



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
دوره ۱۳ / شماره ۱ (پیاپی ۴۹) / بهار ۱۴۰۳
صفحه ۳۲۵ تا ۳۵۲

بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه با توابع کاپیولا و رویکرد ارزش حدی

آرش گودرزی

دانشجوی دکتری مالی - بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران و عضو هیات علمی دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان،
(نویسنده مسئول)
arash.goodarzi@ut.ac.ir

رضا تهرانی

استاد گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران،
rtehrani@ut.ac.ir

علی سوری

دانشیار اقتصاد، دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران، تهران، ایران،
alisouri@ut.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۶/۰۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۰۷

چکیده

این پژوهش سبد بهینه سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه را با توجه به فعالیت‌های بیمه‌گری تعیین می‌کند. در شرکت‌های بیمه تصمیمات سرمایه‌گذاری متأثر از فعالیت‌های بیمه‌گری است. در این مقاله مسئله بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری با استفاده از ارزش در معرض ریسک شرطی مبتنی بر توابع کاپیولا و با در نظر گرفتن نتایج فعالیت‌های بیمه‌گری مدل‌سازی می‌شود. همچنین از آنجا که تاکید بر دنباله‌های توزیع است، توزیع احتمال متغیرها در دنباله‌ها با استفاده از توزیع پارتو تعمیم‌یافته و در سایر بخش‌های توزیع با استفاده از توزیع احتمال تجربی تخمین زده می‌شود. داده‌ها که بصورت ماهانه جمع‌آوری می‌شوند دو دوره درون نمونه، از ۱۳۸۵ تا ۱۳۹۴ و برون نمونه، از ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۸ را پوشش می‌دهند. یافته‌ها نشان می‌دهند که بهترین سبد شامل هشتاد درصد دارایی‌های ریسکی (سهام و املاک و مستغلات) و تنها بیست درصد دارایی‌های بدون ریسک (سپرده‌های بانکی) است. این نتیجه خارج از حدود قانونی تعیین شده توسط بیمه مرکزی است. بنابراین محدودیت‌های قانونی مانع از انتخاب بهینه سبد سرمایه‌گذاری توسط شرکت‌های بیمه می‌شوند. همچنین مقایسه عملکرد برون نمونه‌ای و درون نمونه‌ای سبدها نشان می‌دهد که سبدهای مبتنی بر توابع کاپیولا نسبت به سبدهای سنتی عملکرد بهتر و پایدارتری دارند.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض ریسک شرطی، نظریه ارزش حدی، توابع کاپیولا، فعالیت بیمه‌گری، فعالیت سرمایه‌گذاری.

۱- مقدمه

شرکت‌های بیمه به عنوان یک موسسه مالی نقش مهمی را در سیستم مالی و اقتصادی جامعه ایفا می‌کنند. آنها دو فعالیت مهم را انجام می‌دهند. مهمترین فعالیت، که آنها را از دیگر مؤسسات مالی متمایز می‌کند، صدور بیمه‌نامه^۱ است. حق بیمه حاصل از صدور بیمه‌نامه مهمترین منبع مالی شرکت‌های بیمه را تشکیل می‌دهد. آنها می‌توانند با مدیریت بهینه سبد بیمه‌ای خود علاوه بر پوشش کل هزینه‌های مربوط به خسارت‌ها و هزینه‌های عملیاتی، سودی هم کسب کنند. ولی ویژگی تصادفی بودن حق بیمه‌ها و بویژه خسارت‌ها همواره شرکت‌های بیمه را با ابهام و نگرانی ناشی از کمبود نقدینگی کافی جهت پوشش خسارت‌ها روبرو ساخته است. فعالیت مهم دیگر شرکت‌های بیمه، سرمایه‌گذاری^۲ است. سود ناشی از سرمایه‌گذاری‌ها می‌تواند به عنوان یک پشتوانه، شرکت بیمه را در مقابل این کمبود نقدینگی محافظت کند. شرکت‌های بیمه در فعالیت سرمایه‌گذاری وجوه مازاد ناشی از فروش بیمه‌نامه‌ها و سایر منابع مالی را جهت تأمین نیازهای بخش خصوصی و دولتی در انواع دارایی‌ها سرمایه‌گذاری می‌کنند. به علت نامشخص بودن زمانبندی و مقدار حق بیمه‌ها و خسارت‌ها از یک طرف و نوسان بازده سرمایه‌گذاری‌ها از طرف دیگر و عدم هماهنگی میان آنها، موضوع سرمایه‌گذاری وجوه مازاد همواره مسئله‌ای پیچیده برای شرکت‌های بیمه بوده است (چی و لیبنبرگ^۳، ۲۰۱۷).

برخی از مطالعات و شواهد نشان داده‌اند که این دو فعالیت مستقل از یکدیگر نیستند و به انحاء مختلف بر یکدیگر تأثیر گذارند (هیپ و پلوم^۴، ۲۰۰۰، لیو و یانگ^۵، ۲۰۰۴، یانگ و ژانگ^۶، ۲۰۰۵، هیمن و رولند^۷، ۲۰۰۶). مائو و همکاران^۸، ۲۰۱۳، چی و لیبنبرگ^۹، ۲۰۱۷، دیلونگ^۹، ۲۰۱۹. در واقع شرکت‌های بیمه، سرمایه‌گذاران تابع بدهی هستند. آنها وجوه ناشی از صدور بیمه‌نامه‌ها، که تعهدات شرکت‌های بیمه هستند را بگونه‌ای سرمایه‌گذاری می‌کنند که منطبق بر بدهی‌های آنها باشد (هوفلد، کوپژن و تیمان^{۱۰}، ۲۰۱۷). هیمن و رولند (۲۰۰۶) اظهار داشتند که یک رویکرد به منظور افزایش ارزش سهام شرکت‌های بیمه این است که سرمایه‌گذاری‌ها مستقل از عملیات بیمه‌گری مدیریت شوند گویی آنها یک شرکت سرمایه‌گذاری از نوع "سرمایه ثابت" هستند که از طریق فروش محصولات بیمه‌ای تامین مالی شده‌اند. رویکرد دیگر این است که ذخایر اصولاً به منظور پاسخگویی به بدهی‌ها و حمایت از عملیات بیمه‌گری که تعیین‌کننده اصلی ارزش شرکت بیمه است، سرمایه‌گذاری شود. آنها رویکرد دوم را تایید کردند. مائو و همکاران (۲۰۱۳) دریافتند که قیمت بیمه‌نامه‌ها و مقدار سرمایه‌گذاری در دارایی‌های ریسکی تابعی از یکدیگر و میزان خسارت پرداختی هستند. به عبارت دیگر مقدار سرمایه‌گذاری در

¹. Underwriting Business

². Investment Business

³. Che and Liebenberg

⁴. Hipp and Plum

⁵. Liu and Yang

⁶. Yang and Zhang

⁷. Heyman and Rowland

⁸. Mao et al

⁹. Delong

¹⁰. Hufeld, Koijen & Thimann

دارایی های ریسکی علاوه بر اینکه تابعی از ویژگی های ذاتی خود دارایی ها، یعنی نوسان پذیری^۱ و رانش^۲ آنهاست، از قیمت بیمه نامه ها و نوسان خسارت های پرداختی نیز تأثیر می پذیرد. این یافته، مدل های معمول بهینه سازی سبد سرمایه گذاری شرکت های بیمه که فقط ریسک و بازده دارایی ها را در مسایل بهینه سازی در نظر می گیرند به چالش می کشد. اگر شرکت بیمه در سرمایه گذاری های خود ضعیف عمل کند و بازده منفی داشته باشد، ذخایر آن کاهش می یابد و حتی ممکن است منجر به ناتوانی شرکت بیمه در تسویه خسارت های بیمه ای شود. ترکیب محصولات بیمه ای نیز علاوه بر اینکه بر عملکرد بیمه گری اثرگذار است، بطور مستقیم یا غیر مستقیم عملکرد سرمایه گذاری را نیز تحت تأثیر قرار می دهد و در تعیین سبد سرمایه گذاری نقش دارد (ماساری، جاینفریت و زنتی^۳، ۲۰۱۴). امنیت ذخایر و سرمایه گذاری سودآور آنها دو اصل مهم و متضاد یکدیگرند که شرکت های بیمه باید تعادلی بین آنها برقرار کنند (گروندل، دانگ و گل^۴، ۲۰۱۶).

حد مطلوب ریسک پذیری در سبد سرمایه گذاری شرکت های بیمه تابع عواملی زیادی از جمله نتایج فعالیت های بیمه گری است. شرکت هایی که محصولات متنوع بیمه ای به مشتریان خود ارائه و از این طریق ریسک بیمه گری خود را کاهش می دهند نسبت به شرکت هایی که تمرکز زیادی روی چند محصول بیمه ای دارند، می توانند سبد سرمایه گذاری پرریسک تری انتخاب کنند. به عبارت دیگر ریسک بیمه گری^۵ و ریسک سرمایه گذاری^۶ رابطه منفی با هم دارند (دوشین^۷، ۲۰۱۰، مکشین، ژانگ و کاکس^۸، ۲۰۱۲). بیمه گرانی که سبد قابل ملاحظه ای در بیمه های عمر و قراردادهای بلندمدت دارند، به دلیل قابل پیش بینی بودن میزان خسارت ها از انعطاف بیشتری برخوردار هستند و می توانند در سهام یا املاک و مستغلات سرمایه گذاری کنند. اما بیمه گرانی که بخش اعظم سبد بیمه ای آنها غیر عمر و از نوع اموال و مسئولیت است به دلیل وجود نوسان های شدید در فراوانی و شدت خسارت ها باید همواره دسترسی فوری به نقدینگی داشته باشند و در دارایی های نقد و کم ریسک سرمایه گذاری کنند (کونگ و یانگ^۹، ۲۰۲۰). علاوه بر این، اندازه ذخایر بیمه نیز در ریسک پذیری شرکت های بیمه تأثیر گذارند. طبق نظریه های مالی افراد از نظر ریسک پذیری متفاوتند و افرادی که ثروت بیشتری دارند ریسک پذیرترند. ذخایر بیمه ای هنگامت نیز می تواند ریسک پذیری شرکت های بیمه را در سرمایه گذاری افزایش دهد (الینگ و مارک^{۱۰}، ۲۰۱۲، دیلونگ، ۲۰۱۹).

دیدگاه برخی سرمایه گذاران از جمله شرکت های بیمه نسبت به ریسک متقارن نیست و در ارزیابی ریسک، عمدتاً از معیارهای ریسک نامطلوب^{۱۱} و دنباله ای^{۱۲} استفاده می کنند. در این معیارها، توزیع احتمال در دنباله های

1. Volatility

2. Draft

3. Massari, Gianfrate & Zanetti

4. Gründl, Dong & Gal

5. Underwriting Risk

6. Investment Risk

7. Duchin

8. McShane, Zhang & Cox

9. Kung and Yang

10. Eling and Marek

11. Downside Risk

12. Tail Risk

توزیع مورد توجه قرار می‌گیرد زیرا تصویر کامل‌تری از ریسک نامطلوب ارائه می‌دهند (چیو و لی^۱، ۲۰۰۹، کانسیگلو، پکورلا و زنیوس^۲، ۲۰۰۹). در طی بحران همبستگی میان دارایی‌ها نسبت به سایر مواقع بیشتر است و بسیاری از بازارها با هم دچار رکود می‌شوند (تیمر^۳، ۲۰۱۵). همچنین حق بیمه‌ها به طور معمول به سرعت کاهش نرخ بازده سرمایه‌گذاری قابل افزایش نیستند و سال‌ها به طول می‌انجامد تا کاهش نرخ بازده سرمایه‌گذاری با افزایش حق بیمه‌ها جبران شود. فاجعه زمانی رخ می‌نماید که بطور همزمان خسارت‌های پرداختی نیز افزایش یابند. با این توضیح می‌توان دریافت که برای شرکت‌های بیمه اندازه‌گیری و مدیریت ریسک‌های دنباله‌ای حیاتی است. البته اگر فعالیت‌های سرمایه‌گذاری و بیمه‌گری همزمان سودآور باشند، نتایج مطلوبی رخ خواهد داد. لازم به ذکر است همیشه این طور نیست که چنین شرایط حدی و شدیدی رخ دهد و نتایج فعالیت‌های سرمایه‌گذاری و بیمه‌گری همزمان مطلوب یا نامطلوب باشند. ممکن است شرایطی رخ دهد که به دلیل وضعیت مطلوب بازارهای پول و سرمایه، فعالیت سرمایه‌گذاری سودآور باشد ولی به دلیل وقوع خسارت‌های فزاینده بیمه‌ای از یک طرف و کاهش فروش بیمه‌نامه‌ها از طرف دیگر، فعالیت بیمه‌گری زیان‌ده شود. در چنین شرایطی شرکت‌های بیمه می‌توانند از سود اکتسابی در بخش سرمایه‌گذاری، به عنوان پشتوانه‌ای برای پرداخت خسارت‌ها و تعهدات استفاده کنند و همچنان بدون نگرانی به فعالیت بیمه‌گری خود ادامه دهند. در شرایط دیگر ممکن است بازده دارایی‌ها کاهش یابد ولی فعالیت بیمه‌گری با سود هنگفتی همراه باشد. در این صورت شرکت‌های بیمه ضمن اینکه برای تامین نقدینگی مجبور نیستند دارایی‌های خود را با ضرر بفروشند، می‌تواند از بحران گذر کنند و همانطور که مائو و همکاران (۲۰۱۳)، چی و لیبنبرگ (۲۰۱۷) و دیلونگ (۲۰۱۹) نشان دادند به سرمایه‌گذاری ریسکی خود ادامه دهند.

شرکت‌های بیمه در فعالیت‌های سرمایه‌گذاری با محدودیت‌های قانونی زیادی روبرو هستند بطوریکه تنها تا سطح معینی می‌توانند در دارایی‌های پرریسک سرمایه‌گذاری کنند و عمده منابع خود را باید به دارایی‌های کم ریسک یا بدون ریسک اختصاص دهند. برخی از مطالعات اثر قوانین و مقررات را بر ریسک‌پذیری شرکت‌های بیمه در فعالیت‌های سرمایه‌گذاری بررسی کرده‌اند و نشان داده‌اند که محدودیت‌های قانونی مانع از سرمایه‌گذاری بهینه توسط شرکت‌های بیمه می‌شوند (بورن^۴، ۲۰۰۱، میلوناس، پیکریستو و روپس^۵، ۲۰۱۰)، بران، اشمیسر و اشمیر^۶، ۲۰۱۷، بکر^۷، ۲۰۱۷، بویر، کاوینز و ردیک^۸، ۲۰۱۹). به عنوان مثال بویر، کاوینز و ردیک (۲۰۱۹) محیط قانونی شرکت‌های بیمه را در رابطه با نحوه سرمایه‌گذاری بررسی کردند و نتیجه گرفتند که محدودیت‌های قانونی مانع از این می‌شوند که شرکت‌های بیمه سید سرمایه‌گذاری خود را در پاسخ به عملکرد و نتایج فعالیت بیمه‌گری بطور متناسب تغییر دهند و متوازن سازند. در ایران آیین‌نامه شماره ۶۰ شورای عالی بیمه مرکزی، فعالیت‌های سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه را محدود می‌کند. طبق این آیین‌نامه موسسات بیمه‌ای موظفند حداقل ۳۰ درصد

¹. Chiu and Li

². Consiglio, Pecorella & Zenios

³. Timmer

⁴. Bom

⁵. Milonas, Papachristou & Roupas

⁶. Braun, Schmeiser & Schreiber

⁷. Becker

⁸. Boyer, Cowins & Reddic

منابع سرمایه گذاری را به صورت سپرده بانکی و اوراق مشارکت با تضمین دولت سرمایه گذاری کنند. در حالی که حداکثر ۴۰ درصد از منابع سرمایه گذاری را می توانند به خرید سهام اختصاص دهند.

تعیین مقدار بهینه سرمایه گذاری در دارایی های مختلف بگونه ای که ضمن استفاده بهینه از منابع، امنیت لازم را برای ذخایر بیمه ای فراهم کند و حقوق بیمه گذاران حفظ شود، مستلزم این است که شرکت های بیمه متناسب با روند و توزیع احتمال حق بیمه ها و خسارت های بیمه ای اقدام به سرمایه گذاری کنند. توزیع احتمال اقسام سرمایه گذاری و بیمه ای با هم تفاوت دارند (شهریار، ۲۰۱۴). عدم انطباق توزیع بازده سرمایه گذاری ها با توزیع حق بیمه ها و خسارت ها بخصوص در زمان رکود بازار، باعث شده شرکت های بیمه عمده وجوه خود را در دارایی های بدون ریسک سرمایه گذاری کنند و علی رغم وجود فرصت های فراوان سرمایه گذاری در بازارهای سرمایه و همچنین کاهش سهم بازار بیمه ای آنها به دلیل رقابت زیاد، از فرصت های سودآور دور بمانند. در چنین شرایطی یک استراتژی سرمایه گذاری بهینه متناسب با حق بیمه و خسارت های بیمه ای، از الزامات موفقیت شرکت های بیمه است (گروندل، دانگ و گل، ۲۰۱۶). متاسفانه مدل مشخصی برای سرمایه گذاری متناسب با حق بیمه ها و خسارت های بیمه ای وجود ندارد و برخی از پژوهش ها موضوع بهینه سازی سرمایه گذاری شرکت های بیمه را بدون توجه به فعالیت های بیمه گری مطالعه کرده اند (تیمر، ۲۰۱۵، زادون، تهرانی و فلاح پور، ۲۰۱۲، عباسیان، آرمیان و محمودی، ۲۰۱۳، راعی، حسینی و مهدوی، ۲۰۱۹). برخی دیگر از پژوهش ها مسئله سرمایه گذاری شرکت های بیمه را به صورت کاملاً تئوریک و تحلیلی مدل سازی کرده و رابطه میزان سرمایه گذاری ریسک دار و بدون ریسک را با حق بیمه ها و خسارت های بیمه ای توصیف کرده اند (لیو و یانگ، ۲۰۰۴، یانگ و ژانگ، ۲۰۰۵، مائو و همکاران، ۲۰۱۳).

پژوهش حاضر مدلی ارائه می دهد که با توجه به نتایج فعالیت بیمه گری، سطح بهینه سرمایه گذاری در دارایی های ریسک دار و بدون ریسک تعیین شود و ضمن ارائه الگویی به شرکت های بیمه برای سرمایه گذاری، توجیه یا عدم توجیه پذیری قوانین محدود کننده سرمایه گذاری هم مشخص کند. سبد سرمایه گذاری بهینه طبق این الگو باید به گونه ای باشد که ضمن دستیابی به بازده معقول، در صورت تغییرات شدید منفی احتمالی ذخایر (افزایش شدید خسارت ها و یا کاهش شدید حق بیمه ها) و یا رکود در بازار سرمایه، کاهش قابل توجهی در سود و ثروت شرکت بیمه ایجاد نشود و درعین حال توان عمل به تعهدات خود در مقابل بیمه گذاران را نیز داشته باشد. به منظور مدل سازی همبستگی میان فعالیت های سرمایه گذاری و بیمه ای، با استفاده از توابع کاپیولا^۱ ساختار وابستگی میان حق بیمه ها، خسارت ها و بازده دارایی ها سنجیده می شود. همچنین برای تمرکز بر ریسک های دنباله ای از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده می شود.

^۱. Copula Function

۲- روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش وزن بهینه هر یک از دارایی‌ها را در سبد سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه با توجه به نتایج فعالیت بیمه‌گری تعیین می‌کند. به منظور دستیابی به یک سبد با عملکرد پایدار در زمان بحران به تبعیت از روی^۱ (۱۹۵۹)، چپو و لی (۲۰۰۹)، کانسیگلو، پکورلا و زنیوس (۲۰۰۹) و کاکوریس و رستم^۲ (۲۰۱۴) از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی یا دنباله‌ای مبتنی بر کاپیولا^۳ به عنوان معیار ریسک استفاده می‌شود. این معیار تصویر مناسبی از زیان‌های احتمالی در محدوده دنباله توزیع فراهم می‌کند. برای در نظر گرفتن اثر فعالیت‌های بیمه‌گری بر مدل بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری، تابع هدف مسئله به گونه‌ای تعریف می‌شود که نتایج هر دو فعالیت بیمه‌گری و فعالیت سرمایه‌گذاری را در بر بگیرد. بدین منظور بر اساس مائو و همکاران (۲۰۱۳) از مدل ساده ارزشیابی سهام و تابع "ثروت"^۴ یا "ذخایر"^۵ بیمه‌گر استفاده می‌شود. با فرض عدم وجود مالیات و بر اساس مدل ساده تنزیل سود ثابت، ارزش سهام شرکت‌های بیمه بصورت زیر تعیین می‌شود:

$$P = \frac{Premiums - Claims - Operating Expenses + Income from Investment}{k_e} \quad (1)$$

که در آن $Premiums$ ، حق بیمه‌های دریافتی، $Claims$ ، خسارت‌های پرداختی، $Operating Expenses$ ، هزینه‌های عملیاتی و $Income from Investment$ سود حاصل از سرمایه‌گذاری‌ها در هر دوره را نشان می‌دهند. صورت کسر سود قبل از مالیات شرکت بیمه است. رابطه فوق نشان می‌دهد که ارزش سهام شرکت‌های بیمه تابع نتایج فعالیت‌های بیمه‌گری (سه جزء اول صورت کسر) و سرمایه‌گذاری (جزء چهارم صورت کسر) است. مائو و همکاران (۲۰۱۳) بر مبنای رابطه فوق ثروت بیمه‌گر را بصورت زیر تعریف کردند:

$$W = M * R + P - C \quad (2)$$

که در آن $M * R$ سود سرمایه‌گذاری (حاصل ضرب حجم سرمایه‌گذاری (M) در بازده سرمایه‌گذاری (R))، P حق بیمه‌ها و C خسارت‌های بیمه‌ای را نشان می‌دهند. در این پژوهش با در نظر گرفتن رابطه (۱) و تبعیت از مدل مائو و همکاران (۲۰۱۳)، تابع G_t به عنوان تابع هدف بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_t(w, r_t, P_t, C_t) = \underbrace{M_t \cdot w^T}_{\text{سود حاصل از سرمایه گذاری‌ها}} \cdot \underbrace{r_t}_{\text{حق بیمه‌ای دریافتی}} + \underbrace{1^T P_t}_{\text{سودهای پرداختی}} - 1^T C_t \quad (3)$$

¹. Roy

². Kakouris and Rustem

³. Copula-based Conditional (Tail) Value at Risk

⁴. Wealth

⁵. Surplus

تابع $G_t(0)$ ، تابع ثروت یا ذخایر بیمه گر است. M_t مقدار کل وجوه سرمایه گذاری شده در دارایی های مختلف در زمان t ، t ، r_t ، P_t و C_t هم به ترتیب بردارهای بازده دارایی ها، حق بیمه ها و خسارت های بیمه ای در زمان t را نشان می دهند. w بردار وزن سرمایه گذاری در دارایی ها است که ۴ مؤلفه دارد و w^T ترانهاده آن است. 1^T ترانهاده برداری است که تمام مؤلفه های آن برابر با یک است و $1^T P_t$ و $1^T C_t$ به ترتیب مجموع حق بیمه ها و مجموع خسارت های بیمه ای در زمان t را نشان می دهند. تغییرات تصادفی و ناهماهنگ سه بردار P_t ، C_t و r_t اثرات متفاوتی بر G دارند. استفاده از متغیر G امکان توجه همزمان به نتایج فعالیت های بیمه گری و سرمایه گذاری را در تعیین سبد بهینه سرمایه گذاری فراهم می کند.

سبد سرمایه گذاری شرکت های بیمه به طور معمول شامل سپرده های کوتاه مدت، سپرده های بلندمدت، سهام شرکت ها و املاک و مستغلات است. سود ماهانه سپرده های کوتاه مدت و بلندمدت از نرخ های بهره اعلام شده توسط بانک مرکزی بدست می آید. درصد تغییرات شاخص کل سهام و درصد تغییرات شاخص املاک و مستغلات به ترتیب به عنوان بازده سهام و بازده املاک و مستغلات در نظر گرفته می شود. فعالیت های بیمه گری شامل صدور بیمه نامه، دریافت حق بیمه و پرداخت خسارت است. طبق تقسیم بندی انجام شده در بیمه مرکزی ایران، شرکت های بیمه ۱۶ نوع بیمه نامه صادر می کنند که عبارتند از: بیمه آتش سوزی، بیمه باربری، بیمه حوادث، بیمه حوادث رانندگی، بیمه اتومبیل، بیمه شخص ثالث و مازاد، بیمه درمان، بیمه کشتی، بیمه هواپیما، بیمه مهندسی، بیمه پول، بیمه مسئولیت، بیمه اعتبار، بیمه نفت و انرژی، سایر انواع بیمه غیر زندگی و بیمه زندگی (عمر). تعداد کل حق بیمه ها و خسارت های بیمه ای ۳۲ عدد است که با چهار متغیر مربوط به بازده دارایی ها، مجموعاً ۳۶ متغیر را تشکیل می دهند. مدل بهینه سازی جهت تعیین وزن بهینه سرمایه گذاری شرکت های بیمه بصورت زیر تعریف می شود:

$$\min_{w \in W} \text{Copula_CVaR}_\beta(G(w, r, P, C)) = \min_{w \in W} \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \left[\alpha + \frac{1}{1-\beta} \int_{u \in \mathbb{I}^n} \left[G(w, F^{-1}(u_r), F^{-1}(u_p), F^{-1}(u_c)) - \alpha \right]^+ c(u) du \right] \quad (4)$$

S.T.

$$1^T w = 1 \quad (5)$$

$$w_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (6)$$

که در آن α ، ارزش در معرض ریسک G و $c(u)$ تابع چگالی کاپیولای متغیرهای پژوهش، $F^{-1}(u_p)$ ، $F^{-1}(u_r)$ و $F^{-1}(u_c)$ به ترتیب بردارهای معکوس توابع توزیع احتمال بازده دارایی ها، حق بیمه ها و خسارت ها، β سطح معنی داری و n تعداد کل متغیرهای پژوهش را نشان می دهند. رابطه (۴) تابع هدف مسئله بهینه سازی است که ارزش در معرض ریسک شرطی مبتنی بر توابع کاپیولای G را حداقل می کند. محدودیت (۵) تضمین می کند که مجموع وزن های سرمایه گذاری در دارایی ها برابر با یک شود و محدودیت (۶) شرط مثبت بودن وزن های سرمایه گذاری و عدم امکان فروش استقراضی در دارایی ها را فراهم می کند. حل تحلیلی مسئله بهینه سازی فوق به دلیل پیچیدگی توابع چگالی احتمال متغیرها و تابع چگالی کاپیولا مشکل است و می توان بصورت تقریبی از شکل

گسسته آن استفاده کرد. با در نظر گرفتن J سناریو برای متغیرهای پژوهش که با شبیه‌سازی تابع کاپیولا بدست می‌آیند می‌توان مسئله بهینه‌سازی را به صورت تقریبی حل کرد:

$$\min_{w \in W} \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \left[\alpha + \frac{1}{(1-\beta)J} \sum_{j=1}^J G(w, F^{-1}(u_{rj}), F^{-1}(u_{pj}), F^{-1}(u_{cj})) - \alpha \right]^+ \quad (7)$$

S.T.

$$1^T w = 1$$

$$w_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

می‌توان محدودیت‌های بیشتری به مسئله بهینه‌سازی فوق اضافه کرد. از آنجا که یکی از اهداف این پژوهش بررسی اثر محدودیت‌های قانونی بر سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه است، این محدودیت‌ها در مرحله اول حذف و سپس دوباره اضافه و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌شوند. به منظور تحلیل و بررسی ساختار وابستگی متغیرهای پژوهش و تعیین توزیع مشترک متغیرها از توابع کاپیولا استفاده می‌شود. توابع کاپیولا، توابع توزیع حاشیه‌ای متغیرها را به یک تابع توزیع احتمال چند متغیره تبدیل می‌کنند. طبق نظریه اسکالر^۱ به ازای متغیرهای تصادفی x_1, \dots, x_n با توابع توزیع تجمعی F_1, \dots, F_n و تابع توزیع مشترک F ، یک تابع کاپیولای منحصر به فرد C وجود دارد بطوریکه برای تمام بردارهای $x = (x_1, \dots, x_n)' \in \mathbb{R}^n$ داریم:

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (8)$$

با استفاده از این نظریه می‌توان تابع توزیع مشترک را ساخت به این صورت که ابتدا توابع توزیع حاشیه‌ای F_1, \dots, F_n باید مشخص شوند و در گام دوم مدل مناسب کاپیولا انتخاب شود. این خاصیت مهم توابع کاپیولاست که اجازه می‌دهند توزیع حاشیه‌ای متغیرها و توزیع مشترک آنها بطور جداگانه مدل‌سازی شوند (کوروویکا و هری^۲، ۲۰۱۱). توابع کاپیولا ساختار وابستگی غیرخطی بین متغیرها را به خوبی می‌سنجد و سبدهای انتخابی مبتنی بر این توابع، عملکرد پایدارتری خواهند داشت (کاکوریس و رستم، ۲۰۱۴). در این پژوهش از انواع توابع کاپیولای بیضوی^۳ (گوسی^۴ و تی استیودنت^۵)، ارشمیدسی (کلایتون^۶، گامیل^۷، فرانک^۸، جو^۹) و تاکی (متمرکز^{۱۰} C-Vine)، گسترده^{۱۱} (D-Vine) و معمولی^{۱۲} ((R-Vine)) برای مدل‌سازی ساختار وابستگی متغیرها استفاده می‌شود.

^۱. Sklar

^۲. Kurowicka and Harry

^۳. Elliptical Copulas

^۴. Gaussian Copula

^۵. Student's t Copula

^۶. Clayton

^۷. Gumbel

^۸. Frank

^۹. Joe

^{۱۰}. Canonical Vine

^{۱۱}. Drawable Vine

^{۱۲}. Regular Vine

توابع کاپیولای بیضوی با استفاده از روش حداکثر درستنمایی^۱ برآورد می‌شوند. توابع کاپیولای ارشمیدسی مشابه کاراکاس، کاراکاس و دوگن^۲ (۲۰۱۷) با استفاده از روش تالی کندال و توابع کاپیولای تاکی هم با روش برکمن و شپسمیر^۳ (۲۰۱۳) برآورد می‌شوند. توابع کاپیولا از نظر نیکویی برازش^۴، حداکثر درستنمایی^۵ و معیارهای اطلاعاتی^۶ با هم مقایسه می‌شوند و هر کدام که نتایج بهتری ارائه دهد به عنوان ساختار بهینه انتخاب می‌شود. انتظار می‌رود توابع کاپیولای تاکی نسبت به دیگر انواع توابع کاپیولا نتایج بهتری ارائه دهند زیرا در این نوع توابع، ساختار وابستگی متغیرها به زوج کاپیولاهای مختلف تقسیم و ارتباط دو به دوی متغیرها در کل ساختار وابستگی مدل سازی می‌شود (برکمن و سیدو^۷، ۲۰۱۳، هوفرت و همکاران^۸، ۲۰۱۸).

قبل از برآورد توابع کاپیولا باید توزیع احتمال متغیرها تعیین شوند. مطالعات نشان داده‌اند توزیع متغیرهای مالی و بیمه‌ای نرمال نیستند و کشیدگی دارند^۹ (لانگین^{۱۰}، ۲۰۰۵، دنگ، ما و یانگ^{۱۱}، ۲۰۱۱). همچنین همانطور که بیان شد شرکت‌های بیمه به دنبال کاهش ریسک ناشی از وقوع رویدادهای نامطلوب حدی هستند (کامینز و ویس^{۱۲}، ۲۰۱۴، رادولف^{۱۳}، ۲۰۱۷). بنابراین در این پژوهش از نظریه ارزش حدی^{۱۴} برای اندازه‌گیری ریسک دنباله‌ای استفاده می‌شود. نظریه ارزش حدی شامل دو مدل "مقادیر حداکثر در بلوک‌ها"^{۱۵} و مدل "مقادیر فراتر از آستانه"^{۱۶} است. زمانی که شمار داده‌ها محدود باشد تعیین بلوک‌ها کار مشکلی خواهد بود. بنابراین در این پژوهش از رویکرد مقادیر فراتر از آستانه یا به اختصار POT استفاده می‌شود. در این رویکرد فرض می‌شود مقادیر فراتر از یک آستانه مشخص، از توزیع پارتو تعمیم یافته^{۱۷} تبعیت می‌کنند. توزیع تجمعی پارتو تعمیم یافته بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$G_{\lambda, \beta}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \lambda \frac{(x - \tau)}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\lambda}} & \lambda \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{(x - \tau)}{\beta}\right) & \lambda = 0 \end{cases} \quad (9)$$

^۱. Maximum Likelihood Estimation

^۲. Karakas, Karakas & Dogan

^۳. Brechmann & Schepsmeier

^۴. Goodness-of-Fit

^۵. Log-Likelihood

^۶. Information Criteria

^۷. Brechmann and Czado

^۸. Hofert et al

^۹. نتایج آزمون جاک برآ نشان می‌دهد که متغیرهای پژوهش نرمال نیستند. از ارائه جداول و نتایج مربوطه، در این پژوهش صرف‌نظر شده است.

^{۱۰}. Longin

^{۱۱}. Deng, Ma & Yang

^{۱۲}. Cummins and Weiss

^{۱۳}. Rudolph

^{۱۴}. Extreme Value Theory

^{۱۵}. Block Maxima Model

^{۱۶}. Peaks over Threshold (POT) Model

^{۱۷}. Generalized Pareto Distribution (GPD)

λ و τ به ترتیب پارامترهای مقیاس^۱، شکل^۲ و آستانه (مکان)^۳ هستند. اگر $\lambda \geq 0$ آنگاه دامنه تابع $x \geq \tau$ و اگر $\lambda \leq 0$ دامنه $\tau - \frac{\beta}{\lambda} \leq x \leq \tau$ خواهد بود. همچنین $\tau \in (-\infty, \infty)$ ، $\lambda \in (-\infty, \infty)$ و $\beta \in (0, \infty)$ است. این پژوهش به تبعیت از دنگ، ما و یانگ (۲۰۱۱) برای مدل‌سازی توزیع احتمال متغیرها در دنباله‌های پایین و بالا از توزیع پارتو تعمیم یافته و برای مدل‌سازی بخش‌های دیگر توزیع، از توزیع احتمال تجربی^۴ استفاده می‌شود. اگر n مشاهده از یک متغیر بصورت $X = (X_1, \dots, X_n)$ داشته باشیم، آنگاه توزیع احتمال تجمعی تجربی به ازای مقدار $X=t$ عبارت است از:

$$F_n(t) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n I(X_i \leq t) \right) \quad (10)$$

در رابطه فوق، $I(\cdot)$ تابع شاخص است که مقدار آن به ازای $X_i \leq t$ ، یک و درحالات دیگر صفر خواهد بود. بنابراین توزیع احتمال حاشیه‌ای هر یک از متغیرهای پژوهش بصورت زیر خواهد بود:

$$F_i(x_i) = \begin{cases} \frac{n_{\tau_i^L}}{n} \left(1 + \lambda_i^L \frac{\tau_i^L - x_i}{\beta_i^L} \right)^{-\frac{1}{\lambda_i^L}} & x_i < \tau_i^L \\ F(x_i) \tau_i^L \leq x_i \leq \tau_i^R \\ 1 - \frac{n_{\tau_i^R}}{n} \left(1 + \lambda_i^R \frac{x_i - \tau_i^R}{\beta_i^R} \right)^{-\frac{1}{\lambda_i^R}} & x_i > \tau_i^R \end{cases} \quad (11)$$

در رابطه فوق τ_i^L و τ_i^R به ترتیب آستانه‌های بالا و پایین هستند. تابع توزیع تجربی متغیر x_i در فاصله $[\tau_i^L, \tau_i^R]$ و n تعداد مقادیر نمونه برای متغیر x_i است. $n_{\tau_i^L}$ تعداد مقادیر نمونه از کل تعداد n است که ارزش آنها کمتر از مقدار آستانه پایینی یعنی τ_i^L قرار دارند و به همین ترتیب $n_{\tau_i^R}$ تعداد مقادیر نمونه از کل تعداد n است که ارزش آنها بیشتر از مقدار آستانه بالایی یعنی τ_i^R قرار دارند. λ_i^L ، β_i^L و τ_i^L پارامترهای توزیع پارتو تعمیم یافته متغیر λ در دنباله پایین و β_i^R ، λ_i^R و τ_i^R پارامترهای توزیع پارتو تعمیم یافته متغیر λ در دنباله بالا را نشان می‌دهند. این توابع توزیع چند ضابطه‌ای برای محاسبه احتمال تجمعی متغیرها بکار می‌رود و ورودی‌های لازم را برای توابع کاپیولا فراهم می‌کنند. برای تعیین آستانه مناسب برای هر متغیر از روش نمودار تابع میانگین مازاد تجربی^۵ استفاده می‌شود. تابع میانگین مازاد تجربی، $e_N(\tau)$ ، برای هر یک از N مشاهده بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_N(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \tau) I(X_i > \tau)}{\sum_{i=1}^N I(X_i > \tau)} \quad (12)$$

τ به ترتیب مقدار مشاهدات نمونه و مقدار آستانه انتخابی و $I(X_i > \tau)$ تابع شاخص است که اگر $X_i > \tau$ ارزش آن برابر یک و در غیر اینصورت برابر با صفر خواهد بود. برای ترسیم نمودار میانگین توزیع مازاد، انتخاب

^۱. Scale

^۲. Shape

^۳. Location

^۴. Empirical Cumulative Distribution Function

^۵. Empirical Mean Excess Function

آستانه مناسب، محاسبه توزیع احتمال پارتو متغیرها، تبدیل مقادیر متغیرها به مقادیر احتمال، برآورد توابع کاپیولا و شبیه سازی با آنها از نرم افزار 3.6.3 Ri386 استفاده می شود. در این پژوهش کلیه شرکت های بیمه فعال در ایران از سال ۱۳۸۵ تا سال ۱۳۹۴ که تعداد آنها از سال ۱۳۸۵ از ۱۹ شرکت به ۳۲ شرکت در سال ۱۳۹۴ افزایش یافته مطالعه می شوند. کل شرکت های بیمه به مثابه یک شرکت بیمه واحد در نظر گرفته می شوند و اطلاعات مربوط به میزان سرمایه گذاری ها در دارایی های مختلف، حق بیمه ها و خسارت های پرداختی در رشته های بیمه ای مختلف بصورت ماهانه با هم جمع می شوند. دوره زمانی پژوهش به دو دوره نمونه و خارج از نمونه تقسیم می شود. در دوره نمونه که از ابتدای سال ۱۳۸۵ تا پایان سال ۱۳۹۴ است، مدل بهینه سازی حل و وزن های بهینه سرمایه گذاری تعیین می شود. در دوره خارج از نمونه که از ابتدای سال ۱۳۹۵ تا انتهای ۱۳۹۸ است، سبدهای بدست آمده از دوره اول ارزیابی می شوند. داده های مربوط به حق بیمه ها و خسارت ها از سالنامه های بیمه، سایت بیمه مرکزی و بانک مرکزی و داده های مربوط به بازده شاخص کل سهام، بازده املاک و مستغلات و نرخ سود سپرده ها از سازمان بورس اوراق بهادار و بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران اخذ می شوند.

۳- سوال های پژوهش

این پژوهش به دو سوال پاسخ می دهد. (۱) وزن های بهینه سبد سرمایه گذاری شرکت های بیمه چقدر باشد تا حداکثر زیان احتمالی شرکت بیمه حداقل شود؟ و (۲) آیا محدودیت های قانونی مانع از سرمایه گذاری بهینه شرکت های بیمه می شود یا خیر؟

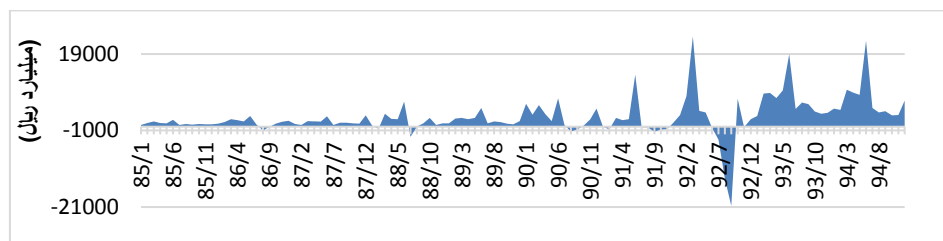
۴- یافته های پژوهش

جدول (۱) آمار توصیفی مربوط به مجموع حق بیمه های دریافتی، مجموع خسارت های پرداختی و سود خالص فعالیت بیمه گری (کل حق بیمه ها منهای کل خسارت ها) را در دو دوره نمونه و خارج از دوره نمونه مقایسه می کند. همانطور که ملاحظه می شود تمام مقادیر در خارج از دوره نمونه نسبت به دوره نمونه افزایش یافته است. انحراف معیار حق بیمه ها بیشتر از انحراف معیار خسارت ها است که امکان دارد ناشی از تقاضای متغیر بیمه باشد. همچنین حق بیمه ها بطور میانگین بیشتر از خسارت ها بوده اند. هر چند عدم هماهنگی میان حق بیمه ها و خسارت ها، شرکت های بیمه را با ذخایر منفی یا مثبت روبرو می سازد که این خود در تصمیمات سرمایه گذاری تاثیرگذار است اما بطور میانگین سود بیمه گری در هر دو دوره مثبت بوده که زمینه لازم برای پذیرش ریسک بیشتر در سرمایه گذاری را فراهم می کند. البته اگر نوسان منفی (مثبت) سود بیمه گری با نوسان منفی (مثبت) بازده دارایی ها همزمان شود، شرکت های بیمه در سرمایه گذاری های خود باید محافظه کارانه (متهورانه) عمل کنند. برای بررسی مورد آخر لازم است رابطه و وابستگی میان توزیع احتمال متغیرها سنجیده شود.

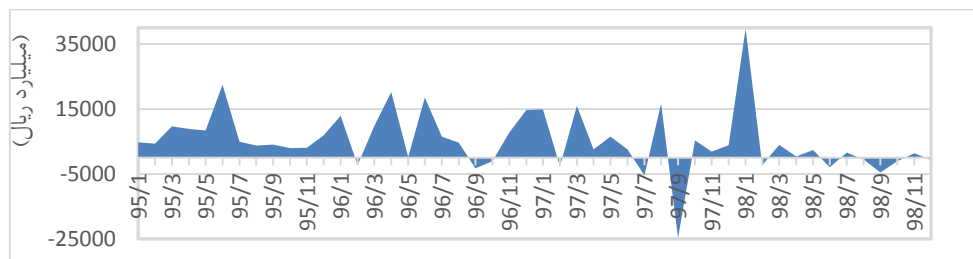
جدول (۱) آمار توصیفی مجموع حق بیمه‌ها، مجموع خسارت‌ها و سود فعالیت بیمه‌گری در دوره نمونه و خارج از دوره نمونه

نام متغیر	دوره نمونه (میلیارد ریال)				دوره خارج از نمونه (میلیارد ریال)			
	میانگین	انحراف معیار	حداکثر	حداقل	میانگین	انحراف معیار	حداکثر	حداقل
مجموع حق بیمه‌ها	۷۹۷۹/۸	۶۷۲۰/۲	۳۴۴۶۸/۶	۱۰۹۶/۳	۲۲۹۱۳/۶۶	۸۱۶۲	۵۳۰۴۶/۶	۱۰۱۶۴
مجموع خسارت‌ها	۵۴۳۲/۶	۴۷۸۱/۹	۲۷۷۹۷/۲	۶۵۸/۷	۱۷۷۷۰/۴	۷۸۳۹	۴۸۲۲۴/۱	۵۴۴۶/۷
سود فعالیت بیمه‌گری	۲۵۴۷/۲	۴۸۶۲/۳	۲۳۵۸۷/۲	-۲۰۶۹۳/۸	۵۱۴۳/۲	۹۲۸۹/۶	۳۹۶۶۴/۵	-۲۴۶۷۴/۸

نمودار ۱-الف و ۱-ب روند سودآوری فعالیت بیمه‌گری را به ترتیب در طول دوره نمونه و خارج از دوره نمونه نشان می‌دهند. به غیر از برخی از ماه‌ها، در هر دو دوره حق بیمه‌های دریافتی بیشتر از خسارت‌های پرداختی بوده است و در مجموع شرکت‌های بیمه در فعالیت بیمه‌گری سودآور بوده‌اند. همچنین مجموع حق بیمه‌ها و مجموع خسارت‌ها در خارج از دوره نمونه نسبت به دوره نمونه افزایش یافته است و منجر به سود بیشتر در این دوره شده است. نتایج برآورد پارامترهای توابع توزیع پارتو تعمیم یافته در هر دنباله‌ها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی برای حق بیمه‌ها، خسارت‌ها و بازده دارایی‌ها به ترتیب در جداول ۲، ۳ و ۴ نشان داده شده است. معنی‌داری شکل و مقیاس نشان می‌دهد که توابع توزیع پارتو با این ویژگی‌ها برای دنباله‌های توزیع مناسب هستند.



الف



نمودار (۱) روند خالص سود فعالیت‌های بیمه‌گری (مجموع حق بیمه‌ها منهای مجموع خسارت‌ها) الف) در دوره نمونه از ابتدای سال ۱۳۸۵ تا انتهای سال ۱۳۹۴ ب) خارج از دوره نمونه از ابتدای سال ۱۳۹۵ تا انتهای سال ۱۳۹۸

جدول (۲) پارامترهای برآورد شده توابع توزیع پارتو در دنباله چپ و راست توزیع حق بیمه ها

ردیف	نام متغیر	آستانه چپ (α^L)	شکل چپ (λ^L)	مقیاس چپ (β^L)	آستانه راست (α^R)	شکل راست (λ^R)	مقیاس راست (β^R)
۱	بیمه آتش سوزی	-	0.69×10^{-5}	$0.048/55$	$0.054/75$	-	0.087
۲	بیمه باربری	-	0.042×10^{-1}	$7e+04/9$	$1/34e04$	-	0.419
۳	بیمه حوادث	-	0.045×10^{-1}	$0.042/0.3$	$0.051/46$	-	$1/0.36$
۴	بیمه حوادث رانندگی	-	0.047×10^{-1}	$0.044/68$	$0.054/91$	-	0.410
۵	بیمه بدنه اتومبیل	-	0.622×10^{-1}	$0.5e+1/49$	$7/58e+05$	-	0.312
۶	حق بیمه شخص ثالث و مازاد	$1/25e+06$	0.253×10^{-1}	$0.5e+3/28$	$4/2e+06$	-	0.122
۷	درمان	-	0.070×10^{-1}	$0.5e+1/37$	$1/85e+06$	-	0.616
۸	کشتی	$5/6e+03$	0.090×10^{-1}	$3/33e+03$	$6/9e+04$	-	0.728
۹	هواپیما	-	0.075×10^{-1}	$e+04/14$	$7/45e+04$	-	0.248
۱۰	مهندسی	-	0.088×10^{-1}	$3/83e+04$	$e+05/62$	-	0.185
۱۱	پول	-	0.033×10^{-1}	$2/0.7e+03$	$e+03/7/88$	-	0.246
۱۲	مسئولیت	-	0.051×10^{-1}	$9/45e+04$	$e+056/66$	-	0.929
۱۳	اعتبار	-	0.081×10^{-1}	$6/34e+03$	$e+042/90$	-	0.041
۱۴	نفث و انرژی	-	0.013×10^{-1}	$3/97e+04$	$e+051/75$	-	0.221
۱۵	سایر انواع غیر زندگی	-	0.131×10^{-1}	$9/71e+02$	$e+035/95$	-	$1/278$
۱۶	زندگی (عمر)	-	0.087×10^{-1}	$7/73e+04$	$e+056/56$	-	0.241

توضیح: اعداد داخل پرانتز انحراف معیار پارامتر برآورد شده رانشان داده شده است. * و *** به ترتیب معنی داری در سطح ۰/۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ را نشان می دهد.

جدول (۳) پارامترهای برآورد شده توابع توزیع پارتو در دنباله چپ و راست توزیع خسارت‌ها

ردیف	نام متغیر	آستانه چپ (τ^L)	شکل چپ (λ^L)	مقیاس چپ (β^L)	آستانه راست (τ^R)	شکل راست (λ^R)	مقیاس راست (β^R)
۱	بیمه آتش سوزی	-	$(0/0.42)^{***}$	$4/40e+04$ $(2/00e+04)^*$	$e+051/66$	$0/378$ $(0/152)^{**}$	$0.4e+8/0.37$ $^{***}e+04(2/44)$
۲	بیمه باربری	-	$(-0/698)$ $(0/0.55)^{***}$	$5/71e+03$ $(811)^{***}$	$e+043/08$	$0/407$ $(0/200)^*$	$0.4e+1/06$ $^{**}e+03(3/25)$
۳	بیمه حوادث	-	$-0/298$ $(0/128)^*$	$e+036/20$ $^{***}e+03(1/34)$	$e+045/13$	$0/370$ $(0/0.99)^{***}$	$0.4e+1/55$ $^{***}e+03(4/70)$
۴	بیمه حوادث رانندگی	$e+04(2/62)$	$-0/755$ $(0/0.04)^{***}$	$1/86e+04$ $(2/38e+03)^{***}$	-	$-0/408$ $(0/108)^{***}$	$0.5e+1/80$ $^{***}e+04(3/58)$
۵	بیمه بدنه اتومبیل	-	$-0/536$ $(0/0.85)^{***}$	$7/04e+04$ $(1/24e+04)^{***}$	$e+055/41$	$-0/608$ $(0/0.72)^{***}$	$e+052/53$ $^{***}e+04(4/10)$
۶	حق بیمه شخص ثالث و مازاد	$e+061/11$	$-0/755$ $(0/0.45)^{***}$	$0.5e+6/80$ $^{***}e+04(8/68)$	-	$0/419$ $(0/201)^*$	$1/30e+06$ $(4/00e+05)^{**}$
۷	درمان	-	$-0/788$ $(0/0.39)^{***}$	$0.5e+1/81$ $^{***}e+042/16$	$e+062/13$	$0/260$ $(0/120)^*$	$0.6e+1/22$ $^{***}e+05(3/53)$
۸	کشتی	$e+035/41$	$-0/239$ $(0/129)^*$	$1/38e+03$ $(300)^{***}$	$2/24e+04$	$0/792$ $(0/327)^*$	$0.4e+1/70$ $^{**}e+03(5/88)$
۹	هواپیما	$9/23e+03$	$-0/922$ $(0/0.14)^{***}$	$7/53e+03$ $(541)^{***}$	$3/48e+04$	-0.042 $(0.015)^{**}$	$3/14e+04$ $(7/93e+03)^{***}$
۱۰	مهندسی	$e+041/06$	$-1/362$ $(0/0.66)^{***}$	$1/34e+04$ $(6/55e+03)^*$	-	$0/506$ $(0/143)^{***}$	$4/10e+04$ $(1/30e+04)^{**}$
۱۱	پول	$280/1$	$-0/107$ $(0/0.12)^{***}$	$252/7$ $(121)^*$	$e+031/09$	$0/458$ $(0/245)^*$	$527/4$ $(164/4)^{**}$
۱۲	مسئولیت	-	$-1/135$ $(0/0.25)^{***}$	$5/31e+04$ $(1/11e+04)^{***}$	$e+054/36$	$0/319$ $(0/185)^*$	$e+051/31$ $^{***}e+04(3/87)$
۱۳	اعتبار	$e+031/32$	$-1/592$ $(0/108)^{***}$	$1/93e+03$ $(122)^{***}$	-	$0/292$ $(0/104)^{**}$	$5/96e+04$ $(1/75e+03)^{***}$
۱۴	نفت و انرژی	$e+.034/16$	$-1/172$ $(0/0.32)^{***}$	$4/42e+03$ $(2/52e+03)^*$	-	$0/210$ $(0/0.99)^*$	$0.4e+2/50$ $^{***}e+03(7/10)$
۱۵	سایر انواع غیر زندگی	-	$-0/733$ $(0/0.49)^{***}$	$185/9$ $(24/8)^{***}$	$e+031/78$	$0/388$ $(0/159)^*$	$1/80e+03$ $(548/3)^{**}$
۱۶	زندگی (عمر)	$e+046/39$	$-0/638$ $(0/0.66)^{***}$	$3/52e+04$ $5/46e+03$	-	$-0/863$ $(0/0.25)^{***}$	$0.5e+5/46$ $^{***}e+04(5/22)$

توضیح: اعداد داخل پرانتز انحراف معیار پارامتر برآورد شده رانشان داده شده است. *، ** و *** به ترتیب معنی‌داری در سطح ۰/۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ را نشان می‌دهد.

جدول (۴) پارامترهای برآورد شده توابع توزیع پارتو در دنباله چپ و راست توزیع بازده دارایی‌ها

ردیف	نام متغیر	آستانه چپ (τ^L)	شکل چپ (λ^L)	مقیاس چپ (β^L)	آستانه راست (τ^R)	شکل راست (λ^R)	مقیاس راست (β^R)
۱	بازده سهام	-۰/۰۲۶	-۰/۰۶۸ (۰/۰۱۷)***	۰/۰۲۲ (۰/۰۰۵)**	۰/۰۶۰	-۰/۳۲۱ (۰/۱۲۲)**	۰/۰۵۳ (۰/۰۱۱)***
۲	بازده املاک و مستغلات	۰/۰۰۶	-۰/۲۳۲ (۰/۰۹۷)**	۰/۰۰۲ (۰/۰۰۰۴)***	۰/۰۱۷	۰/۸۸۱ (۰/۳۳۳)**	۰/۰۳۳ (۰/۰۰۱)**
۳	سود سپرده بلندمدت	۰/۱۳۳	-۰/۶۷۵ (۰/۰۵۹)***	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۱)***	۰/۰۱۶	۳/۶۰۰ (۰/۵۹۳)***	۲/۰۴e-06 (۷/۹e-07)*
۴	سود سپرده کوتاه-مدت	۰/۰۰۹	-۱/۳۵۲ (۰/۰۶)***	۰/۰۰۳ (۰/۰۰۱)**	۰/۰۱۱	۲/۶۰۹ (۵/۲۱)***	۰/۰۶e-۱/۵۲۷ (۵/۹e-07)***

توضیح: اعداد داخل پرانتز انحراف معیار پارامتر برآورد شده را نشان داده شده است. *، ** و *** به ترتیب معنی داری در سطح ۰/۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ را نشان می‌دهد.

با استفاده از مهمترین توابع کاپیولا ساختار وابستگی میان متغیرهای پژوهش، مدل سازی و برآورد شده است. جدول ۵ نتایج برآورد توابع کاپیولای بیضوی و برخی از مهمترین توابع کاپیولای ارشمیدسی را نشان می‌دهد. طبق جدول ۵ معیارهای وابستگی در کاپیولای تی استیوونت بیشتر از کاپیولای گوسی است. همچنین در بین توابع کاپیولای ارشمیدسی تابع کلایتون با بیشترین درستی‌مندی بهترین تابع ارشمیدسی محسوب می‌شود.

جدول (۵) مدل سازی ساختار وابستگی متغیرها با توابع کاپیولای بیضوی و ارشمیدسی

تابع کاپیولا	پارامتر	انحراف معیار	درستی‌مندی	معیارهای وابستگی*
Gaussian	$\rho_s = 0/3807$	0/013	853/5	$\tau = 0/2486$ $\lambda_{II} = 0, \lambda_I = 0$
t-Student	$df = 41, \rho_s = 0/4051$	5/849 و 0/017	903/4	$\tau = 0/2655$ $\lambda_{II} = 1/3e - 4, \lambda_I = 1/3e - 4$
Clayton	$\theta = 0/1338$	0/008	853/5	$\rho_s = 0/0938, \tau = 0/06271$ $\lambda_{II} = 0, \lambda_I = 0/00563$
Gumbel	$\theta = 1/231$	0/012	521/9	$\rho_s = 0/2779, \tau = 0/1876$ $\lambda_{II} = 0, \lambda_I = 0$
Frank	$\theta = 1/646$	0/070	531/9	$\rho_s = 0/2649, \tau = 0/1782$ $\lambda_{II} = 0, \lambda_I = 0$
Joe	$\theta = 1/354$	0/021	437/9	$\rho_s = 0/1845, \tau = 0/1670$ $\lambda_{II} = 0/3315, \lambda_I = 0$

* $\tau, \rho_s, df, \lambda_{II}, \lambda_I$ به ترتیب تای کندل، رواسپیرمن، درجه آزادی، وابستگی دنباله ای بالا و پایین میان متغیرها را نشان می‌دهد.

مقادیر نیکویی برازش و معیارهای اطلاعاتی توابع کاپیولای تاکی نیز در جداول ۶ و ۷ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود ساختار C-Vine نسبت به دو ساختار D-Vine و R-Vine از نظر درستنمایی و معیارهای آکاییک و بیزین برتر است.

جدول (۶) مقدار لگاریتم تابع درستنمایی و معیارهای آکاییک و بیزین توابع کاپیولای تاکی

کاپیولای تاکی	درستنمایی	آکاییک	بیزین
C-Vine	۲۹۹۴/۷۲	-۴۵۷۹/۴۵	-۲۶۱۴/۲۷
D-Vine	۲۶۸۱/۶۹	-۴۰۰۵/۳۸	-۲۱۱۲/۶۷
R-Vine	۲۹۰۹/۷۲	-۴۴۲۹/۴۴	-۲۴۹۲/۱۴

همچنین با استفاده از آزمون وانگ و کلارک ساختارهای مذکور دو به دو با هم مقایسه شده‌اند و نتایج این آزمون‌ها در جدول ۷ نشان داده شده است. براساس نتایج این آزمون‌ها ساختارهای C-Vine, D-Vine و R-Vine به ترتیب برای مدل‌سازی ساختار وابستگی بر ساختارهای بعدی خود برتری دارند. پس از مدل‌سازی ساختار وابستگی با توابع کاپیولا، از طریق توابع کاپیولا ۱۰۰۰ مرتبه شبیه‌سازی صورت می‌گیرد. اعداد شبیه‌سازی شده در واقع توزیع تجمعی احتمال متغیرها هستند. برای حل مسئله بهینه‌سازی باید چندک‌های هر متغیر را به ازای مقادیر احتمال تجمعی شبیه‌سازی شده با استفاده از معکوس تابع توزیع چندضابطه‌ای محاسبه کرد. پس از اینکه مقادیر چندک‌های هر متغیر محاسبه شد، این مقادیر برای حل مسئله بهینه‌سازی استفاده می‌شوند. وزن‌های بهینه سرمایه‌گذاری و عملکرد سبدهای مختلف در جدول ۸ نشان داده شده است. ستون اول از سمت راست، نام سبدهایی هستند که با استفاده از توابع کاپیولا شکل گرفته‌اند.

جدول (۷) نتایج آزمون وانگ و کلارک

کاپیولای تاکی	مقدار آماره وانگ (سطح احتمال)			مقدار آماره کلارک (سطح احتمال)		
	بدون اصلاح	اصلاح شده با معیار آکاییک	اصلاح شده با معیار بیزین	بدون اصلاح	اصلاح شده با معیار آکاییک	اصلاح شده با معیار بیزین
C-Vine vs D-Vine	۷/۴۹ (۶/۷۳e-14)*	۶/۸۷ (۶/۳۹e-12)*	۶ (۱/۹۳e-09)*	۹۰ (۳/۷۷e-08)*	۸۷ (۸/۶۸e-07)*	۸۵ (۵/۷۳e-06)*
D-Vine vs R-Vine	-۵/۴۷ (۴/۴۸e-08)*	-۵/۰۸ (۳/۶۴e-07)*	-۴/۵۵ (۵/۳۱e-06)*	۳۶ (۱/۳۹e-05)*	۳۶ (۱/۳۹e-05)*	۳۹ (۰/۰۰۰۱)*
R-Vine vs C-Vine	-۲/۴۱ (۰/۰۵۱)	-۲/۱۲ (۰/۰۶۲)	-۱/۷۳ (۰/۰۸۳)	۴۹ (۰/۰۵۵)	۵۱ (۰/۱۲)	۵۴ (۰/۳۲)

توضیح: علامت "*" معنی داری آزمون در سطح معنی داری ۰/۰۰۱ را نشان می‌دهد. آماره‌های وانگ و کلارک اصلاح شده، همانند معیارهای آکاییک و بیزین جریمه‌هایی را برای افزایش تعداد پارامترهای مدل در نظر می‌گیرند. برای مطالعه بیشتر به بلگورودسکی^۱ (۲۰۱۰) مراجعه شود.

¹ Belgorodski

به عنوان مثال P_{Ga} سبدي است که برای مدل سازی ساختار وابستگی میان متغیرها و شبیه سازی داده ها از تابع کاپیولای گوسی استفاده شده است. به همین صورت P_{St} ، P_{Cl} ، P_{Gu} ، P_{Fr} ، P_{Jo} ، P_{Cvine} ، P_{Dvine} و P_{Rvine} به ترتیب سبدهای سرمایه گذاری مبتنی بر توابع کاپیولای تی استیوونت، کلایتون، فرانک، جو، تاکی متمرکز، تاکی گسترده و تاکی معمولی را نشان می دهند. هرچند بر اساس معیارهای اطلاعاتی و نیکویی برازش، بهترین تابع کاپیولا برای مدل سازی ساختار وابستگی میان متغیرها، کاپیولای تاکی C-Vine است اما به منظور مقایسه از سایر توابع کاپیولا نیز در مدل سازی استفاده می شود. همانطور که مشاهده می شود وزن های بهینه سرمایه گذاری در سبدهای مختلف با هم تفاوت دارند. بیشترین وزن سرمایه گذاری در سهام به عنوان پریسک ترین دارایی مربوط به سبد P_{Cvine} (معادل ۶۱ درصد) و کمترین وزن مربوط به سبد P_{Gu} (معادل ۲۱ درصد) است. در ستون های ششم تا هشتم به ترتیب ارزش در معرض ریسک شرطی G در سطح معنی داری ۹۵ درصد ($CVAR_{G,0/95}$)، ارزش در معرض ریسک G در سطح معنی داری ۹۵ درصد ($VAR_{G,0/95}$) و میانگین G (\bar{G}) ذکر شده است. بهترین سبد، سبدي است که کمترین مقدار $CVAR_{G,0/95}$ و $VAR_{G,0/95}$ و بیشترین \bar{G} را داشته باشد. به سادگی می توان دریافت که سبد P_{Cvine} کمترین مقدار $CVAR_{G,0/95}$ و $VAR_{G,0/95}$ و بیشترین مقدار \bar{G} را دارد. ارقام $CVAR_{G,0/95}$ ، $VAR_{G,0/95}$ و \bar{G} برای سبد P_{Cvine} به این صورت تفسیر می شود که اگر در صنعت بیمه به عنوان یک کل، سبد سرمایه گذاری با ترکیب ۶۱ درصد سهام شرکتها، ۲۰ درصد املاک و مستغلات، ۱۰ درصد سپرده های بلندمدت و ۹ درصد سپرده های کوتاه مدت انتخاب شود آنگاه انتظار می رود بطور متوسط سود ناخالص ماهانه ای معادل ۳۴۵۵.۵ میلیارد ریال بدست آورد ضمن اینکه در صورت وقوع رویدادهای نامطلوب در بازار پول و سرمایه و یا صنعت بیمه از جمله کاهش قیمت سهام شرکتها، شاخص قیمت املاک و مستغلات، کاهش نرخ سود سپرده های بانکی و یا کاهش تقاضا یا تعرفه برای انواع بیمه ها و یا افزایش خسارت های پرداختی، حداکثر زیان ناخالص احتمالی برای صنعت بیمه با احتمال ۹۵ درصد ۱۶۹۵.۳ میلیارد ریال و بطور متوسط ۳۸۶۴.۵ میلیارد ریال خواهد بود. سبدهای رقیب در وضعیت بدتری قرار دارند. دو ستون آخر به ترتیب مقادیر مربوط به میانگین و انحراف معیار بازده سبد دارایی ها را نشان می دهند. مشاهده می شود که افزایش بازده با افزایش ریسک همراه است. سبد P_{Cvine} با وزن بیشتر در سهام شرکتها بیشترین انحراف معیار و بازده را دارد. برای بررسی پایداری نتایج در دوره های مختلف، سبدها در دو دوره درون نمونه و برون نمونه در جدول ۱۰ با هم مقایسه می شوند. در این جدول عملکرد سه سبد سنتی P_{MV} ، P_{Cvar} و P_{EW} نیز به منظور مقایسه اضافه شده است. سبد P_{MV} سبد میانگین-واریانس مارکویتز^۱ است. جدول ۹ داده های لازم برای تشکیل سبد مارکویتز و وزن های بهینه آن را نشان می دهد. این سبد در واقع سبد حداقل واریانس است. سبد P_{Cvar} ارزش در معرض ریسک شرطی G را حداقل می کند اما از توابع کاپیولا استفاده نشده است. با مقایسه عملکرد این سبد با سایر سبدهای مبتنی بر کاپیولا می توان اثر توابع کاپیولا را در پایداری نتایج بررسی کرد. این سبد کمترین $CVAR_{G,0/95}$ را دارد. سبد P_{EW} سبد با وزن های برابر^۲ است که به عنوان ساده ترین شکل سبد تلقی می شود. از جدول ۱۰ می توان استنباط کرد که \bar{G} و $CVAR_{G,0/95}$

^۱. Markowitz Mean-Variance Portfolio

^۲. Equally Weighted Portfolio

تمام سبدها در خارج از دوره نمونه نسبت به دوره نمونه افزایش یافته است. سبب P_{CVine} نسبت به سایر سبدها عملکرد بهتر و پایدارتری دارد. بعد از آن سبدهای P_{DVine} ، P_{St} و P_{Cl} نسبت به سایر سبدها عملکرد پایدارتری دارند و ضمن افزایش قابل ملاحظه در \bar{G} ، $CVaR_{G,0.95}$ آنها افزایش کمی داشته است. میانگین و انحراف معیار بازده تمام سبدها در دوره خارج از نمونه نسبت به دوره نمونه افزایش یافته است. در حالیکه سبب P_{CVar} در دوره نمونه کمترین مقدار $CVaR_{G,0.95}$ را دارد اما در دوره خارج از نمونه مقدار آن بشدت افزایش یافته است که این نشان می‌دهد در نظر نگرفتن ساختار وابستگی در مسئله حداقل‌سازی ارزش در معرض ریسک شرطی اعتبار نتایج بدست آمده را کاهش می‌دهد. سبب میانگین واریانس مارکویتز در خارج از دوره نمونه همچنان کمترین انحراف معیار بازده را دارد اما $CVaR_{G,0.95}$ آن به شدت افزایش یافته و \bar{G} آن هم کمتر از سایر سبدهاست. سبب P_{EW} هم به عنوان ساده‌ترین سبب عملکرد بسیار ضعیفی دارد.

جدول (۸) وزن بهینه سرمایه‌گذاری در انواع دارایی‌ها و عملکرد سبدهای ساخته شده با انواع ساختارهای وابستگی

انحراف معیار	بازده ماهانه	\bar{G} (میلیارد ریال)	$VaR_{G,0.95}$ (میلیارد ریال)	$CVaR_{G,0.95}$ (میلیارد ریال)	W_{STD}	W_{LTD}	W_{RE}	W_{St}	سبب
۰/۰۲۲۳	۰/۰۱۶۲	۳۲۴۳/۲	-۲۳۱۴	-۴۹۵۳/۴	۰/۱۰	۰/۳۵	۰/۱۵	۰/۴۰	P_{Ga}
۰/۰۳۱۴	۰/۰۱۸۱	۳۳۲۶/۷	-۲۳۸۵/۱	-۴۴۴۳/۶	۰	۰/۵۷	۰	۰/۴۳	P_{St}
۰/۰۳۲۳	۰/۰۱۸۵	۳۳۹۵/۴	-۲۸۸۲/۱	-۴۵۵۳	۰/۱۰	۰/۱۸	۰/۱۹	۰/۵۳	P_{Cl}
۰/۰۱۲۷	۰/۰۱۳۸	۳۱۹۲/۳	-۳۰۸۶/۹	-۵۷۴۰	۰/۲۸	۰/۳۰	۰/۲۱	۰/۲۱	P_{Gu}
۰/۰۲۲۷	۰/۰۱۵۹	۳۲۵۴/۵	-۳۱۸۶/۷	-۵۷۵۰/۶	۰/۱۳	۰/۲۴	۰/۲۴	۰/۳۹	P_{Fr}
۰/۰۱۸۱	۰/۰۱۵۱	۲۰۱۸/۹	-۵۰۲۸/۵	-۵۶۶۵/۹	۰	۰/۷۲	۰	۰/۲۸	P_{Jo}
۰/۰۳۶۹	۰/۰۱۹۲	۳۴۵۵/۵	-۱۶۹۵/۳	-۳۸۶۴/۵	۰/۰۹	۰/۱۰	۰/۲۰	۰/۶۱	P_{CVine}
۰/۰۲۴۱	۰/۰۱۷۱	۳۱۳۷/۴	-۲۶۴۷/۳	-۵۴۰۱/۷	۰/۱۵	۰/۳۰	۰/۱۳	۰/۴۲	P_{DVine}
۰/۰۱۸۶	۰/۰۱۵۳	۲۹۸۰	-۱۰۶۰/۴	-۴۴۵۶/۹	۰/۳۰	۰/۳۴	۰/۱۵	۰/۳۱	P_{RVine}

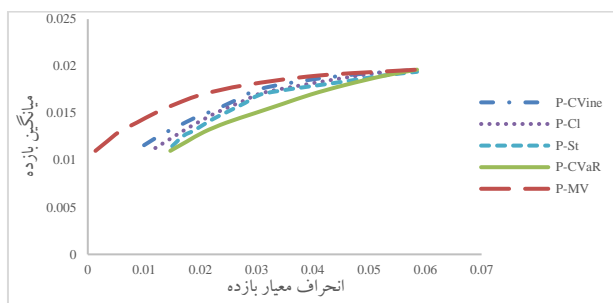
توضیح: W_{STD} ، W_{LTD} ، W_{RE} ، W_{St} به ترتیب وزن سهام، املاک و مستغلات، سپرده بلندمدت و سپرده کوتاه‌مدت را در سبب نشان می‌دهند.

جدول (۹) میانگین، انحراف معیار، ضریب همبستگی بازده دارایی‌ها و وزن‌های بهینه آنها در مدل میانگین-واریانس مارکویتز

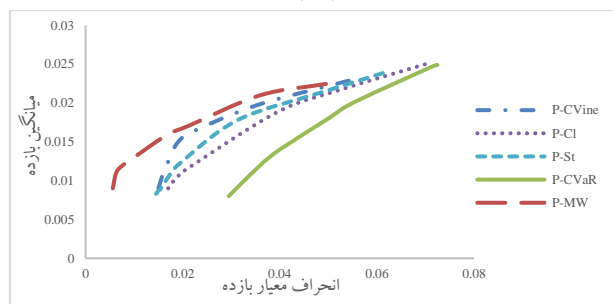
ضریب همبستگی				انحراف معیار	میانگین	وزن در سبب بهینه	بازده دارایی
r_{STD}	r_{LTD}	r_{RE}	r_{St}				
-	-	-	-	۰/۰۵۸۵	۰/۰۱۹۶	۰/۳۹۶	r_{St}^*
-	-	-	۰/۰۱۲۹	۰/۰۱۰۳	۰/۰۱۶۳	۰/۲۸۴	r_{RE}
-	-	-۰/۰۸۵۸	-۰/۰۴۲۴	۰/۰۰۲۱	۰/۰۱۵۲	۱۳/۶۶	r_{LTD}
-	۰/۵۲۴۶	۰/۱۴۳۲	-۰/۱۵۶۵	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۹۸	۸۵/۶۶	r_{STD}

(*) r_{St} ، r_{RE} ، r_{LTD} و r_{STD} به ترتیب بازده سهام، بازده املاک و مستغلات، سود سپرده بلندمدت و سود سپرده کوتاه‌مدت را نشان می‌دهند.

عملکرد سبدها را می توان از نظر انحراف معیار بازده سبد دارایی ها یا ارزش در معرض ریسک شرطی G در سطوح مختلف میانگین بازده سبد یا سطوح مختلف \bar{G} بررسی و برتری سبدها را نسبت به یکدیگر تعیین کرد. برای بررسی این موضوع پنج سبد انتخاب می شود که عبارتند از P_{CVine} ، P_{CI} ، P_{St} ، P_{CVaR} و P_{MV} . نمودارهای ۲-الف و ۲-ب به ترتیب رابطه میان میانگین و انحراف معیار بازده سبدهای مذکور را در دوره نمونه و خارج از دوره نمونه نشان می دهند. سبد P_{MV} نسبت به سایر سبدها بهترین عملکرد را دارد زیرا در هر سطحی از میانگین بازده، کمترین انحراف معیار را دارد. بعد از آن سبدهای P_{CVine} ، P_{St} ، P_{CI} و P_{CVaR} به ترتیب در رتبه های بعدی از نظر میانگین-انحراف معیار قرار می گیرند.



(الف)



(ب)

نمودار (۲) رابطه بازده و انحراف معیار سبد دارایی ها (الف) در دوره نمونه (ب) خارج از دوره نمونه

نمودارهای ۳-الف و ۳-ب رابطه ارزش در معرض ریسک شرطی G ($CVaR_{G,0/95}$) را با بازده سبد دارایی ها به ترتیب در دوره نمونه و خارج از دوره نمونه برای سبدهای منتخب نشان می دهند. مشاهده می شود که افزایش بازده سبدها با کاهش $CVaR_{G,0/95}$ همراه است. علت چنین رابطه ای این است که افزایش سود بالقوه حاصل از سرمایه گذاری های ریسک دار، در کنار سود حاصل از فعالیت های بیمه گری، حداکثر زیان ناخالص احتمالی شرکت های بیمه را کاهش می دهد. به وضوح روشن است که در دوره نمونه سبد P_{CVaR} نسبت به بقیه سبدها در هر

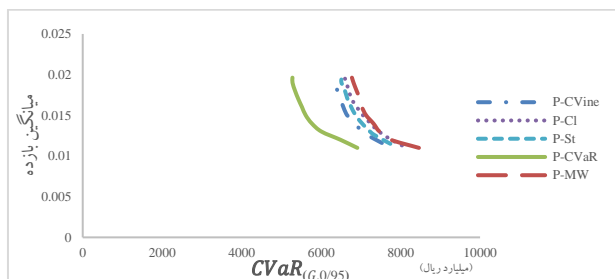
سطحی از بازده، کمترین $CVaR_{G,0/95}$ را دارد. سبدهای مبتنی بر کاپیولا یعنی P_{CVine} ، P_{St} و P_{Cl} به ترتیب بعد از سبد P_{CVaRP} قرار گرفته‌اند.

جدول (۱۰) مقایسه عملکرد سبدهای مختلف در دوره نمونه و خارج از دوره نمونه

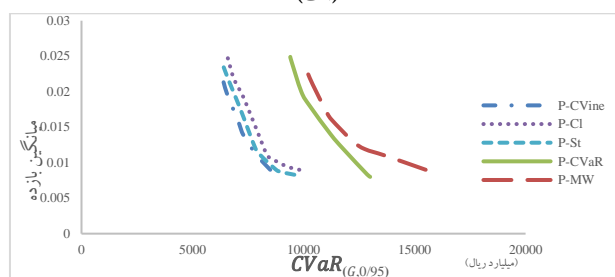
سبد	عملکرد درون نمونه‌ای				عملکرد برون نمونه‌ای			
	بازده ماهانه	انحراف معیار	\bar{G} (میلیارد ریال)	$CVaR_{G,0/95}$ (میلیارد ریال)	بازده ماهانه	انحراف معیار	\bar{G} (میلیارد ریال)	$CVaR_{G,0/95}$ (میلیارد ریال)
P_{Ga}	۰/۰۱۶۶	۰/۰۲۳۴	۳۲۵۹/۹	-۶۷۱۶/۷	۰/۰۱۷۱	۰/۰۲۹۱	۸۰۰۴/۴	-۹۶۱۲/۱
P_{St}	۰/۰۱۷۱	۰/۰۳۱۳	۳۵۵۰/۲	-۶۶۵۷/۲	۰/۰۱۷۸	۰/۰۳۱۳	۸۱۲۱	-۷۱۲۵
P_{Cl}	۰/۰۱۷۲	۰/۰۳۱۴	۳۴۷۶/۶	-۶۷۴۹	۰/۰۱۸۸	۰/۰۳۹۴	۸۴۵۶	-۷۳۵۰/۴
P_{Gu}	۰/۰۱۴۸	۰/۰۱۲۵	۳۱۶۶/۴	-۶۹۹۸/۴	۰/۰۱۵۰	۰/۰۱۵۹	۷۲۵۹/۵	-۱۰۰۵۲/۳
P_{Fr}	۰/۰۱۶۵	۰/۰۲۲۹	۳۲۳۴/۶	-۶۷۳۶/۱	۰/۰۱۶۹	۰/۰۲۸۹	۷۹۸۲/۹	-۷۶۲۴۵
P_{Jo}	۰/۰۱۶۴	۰/۰۱۸۰	۳۲۹۱/۲	-۶۸۵۰/۹	۰/۰۱۶۶	۰/۰۲۴۵	۷۶۱۷/۲	-۱۱۰۵۸/۹
P_{CVine}	۰/۰۱۷۶	۰/۰۳۰۸	۳۵۴۶	-۶۴۴۳/۷	۰/۰۱۹۷	۰/۰۳۵۹	۸۷۳۵/۶	-۶۵۵۴/۸
P_{DVine}	۰/۰۱۶۴	۰/۰۲۴۶	۳۲۵۳/۴	-۶۷۰۰/۸	۰/۰۱۷۲	۰/۰۳۱۲	۸۰۲۸/۲	-۷۳۵۴/۵
P_{RVine}	۰/۰۱۵۶	۰/۰۱۸۲	۳۲۱۶/۵	-۶۸۵۲/۹	۰/۰۱۵۸	۰/۰۲۲۸	۷۶۳۰/۴	-۷۹۵۲/۲
P_{MV}	۰/۰۱۰۶	۰/۰۱۳۰	۳۰۰۷/۵	-۷۷۵۶/۳	۰/۰۱۱۰	۰/۰۰۶۳	۶۰۷۵/۹	-۱۳۶۶۷/۶
P_{CVaR}	۰/۰۱۹۶	۰/۰۵۵۷	۳۴۱۸/۴	-۵۲۷۹/۱	۰/۰۲۴۷۰	۰/۰۷۱۴	۶۸۸۶/۳	-۹۴۱۴/۴
P_{EW}	۰/۰۱۵۲	۰/۰۱۴۸	۳۰۷۴/۵	-۷۱۴۰/۹	۰/۰۱۵۶	۰/۰۱۹۲	۷۱۳۰/۳	-۱۴۱۱۶/۱

همچنین با مقایسه نمودارهای ۳-الف و ۳-ب می‌توان مشاهده کرد که $CVaR_{G,0/95}$ در سبد P_{CVaRP} افزایش زیادی یافته ولی در سبدهای P_{CVine} ، P_{St} و P_{Cl} افزایش چندانی نداشته‌اند. بنابراین مطابق با کاکوریس و رستم (۲۰۱۴) سبدهایی که بر مبنای توابع کاپیولا شکل گرفته‌اند، عملکرد با ثبات‌تری نسبت به دو سبد دیگر دارند. ضمناً $CVaR_{G,0/95}$ در سبد P_{CVine} نسبت به سبدهای P_{St} و P_{Cl} تغییر کمتری در دوره خارج از نمونه داشته است. این نشان می‌دهد که سبد P_{CVine} نسبت به دو سبد دیگر بهتر توانسته ساختار وابستگی متغیرها را مدل‌سازی کند. سبد P_{MV} در هر دو دوره بالاترین $CVaR_{G,0/95}$ را داشته است.

در نمودارهای ۴-الف و ۴-ب منحنی میانگین G (\bar{G}) و $CVaR_{G,0/95}$ در دوره نمونه و دوره خارج از نمونه ترسیم شده است. شیب نزولی این منحنی‌ها به این دلیل است که افزایش بازده ناشی از دارایی‌ها منجر به افزایش سود حاصل از فعالیت‌های سرمایه‌گذاری می‌شود و این افزایش سود، نوسانات منفی ناشی از عملکرد فعالیت را جبران و از وقوع زیان‌های بزرگ احتمالی جلوگیری می‌کند. سبد P_{CVaRP} در دوره نمونه با فاصله نسبتاً زیاد از سبدهای دیگر در هر سطح از \bar{G} ، کمترین $CVaR_{G,0/95}$ را دارد. سبدهای مبتنی بر کاپیولا یعنی P_{CVine} ، P_{St} و P_{Cl} به ترتیب بعد از سبد P_{CVaRP} در کنار هم قرار می‌گیرند. سبد P_{MV} هم در هر سطح از \bar{G} بیشترین $CVaR_{G,0/95}$ را دارد.

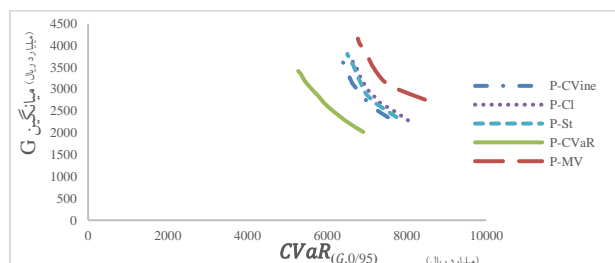


(الف)

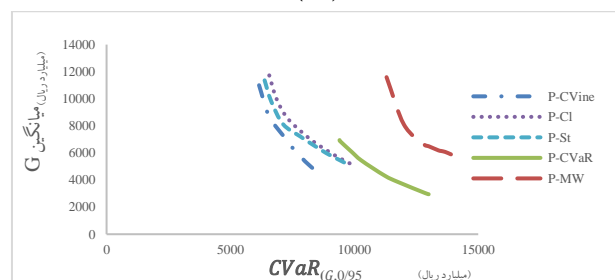


(ب)

نمودار (۳) رابطه بازده سبد دارایی‌ها و $CVaR_{G,0.95}$ (الف) در دوره نمونه (ب) خارج از دوره نمونه



(الف)



(ب)

نمودار (۴) رابطه میانگین G و $CVaR_{G,0.95}$ (الف) در دوره نمونه (ب) خارج از دوره نمونه

اما جایگاه سبدهای P_{CVAR} و P_{MV} در دوره خارج از نمونه تغییر کرده است. در دوره خارج از نمونه سبب P_{CVine} به جای سبب P_{CVAR} قرار گرفته است. سبدهای $P_{St-CVAR}$ و $P_{Cl-CVAR}$ هم در فاصله کمی از سبب P_{CVine} قرار گرفته‌اند و سبدهای P_{CVAR} و P_{MV} با پایین‌ترین عملکرد به ترتیب بعد از سبدهای مبتنی بر کاپیولا قرار دارند. این شواهد نشان می‌دهند که سبدهای مبتنی بر توابع کاپیولا عملکرد با ثبات‌تری داشته‌اند.

در عمل شرکت‌های بیمه در سرمایه‌گذاری با محدودیت‌های قانونی مواجه هستند. در ایران آیین‌نامه شماره ۶۰ شورای عالی بیمه محدودیت‌هایی را در سرمایه‌گذاری‌های شرکت‌های بیمه تعیین کرده است. برای بررسی اثر این محدودیت‌ها، محدودیت‌های مذکور به مسئله بهینه‌سازی اضافه می‌شوند و مجدداً مسئله حل می‌شود. محدودیت‌های مذکور عبارتند از: حداقل سرمایه‌گذاری در سپرده‌های بانکی معادل ۳۰ درصد باشد ($w_{LTD} + 0.30 \geq w_{STD}$)، حداکثر میزان سرمایه‌گذاری در سهام شرکت‌ها ۴۰ درصد باشد ($w_{St} \leq 0.40$) و حداکثر میزان سرمایه‌گذاری در املاک و مستغلات ۲۵ درصد باشد ($w_{RE} \leq 0.25$). نتایج حل مسئله بهینه‌سازی پس از اعمال محدودیت‌ها در جدول ۱۱ نشان داده شده است. بالای برخی از سبدها علامت (*) وجود دارد که نشان می‌دهد وزن‌های بهینه سرمایه‌گذاری و عملکرد آنها با اعمال محدودیت‌های قانونی تغییر کرده است. عملکرد این سبدها با اعمال محدودیت‌های قانونی کاهش یافته است. به عنوان مثال $CVAR_{G,0/95}$ سبب P_{CVine} پس از اعمال محدودیت‌های قانونی افزایش و \bar{G} آن کاهش یافته است. به طور مشابه عملکرد سبدهای P_{St} ، $P_{Cl-CVAR}$ و P_{DVine} نیز کاهش یافته است. جدول ۱۲ عملکرد درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای سبدها را پس از اعمال محدودیت‌ها مقایسه می‌کند. در این جدول تنها سبدهایی ذکر شده‌اند که عملکرد آنها بواسطه اعمال محدودیت‌های قانونی تغییر کرده‌اند. مشاهده می‌شود که عملکرد تمام آنها نسبت به قبل از اعمال محدودیت‌ها کاهش یافته است. محدودیت‌های قانونی بر میانگین و انحراف معیار سبب دارایی‌ها نیز اثر کاهنده داشته‌اند. همانطور که جدول ۱۲ نشان می‌دهد $CVAR_{G,0/95}$ تمام سبدها افزایش نسبتاً شدیدی داشته‌اند و این به علت نوسان شدیدتر حق بیمه‌ها و خسارت‌ها در دوره خارج از نمونه است. \bar{G} هم نسبت به قبل از اعمال محدودیت‌ها در دوره خارج از نمونه تغییر چندانی نکرده است. این یافته‌ها نشان می‌دهد که اعمال محدودیت‌های قانونی زیان بالقوه بزرگی را می‌تواند برای شرکت‌های بیمه به همراه داشته باشد.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با توجه همزمان به بازده دارایی‌ها، حق بیمه‌ها و خسارت‌ها و با استفاده از روش حداقل سازی ارزش در معرض ریسک شرطی وزن‌های بهینه سبب سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه تعیین شد. انتظار می‌رود با استفاده از توابع کاپیولا و رویکرد ارزش حدی عملکرد سبب بهینه در طی زمان ثبات بیشتری داشته باشد. یافته‌ها نشان داد که سبدهایی که ساختار وابستگی متغیرها در آن با توابع کاپیولا مدل‌سازی می‌شود عملکرد با ثبات و بالاتری نسبت به سبدهای سنتی دارند. از بین این سبدها، سبب مبتنی بر کاپیولای تاکلی متمرکز (C-Vine) عملکرد با ثبات‌تر و بهتری نسبت به بقیه دارد و ترکیب آن شامل ۶۱ درصد سهام، ۲۰ درصد املاک و مستغلات، ۱۰ درصد سپرده بلندمدت و ۹ درصد سپرده کوتاه‌مدت است.

جدول (۱۱) وزن های بهینه و عملکرد سبدها با در نظر گرفتن محدودیت های آیین نامه شماره ۶۰

سبد	W_{St}	W_{RE}	W_{LTD}	W_{STD}	$CVaR_{G,0.95}$ (میلیارد ریال)	$Var_{G,0.95}$ (میلیارد ریال)	\bar{G} (میلیارد ریال)	بازده ماهانه	انحراف معیار
P_{Ga}	۰/۴۰	۰/۱۵	۰/۳۵	۰/۱۰	-۴۹۵۳/۴	-۲۳۱۴	۳۲۴۳/۲	۰/۰۱۶۲	۰/۰۲۳۳
$^*P_{St}$	۰/۳۸	۰/۱۵	۰/۴۱	۰/۰۶	-۵۸۴۳/۶	-۲۴۸۵/۱	۲۸۴۰/۷	۰/۰۱۶۶	۰/۰۲۱۸
$^*P_{Cl}$	۰/۳۹	۰/۲۱	۰/۲۷	۰/۱۳	-۵۶۴۳	-۲۹۹۲/۱	۳۲۹۵/۴	۰/۰۱۶	۰/۰۲۳۲
P_{Gu}	۰/۲۱	۰/۲۱	۰/۳۰	۰/۲۸	-۵۷۴۰	-۳۰۸۶/۹	۳۱۹۲/۳	۰/۰۱۳۸	۰/۰۱۲۷
P_{Fr}	۰/۳۹	۰/۲۴	۰/۲۴	۰/۱۳	-۵۷۵۰/۶	-۳۱۸۶/۷	۳۲۵۴/۵	۰/۰۱۵۹	۰/۰۲۲۷
P_{Jo}	۰/۲۸	۰	۰/۷۲	۰	-۵۶۶۵/۹	-۵۰۲۸/۵	۲۰۱۸/۹	۰/۰۱۵۱	۰/۰۱۸۱
$^*P_{CVine}$	۰/۴۰	۰/۲۲	۰/۲۴	۰/۱۴	-۵۵۶۳/۴	-۱۷۰۵/۳	۳۱۶۰/۵	۰/۰۱۵۷	۰/۰۲۲۴
$^*P_{DVine}$	۰/۳۸	۰/۱۱	۰/۳۲	۰/۱۹	-۵۶۵۹/۱	-۲۷۱۹/۵	۳۰۰۲/۸	۰/۰۱۶۵	۰/۰۲۱۳
P_{RVine}	۰/۳۱	۰/۱۵	۰/۳۴	۰/۲۰	-۴۴۵۶/۹	-۱۰۶۰/۴	۲۹۸۰	۰/۰۱۵۳	۰/۰۱۸۶

توضیح: علامت (*) در کنار برخی از سبدها نشان دهنده این است که با اعمال محدودیت های قانونی آیین نامه شماره ۶۰ شورای عالی بیمه در مسئله بهینه سازی، وزن های بهینه سبد و در نتیجه عملکرد آن تغییر کرده است.

این نتیجه مهم مطابق با کاکوریتس و رستم (۲۰۱۴) نشان می دهد که استفاده از توابع کاپیولا در ساخت سبدها عملکرد پایدارتری ارائه می دهند. دارایی های پرریسک یعنی سهام و املاک و مستغلات بیشترین وزن را در سبد بهینه به خود اختصاص داده اند. بالاتر بودن وزن این دارایی ها ضمن اینکه بازده سبد سرمایه گذاری را افزایش داده است باعث افزایش انحراف معیار آن نیز شده است.

جدول (۱۲) مقایسه عملکرد سبدهای مختلف در دوره نمونه و خارج از دوره نمونه با در نظر گرفتن محدودیت های آیین نامه شماره ۶۰

سبد	عملکرد درون نمونه ای			عملکرد برون نمونه ای			
	بازده ماهانه	انحراف معیار	\bar{G} (میلیارد ریال)	$CVaR_{G,0.95}$ (میلیارد ریال)	بازده ماهانه	انحراف معیار	\bar{G} (میلیارد ریال)
P_{St}	۰/۰۱۶۷	۰/۰۲۲۲	۳۲۶۷/۳	-۶۷۳۴/۶	۰/۰۱۷۱	۰/۰۲۸۲	۷۹۶۶
P_{Cl}	۰/۰۱۶۴	۰/۰۲۳۰	۳۲۳۹/۸	-۶۸۰۰/۹	۰/۰۱۶۹	۰/۰۲۹۱	۷۹۷۱/۷
P_{CVine}	۰/۰۱۶۴	۰/۰۲۳۵	۳۲۳۷/۱	-۶۷۵۰/۷	۰/۰۱۶۹	۰/۰۱۹۲	۸۰۰۱/۹
P_{DVine}	۰/۰۱۶۰	۰/۰۲۲۲	۳۲۳۸/۷	-۶۷۶۰/۳	۰/۰۱۶۵	۰/۰۲۸۳	۷۸۵۷/۷
P_{CVaR}	۰/۰۱۷۱	۰/۰۲۳۴	۳۳۱۲/۸	-۵۷۰۷/۷	۰/۰۱۶۲	۰/۰۲۸۱	۶۷۹۴/۱

اما انحراف معیار بالاتر بازده سبد با افزایش سود فعالیت بیمه گری همراه بوده است و این توجیه کننده ریسک پذیری بیشتر در فعالیت سرمایه گذاری است زیرا شرکت های بیمه از بابت فعالیت بیمه گری ذخایر بیشتری بدست آورده اند

و ثروت بیشتر می‌تواند ریسک‌گریزی را کاهش دهد. این نتیجه با شواهد بدست آمده توسط الینگ و مارک (۲۰۱۲) و دیلونگ (۲۰۱۹) که رشد ذخایر و افزایش نقدینگی، افزایش‌دهنده ریسک‌پذیری شرکت‌های بیمه در سرمایه‌گذاری‌هایشان است، مطابقت دارد. همچنین این نتایج با یافته‌های لیو و یانگ (۲۰۰۴)، یانگ و زانگ (۲۰۰۵) و مائو و همکاران (۲۰۱۳) که ادعا کردند افزایش نوسان خسارت‌ها و حق‌بیمه‌ها باید با افزایش دارایی‌های ریسکی در سبد همراه باشد تا مطلوبیت بیمه‌گر حداکثر شود هم راستاست. همچنین یافته‌ها نشان داد که اعمال محدودیت‌های قانونی بر عملکرد سبد سرمایه‌گذاری اثر منفی دارد و مانع از انتخاب بهینه سبد می‌شود. این نتیجه منطبق با میلوناس، پیکریستو و روپس (۲۰۱۰) و بران، اشمیسر و اشمیسر (۲۰۱۷) است که ادعا کرده‌اند قوانین نمی‌توانند از نظر اقتصادی نتایج معقولی ارائه دهند و قوانین محدودکننده سرمایه‌گذاری باید حذف شوند. همچنین منطبق با بویر، کاوینز و ردیک (۲۰۱۹) است که ادعا کردند محدودیت‌های قانونی مانع از این می‌شود شرکت‌های بیمه سبد سرمایه‌گذاری خود را در پاسخ به عملکرد و نتیجه فعالیت بیمه‌گری خود بطور متناسب تغییر دهند و متوازن سازند. پیشنهاد می‌شود قوانین محدودکننده حذف شوند یا آزادی عمل بیشتری به شرکت‌های بیمه فراهم شود تا شرکت‌های بیمه بتوانند متناسب با فعالیت‌های بیمه‌گری خود و فرصت‌های موجود در بازارها پول و سرمایه اقدام به سرمایه‌گذاری کنند.

فهرست منابع

- * شهریار، بهنام. (۱۳۹۳). مبانی مدیریت ریسک و نظارت بر توانگری مالی در شرکت‌های بیمه، تهران، پژوهشکده بیمه
- * راعی، رضا، حسینی، سیدفرهنگ، مهدوی کلیشمی، غدیر. (۱۳۹۸). بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری در بیمه‌های عمر مبتنی بر برنامه‌ریزی آرمانی، مدیریت فردا، ۶۰ (۱۸)، صفحه ۲۳۳-۲۴۶
- * زادون، ثریا، تهرانی، رضا، فلاح پور، سعید. (۱۳۹۱). بهینه‌سازی سبد با استفاده از مدل ارزش در معرض خطر در شرکت‌های بیمه، (پایان‌نامه کارشناسی ارشد)، دانشگاه تهران
- * عباسیان، عزت‌الله، آرمیان، سارا، محمودی، وحید. (۱۳۹۲). حد بهینه سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه شامل دارایی‌های ریسک و غیر ریسکی با استفاده از مدل مارکویتز (مطالعه موردی یک شرکت بیمه)، پژوهشنامه بیمه، ۲۸ (۳)، صفحه ۱-۱۹
- * Becker B. (2017). How the insurance industry's asset portfolio responds to regulation. The economics, regulation, and systemic risk of insurance markets (pp. 153-164). Oxford, Oxford University Press.
- * Belgorodski, N. (2010). Selecting pair-copula families for regular vines with application to the multivariate analysis of european stock market indice. (Diplomarbeit). Technical University of Munich .
- * Born, P. H. (2001). Insurer profitability in different regulatory and legal environments. Journal of Regulatory Economics, (19)3, 211-237.
- * Boyer, M.M., Cowins, E.P. & Reddic, W.D. (2019). Portfolio rebalancing behavior with operating losses and investment regulation. International Review of Economics & Finance, 63, 313-328.

- * Braun A., Schmeiser, H. & Schreiber, F. (2017) Portfolio optimization under solvency II: Implicit constraints imposed by the market risk standard formula. *The Journal of Risk and Insurance*, (84)1, 177–207.
- * Brechmann, E.C. & Czado, C. (2013). Risk management with High-dimensional vine copulas: An analysis of the euro stoxx50. *Statistics & Risk Modeling*, (30)4, 307-342.
- * Brechmann, E. C. & Schepsmeier U. (2013). Modeling dependence with C- and D-vine copula: The R package CDVine. *Journal of Statistical Software*, 52, 1-27.
- * Che, X. & Liebenberg P.A. (2017). Effects of business diversification on asset risk-taking: Evidence from the U.S. property-liability insurance industry. *Journal of Banking & Finance*, 77, 122-136.
- * Chiu, M. C., & Li, D. (2009). Asset-liability management under the safety-first principle. *Journal of Optimization Theory and Applications*, (143)3, 455-478.
- * Consiglio, A., Pecorella A., & Zenios A.S. (2009). A conditional value-at-risk model for insurance products with a guarantee. *International Journal of Risk Assessment and Management*, (11)1/2, 122-137.
- * Cummins, D. & Weiss, M. (2014). Systemic risk and the U.S. insurance sector. *The Journal of Risk and Insurance*, (81)3, 489-528
- * Delong, L. (2019). Optimal investment for insurance company with exponential utility and wealth-dependent risk aversion coefficient. *Mathematical Methods of Operations Research*, (89)1, 73–113.
- * Deng, L., Ma, C. & Yang, W. (2011). Portfolio Optimization via pair popula-GARCH-EVT-CVaR model. *Systems Engineering Procedia*, 2, 171 – 181.
- * Duchin, R. (2010). Cash holdings and corporate diversification. *Journal of Finance*, (65)3, 955-992.
- * Eling, M. & Marek, S. D. (2012). Internal and external drivers for risk taking in UK and german insurance markets. *International Journal of Banking, Accounting and Finance*, (4)1, 48-76.
- * Gründl, H., Dong M. & Gal, J. (2016). The evolution of insurer portfolio investment strategies for long-term investing. *OECD Journal: Financial Market Trends*, (2016)2, 1-57.
- * Heyman, W.H. & Rowland, D.D. (2006). An investment management methodology for publicly held property/casualty insurers. *Journal of Applied Corporate Finance*, (18)1, 36-53.
- * Hipp, C. & Plum, M. (2000). Optimal investment for insurers. *Insurance: Mathematics and Economics*, (27)2, 215–228.
- * Hofert, M., Kojadinovic, I., Machler, M. & Yna, J. (2018). *Element modeling of copula with R*, Switzerland, Springer.
- * Hufeld, F., Kojien, S.J.R. & Thimann, C. (2017). *The economics, regulation, and systemic risk of insurance markets*. Oxford, Oxford University Press.
- * Karakas, A.M., Karakas, M. & Dogan, M. (2017) Archimedean copula estimation parameter with kendall distribution function. *Cumhuriyet Science Journal*, (38)4, 619-625.
- * Kakouris, I. & Rustem, B. (2014). Robust portfolio optimization with copulas. *European Journal of Operational Research*, (235)1, 28–37.
- * Kung, K. & Yang, S. (2020). Optimal consumption and investment problem incorporating housing and life insurance decisions: The continuous time case. *Journal of Risk and Insurance*, (87)1, 143-171.
- * Kurowicka, D. & Harry, J. (2011). *Dependence modeling: Vine copula handbook*, Singapore, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- * Liu, C. & Yang, H. (2004). Optimal Investment for An Insurer to Minimize Its Probability of Ruin. *North American Actuarial Journal*, (8)2, 11–31.

- * Longin, F. (2005). The choice of the distribution of asset returns: How extreme value theory can help?. *Journal of Banking & Finance*, (29)4, 1017-1035.
- * Mao, H., Carson, M.J., Ostaszewski, M.K. & Zhongkai, W. (2013). Optimal decision on dynamic insurance price and investment portfolio of an insurer. *Insurance :Mathematics and Economics*, (52)2, 359-369.
- * Massari, M. ,Gianfrate, G. & Zanetti, L. (2014) . The Valuation of Financial Companies: Tools and Techniques to Measure the Value of Banks, Insurance Companies and Other Financial Institutions”,*The Wiley Finance Series*, Edition 1
- * McShane, M.K., Zhang, T. & Cox, L.A. (2012). Risk allocation across the enterprise: Evidence from the insurance industry. *Journal of Insurance Issues*, (35)1, 73-99.
- * Milonas, N.T., Papachristou, G. & Roupas, T. (2010). Pension funds under investments constraints: An assessment of the opportunity cost to the greek social security system. *Pension fund risk management: Financial & actuarial modeling* (pp. 637-658) , United States of America, Chapman & Hall.
- * Roy, A.D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica*, (20)3, 431-449.
- * Rudolph, M.J. (2017) Reviewing systemic risk within the insurance industry. Sponsor of the Society of Actuaries, <https://www.soa.org/globalassets/assets/Files/Research/Projects/reviewing-systemic-risk.pdf>.
- * Timmer, R. (2015). Measuring and modeling market risk for life insurance company assets: An application of extreme value statistics. (Doctoral dissertation), Michigan State University.
- * Yang, H. & Zhang, L. (2005) Optimal investment for insurer with jump-diffusion risk process. *Insurance: Mathematics and Economics*, (37)3, 615–634.

Investment Portfolio Optimization of Insurance Companies with Copulas and Extreme Value Approach

Arash Goodarzi

Ph.D Student, Department of financial management and insurance, Faculty of management, University of Tehran, Tehran, Iran and lecturer, Faculty of Economics and Management, Sistan and Baluchestan University, Zahedan, Email: arash.goodarzi@ut.ac.ir (corresponding author)

Reza Tehrani

Professor, Department of financial management and insurance, Faculty of management, University of Tehran, Tehran, Iran, Email: rtehrani@ut.ac.ir

Ali Souri

Associate Professor at Faculty of Economics, University of Tehran, Tehran, Iran
Email: alisouri@ut.ac.ir

Abstract

This study determines the optimal investment portfolio of insurance companies by considering underwriting activities. Investment decisions in insurance companies are affected by underwriting activities. In this paper, the investment optimization problem of insurers is modeled using the copula-based conditional risk value, taking into account the results of insurance activities. Also, since the emphasis is on tails of distribution, the probability distribution of variables in tails is estimated using Pareto distribution and in other parts of the distribution using the Empirical probability distribution. Data collected on monthly basis covers two periods in-sample, between 2006 to 2015 and out-of-sample, between 2016 to 2019. The findings show that the optimum portfolio includes eighty percent of risky assets (stock and real estate) and only twenty percent of risk-free assets (bank deposits) and it is outside the legal constraints set by Central Insurance. Therefore, legal constraints prevent insurance companies from the optimal selection of investment portfolio. Also, the comparison of out-of-sample performance with in-sample performance of portfolios shows that portfolios based on copula functions have better and more robust performance than traditional models.

Keywords: Conditional Value at Risk, Extreme Value Theory, Copula Functions, Underwriting Activity, Investment Activity

