترین مقدار برازش را داشته باشند. چنین افرادی در مقام یک مجموعه به عنوان جمعیت اولیه برای مرحله بعدی الگوریتم عمل خواهد کرد.

هر مرحله تکرار الگوریتم یک نسل جدید را ایجاد می‌کند که با توجه به اصلاحاتی که در آن صورت پذیرفته است رو به سوی تکامل خواهد داشت. تذکر این نکته خالی از لطف نیست که هر چند الگوریتم‌های ژنتیک دارای پایه ریاضی متقن و مشخصی نیستند اما به عنوان یک مدل اجرایی و مطمئن که به خوبی نیز پیاده سازی می‌شود کارایی خود را نشان داده‌اند(رضایی ، ۱۳۸۶).

۵- یافته‌های پژوهش (مطالعه موردی)

در این بخش، مدل‌های ارائه شده در بخش قبل را بر روی داده‌های بورس اوراق بهادار تهران اجرا می‌شود.

۵-۱- جمع‌آوری داده‌ها

در این مقاله سعی شده است که از داده‌های شاخص صنعت بانکداری و نهادهای پولی و سهام تشکیل دهندهء آن در بورس استفاده شود. بازه زمانی به صورت روزانه از تاریخ ۱۳۹۰/۰۵/۲۲ تا ۱۳۹۲/۰۵/۲۳ به عنوان

اطلاعات موردنیاز برای بررسی رفتار سهام ها و حل مدل پیشنهادی استفاده شده و بازه زمانی به صورت روزانه از تاریخ ۱۳۹۲/۰۵/۲۶ تا ۱۳۹۳/۰۹/۲۶ به عنوان اطلاعات موردنیاز برای دوره آزمایش می‌باشد. در این بازه زمانی ۱۴ شرکت تشکیل دهنده‌ی شاخص بانکداری لحاظ شده است.

۵-۲- نتایج محاسباتی

همانطور که در مدل‌های خطای ردیاب و مدل آرمانی ادغامی مشاهده می‌کنید، محدودیت‌ها و توابع هدف بکار گرفته در این مدل‌ها به صورت غیر خطی هستند. بنابراین با روش برنامه‌ریزی خطی مسئله قابل حل نمی‌باشد. .لذا به منظور رسیدن به نتایجی دقیق تر و قابل اطمینان تر از الگوریتم ژنتیک تحت نرم افزار متلب که مرحله به مرحله جواب های حاصل را بررسی کرده تا به بهترین جواب ممکن دست یابد بهره گرفته شد. در این پژوهش از روش لگاریتمی برای تخمین بازده دارایی‌ها استفاده شده است. در جدول ۲ فهرست نماد شرکت-های تشکیل دهنده شاخص و اوزان بدست آماده برای هرکدام پس از حل مدل توسط الگوریتم بهینه سازی ژنتیک ارائه شده است.

جدول ۲- نتایج محاسبات آماری بتا و ریسک هر سهم

نام سهم	بتای سهم	ریسک غیرسیستماتیک سهم
پاسارگاد	۰,۸۸۷	۰,۰۰۱۳
انصار	۹۰,۷۳	۲۰,۰۰۳
ایران زمین	۰,۲۰۰	۳۰,۰۰۰
تجارت	۶۰,۸۳	۰,۰۰۰۱
دی	۰,۵۷۹	۴۰,۰۰۰
سرمایه	۰,۹۴۲	۶۰,۰۰۰
سینا	۲۱,۱۲	۲۰,۰۰۰
صادرات	۳۰,۷۸	۱۰,۰۰۰
کارآفرین	۲۰,۸۹	۲۰,۰۰۰
گردشگری	۴۰,۳۸	۲۰,۰۰۰
ملت	۴۰,۹۷	۱۰,۰۰۰
اقتصاد نوین	۷۰,۶۳	۴۰,۰۰۰
پارسیان	۰,۹۳۹	۰,۰۰۰۱
پست بانک	۰,۴۹۰	۰,۰۰۰۳

جدول ۳- مشخصات الگوریتم ژنتیک مورد استفاده

ردیف	پارامتر	مقدار
۱	حداکثر تکرار[۵] مجاز	۱۰۰
۲	اندازه جمعیت[۶]	۳۰
۳	نرخ تولیدمثل[۷]	۰,۸
۴	نرخ جهش[۸]	۰,۸
۵	روش انتخاب	روش چرخ رولت[۹]

جدول ۴- سهم هر شرکت در پورتفوی مدل کلاسیک

سهم شرکت های تشکیل دهنده شاخص بانکداری در سبد ردیاب شاخص							
نام سهم	وپاسار	وانصار	وزمین	وتجارت	دی	سمایه	وسینا
وزن	۰,۲۴۸	۰,۰۰۴	۰,۰۴۰	۰,۱۰۶	۰,۰۳۷	۰,۰۰۸	۰,۰۵۷
نام سهم	وبصادر	وکار	گردش	وبملت	ونوین	وپارس	وپست
وزن	۰,۱۳۲	۰,۱۰۲	۰,۰۳۵	۰,۱۱۳	۰,۱۰۴	۰,۰۱۶	۰,۰۲۴

جدول ۵- سهم هر شرکت در پورتفوی مدل پیشنهادی

سهم شرکت های تشکیل دهنده شاخص بانکداری در سبد ردیاب شاخص							
نام سهم	وپاسار	وانصار	وزمین	وتجارت	دی	سمایه	وسینا
وزن	۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۰۲	۰	۰,۰۰۰۱	۰,۰۰۰۱	۰,۰۰۰۶	۰,۹۹۸
نام سهم	وبصادر	وکار	گردش	وبملت	ونوین	وپارس	وپست
وزن	۰,۰۰۰۱	۰,۰۰۰۷	۰	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۵	۰,۰۰۰۱	۰

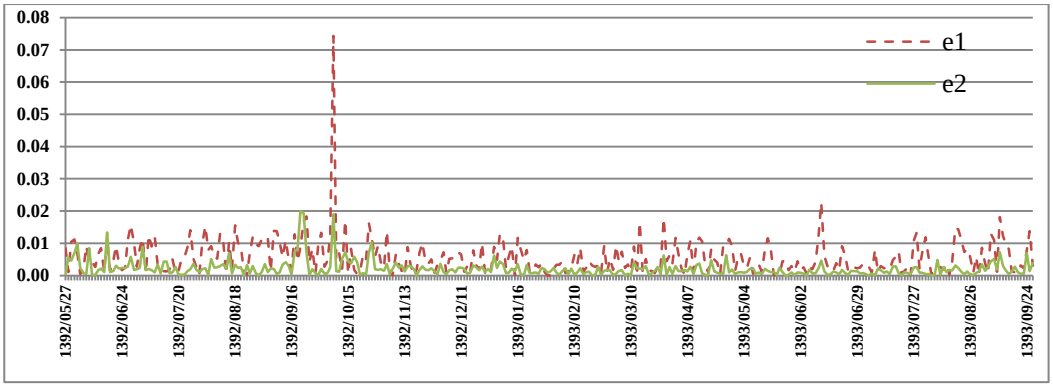
همچنین سایر نتایج بدست آمده پس از حل مدل توسط متلب در جدول شماره 6 ارائه گردیده است تا نتایج حاصل از هر دو مدل نمود پیدا کند.

جدول ۶- نتایج محاسبات

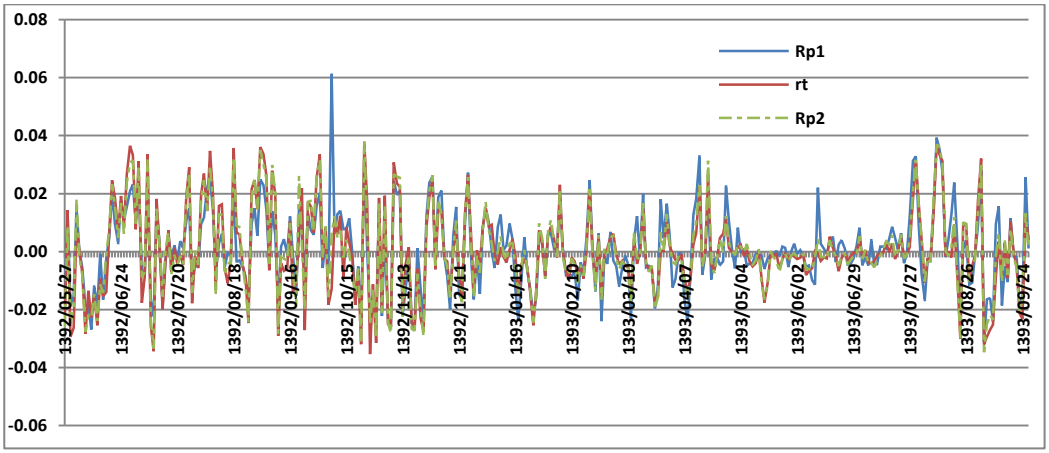
نتایج نرم افزار متلب	مدل کلاسیک	مدل پیشنهادی
بتای سبد ردیاب	۰,۷۸	۱,۱۰
ریسک غیر سیستماتیک سبد ردیاب	۰,۰۰۰۱۰	۰,۰۰۰۰۸
خطای ردیاب	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۰۶

۵-۳- نحوه آزمون مدل‌ها

پس از حل مدل و بدست آوردن وزن هر سهم ، دو پورتفوی کلاسیک و پیشنهادی را تشکیل داده و نتایج حاصل از هر دو پورتفو ارائه گردید. پس از بررسی نتایج پورتفوهای تشکیل شده در بازه زمانی آزمایش همانطور که در نمودار های زیر نمایان است اگر e_2 بیانگر خطای مدل پیشنهادی و e_1 بیانگر خطای مدل کلاسیک باشد پورتفوی پیشنهادی به ظاهر عملکرد بهتری نسبت به مدل های کلاسیک داشته است. هم چنین آنچه از نمودار بازده ها استنباط می شود بازده R_{p2} که بازده پورتفوی پیشنهادی می باشد رفتار مشابه تری نسبت به شاخص در مقایسه با بازده پورتفوی کلاسیک R_{p1} داشته است. در واقع نمودار های پیش رو مقایسه ای از عملکرد بازده پورتفو ها نسبت به شاخص و مقایسه ای از خطاهای ردیابی دو مدل توسط نرم افزار متلب ارائه شده است.



نمودار ۱ - مقایسه روند اختلاف بازده پرتفوها از بارده شاخص بر اساس نتایج حاصل از مدل پیشنهادی و مدل کلاسیک



نمودار ۲ بررسی وضعیت بازده پورتفو ها نسبت به بازده شاخص بر اساس نتایج حاصله از مدل پیشنهادی و مدل کلاسیک

حال برای مقایسه دو مدل از لحاظ کارایی می‌بایست از معیاری استفاده نمود که بتواند برتری های مدل پیشنهادی را نسبت به مدل های رایج کمینه کردن خطای ردیابی نشان دهد. در همین راستا از قدرمطلق خطای بازده پورتفوی حاصله نسبت به بازده شاخص استفاده شده است و نهایتا با استفاده از آزمون t زوجی یک‌طرفه و بررسی مقدار p-value نسبت به سطح آلفا در خصوص پذیرش یا رد فرض صفر که برتری پورتفوی پیشنهادی نسبت به پورتفوی کمینه سازی خطای ردیابی است، نتایجی ارائه می‌شود.

۵-۱-۱- آزمون t زوجی

در راستای بررسی نتایج حاصل از مدل پیشنهادی با مدل رایج کمینه کردن خطای ردیابی برای مقایسه قدرمطلق اختلاف روزانه بازده پرتفوها از بازده شاخص از آزمون t زوجی استفاده شده است که در این آزمون فرض آماری به صورت زیر مطرح شده است :

MDE: میانگین اختلافات خطا[۱۰]

e_1: خطای ردیابی پرتفوی مدل خطای ردیاب از بازده شاخص

e_2 : خطای ردیابی پرتفوی پیشنهادی از بازده شاخص

$$d_i = |e_{1i}| - |e_{2i}| \qquad (۲۲-۱)$$

$$\begin{cases} H_0 : \text{MDE} \leq 0 \\ H_1 : \text{MDE} > 0 \end{cases} \qquad (۲۳-۱)$$

طبق قانون t زوجی در سطح آلفای ۰,۰۵ چنانچه p-value کمتر از ۰,۰۵ باشد فرض صفر مبنی بر کمتر مساوی بودن "اختلاف بازده پورتفوی مدل خطای ردیاب از بازده شاخص" از "اختلاف بازده پورتفوی مدل آرمانی ادغامی از بازده شاخص" رد می شود که پس از اجرای مدل تحت شرایط ذکر شده و مشاهده‌ی کمتر بودن مقدار p-value از سطح آلفا فرض صفر رد شده و این مسئله نشان از عملکرد بهتر پورتفوی پیشنهادی نسبت به پورتفوی برمبنای کمینه کردن خطای ردیابی می باشد.

جدول ۷- نتایج آزمون t زوجی برای مقایسه مدل کلاسیک و مدل پیشنهادی

مقدار آماره	P-value	فرض مورد قبول
۱,۸۶۵۶	۰,۰۳۱۵	۱

۶- نتیجه گیری

پورتفوهای ردیاب شاخص می‌تواند یکی از گزینه‌های مناسب برای رفتار بازده دارایی‌ها مشابه سطحی مورد انتظار (بعنوان مثال رفتاری شبیه به یک شاخص مشخص) باشد. یکی از ابعاد مهم مسائل بهینه سازی سبد

سهام در حوزه ردیابی شاخص کنترل ریسک به نحوی مناسب و کمینه بودن خطای ردیابی شاخص می‌باشد. از این رو در نظر گرفتن هم زمان" بتای یک" در سبد ردیابی به جهت داشتن رفتاری مشابه با شاخص و کنترل ریسک سیستماتیک که مرتبط با شاخص است و "ریسک غیر سیستماتیک سبد ردیابی" به کمینه کردن ریسک کل سبد و نزدیک کردن انتظارات به واقعیت کمکی یبش از پیش خواهد کرد. آنچه در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفت تاثیر هم زمان عناصر اثرگذاری در بحث ردیابی شاخص همچون بتای سبد ردیاب و قیاس عملکرد پورتفوی پیشنهادی بر مبنای این عناصر با عملکرد پورتفوهای رایج و کلاسیک بوده ودر نظر گرفتن آنچه که پیش از این در پژوهش‌های گذشته نادیده گرفته شده است.

این مقاله با هدف توسعه مدل‌های ردیابی شاخص ارائه شده است. در مدل پیشنهادی علاوه بر کمینه‌کردن خطای ردیابی، معیار بتا و ریسک غیر سیستماتیک در تابع هدف مدل مورد نظر بکار گرفته شد. سپس به دلیل غیر خطی بودن مدل، از الگوریتم ژنتیک به منظور حل مدل مورد نظر استفاده شد. در گام بعدی مدل مورد نظر با مدل کلاسیک ردیابی شاخص از طریق آزمون t زوجی مورد مقایسه قرار گرفت. یافته‌ها نشان داد که مدل پیشنهادی رفتاری بهتر از مدل کلاسیک جهت ردیابی شاخص ارائه می‌دهد.

در انتها برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد که با بکار بردن محدودیت‌های مانند حداقل میزان سرمایه-گذاری در هر سهم و در مرحله بعد پیشنهاد می‌شود که معیارهای دیگری مانند کمینه کردن هزینه‌های تراکنش، حداکثر کردن معیار نقدشوندگی و ... به مدل پیشنهادی اضافه گردد تا کارایی مدل در این شرایط نیز نشان داده شود.

فهرست منابع

* حنیفی فرهاد، تهرانی رضا (۱۳۸۸)، طراحی یک الگوریتم فرا ابتکاری، جهت انتخاب پورتفوی بهینه ردیابی کننده شاخص بورس تهران، فصلنامه تحقیقات حسابداری و حسابرسی.
* دارابی رویا، فرحی علی (۱۳۸۹)، تاثیر متغیرهای کلان اقتصادی بر ریسک و بازده کل سهام با تاکید بر مدل بازده سهام-تورم، پژوهشنامه حسابداری مالی و حسابرسی.
* رضایی علیرضا (۱۳۸۶)، آموزش الگوریتم ژنتیک در نرم افزار متلب، انتشارات تهران.
* شمس ناصر، ورسه‌ای محسن (۱۳۸۹)، ارائه یک روش حل ابتکاری به منظور بهینه سازیحل مسئله سبد ردیاب شاخص و پیاده سازی آن برای اولین بار در بازار سهام تهران، تهران، هشتمین کنفرانس بین المللی مدیریت.
* شهرستانی حمید، ثوابی اصل فرهاد، بیدآباد بیژن (۱۳۸۹)، تعمیم نظریه مارکویتز در بهینه سازی سبد سهام، پژوهش نامه اقتصادی، ۲۰۷-۲۰۹.
* نجفی امیرعباس، فاضلی سبزوار احسان (۱۳۹۲)، مدل دو هدفه بازنگری سبد ردیاب شاخص با لحاظ هزینه های معاملاتی و حل آن با الگوریتم های فراابتکاری، فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، سال هفتم، شماره بیستو چهارم.

* Alexander C., Dimitriu A. (2005), Indexing, co-integration and equity market regimes, International Journal of Finance and Economics, 1-19.
* Beasley J. E., Meade N., Chang T. J. (2003), An evolutionary heuristic for the index tracking problem, European journal of operation research.
* Bedoya L. C., Briger J. R. (2014), Index tracking and enhanced indexation using a parametric approach, Journal of Economics, finance and administrative science.
* Bruni R., Cesarone F., Scozzari A., Tardella F. (2012), A new stochastic dominance approach to enhanced index tracking problems, Economics Bulletin, 3460-3470.
* Canakgoz N. A., Beasley J. E. (2008), Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation, European journal of operational research.
* Coleman T. F., Li Y. (2004), Minimizing Tracking Error While Restricting the Number of Assets.
* Colwell D., El-Hassan N., Kwon O. K. (2007), Hedging diffusion processes by local risk minimization with applications to index tracking, Journal of Economic Dynamics & Control, 2135-2151.
* Corielli F., Marcelino M. (2006), Factor based Index Tracking, Journal of Banking & Finance, 2215-2233.
* Giavoronski A. A., Kryylov S., Van der Wijsk N. (2005) , Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking, European Journal of Operational Research, 115-131.
* Hesni B., Jahangirian M., jafarbaglou S. (2005), Active Portfolio Management vs Index Tracking - A Study of Actively Managed Investment Funds' Performance in the UK, Tehran, third international management conference.
* Hillebrand E., Lee T. H. (2012), Stein-Rule Estimation and Generalized shrinkage Methods for Forecasting Using Many Predictors.
* Jansen R., Van Dijk J. (2008), Optimized index tracking using a hybrid genetic algorithm, Evolutionary Computation, CEC 2008 (IEEE World Congress on Computational Intelligence).
* Jones D., Tamiz M. (2010), Practical Goal programming International Series in Operations Research, New York, Springer.
* Li Q., Bao L. (2014), Enhanced index tracking with multiple time-scale analysis, Journal of Economic Modeling, 282-292.

یادداشت‌ها

[1]. Active management
[2]. Passive management
[3]. Chromosome
[4]. Gene
[5]. Iteration
[6]. Population size
[7]. Crossover
[8]. Mutation
[9]. Roulette wheel selection
[10]. Mean Difference Error