فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال هفتم/ شماره بیست‌وهشتم/ زمستان ۱۳۹۷

# انتخاب بهینه سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های بهبودیافته ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم پارتوی نیرومند با در نظر گرفتن ریسک بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی

**مجتبی مرادی**
استادیار دانشگاه گیلان؛ (نویسنده مسئول)
mmoradi@guilan.ac.ir

**مریم قویدل جیرسرائی**
کارشناس ارشد ریاضیات مالی

تاریخ دریافت: ۹۶/۰۲/۱۴ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۵/۲۸

## چکیده

سبد سهام ترکیبی مناسب از سهام یا سایر دارایی‌ها است که سرمایه‌گذار به خرید آن می‌پردازد و بر پایه این اصل بنا شده است که سرمایه‌گذار تصمیم می‌گیرد از میان فرصت‌های سرمایه‌گذاری مختلف با توجه به میزان تحمل خود از ریسک و انتظار قابل قبولی که از بازده سهام دارد؛ یک یا چند سهام را برای سرمایه‌گذاری انتخاب کند. در این مقاله از الگوریتم‌های چندهدفه بهبودیافته ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب و سطح کارای نیرومند برای انتخاب سبد بهینه استفاده شده است. این الگوریتم‌ها، نوع بهبودیافته از نسخه‌های قبلی خود هستند و نتیجه بهتری نسبت به نسخه‌های قبلی خود ارائه می‌دهند. ارزش سبد سرمایه و ریسک آن، به‌عنوان اهداف بهینه‌سازی و معیار ارزش در معرض ریسک خطر شرطی، به‌عنوان مبنای ریسک به‌کاربرده شده است. دو قید کاربردی نیز برای سبد سهام در نظر گرفته‌شده است و نشان داده شده است که الگوریتم بهبودیافته سطح کارای نیرومند در حالت‌های بررسی شده، نتایج بهتری نسب به الگوریتم بهبودیافته چندهدفه ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب دارد.

**واژه‌های کلیدی:** الگوریتم بهبودیافته چندهدفه ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب، الگوریتم بهبودیافته سطح کارای نیرومند، بهینه‌سازی سبد سهام، ارزش در معرض خطر شرطی.

## ۱- مقدمه

مسئله‌ی انتخاب سبد سهام بهینه، همواره از مهم‌ترین مسائل اقتصاد مدرن بوده است. بهینه‌سازی سبد سهام عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب دارایی مالی، به نحوی که باعث شود؛ تا حد ممکن بازده سرمایه‌گذاری حداکثر و ریسک آن حداقل شود. اندازه‌گیری ریسک و کمی نمودن آن از چالش‌های قدیمی است.

سرمایه‌گذاران دوست دارند با توجه به تمایلات شخصی خود، تا حد امکان به بهترین انتخاب‌های ممکن برسند. معمولاً در مسائل مالی، ریسک به‌عنوان یک جنبه‌ی مهم مسئله باید در نظر گرفته شود تا برگشت سرمایه برای سرمایه‌گذار با خطر کمتری صورت پذیرد. ماهیت ریسک، یک ماهیت تضادی نسبت به سود است. یعنی هدف سرمایه‌گذار افزایش سود حاصل از خرید سهام است و در همان زمان می‌خواهد خطر ضرر را کاهش دهد.

محیط سرمایه‌گذاری، تغییرات غیرقابل پیش‌بینی دارد. برای خرید سهام و تشکیل سبدی از آن، تعداد زیادی سهام متفاوت وجود دارد. برای این‌که از میان این سهام، سهم‌های با بازده بیشتر با در نظر گرفتن کمترین ریسک انتخاب شوند و به‌اصطلاح به یک سبد سهام کارا دست یابیم؛ نظریه‌های زیادی وجود دارد.

نظریه‌ی مدرن پرتفوی اولین بار توسط مارکوویتز، با مقاله‌ای با عنوان انتخاب سبد سهام در سال ۱۹۵۲ معرفی شد. وی روش میانگین-واریانس را در قالب تئوری سبد سهام بیان نمود. این تئوری، بعدها پایه و اساس تئوری‌های بعدی قرار گرفت. به‌واسطه‌ی این مدل، ریسک برای اولین بار به معیار کمی تبدیل گردید. در تئوری مدرن، ریسک به‌عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین بازده تعریف و با استفاده از معیار واریانس، محاسبه می‌شود و به‌عنوان معیار ریسک متقارن شناسایی می‌گردد[۱۲].

در نظریه فرامدرن پرتفوی، بر اساس رابطه‌ی بازده و ریسک نامطلوب، به بررسی رفتار سرمایه‌گذار و انتخاب سبد سهام بهینه پرداخته می‌شود. ریسک نامطلوب به‌عنوان شاخص اندازه‌گیری ریسک، یعنی احتمال نوسانات منفی بازدهی در آینده تعریف شده است[۷].

معیار ارزش در معرض خطر به‌عنوان معیاری برای شناسایی ریسک، در سال ۱۹۹۳معرفی گردید. این معیار، به‌صورت ماکزیمم زیان مورد انتظار، روی یک افق هدف با یک بازه‌ی اطمینان داده شده و تحت شرایط عادی بازار تعریف می‌شود. با آن‌که ارزش در معرض خطر یک معیار ریسک معمول است. اما ویژگی‌های ریاضی نامطلوبی دارد[۱۰].

ارزش در معرض خطر شرطی، به‌عنوان یک معیار ریسک ویژگی‌های بهتری را نسبت به ارزش در معرض خطر نشان می‌دهد. ارزش در معرض خطر شرطی بیان کننده این است که اگر اوضاع نامطلوب باشد، انتظار داریم چقدر متحمل زیان شویم[۹].

برای دست یافتن به سبد سهامی با بیشترین بازده و کمترین ریسک روش‌های متفاوتی وجود دارد. الگوریتم‌های تکاملی یکی از روش‌های حل این‌گونه مسائل هستند. الگوریتم‌های تکاملی، روش‌های فراابتکاری بهینه‌سازی تصادفی بر مبنای جمعیت هستند که برگرفته از نظریه تکاملی داروین می‌باشند. الگوریتم‌های تکاملی با یک جمعیت اولیه تصادفی شروع شده و سپس برازندگی هر عضو از جمعیت توسط تابع هدف تعیین

می‌گردد. این الگوریتم‌ها در بسیاری از دسته‌بندی‌ها، تحت عنوان روش‌های بهینه‌سازی هوشمند و محاسبه‌های تکاملی شناخته می‌شوند. مزیت آن‌ها این است که بدون نیاز به مشتق تابع هزینه، به یافتن نقطه‌ی بهینه‌ی آن می‌پردازند [۱۶].

در این مقاله از الگوریتم‌های فراتکاملی بهبودیافته ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب[۱] (NSGA-II) و سطح کارای نیرومند[۲] (SPEA2) برای حل مسئله بهینه سبد سهام با در نظر گرفتن ریسک بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی[۳] استفاده شده است.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه‌ی پژوهش

امروزه نقش مدیران و مشاوران مالی با گسترش صنایع، فراگیری بورس اوراق بهادار و تغییرات سریع بازارهای مالی پررنگ‌تر از قبل شده است. متخصصان این علم با استفاده از محاسبات کامپیوتری، پژوهش عملیاتی، اقتصادسنجی و مدل‌سازی ریاضی به تجزیه و تحلیل طرح‌های مختلف سرمایه‌گذاری، محاسبه ریسک و بازده این طرح‌ها می‌پردازند و درنهایت پیشنهادهای مالی را به سرمایه‌گذاران ارائه می‌کنند. پس از جنگ جهانی دوم، روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی برای حل مشکلات و پاسخگویی به نیازهای بازار سرمایه وارد حوزه مدیریت مالی و سرمایه‌گذاری گردید که نتیجه آن ارائه نظریه نوین مدیریت سبد اوراق بهادار (پرتفوی) بود. که هدف آن رساندن سوددهی به بالاترین حد در کنار رسانده ریسک به حداقل مقدار ممکن است.

مسئله اصلی در بهینه‌سازی سبد سهام، انتخاب بهینه دارایی‌هایی است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد. روش‌های متعددی برای تشکیل سبد سهام بهینه به کار رفته است. اولین بار در سال ۱۹۵۲ میلادی، مارکوویتز نظریه مدرن سبد سهام را مطرح نمود. طبق نظریه نوین انتخاب سبد سهام، می‌توان سبد سهامی با بالاترین نرخ بازده مورد انتظار در سطح مشخصی از ریسک ایجاد نمود. بر اساس این مدل، برای یک سطح مشخصی از بازده، با حداقل کردن ریسک سرمایه‌گذاری، واریانس سبد سهام به حداقل رسانده می‌شود و یا در سطح مشخصی از ریسک که برای سرمایه‌گذار قابل تحمل باشد، می‌توان بازده مورد انتظار سبد سهام را افزایش داد. بعدها مارکوویتز نیم‌واریانس را جایگزین واریانس نمود. در این مدل فقط بازده‌های کمتر از میانگین محاسبه می‌شوند. بعد از مدل مارکوویتز، افراد زیادی سعی در توسعه و اصلاح مدل وی داشتند. به‌عنوان مثال کونو و یامازاکی[۴] مدل میانگین قدر مطلق انحراف را برای اندازه‌گیری ریسک و انتخاب سبد سهام بهینه با کمک برنامه‌ریزی خطی پیشنهاد کردند[۸].

لازو[۵] و همکارانش از الگوریتم ژنتیک و شبکه‌های عصبی برای انتخاب سبد سهام بهینه استفاده کردند. نتایج نشان داد که بازدهی سبد حاصل از این روش، به میزان زیادی مشابه شاخص بازار، و در برخی موارد از آن بیشتر و بالاتر است[۱۱].

یین و وانگ[۶] الگوریتم ازدحام ذرات را در مسئله غیرخطی تخصیص منابع به کار گرفتند و کارایی این روش را با الگوریتم ژنتیک مقایسه کرده و نتیجه گرفتند، روش ازدحام ذرات از الگوریتم ژنتیک، بهتر است[۱۵]. اسلامی بیدگلی و طیبی، در تحقیق خود با عنوان بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر اساس ارزش در معرض

ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان نشان دادند که الگوریتم ترکیبی مورچگان و ژنتیک نتیجه بهتری نسبت به نتایج به دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک نشان داده است[۱]. کورا[۷] از روش PSO در مسئله بهینه‌سازی پرتفوی مقید استفاده کرد[۵].

## ۳- مدل پژوهش

با توجه به اینکه سرمایه‌گذاری برای کسب بازدهی صورت می‌گیرد و سرمایه‌گذار تمایل دارد به نحوی بودجه خود را سرمایه‌گذاری کند که بالاترین بازدهی را کسب کند، هدفی که در این مقاله برای بازدهی سبد سهام در نظر گرفته‌شده به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\max \ \mu_p = w^T . \mu = \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i$$

که $w_i$ ها در صد سرمایه در نظر گرفته‌شده برای سهام نوع $i$ می‌باشند و

$$\mu_i = E\{r_i(t)\} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_i(t)$$

که $r_i(t)$ بازدهی مورد انتظار است و برای کاهش ریسک از

$$\min_{w_1,\ldots,w_{10}} \ CVaR$$

استفاده شده است که $CVaR$ از رابطه

$$CVaR_\alpha(X) = \int_{-\infty}^{\infty} z \, dF_X^\alpha(z), \ F_X^\alpha(z) = \begin{cases} 0 & z < VaR_\alpha(X) \\ \dfrac{F_X(z) - \alpha}{1-\alpha} & z \geq VaR_\alpha(X) \end{cases}$$

محاسبه می‌شود که $F_X(z) = P(X \leq z)$ تابع توزیع تجمعی $X$ و دارای تابع چگالی احتمال $f_X(z)$ است [۹] و [۱۰]. همچنین

$$VaR_\alpha(X) = \min\{z \,|F_X(z) \geq \alpha \ , \ 0 \leq \alpha \leq 1\}$$

برابر با حداکثر زیان مورد انتظار سبد دارایی است و در شرایط عادی بازار، در طول زمانی معین و برای یک سطح اطمینان معین $\alpha$ محاسبه می‌شود [۷] و [۱۱]. در این مقاله $\alpha = ۰.۹۵$ در نظر گرفته شده است. همچنین از محدودیت $\sum_{i=۱}^{n} x_i = ۱$ استفاده شده است. این محدودیت بدین معنا است که سهم خریداری شده باید دقیقاً برابر با کل منابع موجود باشد و چون در این پژوهش $x_i$ها به رقم بودجه وابسته نیستند و فقط اینکه با چه نسبتی در سرمایه‌گذاری استفاده شده‌اند مدنظر است؛ بنابراین $x_i$ها نرمال شده و رقم بودجه از معادله حذف شده است. بنابراین محدودیت فوق به‌صورت زیر در مدل نشان داده‌شده است.

$$\sum_{i=۱}^{۱۰} w_i = ۱ \qquad w_i \geq 0, \quad i=1,2,...,10$$

در این تحقیق متغیرهای تصمیم مدل ریاضی، بر اساس مشخصه‌های تعریف شده، $W_i$ ها هستند؛ که $W_i$ ها در این پژوهش بردارهایی شامل ده مؤلفه که هر مؤلفه بیانگر مقدار سرمایه‌گذاری در سهام $i$ام است.

$$W_۱ = (w_۱,\ldots,w_{۱۰})$$
$$W_۲ = (w_۱,\ldots,w_{۱۰})$$
.
.
$$W_{۱۰۰} = (w_۱,\ldots,w_{۱۰})$$

### ۴- الگوریتم ژنتیک چندهدفه مدل NSGA-II

هدف از حل مسئله چندهدفه، دست‌یابی به کلیه پاسخ‌های نامغلوب[۸] است. یعنی بهترین پاسخ‌های ممکن، که پاسخ‌های دیگر قادر بر غلبه بر آن‌ها نیستند. که به این پاسخ‌ها، جواب بهینه پارتو (غیر پست یا همان نامغلوب) گفته می‌شود. مفهوم بهینه پارتو به زبان ریاضی به این صورت قابل بیان است.

اگر یک بهینه پارتو باشد آنگاه برای هر $X_i$ دیگر عضو دامنه و $i = (۱,\ldots,k)$ داشته باشیم،

$$\forall i \in I \quad (f_i(X_۱) \leq f_i(X_i))$$

که در آن n تعداد متغیرهای تصمیم و k تعداد توابع هدف است. در مسئله بهینه‌سازی چندهدفه فضای تابع، ترتیب پذیر نیست. $X_۱ = (x_۱,\ldots,x_n)$ برای ترتیب پذیر کردن فضا به دو مفهوم کیفیت و نظم احتیاج است. کیفیت همان جواب‌های نامغلوب و به عبارتی تخمین مناسب از پارتو فرانت و نظم، پخش شدن منظم جواب‌ها در فضای هدف است.

در الگوریتم ژنتیک چندهدفه مدل NSGA-II برای مرتب‌سازی فضای تابع هدف و به دست آوردن کیفیت و نظم از دو واژه رتبه‌بندی[۹] و فاصله ازدحام[۱۰] استفاده می‌شود. در NSGA-II برای رتبه‌بندی کردن جواب‌ها در فضای توابع هدف از الگوریتم مرتب‌سازی نامغلوب[۱۱] استفاده می‌شود.

### ۴-۱- فاصله جمعیت یا فاصله ازدحام

هرگاه الگوریتم، توانایی مرتب‌سازی جواب‌ها، با استفاده از رتبه‌بندی را نداشت از فاصله ازدحام استفاده می‌شود. این پارامتر برای هر عضو در هر گروه محاسبه می‌شود و بیانگر دوری و نزدیکی نمونه موردنظر نسبت به عضو قبلی و بعدی خود و عضو اول و آخر جمعیت دسته و گروه خود است. مقدار بزرگ این پارامتر منجر به واگرایی و گستره بهتری در مجموعه اعضاء جمعیت خواهد شد. هر چه فاصله جمعیت بزرگ‌تر باشد یعنی مساحت بیشتری را تحت پوشش قرار داده است. فاصله جمعیت مربوط به جواب $i$ از تابع هدف $j$ در تابع دو هدفه برابر خواهد بود با

$$d_i^j = \frac{\left| f_j^{i+1} - f_j^{i-1} \right|}{f_j^{\max} - f_j^{\min}}$$

$$d_i = d_i^1 + d_i^2$$

### ۴-۲- مراحل انتخاب والد در NSGA-II

الف- ابتدا دو عضو از جمعیت با استفاده از انتخاب رقابتی[۱۲] به شکل تصادفی با توزیع احتمال یکسان انتخاب می‌شوند.

ب- اگر رتبه دو عضو انتخاب شده یکسان نباشد، عضوی که دارای رتبه کمتر است، برنده می‌شود در غیر این صورت، عضوی که دارای فاصله ازدحام بیشتر است انتخاب می‌شود[۶].

## ۵- الگوریتم تکاملی سطح کارای نیرومند (SPEA2)

الگوریتم تکاملی سطح کارای نیرومند نوعی الگوریتم تکاملی هست که از عملگرهای الگوریتم ژنتیک استفاده می‌کند. این الگوریتم در سال ۲۰۰۱ توسط زیتزلر[۱۳] و همکارانش معرفی شد. SPEA2 از یک جمعیت منظم و یک آرشیو استفاده می‌کند [۱۶]. در این الگوریتم به هر یک از پاسخ‌های نامغلوب، یک ارزش قدرت[۱۴] تخصیص می‌یابد. ارزش قدرت با $S(i)$ نمایش داده می‌شود. در این الگوریتم تعریف می‌شود

جمعیت اولیه : $p_0$

جمعیت اصلی در تکرار : $p_t$

جمعیت اولیه آرشیو : $\overline{p_0}$

جمعیت آرشیو در تکرار : $\overline{p_t}$

تعداد اعضای جمعیت اصلی $|p_t| = N$

و تعداد اعضای جمعیت آرشیو در تکرار $|\overline{p_t}| = \overline{N}$

### ۵-۱- محاسبه برازندگی در SPEA2

الف- در ابتدا به هر عضو $i$ از جمعیت $\overline{p_t} \cup p_t$ یک ارزش قدرت با نماد $S(i)$ تخصیص داده می‌شود. $S(i)$ تعداد اعضایی از جمعیت یا آرشیو است که توسط $i$ مغلوب می‌شوند. به زبان ریاضی

$$S(i) = \left|\left\{ j \,|\, j \in p_t \cup \overline{p_t} \wedge i \prec j \right\}\right|, \qquad i \in \overline{p_t} \cup p_t$$

ب- برازندگی خام[۱۵]

به مجموع ارزش قدرت اعضایی از جمعیت که $i$ توسط آن‌ها مغلوب می‌شود، برازندگی خام گفته می‌شود.

$$R(i) = \sum S(k), \qquad i \in \overline{p_t} \cup p_t, \qquad k \in \overline{p_t} \cup p_t, \quad k \prec i$$

$R(i)$ یک عدد صحیح است. در SPEA2 هرقدر پاسخ‌ها توسط پاسخ قوی‌تری (پاسخی که بر تعداد اعضای بیشتری از جمعیت غلبه کند) مغلوب شوند آنگاه مقدار برازندگی خام آن‌ها بیش‌تر خواهد بود و در SPEA2، پاسخی موردتوجه قرار می‌گیرد که برازندگی خام کمتری داشته باشد. یعنی پاسخی که نامغلوب‌تر باشد شانس انتخاب بیش‌تری دارد. اگر دو یا چند پاسخ دارای یکسان بودند (دارای رتبه یکسان، اما در توزیع متفاوت بودند) آنگاه برای انتخاب پاسخ ارجح از برازندگی چگالی[۱۶] استفاده می‌شود. برازندگی از فرمول ذیل محاسبه می‌شود.

$$F(i) = R(i) + D(i)$$

که در آن

$$D(i) = \frac{۱}{\sigma_i^k + ۲}, \; k = \sqrt{N + \overline{N}}$$

و $\sigma_i^k$ فاصله $i$ از $k$ امین همسایه نزدیک به خود است

.

### ۵-۲- انتخاب والدین در SPEA2

برای انتخاب والدین و کنترل جمعیت بایگانی اگر $|\overline{p_{t+1}}| < \overline{N}$ آنگاه از اعضای مغلوب $p_t$ برای پر کردن جمعیت استفاده می‌شود. در این روش از اعضایی استفاده می‌شود که برازندگی بهتری داشته باشند کد MATLAB مربوط به انتخاب والدین در SPEA2 وقتی‌که $|\overline{p_{t+1}}| < \overline{N}$ در شکل نمایش داده‌شده است.

```
nND=sum([Q.R]==0);
    if nND<=nArchive
    F=[Q.F];
    [F, SO]=sort(F);
    Q=Q(SO);
    archive=Q(1:min(nArchive,nQ));
```

### ۵-۳- ایجاد جمعیت نهایی

برخلاف الگوریتم ژنتیک کلاسیک، که جمعیت جدید یا به عبارتی جمعیت نهایی از ادغام سه جمعیت، جهش و ترکیب و جمعیت قبلی به وجود می‌آید در SPEA2 جمعیت جدید از ادغام جمعیت حاصل از عمل ترکیب[۱۷] و جهش[۱۸] ایجاد می‌شود و جمعیت اولیه اثری در آن ندارد؛ به همین علت مجموع درصد افرادی که با عمل جهش و عمل ترکیب ایجاد می‌شوند برابر با یک خواهد شد[۱۶].

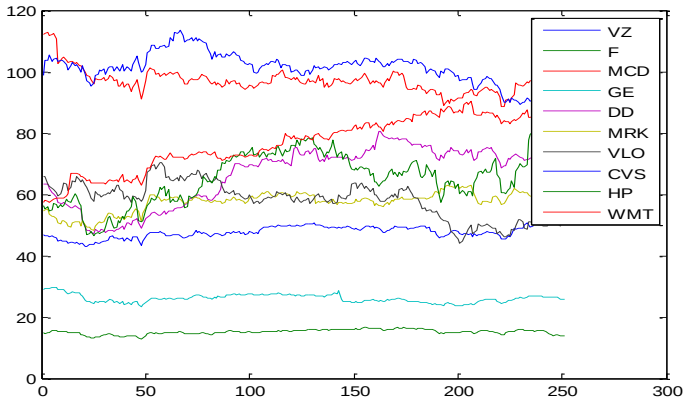
### ۶- جامعه آماری

برای محاسبه ارزش در معرض خطر شرطی از روش ناپارامتریک شبیه‌سازی تاریخی استفاده شده است. در این روش فرض می‌شود که توزیع تغییرات احتمالی داده‌های بازار برای آینده، مشابه توزیع مشاهده شده در n روز گذشته است. به‌منظور انجام این تحقیق، داده‌ها از اطلاعات مربوط به داده‌های FTSE100 از قیمت بسته‌شده ده سهام از بزرگ‌ترین سهام دنیا و فعال در بورس جهان، از اول نوامبر ۲۰۱۴ تا سی‌ام اکتبر ۲۰۱۵ به مدت ۲۵۱ روز کاری که منجر به ۲۵۰ بازده روزانه شده است، استفاده شده است. مشخصات ده شرکتی که در شبیه‌سازی از آن‌ها استفاده شده است، در جدول شماره (۱) نشان داده‌شده است.

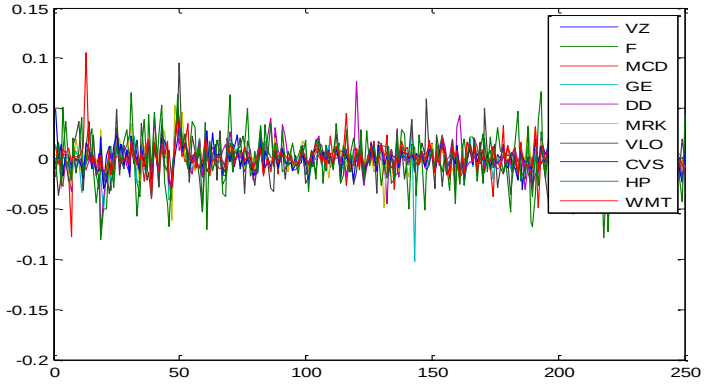
**جدول ۱- مشخصات ده شرکتی که در شبیه‌سازی از آن‌ها استفاده شده است**

| | نام شرکت | صنعت | علامت اختصاری |
|---|---|---|---|
| ۱ | Verizon | مخابرات | VZ |
| ۲ | Ford | خودروسازی | F |
| ۳ | McDonald's | غذای فوری | MCD |
| ۴ | General Electric | جنرال الکتریک | GE |
| ۵ | DuPont | صنایع شیمیایی | DD |
| ۶ | Merck & Co. | داروسازی | MRK |
| ۷ | Valero Energ | نفت و گاز | VLO |
| ۸ | CVS Caremark | خرده‌فروشی توزیع دارو | CVS |
| ۹ | Hewlett-Packard | سخت‌افزار رایانه | HP |
| ۱۰ | Walmart | خرده‌فروشی | WMT |

هم‌چنین داده‌های سری زمانی قیمت روزانه ده شرکت فعال در بورس در شکل(۱) نشان داده‌شده است. هم مقیاس نبودن داده‌ها در شکل (۱) به علت استفاده از قیمت مستقیم سهام است. برای رفع این مشکل، در شبیه‌سازی از بازده داده‌ها استفاده‌شده است. نمایش داده‌های سری زمانی شرکت با استفاده از بازده قیمت در شکل(۲) نشان داده شده است.



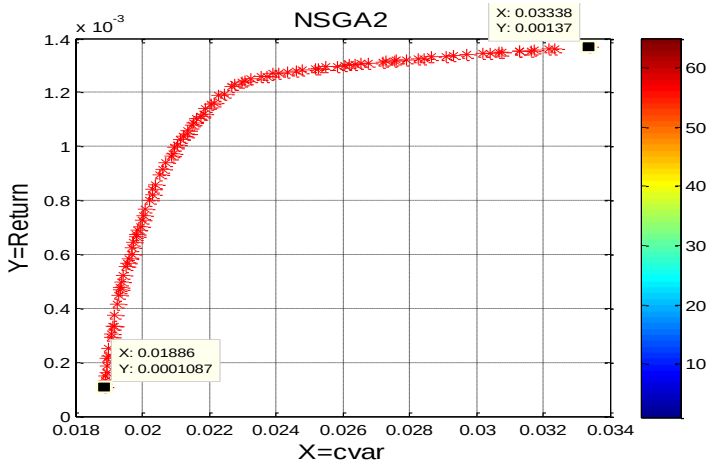

**شکل ۱- نمایش داده‌های سری زمانی ده شرکت با استفاده از بازده قیمت**




**شکل ۲- نمایش داده‌های سری زمانی ده شرکت با استفاده از بازده قیمت**

## ۷- نتایج پژوهش

در این بخش، با در نظر گرفتن ریسک بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی، سطح کارا در انتخاب بهینه سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری NSGA-II و SPEA2 محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده است.
محاسبه سطح کارای سبد سهام با در نظر گرفتن ریسک بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از الگوریتم فراابتکاری NSGA-II در شکل (۳) نشان داده شده است.

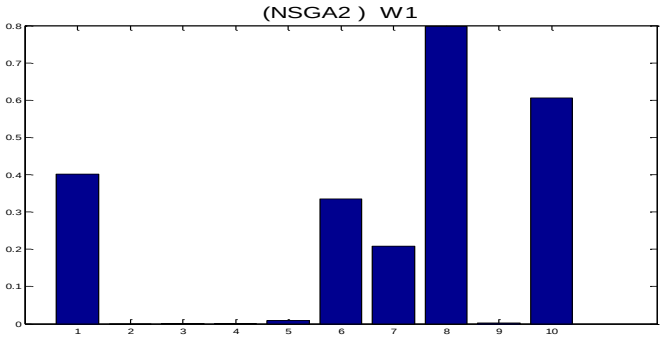



**شکل ۳- بهینه سطح کارا در انتخاب سبد سهام با استفاده از NSGA-II**

در این شبیه‌سازی، ۱۰۰ پیشنهاد برای سرمایه‌گذاران برحسب میزان ریسک و بازدهی نشان داده‌شده است. عضو اول سطح کاری این شبیه‌سازی مقادیر ذیل را برای سرمایه‌گذاران پیشنهاد می‌کند.

$$W_1 = F_1 = [۰.۱۷۰۵\ ,\ ۰\ ,\ ۱.۸۵۳۹e^{-۰۵}\ ,\ ۱.۲۵۳۶e^{-۰۴}\ ,\ ۰.۰۰۳۷$$
$$,\ ۰.۱۴۲۲\ ,\ ۰.۰۸۸۱\ ,۰.۳۳۷۹\ ,\ ۶.۷۴۹۳e^{-۰۴}\ ,\ ۰.۲۵۶۸],$$
$$\mathrm{Return} = ۰.۰۰۰۱۰۸۷۲,\ \mathrm{Risk} = ۰.۰۱۸۹$$

درواقع این سبد برای بازدهی به‌اندازه ۰/۰۰۰۱۰۸۷۲ با ریسک ۰/۰۱۸۹ پیشنهاد می‌کند که بیشترین سرمایه‌گذاری روی سهام CVS صورت پذیرد و بر روی سهام F (فورد) سرمایه‌گذاری انجام نشود. سبد پیشنهادی در شکل (۴) نشان داده شده است.



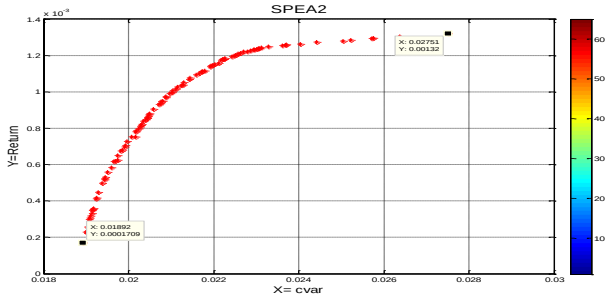

**شکل ۴- عضو اول سطح کار در الگوریتم NSGA-II بیشترین سرمایه‌گذاری روی سهام CVS**

همچنین عضو آخر جمعیت از الگوریتم NSGA-II یک سبد دیگر جهت سرمایه‌گذاری روی سهام ۱۰ شرکت که با $W_{100}$ نشان داده شده است، به‌صورت:

$$W_{100} = F_{100} = [9.5259e^{-5},\ 2.0660e^{-5},\ 2.1211e^{-5},\ 1.0607e^{-5},$$
$$1.0075e^{-4},\ 8.6033e^{-4},\ 5.4475e^{-5},\ 9.5917e^{-5},\ 0.4883,\ 0.5104]$$
$$Return = 0.001130,\ Risk = 0.033338$$

پیشنهاد می‌کند. این سبد، بیشترین سرمایه‌گذاری را بر روی سهام WMT و HP با پذیرفتن ریسک به مقدار ۰/۰۳۳۳۸ و بازده به مقدار ۰/۰۰۱۳۰ پیشنهاد می‌کند. حال سرمایه‌گذاران می‌توانند با توجه به نظر و خواسته‌ی خود و با توجه به تحمل ریسک، به این پیشنهادها فکر کنند.

در ادامه ۱۰۰ سبد پیشنهادی توسط الگوریتم SPEA2 به دست آمد. محاسبه سطح کارای سبد سهام با در نظر گرفتن ریسک بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری SPEA2 در شکل (۵) نشان داده شده است.




**شکل ۵- بهینه سطح کارا در انتخاب سبد سهام با استفاده از SPEA2**

پیشنهاد عضو اول جمعیت در سطح کارای الگوریتم SPEA2 به شکل ذیل است.

$F_1 = [0.17344; 0.003224; 0.000056; 0.002225; 0.056895;$
$0.09799; 0.047543; 0.034955; 0.039721; 0.543346]$
$\text{Return} = 0.000709; \ \ Risk = 0.01892$

و عضو آخر جمعیت

$F_{100} = [0.001805; 0.000014; 0; 0.001275; 0.000009;$
$0.001111; 0.000005; 0.000001; 0.296885; 0.698733]$
$\text{Return} = 0.001332; Risk = 0.027511$

جواب‌های مسئله بهینه‌سازی سبد سهام، با استفاده از بازار جهانی با انتخاب ۱۰ شرکت فعال در بورس، بیانگر قابلیت بالای الگوریتم SPEA2 در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام است.

مقایسه سطح کارای دو الگوریتم نشان می‌دهد که بازدهی که از الگوریتم SPEA2 به دست می‌آید در سطح بالاتری از بازده به دست آمده از الگوریتم NSGA-II قرار دارد. همچنین مقایسه عضو به عضو سطح کارای دو الگوریتم با توجه به ضرایب و جمعیت یکسان، نشان می‌دهد که سطح کارای الگوریتمSPEA2 در سطح بالاتری از الگوریتم NSGA-II قرار دارد و نتایج حاصل از الگوریتم SPEA2 به‌مراتب بهتر از الگوریتم NSGA-II است. به‌خصوص در مقایسه عضوهای اول دو الگوریتم نشان داده شده است که الگوریتم SPEA2 در همان مقدار ریسکی که از الگوریتم NSGA-II به دست آمده، سبدی با بازده بیشتر پیشنهاد می‌کند و مقایسه عضوهای آخر نشان می‌دهد که سبدی که توسط الگوریتم SPEA2 پیشنهاد می‌شود در بازده تقریباً یکسان با سبد پیشنهادی الگوریتم NSGA-II از ریسک به‌مراتب کمتری برخوردار است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم سطح کارای نیرومند، نسبت به الگوریتم ژنتیک چندهدفه، بازده بیشتر و درعین‌حال ریسک کمتری را به‌عنوان نتیجه در اختیار سرمایه‌گذاران قرار می‌دهد.

**جدول ۲- مقایسه حداکثر و حداقل بازدهی و ریسک متناظر با این بازدهی**

| | NSGA-II | | SPEA2 | |
|---|---|---|---|---|
| سطح انتظار | حداقل | حداکثر | حداقل | حداکثر |
| بازده | ۰,۰۰۰۱۰۷۸۲ | ۰,۰۰۱۳۰ | ۰,۰۰۰۱۷۰۹ | ۰,۰۰۱۳۲ |
| ریسک | ۰,۰۱۸۹۰ | ۰,۰۳۳۳۸ | ۰,۰۱۸۹۲ | ۰,۰۲۷۵۱ |

## ۸- نتیجه‌گیری و بحث

این مقاله کارایی دو الگوریتم NSGA-II و SPEA2 در بهینه‌سازی سبد سهام را بر اساس معیار ارزش در معرض ریسک شرطی و اطلاعات مربوط به داده‌های FTSE100 از قیمت ده سهام از بزرگ‌ترین سهام دنیا را مورد بررسی قرار داد. نتایج حاصل نشان می‌دهد مدل‌سازی ریسک بازار بر مبنای ارزش در معرض ریسک با وجود پیچیدگی‌های محاسبه، روش کارایی برای انتخاب سبد سهام در بورس اوراق بهادار به شمار می‌رود.

به عنوان نتیجه اصلی این تحقیق، از مقایسه نتایج دو الگوریتم NSGA-II و SPEA2 مشخص شد که الگوریتم SPEA2 بازده بیشتر و درعین‌حال ریسک کمتری را به‌عنوان نتیجه در اختیار سرمایه‌گذاران قرار می‌دهد. بنابراین سرمایه گذران می‌توانند با اعتماد به سبد پیشنهادی الگوریتم SPEA2 نسبت به انتخاب سبد سهام اقدام کنند.

یافتن مرز کارا توسط این الگوریتم‌ها، با نتایج سایر پژوهش‌ها در این زمینه مطابقت دارد. ازجمله با مقاله هاو و لیو با عنوان" مدل میانگین-واریانس برای انتخاب سبد سهام با بازده تصادفی فازی" که مدل میانگین-واریانس برای انتخاب سبد سهام را به‌عنوان معیار ریسک در الگوریتم ژنتیک کار بردند.

منصور گرکز و همکاران در مقاله‌ای با عنوان "انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس تعاریف متفاوتی از ریسک " برای اندازه‌گیری ریسک از مدل میانگین-واریانس و مدل میانگین-نیمه واریانس استفاده کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که الگوریتم ژنتیک طراحی شده از بهینگی و ثبات بالا برخوردار است و تفاوت معنی‌داری در به‌کارگیری دو مدل میانگین-واریانس و مدل میانگین-نیمه واریانس وجود ندارد. در مقاله حاضر، ما از مدل ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده کردیم که این مدل نیز به‌خوبی می‌تواند سرمایه‌گذاران را برای تهیه یک سبد کارا راهنمایی کند.

مرتضی الهی و همکاران برای بهینه‌سازی سبد سهام از الگوریتم جست‌وجوی شکار استفاده کردند و نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم جست‌وجوی شکار برای حل مسائل بهینه‌سازی سبد سهام، سرعت و دقت بالایی دارد. الگوریتم جستجوی شکار یک الگوریتم تک هدفه است که میزان بازده سبد سرمایه‌گذاری را در ازای یک مقدار معین از ریسک، حداکثر می‌کند. اما الگوریتم‌های NSGA-II و SPEA2، چندهدفه هستند و هم‌زمان دو هدف حداکثر کردن بازده و حداقل کردن ریسک را در نظر می‌گیرند و از این‌جهت بر الگوریتم‌های تک هدفه برتری دارند. توصیه می‌شود برای بهینه‌سازی سبد سهام از الگوریتم‌های چندهدفه مانند NSGA-II و SPEA2 برای تشکیل سبد سهام استفاده گردد.

## فهرست منابع


* اسلامی بیدگلی، غلامرضا و احسان طیبی ثانی، (۱۳۹۳). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک، فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری، شماره ۱۰.
* عباسی، ابراهیم؛ ابوالی، مهدی؛ سربازی، مهدی (۱۳۹۱)."انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک NSGA-II"، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۱۰.
* مروتی شریف‌آبادی، علی؛ عزیزی، شیرین؛ احمدی، نسترن (۱۳۹۴). بکارگیری الگوریتم رقابت استعماری (ICA) در بهینه‌سازی و تشکیل پرتفلیو، فصلنامه دانش سرمایه‌گذاری، شماره ۱۳.
* Conejo A.J., Carrión M., Morales J.M. (2010). Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets. Series: International Series in Operations Research & Management Science, Vol. 153.
* Cura, T., (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization, Nonlinear Analysis: Real World Applications 10(4), 2396–2406.
* Deb K., Agarwal S., Meyarivan T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm:

NSGA-II. Evolutionary Computation; 6: 2 (2002) 182-197.
* Elton, E.J. Gruber, M.J. (1995), "Modern Portfolio Theory and Investment Analysis", John Wiley and Sons, New York.
* Konno H., Yamazaki H., (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. Management Science; 37519–31.
* Jorion, P. (2006). Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 3rd Edition, New York: McGrawHill.
* Larsen, N., Mausser, H., & Uryasev, S. (2002). Algorithms for optimization of value-at-risk. In P. M. Pardalos & V. K. Tsitsiringos (Eds.), Financial engineering, E-commerce and supply chain, volume 70 of Applied optimization (Vol. 70, pp. 19–46). New York: Springer.
* Lazo J.G.L., Vellasco M.M.R., Pacheco M.A.C. (2000). A hybrid genetic-neural system for portfolio selection and management. In: 6th Int. Conference on Engineering Applications of Neural Networks, 17-19.
* Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. Journal of Finance 7: 77–91
* Sarykalin, S., Serraino, G., & Uryasev, S., (2008). Value-at-risk vs. conditional value-at-risk in risk management and optimization. In Z. L. Chen & S. Raghavan (Eds.), Tutorials in Operations Research, 270–294
* Tuba, M.; Bacanin, N. (2014). Artificial bee colony algorithm hybridized with firefly algorithm for cardinality constrained mean-variance portfolio selection problem. Appl. Math. Inf. Sci. 8 no. 6, 2831–2844.
* Yin Peng-Yeng, Jing-Yu Wang (2006). A particle swarm optimization approach to the nonlinear resource allocation problem. Applied Mathematics and Computation, 183, 232–242
* Zitzler E., Laumanns M. and Thiele L. (2001). "SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm", Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich 2001

## یادداشت‌ها

1. Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGAII)
2. Evolutionary Algorithm Strength Pareto(SPEA2)
3. 3 Conditional Value at Risk (CVaR)
4. Konno, Yamazak
5. Lazo
6. Yin Peng –Yong
7. Cura
8. Non Dominated
9. Rank
10. Crowding distance
11. Non-dominated Sorting(NS)
12. Tournament selection
13. Zitzler
14. Strength
15. Row Fitness
16. Density information
17. Crossover
18. Mutation