فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال دهم/ شماره سی‌ونهم/ پائیز ۱۴۰۰

کاربرد نظریه بازیهای همکارانه در بهینه سازی انتخاب سبد سهام

پیمان تاتایی
دانشجوی دکتری، گروه مدیریت مالی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

هاشم نیکومرام
عضو هیئت علمی، گروه مدیریت مالی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات (نویسنده مسئول)
accountingphd@srbiau.ac.ir

اشکان حافظ الکتب
عضو هیئت علمی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب

تاریخ دریافت: ۹۷/۱۲/۱۵ تاریخ پذیرش: ۹۸/۰۴/۰۳

چکیده

در بازار های مالی دو خصوصیت اساسی وجود دارد اول مساله تعارض میان بازیگران بازار است، در این بازار مجموع نحوه ی عملکرد فعالان بازار سرمایه جهت کلی بازار را می سازد. و از طرف دیگر بازی یک بازیگر متاثر از عملکرد کلی بازارمی باشد. خصوصیت دوم بازار های مالی عدم اطمینان است. این دو خصوصیت از ارکان اصلی در نظریه بازی ها است که تصمیم گیری بهینه ی یک بازیگر را تحلیل میکند. در این پژوهش، بازیگران متحد به ترتیب با بتای منفی، کمتر از یک، بیشتر از یک و صفر بر علیه بازار که از میانگین بازدهی سال گذشته خود به اضافه و منهای سه انحراف معیار به عنوان استراتژی بهره می برد، ائتلاف کرده و سعی دارند از میان گزینه های سرمایه گذاری، سبدی انتخاب نمایند که عملکرد بهتری نسبت به بازار داشته باشد. پیامد بازیکنان در هر استراتژی بر اساس برتری بازدهی نسبت به بازار، نرخ بدون ریسک و برتری شاخص شارپ نسبت به شاخص شارپ بازار تعیین گردید و پس از انجام بازی و محاسبه ارزش شپلی، اوزان بهینه هر سهم و هر بازیگر محاسبه گردید. بازیگران متحد، در ۷۵ درصد دوره ها از دوره ی ۱۲ ساله منتهی به اسفند ۱۳۹۶، عملکرد معنی دار بهتری نسبت به بازار داشتند. در مجموع دوره ۱۲ ساله نیز عملکرد ایشان بهتر به صورت معنی داری بهتر از بازار بوده است.

واژه‌های کلیدی: تئوری بازی، بازی ائتلاف، ارزش شپلی، انتخاب سهام.

۱- مقدمه

سرمایه گذاری به عنوان موتور محرکه رشد و توسعه اقتصادی، در تمام کشورهای جهان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. لازمه ی رشد اقتصادی، تولید بیشتر و سرمایه گذاری افزونتر است. بنابراین، باید گفت که رشد اقتصادی و افزایش رفاه عمومی در بلند مدت بدون توجه به سرمایه گذاری و عوامل مهم موجود در محیط سرمایه گذاری، که بر آن تا ثیر می‌گذارد امکان پذیر نیست.(ابزری و همکاران ۱۳۹۳). افراد در تجزیه و تحلیل های خود، در نهایت امید دارند با توجه به ریسک سرمایه گذاری، بازدهی متناسب با آن را کسب کنند. مطالعهٔ دقیق تجزیه و تحلیل سرمایه گذاری و اصول مدیریت سبد دارایی، می تواند موجب مدیریت بهتر و افزایش ثروت سرمایه گذار شود. (تهرانی و نوربخش، ۱۳۹۲).

مفاهیم بهینه سازی سبد سهام و تنوع بخشی به مثابه ابزاری در راستای توسعه و فهم بازارهای مالی و تصمیم‌گیری مالی در آمده‌اند .انتشار نظریه پرتفوی سهام هری مارکوویتز ،اصلی‌ترین و مهم‌ترین موفقیت در این راستا بود. از زمانی که مارکویتز مدل خود را منتشر کرد این مدل تغییرات و بهبودهای فراوانی را در شیوه نگرش مردم به سرمایه گذاری و سبد سهام ایجاد کرد و به عنوان ابزاری کارا برای بهینه سازی سبد سهام به کار گرفته شده است . (فرایتس و همکاران، ۲۰۰۹).

مارکوویتز پیشنهاد کرد که سرمایه گذاران ریسک و بازده را به صورت توامان در نظر میگیرند و میزان تخصیص سرمایه بین فرصتهای سرمایه گذاری گوناگون را بر اساس تعامل بین این دو انتخاب نمایند. یکی از مباحث مهمی که در بازارهای سرمایه مطرح است و باید مورد توجه سرمایه گذاران اعم از اشخاص حقیقی یا حقوقی قرار گیرد، بحث انتخاب سبد سرمایه گذاری بهینه می باشد و در این رابطه، بررسی و مطالعه سرمایه گذاران در جهت انتخاب بهترین سبد سرمایه گذاری با توجه به میزان ریسک و بازده آن انجام می شود. (ژانگ و همکاران، ۲۰۱۰).

اگرچه مدل مارکوویتز برای نخستین بار، توانست تلفیقی از بیشینه‌سازی نرخ بازدهی و کمینه‌سازی ریسک ارائه کند، در برخورد با برخی محدودیت‌های مسائل واقعی، ناتوان است .برای مثال، هنگامی که محدودیت تعداد دارایی موجود در سبد مطرح شود یا حداقلی برای میزان سرمایه‌گذاری در یک دارایی تعیین شده باشد، مدل اولیهٔ مارکوویتز قادر به حل مسئله نخواهد. علاوه بر این موضوع، هنگامی که تعداد داراییهای مسئله زیاد باشد به مسئله سخت چند حالته[1] تبدیل شده و جستجوی مرز کارا توسط روشهای متداول امکانپذیر نخواهد بود.

تنوع روش های سرمایه گذاری و پیچیدگی تصمیم های مزبور در چند دهه اخیر افزایش چشم گیری داشته است. این رشد گسترده نیاز فزاینده ای به مدل های فراگیر و یکپارچه ایجاد نمود که برای پاسخگویی به این نیاز، مدل سازی مالی از پیوند رویکرد مالی و برنامه ریزی ریاضی به وجود آمده است. این مدل ها از پیشرفت های برنامه ریزی ریاضی و مباحث مالی به موازات هم استفاده می‌نمایند. (خدامرادی و راعی عزآبادی، ۱۳۹۳)

محدودیت اساسی که اغلب در کاربرد عملی مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری مورد نیاز است تعداد دارایی ها را به سبد سرمایه گذاری انتخاب شده محدود می کند.اضافه کردن محدودیت های دیگر از قبیل محدودیت

های سرمایه پیچیدگی را افزایش می دهد که در نتیجه آن تالش های زیادی برای توسعه روش های ابتکاری کارآمد به منظور حل مسئله به وجود آمد. (گلمکانی، ۲۰۱۱)

در بازار های مالی دو خصوصیت اساسی وجود دارد اول مساله تعارض میان بازیگران بازار است، در این بازار مجموع نحوه‌ی عملکرد فعالان بازار سرمایه و یا به عبارت دیگر مجموع بازی بازیگران، عملکرد و جهت کلی بازار را می‌سازد. و از طرف دیگر بازی یک بازیگر متاثر از عملکرد کلی بازار و یا به عبارت دیگر عملکرد سایر بازیگران می باشد. خصوصیت دوم بازار های مالی عدم اطمینان است. این دو خصوصیت از ارکان اصلی در نظریه بازی ها[۲] است که تصمیم‌گیری بهینه‌ی یک بازیگر را تحلیل میکند. تئوری بازی ها یک نام کلی است که به مجموعه روش های تحلیلی برای توسعه ابزار تصمیم سازی اطلاق می‌شود و با بکارگیری ریاضیات نتایج تراکنش افراد با سایر بازیگران را ارزیابی می نماید. تکنیک های ریاضی ویژه ای برای تحلیل تضاد در مسائل رقابتی توسعه یافته است. تئوری بازی ها یک چارچوب تحلیلی برای مطالعه تراکنش های پیچیده میان بازیگران منطقی بوسیله ابزار ریاضیات، ارائه می نماید(اوسبورن، ۲۰۰۴). هدف از توسعه این تئوری ارزیابی راه های عقلایی مواجهه‌ی گروهها یا افراد متضاد، از اقتصاد و مهندسی گرفته تا علوم سیاسی، فلسفه و حتی روانشناسی، و حصول اطمینان از برنده شدن یکی از این بازیگران می باشد(میرسون، ۱۹۹۱). یکی از تکنیک هایی که به تازگی جایگاه خود را در میان رویکردهای انتخاب سبد سرمایه گذاری در دنیا ارتقا بخشیده است.

یک بازی، ارائهٔ فنی موقعیتی است که در آن نتیجهٔ اقدام هر فرد نه تنها به اقدام خودش وابسته است، بلکه به اقدام سایر افراد هم بستگی دارد. بنابراین تصمیم بهینه ای که وی اتخاذ میکند، به انتظار او از اقدامات دیگران مرتبط. ویژگی اساسی تصمیم گیری در شرایط بازی این است که هر بازیگر قبل از تصمیم گیری و انتخاب باید واکنش دیگران را نسبت به انتخاب و تصمیم خود، تجزیه و تحلیل کند، آنگاه تصمیمی که برایش بهترین است را اتخاذ نماید. هدف اصلی نظریهٔ بازیها توسعهٔ ضوابط معقول برای انتخاب سیاست یا استراتژی است. در چارچوب نظریه بازی، سیاستها به مجموعه تصمیماتی گفته میشود که یک بازیگر در هر موقعیت تصمیم میتواند انتخاب کند. توسعهٔ ضوابط برای انتخاب سیاست بهینه در تئوری بازیها، بر اساس دو فرض بنا میشود؛ اول این که همهٔ بازیگران عاقل و منطقی باشند و دوم تمام توان خود را در مصاف حریف به کار ببندند تا به بهترین نتیجه دست یابند. منظور از عاقلانه رفتار کردن این است که انسان قبل از اینکه دست به عملی بزند، به طور عمیق دربارهٔ آن فکر کند و هدف، ترجیحات و محدودیتهای خود را در نظر بگیرد، سپس به گونه ای انتخاب و عمل کند که زیان نبیند(عبدلی، ۱۳۹۵).

در ایران نیز با توجه به جوان بودن علم مالی نه تنها مساله انتخاب سبد بهینه بلکه پاسخ گویی به این مساله از طریق تئوری بازی ها بسیار مغفول مانده است. لذا نتایج این تحقیق در غالب ارائه الگویی برای تشکیل سبد سرمایه گذاری بهینه با استفاده از بازی ائتلاف استاندارد می تواند با بهینه سازی سبد سرمایه گذاران منجر به افزایش انگیزه ، اعتماد و در نتیجه حضور آنان در بازارهای مالی شده و موجبات افزایش کارایی اطلاعاتی و کارایی تخصیصی را برای بازارهای مالی و تسهیل انتقال منابع جامعه به سمت فعالیت های مولد را در پی داشته باشد.

این تئوری، بازی ها را به دو دسته کلی تقسیم می‌کند؛ بازی های همکارانه و بازی های بدون همکاری. بازی های همکارانه نوعی از بازی است که در آن بازیگر برای کسب مطلوبیت بیشتر با یکدیگر ائتلاف می کنند. با توجه به اینکه سرمایه‌گذاران در یک بازارهای مالی در یک بازی بزرگ شرکت می‌کنند که منفعت و مطلوبیت آنان به بازی سایر سرمایه‌گذاران و بازار وابسته است، با تشکیل یک ائتلاف میان سرمایه‌گذاران، می تواند مطلوبیت جمعی ائتلاف کنندگان را افزایش دهد. بنابراین رویکرد بازی همکارانه، می‌تواند راه حلی جهت یافتن پرتفوی بهینه ارائه نماید.(تاتایی و رهنمای رودپشتی، ۱۳۹۶)

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه

مبانی نظری

نظریه بازی در تلاش است تا بوسیله ریاضیات، رفتار را در شرایط راهبردی یا در یک بازی -که در آنها موفقیت یک بازیگر در انتخاب خود، وابسته به انتخاب سایر بازیگران می‌باشد- برآورد کند. به عبارت دیگر هرگاه سود یک موجودیت تنها در گرو رفتار خود او نبوده و متأثر از رفتار یک یا چند موجودیت دیگر باشد، و تصمیمات دیگر تأثیر مثبت و منفی بر روی سود او داشته باشند، یک بازی میان دو یا چند موجودیت یاد شده شکل گرفته است.

با نگاهی به ساز و کار بازار سرمایه می توان دریافت که فعالان این بازار، بازیگران یک بازی ایستا با تعارض منافع هستند، لذا این پژوهش سعی بر آن دارد تا با تبیین رفتار سرمایه گذاران در غالب یک بازی همکارانه یک راه حل بهینه برای انتخاب سبد سهام پیشنهاد کند. بنابراین مدل این پژوهش، تحت مدل بازی ایستا، حاصل جمع صفر (میان سرمایه‌گذاران و بازار) ، و یک بازی همکارانه (میان ائتلاف کنندگان) تعریف خواهد شد.

نظریه بازیها سعی بر آن دارد تا استفاده از یک تکنیک ریاضی مسائلی که در برگیرنده موقعیت های در تعارض است را تجزیه و تحلیل نماید. این مدل برای اولین بار توسط بورل[۳] در سال ۱۹۲۱ معرفی و توسط ون نئومن[۴] و مورگنسترن[۵] توسعه داده شد (اصغرپور, ۱۳۹۳).

در بازی جمع صفر سود بازیگر اول به منزله ضرر بازیگر یا بازیگران دیگر و بالعکس بوده، بنابراین حداقل سود هر بازیگر به منزله حداکثر سود انتظاری رقیب می باشد. در اینجا بازیگر اول به دنبال اتخاذ یک استراتژی خواهد بود که در مقابل بازی سایر بازیگران که استراتژی حداکثر سازی سود خود را پیش میگیرند، سود خود را به حداکثر برساند.

بازی ها دارای ابعاد زیادی هستند و طبقه بندی های مختلفی از آن می توان انجام داد (عبدلی, ۱۳۹۵)؛

الف) ایستایی یا پویایی بازی؛ در بازی ایستا، بازی بازیگران همزمان بوده و هیچکدام نمی دانند در حرکت بازیگر مقابل چه خواهد بود. اما در بازی پویا حرکت بازیگران به نوبت خواهد بود،

ب) تعارض منافع یا امکان همکاری؛ در اغلب بازی ها مقدار برد یک بازیکن دقیقا برابر با مقدار باخت حریف یا حریفان است که به اصلاح بازی با جمع صفر[۶] گفته می‌شود. در چنین بازی هایی تعارض و تضاد منافع کامل وجود دارد. این در حالی است که برخی اوقات علیرغم اینکه ممکن است منافع بازیگران هم‌راستا با یکدیگر

نباشد شرایطی میسر می شود که بازیکنان امکان همکاری با یکدیگر در جهت کسب منابع بیشتر را داشته باشند. با این وجود هنگام تقسیم نتیجه همکاری مجددا تعارض منافع آشکار می گردد.

ج) همکارانه یا غیر همکارانه بودن بازی؛ بازی های می‌توانند "همکارانه" یا "غیر همکارانه" باشند. در بازی غیر همکارانه بازیکنان برای حداکثر کردن پیامد خود، با توجه به استراتژی های انتخابی حریف یا حریفان، ممکن است در نهایت آن استراتژی را انتخاب کنند که بیشترین منفعت ممکن را به دنبال نداشته باشد، از این رو، در بازی همکارانه، بازیکنان سعی بر آن دارند با استفاده از ائتلاف با سایر بازیگران به منفعت بالاتری دست پیدا کنند.

پژوهش های داخلی

راعی و همکاران (۱۳۹۰) پژوهشی با عنوان " بهینه سازی سبد سهام با رویکرد «میانگین- نیم واریانس» و با استفاده از روش «جستجوی هارمونی» انجام دادند. هدف این تحقیق حل مسئله بهینه سازی مقید پرتفوی سهام با استفاده از الگوریتم جستجوری هارمونی (HS) است. این الگوریتم با الهام از فرآیند بهبود و تکامل هارمونی به وسیله مجموعه نوازندگان موسیقی جهت حل مسائل بهینه‌سازی به وجود آمده است. به منظور حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از اطلاعات قیمت ۲۰ سهم پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران از مهر ۱۳۸۵ تا اسفند ۱۳۸۷، مرز کارای سرمایه‌گذاری برای دو الگو با عامل خطرپذیری واریانس و نیم واریانس رسم می‌گردد. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که روش جستجوی هارمونی در بهینه‌سازی مقید پرتفوی سهام، موفق عمل می‌کند و در یافتن جواب‌های بهینه در تمامی سطوح خطرپذیری و بازده از دقت قابل قبولی برخوردار است.

عباسی و همکاران در سال ۱۳۹۱ پژوهشی با عنوان " انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک NSGA-II[۷]" انجام دادند. تشکیل سبد سهام بهینه یکی از تصمیم گیری های مهم برای شرکت ها می باشد. به همین دلیل، انتخاب یک سبد سهام با نرخ بازدهی بالا و ریسک کنترل شده یکی از موضوعاتی است که مورد توجه محققان قرار گرفته است. هدف از این پژوهش، استفاده از الگوریتم های فراابتکاری برای انتخاب سبد سهام است. در این مطالعه، روشی بر مبنای الگوریتم ژنتیک چند هدفه NSGA-II برای تشکیل سبد سهام ارائه شده و ارزش در معرض ریسک به عنوان معیار اندازه گیری ریسک مورد توجه قرار گرفته است. همچنین از داده های ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران برای سال های ۸۵-۸۹ استفاده شده است. نتایج نشان داد که الگوریتم ژنتیک چند هدفه می تواند جهت انتخاب سبد سهام بهینه بکار رود و عملکرد سبد طراحی شده توسط الگوریتم ژنتیک با عملکرد سبد سهام 50 شرکت برتر با اوزان مساوی تفاوت دارد.

علیزاده (۱۳۹۲) در پژوهشی به بررسی الگوریتم بهینه‌سازی و انتخاب بهینه سبدسهام پرداخت. در این پژوهش الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات بر اساس دو تعریف متفاوت از ریسک، به‌منظور بهینه سازی پرتفوی مورد استفاده قرار گرفت. این الگوریتم پیشنهادی روی داده‌های ماهانه وسالانه پنجاه شرکت برتر پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران از فروردین 1386 تا شهریور ۱۳۹۰ مورد آزمون قرار گرفت. عملکرد الگوریتم بهینه

سازی ازدحام ذرات با الگوریتم‌های ژنتیک و کلونی زنبورهای مصنوعی مقایسه شد. معیار ارزیابی عملکرد الگوریتم‌ها معیار شارپ بود. نتایج پژوهش نشان داد الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک و کلونی زنبورهای مصنوعی دارد. همچنین سبدهای سهام تشکیلی بر اساس مطالعات ماهانه و معیار ریسک نیمه واریانس عملکرد بهتری نسبت به سبدهای سهام منتخب بر اساس اطلاعات سالانه و معیار ریسک واریانس دارند

شریعت پناهی و همکاران (۱۳۹۳) به بررسی راهبرد سرمایه‌گذاری معکوس بر اساس معیارهای پاداش ریسک انتخاب سهام پرداختند. در این پژوهش به بررسی راهبرد سرمایه‌گذاری معکوس بر اساس معیارهای پاداش ریسک انتخاب سهام در مقابل راهبرد سرمایه‌گذاری معکوس متداول، بر اساس معیار بازدهی تجمعی می پردازیم. بدین منظور نمونه‌ای از ۸۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی فروردین۱۳۸۶ تا اسفند ۱۳۹۰ بررسی شده است. نتایج به دست آمده بیانگر سود آوری راهبرد سرمایه گذاری معکوس بر اساس معیارهای مورد نظر بوده است. همچنین، نتایج نشان می‌دهد اگرچه معیار بازدهی تجمعی، بیشترین بازدهی کل را برای سرمایه-گذار ایجاد کرده است، ولی بهترین بازدهی تعدیل شده بر حسب ریسک برای معیارهای پاداش ریسک به دست آمده است.

اسلامی و همکاران. (۱۳۹۳) در پژوهشی به بررسی بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان پرداختند. پژوهش حاضر یک الگوریتم ابتکاری را برای حل مسأله محدود بهینه سازی سبد سهام با توجه به ارزش در معرض ریسک (VaR) به عنوان معیار ریسک و با استفاده از الگوریتم ترکیبی مورچگان و ژنتیک ارائه دادند. در این پژوهش نشان داده شد که الگوریتم ترکیبی پیشنهادی قادر است مساله بهینه سازی سبد سهام را با توجه به معیار ارزش در معرض ریسک با در نظرگرفتن محدودیت عدد صحیح برای تعداد سهام موجود در سبد سهام حل نماید. به منظور نشان دادن کارایی الگوریتم، از الگوریتم پیشنهادی در جهت بهینه‌سازی سبد سهامی از شاخص‌های صنایع موجود در بورس اوراق بهادار تهران استفاده گردیده است. نتایج حاصل از بکارگیری الگوریتم حاکی از آن است که الگوریتم ترکیبی در تمامی حالت های مورد بررسی در این پژوهش نتایجی بهتر از نتایج بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک به تنهایی بدست می‌آورد.

فلاح پور و همکاران (۱۳۹۳) در پژوهشی به بررسی کاربرد مدل پایدار در انتخاب پرتفوی بهینه سهام پرداختند. در این پژوهش، با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی پایدار، که بر خلاف سایر رویکردهای بهینه سازی در شرایط عدم اطمینان، فرضی در مورد توزیع احتمال پارامترهای مدل نمی‌نماید و برای هر پارامتر یک مجموعه عدم قطعیت تعریف می‌کند؛ به بررسی مساله انتخاب پرتفوی پرداخته شده است. مدل ارائه شده در مقاله دارای پارامتری است که می‌تواند میزان محافظه کاری سرمایه‌گذار در انتخاب پرتفوی را کنترل نماید. به منظور بررسی عملکرد مدل از داده‌های مربوط به ۵۰ شرکت فعال‌تر سه ماه اول سال ۱۳۹۲ بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. نتایج آزمون خارج از نمونه در پژوهش نشان دادند که پرتفوی پایدار نسبت پرتفوی روی مرز کارای مارکویتز (که بازده مورد انتظار آن برابر با بازده مورد انتظار پرتفوی پایدار است) بر اساس شاخص شارپ، عملکرد بهتری داشته است.

دریابر و همکاران(۱۳۹۵) در پژوهشی تحت عنوان ارائه الگو جهت بهینه سازی پرتفوی در فضای حباب، با بررسی متغییرهایی همانند قیمت سهام، بازدهی ماهانه سهام و کل بازار، واریانس، انحراف معیار، VaR و Downside Risk به ارائه الگو در فضای حباب برای دوره زمانی ۱۵ ساله (۱۳۸۰-۱۳۹۴) در بورس اوراق بهادار تهران پرداخت. پس از اثبات حباب و شناسایی مقاطع زمانی برای ۷ دوره و بررسی و تحلیل متغییرها به یک الگو بهینه سازی با رویکرد ماکزیمم کردن بازدهی رسید که پرتفوی بهینه استخراج شده از این الگو از سایر پرتفوها در شرایط غیر حباب همانند پرتفوی بازار در معیارهایی همانند بازدهی، شارپ، ترینر و جنسن وضعیت به مراتب مناسب تری را نصیب سرمایه گذار می نمود. با مورد تحلیل قرار دادن این الگو هم در فضای حباب صعودی و هم در فضای حباب نزولی و مقایسه آن با فضای غیر حباب و دستیابی به نتایج مطلوب، فرضیه اصلی پژوهش اثبات و الگوی مدنظر وی حاصل گردید.

پژوهش های خارجی

فرایتاس و همکاران[۸](۲۰۰۹) شبکه های عصبی را برای پیش‌بینی پرتفوی بهینه انتخاب نمودند. در مطالعه اخیر با بهره‌گیری از مدل میانگین- واریانس و با بررسی فرصت‌های سرمایه‌گذاری در دوره های کوتاه مدت، خطای ناشی از پیش بینی پرتفوی حداقل گردید.

چن و ژانگ[۹](۲۰۱۰) به بهینه‌سازی پرتفوی با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی با استفاده از الگوریتم حرکت تجمعی ذرات پرداختند. آن‌ها یافتند که الگوریتم‌های سنتی عملکرد مناسبی نداشته و الگوریتم‌های جدید کارایی موثرتری در مسئله انتخاب پرتفوی خواهند داشت.

ژانگ و همکارانش[۱۰](۲۰۱۱) موضوع تشکیل پرتفوی با ترکیب دارایی‌های بدون ریسک را بررسی نموده و در این راه از مدل میانگین- واریانس و الگوریتم فازی بهره جستند و در نهایت با ارائه مسائل عددی، کارایی رویکرد فوق را بررسی و اثبات کرده‌اند.

وانگ و همکاران[۱۱] (۲۰۱۱) با در نظر گرفتن سطح اطمینان مشخص، مدل جدید برای مسئله پرتفوی میانگین واریانس معرفی کرده‌اند. آنها نرخ بازدهی را اعداد فازی مثلثی و ذوزنقه‌ای و گوسی در نظر گرفتند و برای حل مدل خطی ارائه شده الگوریتم جمع تجمعی ذرات را پیشنهاد داده‌اند و پس از آن از شبیه‌سازی به منظور بهینه سازی جواب‌های حاصل استفاده نموده‌اند و نتایج خود را با الگوریتم ژنتیک و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مقایسه کرده‌اند.

کوکاک(۲۰۱۴) در مقاله ای تحت عنوان بازی ائتلاف استاندارد برای تشکیل سبد بهینه به تشکیل سبد بهینه سرمایه گذاری فرضی با استفاده از بازی ائتلاف استاندارد پرداخت در بورس لندن پرداخت. با استفاده از نظر کارشناسان در برآورد عایدات هر بازیگر و با استفاده از مفهوم ارزش شپلی نسبت به تخصیص منابع به هر سهم مبادرت نمود لیکن بهینه بودن سبد انتخابی خود را اثبات نکرده و صرفا به ارائه پاسخ های ارائه شده از حل مدل بسنده کرده است.

مالافیف و آواستی(۲۰۱۷) در پژوهشی با عنوان بهینه سازی پویای سبد سرمایه گذاری به بررسی مشکل انتخاب سبد سرمایه گذاری توسط سرمایه گذاران پرداختند و با استتفاده از مدل بهینه سازی پویا راه حلی برای این موضوع ارائه دادند.

ژو و دنگ(۲۰۱۹) در مقاله ای با عنوان حل مشکل بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از رفتارهای همکارانه به بررسی رفتار فردی و ائتلافی دو مدیر سرمایه گذاری فرضی پرداختند. نتایج پژوهش ایشان نشان داد که در موقعیت های همکارانه، مدیران سرمایه گذاری محتاط شده و به منظور پوشش ریسک سبد خود راهکارهای پوششی اتخاذ می نمایند.

۳- روش‌شناسی پژوهش

هدف کلی از این پژوهش ارائه الگو جهت بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از نظریه بازی ها می باشد. هدف از انتخاب روش پژوهش آن است که مشخص شود چه روشی اتخاذ گردد تا اهداف پژوهش سریعتر، آسانتر و کم هزینه تر تحقق یابد و این امر به هدف ها، ماهیت موضوع پژوهش و امکانات محقق بستگی دارد. پژوهش حاضر در زمینه شناخت و تحلیل یک روش حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از نظریه بازی ها می‌باشد. در این پژوهش ابتدا مدل بهینه سازی سبد بر مبنای نظریه بازی ها معرفی شده و مورد بررسی قرار می گیرد.

مراحل تحقیق به شرح زیر می‌باشد:

۱) جمع‌آوری ادبیات موضوعی با بهره‌گیری از کتاب‌ها، مجلات، و سایت‌های اطلاع رسانی
۲) تدوین ادبیات موضوعی تحقیق
۳) جمع آوری داده‌های مرتبط با متغیرهای تحقیق
۴) ارائه الگوی پیشنهادی، تجزیه و تحلیل الگو با استفاده از ورود داده ها به الگو و کسب خروجی
۵) نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادهای لازم

در این پژوهش قصد داریم ابتدا بازیگران بازار را به پنج گروه تقسیم نماییم:

- بازیگر بزرگ: بازیگر بزرگ در واقع همان شاخص بازار است. بازیگر بزرگ قدرتی برای شکل دهی روند بازار داشته و سایر بازیگران بازار سعی بر آن دارند تا با ائتلاف با یکدیگر بازیگر بزرگ را شکست دهند.
- بازیگر بدون ریسک: بازیگر بدون ریسک، قصد پذیرش هیچ گونه ریسکی را ندارد. لذا این سرمایه گذار صرفا در اوراق بهادار بدون ریسک سرمایه گذاری نموده و عایدی وی نرخ بازدهی بدون ریسک خواهد بود.
- بازیگر مخالف: بازیگر مخالف علاقه‌مند به حرکت در خلاف جهت بازیگر بزرگ است. به زبان مالی بازیگر مخالف صرفا در سهام و اوراق بهادار با بتای منفی سرمایه گذاری می نماید.
- بازیگر ریسک گریز(کم ریسک): بازیگر کم ریسک در سهام و اوراق بهادار با بتای کمتر از یک سرمایه گذاری می نماید.

- بازیگر ریسکی(پر ریسک): بازیگر پر ریسک در سهام و اوراق بهادار با بتای بیشتر از یک سرمایه گذاری می نماید.

فرض بر آن است که بازیگر بزرگ ۷ استراتژی برای بازی خواهد داشت. هر یک از اوراق بهادار بر اساس معیار بتا به عنوان یکی از استراتژی ها برای یکی از سایر بازیگران در نظر گرفته می شود. به عنوان مثال اوراق بهادار الف و ب با بتا های ۱,۲ و ۱,۵ استراتژی های بازیگر پر ریسک خواهند بود. با فرض اینکه بازیگر پر ریسک صرفا همین دو استراتژی را دارد، جدول عایدی وی ۶ حالت خواهد داشت که هر حالت عایدی استراتژی بازیگر پر ریسک در مقایسه با استراتژی بازیگر بزرگ را نشان خواهد داد.

بازیگران هر یک به صورت انفرادی یک عایدی (مطلوبیت) خواهند داشت. بدیهی است بازیگران تنها در صورتی در یک ائتلاف شرکت خواهند کرد که مطلوبیت و عایدی ناشی از ائتلاف، از مطلوبیت و عایدی که هر یک از بازیگران به صورت انفرادی کسب می نمود و یا نسبت به سایر ائتلاف هایی که بازیگر امکان ورود به آن ها را داشت، مساوی یا بیشتر باشد. احتمال تشکیل هر ائتلاف با استفاده از تعداد شرکت کنندگان در ائتلاف نسبت به کل بازیگران تعیین می شود. سپس مطلوبیت هر بازیگر با استفاده از میزان احتمال تشکیل ائتلاف و عایدی مورد انتظار محاسبه خواهد شد. در انتها نیز وزن کلی هر یک از بازیگران و نیز استراتژی هر بازیگر بر مبنای مدل استفاده شده در تحقیق محاسبه خواهد شد. وزن کلی هر بازیگر به معنای میزان پرتفوی تخصیص یافته به اوراق بدون ریسک، اوراق بهادار با بتای منفی، اوراق بهادار کم ریسک و اوراق بهادار پر ریسک خواهد بود و وزن هر استراتژی معرف وزن هر ورقه بهادار در سبد بهینه خواهد بود. با توجه به اینکه بازیگران بازار توانسته اند با استفاده از ائتلاف میان خود به مطلوبیتی بالاتر از مطلوبیت و عایدی انفرادی و یا سایر ائتلاف های مشابه دست یابند، سبد سرمایه گذاری در این حالت بهینه خواهد بود.

مطلوبیت هر بازیگر با استفاده از سه معیار محاسبه خواهد شد، که منطق محاسبه ی آن بدین صورت است؛

- چنانچه بازدهی استراتژی بازیگر بیش از بازدهی بازیگر بزرگ (بازار) باشد ۱ واحد مطلوبیت مثبت و در غیر اینصورت ۱ واحد مطلوبیت منفی.
- چنانچه بازدهی استراتژی بازیگر، نسبت به بازدهی اوراق بدون ریسک پیشتاز باشد، ۱ واحد مطلوبیت مثبت و در غیر اینصورت ۱ واحد مطلوبیت منفی.
- چنانچه بازدهی تعدیل شده با ریسک (نسبت شارپ) استراتژی بازیگر، بیش از نسبت شارپ بازیگر بزرگ یا بازار باشد، ۱ واحد مطلوبیت مثبت و در غیر اینصورت ۱ واحد مطلوبیت منفی.

مطلوبیت کل، مجموع امتیاز مطلوبیت سه معیار فوق می‌باشد. رابطه محاسبه مطلوبیت بصورت ذیل خواهد بود؛

رابطه ۱

$$Utility = \begin{cases} \forall\, r_i > r_m : U_1 = 1, & \forall\, r_i < r_m : U_1 = -1 \\ \forall\, r_i > r_f : U_2 = 1, & \forall\, r_i < r_f : U_2 = -1 \\ \forall\, SR_i > SR_m : U_3 = 1, & \forall\, SR_i < SR_m : U_3 = -1 \end{cases} ; U_i = U_1 + U_2 + U_3 + 3$$

لازم به ذکر است. جهت جلوگیری از منفی شدن مطلوبیت، عدد سه در پایان به مطلوبیت اضافه شده است. مطلوبیت حاصل از یک ائتلاف فرضی S، با حاصل جمع مطلوبیت بازیگران شرکت کننده در ائتلاف می باشد.

رابطه ۲

$$U_s = \sum_{i \in S} U_i$$

U_s به عنوان عایدی یا مطلوبیت هر ائتلاف، ماده اولیه ماتریس *Pay_Off* (رابطه) بوده و جهت محاسبه راه حل بهینه در ائتلاف مربوطه، وارد رابطه ۳ خواهد شد. با توجه به اینکه ۴ بازیگر در این پژوهش جهت ائتلاف در مقابل بازیگر بزرگ (بازار) تعریف شده است (شامل؛ بازیگر مخالف؛ بازیگر بدون ریسک، بازیگر ریسک گریز و بازیگر ریسک پذیر) پژوهش حاضر با ۱۵ ائتلاف و به تبع آن ۱۵ مسئله ($۲^۴$-۱) جهت محاسبه راه حل بهینه‌ی ائتلاف مواجه خواهد بود.

اگر بازیگر اول، m استراتژی و بازیگر دوم، n استراتژی داشته باشند، پیامدهای احتمالی بازی را می‌توان به وسیله ماتریس سود و زیان نشان داد؛

رابطه ۳

$$pay\ off = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,n} \end{bmatrix}$$

ماتریس فوق، a_{ij} منفعت بازیگر اول را نشان می‌دهد، در صورتی‌که بازیگر اول استراتژی i و بازیگر دوم استراتژی j را اتخاذ نماید. در بازی جمع صفر سود بازیگر اول به منزله ضرر بازیگر دوم و بالعکس می‌باشد بنابراین حداقل سود هر بازیگر به منزله حداکثر سود انتظاری رقیب می باشد. چنانچه بازیگر اول استراتژی i را انتخاب نماید حداقل سود او $\min_j a_{ij}$ است، یعنی کمترین سود انتظاری در ردیف i ماتریس فوق. در اینجا بازیگر اول به دنبال اتخاذ یک استراتژی است که حداقل سود خود را به حداکثر برساند. به عبارت دیگر استراتژی مورد نظر او کمترین پیامد منفی را برای او داشته باشد. بنابراین پیامد مورد انتظار او $\max_i \min_j a_{ij}$ است. با اتخاذ این استراتژی، پیامد بازی برای ممکن است بهتر باشد اما بدتر نیست. در مقابل بازیگر دوم از این می‌ترسد که بازیگر اول از اطلاعات و رفتار او باخبر باشد و چنانچه اُمین استراتژی را انتخاب نماید بزرگترین عضو ستون j ام که حداکثر سود بازیگر اول است به منزله‌ی حداقل سود بازیگر دوم بوده و بازیگر دوم طوری استراتژی خود را انتخاب خواهد نمود که این حداکثر زیاد به حداقل برسد. بنابراین به دنبال اتخاذ پیامد انتخاب استراتژی او $\min_j \max_i a_{ij}$ خواهد بود. تصمیم دو بازیگر زمانی در تعادل خواهد بود که برابری ذیل برقرار باشد.

رابطه ۴

$$\min_j \max_i a_{ij} = \max_i \min_j a_{ij}$$

به این حالت تعادل نش گفته می شود. در تئوری بازیها، تعادل نش (جان فوربز نش) راه حلی از تئوری بازی است که شامل دو یا چند بازیکن، که در آن فرض بر آگاهی هر بازیکن به استراتژی تعادل بازیکنان دیگر است و

بدون هیچ بازیکنی که فقط برای کسب سود خودش با تغییر استراتژی یک جانبه عمل کند. اگر هر بازیکنی استراتژی را انتخاب کند هیچ بازیکنی نمی‌تواند با تغییر استراتژی خود در حالی که نفع بازیکن دیگر را بدون تغییر نگه داشته باشد عمل کند، سپس مجموعه انتخاب‌های استراتژی فعلی و بهره‌مندی مربوطه، تعادل نش را تشکیل می‌دهد. لازم به ذکر است در تعادل نش لزوماً بهترین بهره‌وری کل برای همه بازیکنان مربوطه برقرار نخواهد بود.

در بیشتر بازی‌ها یک بازیگر می‌خواهد استراتژی را انتخاب نماید که بیشتر به وسیله بازیگر رقیب پیش‌بینی نشده باشد. در چنین بازی هایی بدیهی است هیچ بازیگری نمی خواهد، بازیگر رقیب رفتار او را دقیقاً پیش‌بینی کند. بنابراین بازیگر اول استراتژی i را با احتمال P_i انتخاب و بازیگر دوم استراتژی j را با احتمال q_j انتخاب خواهد نمود. لذا پیامد استراتژی بازیگر اول برابر خواهد بود با حداقل امید ریاضی سود در انتخاب هر استراتژی با توجه به احتمال انتخاب استراتژی از سوی بازیگر رقیب؛

رابطه ۵
$$v = \underset{i}{Min}\left(\sum_{i=1}^{n} a_{i,1}p_{i,1}\,,\sum_{i=1}^{n} a_{i,2}p_{i,2}\,,\ldots,\sum_{i=1}^{n} a_{i,m}p_{i,m}\right)$$

و بازیگر اول استراتژی خود را بر اساس حداکثر کردن v انتخاب خواهد نمود.

رابطه ۶
$$Max\, v\,;\quad st\colon \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \quad,\ p_i \geq 0 \quad \forall i$$

متقابلاً پیامد استراتژی انتخابی بازیگر دوم برابر با u بوده و این بازیگر به دنبال کمینه کردن آن خواهد بود

رابطه ۷
$$u = \underset{i}{Max}\left(\sum_{j=1}^{m} a_{1,j}q_{1,j}\,,\sum_{j=1}^{m} a_{2,j}q_{2,j}\,,\ldots,\sum_{j=1}^{m} a_{n,j}q_{n,j}\right)$$

رابطه ۸
$$Min\, u\,;\quad st\colon \sum_{j=1}^{m} q_j = 1 \quad,\ q_j \geq 0 \quad \forall j$$

در حال تعادل نش، هر دو بازیگر با فرض آگاهی تعادل سایر بازیگران، استراتژی خود را اتخاذ می نماید بنابراین حالت تعادل کلی یک بازی، با مدل بهینه سازی ذیل تعیین خواهد شد.

$$Max\ (v-u)$$
$$st:$$
$$u \le \sum_{j=1}^{m} a_{1,j} q_{1,j} \quad \forall i$$
$$v \le \sum_{i=1}^{n} a_{i,1} p_{i,1} \quad \forall j$$
$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1\ , \sum_{j=1}^{m} q_j = 1$$
$$p_i \ge 0\ \forall i\ , \quad q_j \ge 0\ \ \forall j$$

رابطه ۹

با محاسبه تعادل نش، و محاسبه احتمال اتخاذ هر استراتژی p_i و اتخاذ هر استراتژی توسط رقیب q_j، ارزش بازی برای هر بازیگر محاسبه خواهد شد.

$$v(s) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_i^* q_j^* a_{ij}$$

رابطه ۱۰

در نظریه بازی های همکارانه تمرکز اصلی بر شکل گیری ائتلاف های ممکن و محاسبه مازادی است که از طریق شکل گیری هر ائتلاف عاید مجموع بازیکنان می شود.

در یک بازی عمومی با n بازیکن، هر زیر مجموعه ای (به جز مجموعه تهی) از مجموعه بازیکنان می تواند یک ائتلاف باشد. در هر بازی با ائتلاف فرضی s، می‌توان یک $v(s)$ تعریف کرد که به آن تابع مشخصه[۱۲] نیز می-گویند. در واقع برای هر ائتلاف $S \subset N$ میتوان یک $v(s)$ تعریف کرد که نشان دهنده‌ی کل مطلوبیتی است که اعضای ائتلاف از همکاری با یکدیگر بدست می‌آورند، بدون آنکه این نکته در نظر گرفته شود که بازیکنان خارج از این ائتلاف چه استراتژی هایی را اتخاذ می نمایند. می توان گفت در این بازی شرکت کنندگان در ائتلاف S با سایر بازیکنان که ائتلاف نیستند یک بازی غیر همکارانه انجام می‌دهند.

بازی‌های ائتلاف استاندارد، بازی‌هایی از تئوری بازی ائتلاف هستند که منجر به بیشترین مطلوبیت خواهند شد. بازی ائتلافی که این دو ویژگی عمومی را داشته باشند بازی استاندارد[۱۳] هستند:

- می‌بایست بازی مزبور، دارای حالت خاص باشد که بصورت $2^N \to \mathbb{R}$ تعریف می گردد.
- دارای هم‌افزایی[۱۴] در ائتلاف باشد.

درون یک ائتلاف، بازیگران همواره حداقل همان منفعتی که در بازی غیر همکارانه خواهند داشت را کسب خواهند نمود. یعنی همکاری دو بازیگر با یکدیگر منجر به هم‌افزایی خواهد شد. هم‌افزایی بصورت ذیل تعریف می گردد؛

رابطه ۱۱

$$v(S_1,S_2) \supset \left\{x \in \mathbb{R}^{|S_1 \cup S_2|} / (x_i)_{i \in S_1} \in v(s_1), (x_j)_{j \in S_1} \in v(s_2)\right\} \quad \forall S_1 \subset N, \quad \forall S_2 \subset N, \quad S_1 \cap S_2 = \emptyset$$

or

رابطه ۱

$$v(S_1, S_2) > v(S_2) + v(S_1) \quad \forall S_1 \subset N, \quad \forall S_2 \subset N, \quad S_1 \cap S_2 = \emptyset$$

با این اوصاف با ورود یک بازیگر به ائتلاف به چه میزان ارزش بازی $v(s)$ افزایش خواهد یافت، در اینجا جهت تخصیص مازاد مطلوبیت یا منفعت حاصل شده مفهوم ارزش شپلی[۱۵] مطرح می‌شود. ارزش شپلی برای هر مشارکت کننده ائتلاف در یک بازی با n بازیکن با محاسبه احتمال وقوع هر ائتلاف و ارزش مازاد هر ائتلاف، بصورت روابط ذیل تعیین خواهد شد؛

رابطه ۱۳

$$\varphi_i(v) = \sum_{i \in S} \frac{(n - |S|)!\,(|S| - 1)!}{n!} [v(S) - v(S\backslash\{i\})] \quad i \in S$$

$\varphi_i(v)$ ارزش شپلی بازیکن i ، n تعداد کل بازیکنان، s تعداد بازیکن هر ائتلاف، $v(s)$ ارزش یک بازی با ائتلاف، $v(s\backslash\{i\})$ ارزش بازی ائتلاف بدون بازیگر i. در واقع ارزش شپلی، ارزش افزوده بازیگر i به شرط ورود به هر ائتلاف را با توجه به احتمال ورود بازیگر به ائتلاف ها، محاسبه می کند. لازم به ذکر است مجموع ارزش شپلی کل با عنوان تابع مشخصه شناخته می شود.

رابطه ۱۴

$$v(N) = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(v)$$

در مدل بهینه سازی پرتفوی ارزش شپلی می‌تواند وزن هر ائتلاف را تعیین کرده و مبنای محاسبه وزن هر سهم در پرتفوی بهینه باشد.

با محاسبه راه حل بهینه، با استفاده از رابطه ۱۰ ارزش هر یک از این ۱۶ ائتلاف $v(s)$ بدست می‌آید، و بیانگر آن است که مطلوبیت کل، یک بازی ائتلاف برای مشارکت کنندگان به چه میزان است. ائتلافی که بیشترین ارزش را ایجاد خواهد کرد، مبنای مدل بهینه سازی پرتفوی خواهد بود. با توجه به قضیه هم‌افزایی و رابطه ۱۱ و رابطه ۱۲، بدیهی‌ست که مشارکت تمامی بازیگران در ائتلاف، به بیشترین ارزش بازی و مطلوبیت $v(s)$ می‌انجامد.

در گام بعدی ارزش مازاد هر یک از ۴ بازیگر تعریف شده، با استفاده از روش ارزش شپلی (رابطه ۱۳) محاسبه خواهد شد. همانطور که اشاره شد ارزش شپلی بازیگر i نشان می‌دهد که ورود بازیگر i به هر یک ۱۶ ائتلاف مزبور، با مد نظر قرار دادن احتمال ورود آن به ائتلاف‌ها، به طور میانگین به چه میزان موجب افزایش مطلوبیت خواهد شد. این شاخص، به نوعی ارزش چانه زنی هر یک از بازیگران جهت ورود به ائتلاف ها را نشان می دهد. نتیجه نهایی این محاسبات بردار شپلی[۱۶] است.

رابطه ۲

$$Shapley\ Vector\colon\ \varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4)$$

با استاندارد سازی بردار شپلی می توان وزن هر بازیگر یا به نوعی قدرت چانه زنی هر بازیگر قابل محاسبه خواهد بود. لازم به ذکر است وزن هر بازیگر P_i با تقسیم ارزش شپلی آن بازیگر به تابع مشخصه (رابطه ۱۱) محاسبه می‌گردد.

از راه‌حلی که جواب بهینه $v(S)$ $S = \{1,2,3,4\}$ را ارائه می نماید، امکان رخداد استراتژی هایی که برآورد نماید که ابزارهای سرمایه گذاری هر یک از بازیگران ۱، ۲، ۳ و ۴ توسط این بازیگران انتخاب می شوند، به ترتیب معادل α_j^*، β_k^*، γ_h^* و δ تعریف می‌شود.

δ بازیگر بدون ریسک، α بازیگر مخالف ریسک گریز ($j=1,2, \dots, n$)، β بازیگر ریسک گریز ($k=1,2, \dots, m$) و γ بازیگر ریسک پذیر ($h=1, 2, 3, \dots, H$) است که بازیگر بدون ریسک تنها یک ابزار سرمایه گذاری خواهد داشت.

درصد سرمایه گذاری ابزار سرمایه گذاری j در گزینه های سرمایه گذاری بازیگر α در کل سبد سرمایه‌گذاری برابر با رابطه ذیل خواهد بود؛

رابطه ۳

$$W_j = p(\alpha)\, \alpha_j^* \sum_{k,h} \beta_k^*\, \gamma_h^*\, \delta$$

همچنین درصد سرمایه گذاری ابزار سرمایه گذاری k در گزینه های سرمایه‌گذاری بازیگر β و ابزار سرمایه گذاری k در گزینه های سرمایه‌گذاری بازیگر γ، و درصد سرمایه گذاری ابزار سرمایه‌گذاری بدون ریسک (δ) در کل سبد سرمایه‌گذاری برابر با روابط ذیل خواهد بود؛

رابطه ۴

$$W_k = p(\beta)\, \beta_k^* \sum_{j,h} \alpha_j^*\, \gamma_h^*\, \delta$$

رابطه ۵

$$W_h = p(\gamma)\, \gamma_h^* \sum_{k,j} \alpha_j^*\, \beta_k^*\, \delta$$

رابطه ۶

$$W_\delta = p(\delta)\, \delta \sum_{k,j,h} \alpha_j^*\, \beta_k^*\, \gamma_h^* \xrightarrow{\sum_{k,j,h} \alpha_j^*\, \beta_k^*\, \gamma_h^* = 1} W_\delta = p(\delta)$$

پس از محاسبه سبد دارایی ها، عملکرد سبد بر اساس معیار ترینر با عملکرد شاخص بازار مقایسه می گردد. شاخص ترینر به شرح ذیل محاسبه می‌گردد:

رابطه ۷

$$T_p = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}$$

پس از شفاف شدن فضای کلی پژوهش، از این پس جزئیات دقیق این پژوهش را عنوان خواهیم نمود. اطلاعات جامعه و نمونه آماری برای سال های ۱۳۸۵ الی ۱۳۹۶ بررسی و بازدهی پیش بینی شده به همراه نسبت شارپ پیش بینی شده هر سهم برای هر سال در ابتدای آن محاسبه می گردد. سپس از طریق بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از نظریه بازی ها و به ویژه بازی ائتلاف استاندارد به پرتفوی مورد انتظار خواهیم رسید. نتایج پرتفوی

بهینه پیشنهادی برای هر سال با بازدهی شاخص کل برای همان سال مقایسه شده و در نهایت عملکرد سبد بهینه شده بر مبنای نظریه بازی ها با عملکرد شاخص کل مقایسه می گردد.

از نظر علم آمار استنباطی، تفاوت دو شاخص برای دو نمونه باید از نظر آماری ، معنی داری آن احراز شود. یعنی اگر ادعا شود که یک شاخص برای نمونه ۱ بزرگتر از آن شاخص در نمونه ۲ است باید تصادفی بودن تفاوت آن یا فرضیه برابری آن رد شود. تفاوت عملکرد دو پرتفوی نیز که بوسیله شاخص شارپ محاسبه می شود، باید از نظر آماری بررسی شود. یعنی برای احراز برتری عملکرد یک پرتفوی از دیگری می بایست معنی دار بودن تفاوت معیار ارزیابی عملکرد آن اثبات شود. در این راستا جابسون و کورکی (۱۹۸۱) ، آماره ای را برای بررسی معنی دار بود تفاوت شاخص شارپ و ترینر معرفی نمودند. آماره **z** جابسون کورکی برای نسبت شارپ بصورت رابطه ۲۱ محاسبه می شود:

رابطه ۸
$$z = \frac{\sigma_1(\mu_2) - \sigma_2(\mu_1)}{\sqrt{\theta}}$$

رابطه ۹
$$\theta = \frac{1}{T}\left(2\sigma_1^2\sigma_2^2 - 2\sigma_1\sigma_2\sigma_{1,2} + \frac{1}{2}\mu_1^2\sigma_2^2 + \frac{1}{2}\mu_2^2\sigma_1^2 - \frac{\mu_1\mu_2}{2\sigma_1\sigma_2}\left(\sigma_{1,2}^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2\right)\right)$$

بر اساس این آماره فرضیه صفر، برابری یا کوچکتر بودن نسبت شارپ در روش سنتی و کلاسیک بهینه سازی پرتفوی بوده و فرضیه ادعا عملکرد بهتر استراتژی معرفی شده‌ی پژوهش است و همچنین آماره z از توزیع نرمال تبعیت می کند.(Jobson & Korkie, 1981)

$$\begin{cases} H_0: SR_1 - SR_2 = 0 \\ H_1: SR_1 - SR_2 \neq 0 \end{cases}$$

همچنین آماره **z** جابسون کورکی برای نسبت ترینر بصورت رابطه۲۳ محاسبه می شود:

رابطه ۱۰
$$Z_{Tr} = \frac{\frac{\sigma_{1,m}}{\sigma_m^2}(\mu_2) - \frac{\sigma_{2,m}}{\sigma_m^2}(\mu_1)}{\sqrt{\psi}}$$

رابطه ۱۱
$$\psi = \frac{1}{T}\Big(\sigma_1^2\sigma_{2,m}^2 + \sigma_2^2\sigma_{1,m}^2 - 2\sigma_{1,m}\sigma_{2,m}\sigma_{1,2} + \mu_1^2\left(\sigma_m^2\sigma_2^2 - \sigma_{2,m}^2\right) + \mu_2^2\left(\sigma_m^2\sigma_1^2 - \sigma_{1,m}^2\right) - 2\mu_1\mu_2\left(\sigma_m^2\sigma_{1,2} - \sigma_{1,m}\sigma_{2,m}\right)\Big)$$

بر اساس این آماره، فرضیه صفر، برابری یا کوچکتر بودن نسبت ترینر در دو پرتفوی بوده و فرضیه ادعا تفاوت عملکرد دو پرتفوی است و همچنین آماره z از توزیع نرمال تبعیت می کند.

$$\begin{cases} H_0: Tr_1 - Tr_2 = 0 \\ H_1: Tr_1 - Tr_2 \neq 0 \end{cases}$$

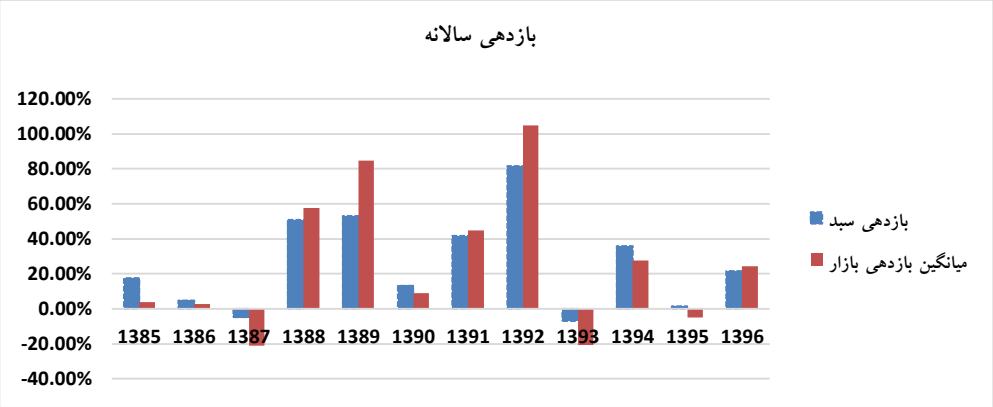
روش‌های تجزیه و تحلیل داده‌ها در روش شناسی تحقیق به تفضیل تشریح شده‌اند. ابزارهای تجزیه و تحلیل نیز شامل نرم افزارهای آماری مختلف هستند که قابلیت تجزیه و تحلیل این داده‌ها را داشته باشند. ابزارهای تجزیه و تحلیل داده ها در این پژوهش نرم افزار Matlab می باشد.

۴- یافته های پژوهش

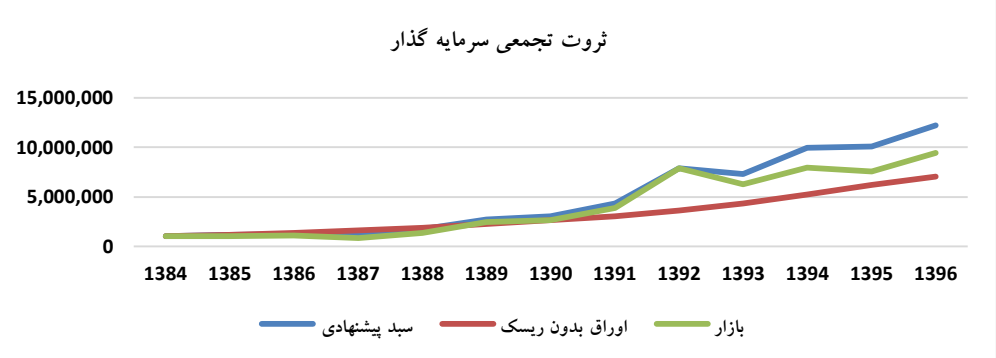
برای محاسبه ی سبد بهینه ابتدا استراتژی‌های سرمایه‌گذاری هر بازیگر به همراه مطلوبیت آن محاسبه گردیده است، سپس بر اساس حل بازی جمع صفر (Zero-Sum Game) ارزش شپلی بر اساس ارزش حضور هر بازیگر در ائتلاف‌ها محاسبه شده و با استاندارد سازی ارزش شپلی اوزان پرتفوی بهینه محاسبه شده است.

پس از تشکیل سبد بهینه با استفاده از مشارکت بازیگران مختلف بازار در ائتلاف علیه بازیگر بزرگ(شاخص کل) بایستی عملکرد سبد پیشنهادی را با عملکرد شاخص کل مقایسه نمود. در صورت برتری عملکرد سبد پیشنهادی و بیشتر بودن بازدهی به ازای ریسک تحمل شده می توان نسبت به اثبات فرضیات پژوهش مبنی اینکه سبد پیشنهادی با استفاده از نظریه بازی ها قادر به شکست بازار می باشد اقدام نمود.

در محاسبه بازدهی شاخص کل از تقسیم عدد شاخص در انتهای سال بر عدد شاخص در ابتدای سال استفاده گردیده و به منظور محاسبه انحراف معیار از داده های روزانه استفاده شده است؛ به طوریکه، انحراف معیار روزانه شاخص کل در مجذور تعداد روزهای کاری سال ضرب و انحراف معیار سالانه بازدهی شاخص محاسبه گردیده است. همچنین بازدهی و انحراف معیار سبد نیز به طریق مشابه شاخص کل محاسبه گردیده است. خلاصه نتایج عملکرد سبد پیشنهادی و شاخص کل بازار به شرح ذیل می باشد:



(نمودار شماره ۱)



در ادامه به مقایسه عملکرد(در نظر گرفتن ریسک و بازدهی به صورت همزمان) سبد سرمایه گذاری پیشنهادی تئوری بازی ها و عملکرد شاخص کل به عنوان نماینده بازار می پردازیم. شاخص ترینر شاخصی است که بازده اضافی نسبت به نرخ بدون ریسک را بر مبنای ریسک سیستماتیک تعدیل نموده و عملکرد دو سبد سرمایه گذاری(در این پژوهش عملکرد سبد پیشنهادی نظریه بازی ها و شاخص کل بازار) را بر اساس ریسک سیستماتیک ارزیابی می نماید. همچنین شاخص شارپ نیز پاداش اضافی نسبت به بازده بدون ریسک را بر مبنای انحراف معیار بازدهی(معیاری از ریسک کل سرمایه گذاری) تعدیل نموده و عملکرد دو سبد سرمایه گذاری را بر مبنای ریسک کل ارزیابی می نماید. معیارهای ارزیابی عملکرد شارپ و ترینر برای سبد پیشنهادی نظریه بازی ها و شاخص کل بازار به شرح ذیل می باشد:

(جدول ۱)

سال	سبد		بازار		عملکرد سبد نسبت به بازار بر مبنای شاخص ترینر	عملکرد سبد نسبت به بازار بر مبنای شاخص شارپ	نتیجه کلی
	شاخص ترینر	شاخص شارپ	شاخص ترینر	شاخص شارپ			
۱۳۸۵	**۰,۰۱۷۱**	**۰,۲۵۳۸**	**۰,۱۲۲۲-**	**۲,۵۰۵۵-**	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۸۶	۰,۱۱۵۲-	۲,۱۴۳۱-	۰,۱۳۴۶-	۲,۰۵۳۹-	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۸۷	۰,۲۳۸۷-	۵,۰۳۹۵-	۰,۳۹۰۱-	۳,۷۵۰۶-	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۸۸	۱,۲۷۸۴	۵,۸۲۳۳	۰,۳۹۳۹	۴,۱۵۴۱	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۸۹	۰,۳۹۶۲	۴,۶۹۵۸	۰,۶۴۶۸	۶,۳۲۴۷	مغلوب	مغلوب	مغلوب
۱۳۹۰	۰,۰۴۱۳-	۰,۴۵۲۲-	۰,۰۷۹۵-	۰,۷۰۵۴-	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۹۱	۰,۳۱۵۲	۲,۶۱۴۱	۰,۲۹۷۵	۲,۴۰۰۳	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۹۲	۰,۷۶۶۶	۶,۰۲۶۸	۰,۸۴۶۹	۵,۶۱۷۴	مغلوب	پیروز	مبهم
۱۳۹۳	۰,۳۱۴۹-	۴,۲۱۲۹-	۰,۴۰۸۶-	۴,۰۴۶۵-	پیروز	پیروز	پیروز

سال	سبد		بازار		عملکرد سبد نسبت به بازار بر مبنای شاخص ترینر	عملکرد سبد نسبت به بازار بر مبنای شاخص شارپ	نتیجه کلی
	شاخص ترینر	شاخص شارپ	شاخص ترینر	شاخص شارپ			
۱۳۹۴	۰,۵۱۰۵	۱,۴۰۲۵	۰,۰۷۵۷	۰,۶۵۴۶	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۹۵	۰,۲۰۶۸-	۳,۰۶۱۱-	۰,۲۲۸۹-	۳,۴۹۲۱-	پیروز	پیروز	پیروز
۱۳۹۶	۰,۰۹۲۷	۱,۵۶۶۵	۰,۱۰۲۷	۱,۸۴۲۸	مغلوب	مغلوب	مغلوب

برای ارزیابی عملکرد دو سبد سرمایه گذاری بر مبنای شاخص های شارپ و ترینر قاعده کلی بر آن است که در صورتی که عدد شاخص مثبت باشد، شاخص بیشتر معرف عملکرد بهتر می باشد. همچنین در صورتی که شاخص یکی از دو سبد مثبت و دیگر منفی باشد، سبد دارای شاخص مثبت عملکرد بهتری ارائه نموده است. در صورتی که هر دو سبد بازدهی کمتر از بازدهی بدون ریسک ارائه نموده باشند، عدد شاخص شارپ و احتمالا شاخص ترینر(در صورتی که بتای سبد منفی نباشد) عددی منفی خواهد بود. در این صورت تفسیر و ارزیابی عملکرد سبدهای سرمایه گذاری بر مبنای این دو شاخص مستلزم بررسی دقیق تر ریسک و بازدهی است. به عنوان مثال در سال ۱۳۸۶ سبد پیشنهادی نظریه بازی ها ۴,۸۶ درصد و شاخص کل ۲,۵۴ درصد بازدهی ارائه نموده اند که هر دو کمتر از نرخ بازدهی بدون ریسک(۱۶ درصد) در همان سال می باشد. هرچند که در این سال، عدد شاخص شارپ سبد پیشنهادی کوچکتر(منفی تر) از عدد شاخص شارپ بازار می باشد، لیکن هم بازدهی سبد پیشنهادی بیش از بازدهی بازار بوده است و هم انحراف معیار آن کوچکتر از انحراف معیار بازار می باشد. لذا می توان نتیجه گرفت که سبد پیشنهادی در این سال از نظر شاخص شارپ، بازار را شکست داده است.

همچنین در تفسیر معیارهای ارزیابی عملکرد این احتمال وجود دارد که معیار شارپ و معیار ترینر رتبه بندی متفاوتی از یکدیگر ارائه دهند. در این صورت نمی توان با قطعیت نسبت به بهتر بودن عملکرد یک سبد نسبت به دیگری اظهار نظر نمود. به عنوان مثال در سال ۱۳۹۲ سبد پیشنهادی نظریه بازی ها از منظر معیار شارپ عملکرد بهتری نسبت به بازار داشته است لیکن از منظر معیار ترینر مغلوب بازار شده است و ارزیابی کلی از عملکرد این سال مبهم است.

با توجه به توضیحات فوق و همانگونه که در جدول فوق نیز مشاهده می گردد، سبد پیشنهادی نظریه بازی ها از منظر معیار شارپ در تمامی سال های مورد بررسی به جز سال های ۱۳۸۹ و ۱۳۹۶ عملکرد بهتری نسبت به شاخص کل بازار ارائه نموده است. از منظر معیار ترینر نیز، سبد پیشنهادی نظریه بازی ها تنها در سال های ۱۳۸۹، ۱۳۹۲ و ۱۳۹۶ مغلوب بازار گردیده است. در یک جمع بندی کلی می توان گفت که عملکرد سبد پیشنهادی در سال های ۱۳۸۹ و ۱۳۹۶ مغلوب و در سایر سال ها به جز سال ۱۳۹۲ نسبت به عملکرد شاخص کل بازار پیروز است. ارزیابی عملکرد سال ۱۳۹۲ با توجه به رتبه بندی متفاوت معیارهای شارپ و ترینر مبهم می باشد.

(جدول ۲)

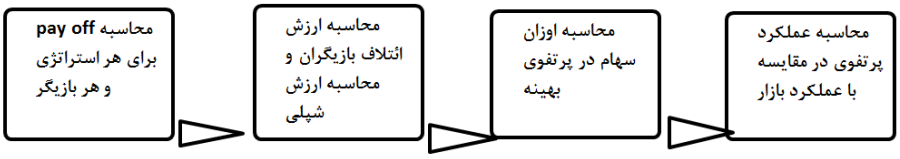
سال	عملکرد سبد نسبت به بازار بر مبنای شاخص ترینر	عملکرد سبد نسبت به بازار بر مبنای شاخص شارپ	نتیجه کلی	معنی داری در سطح اطمینان ۹۵ درصد
1385	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1386	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1387	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1388	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1389	مغلوب	مغلوب	مغلوب	معنی دار
1390	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1391	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1392	مغلوب	پیروز	مبهم	معنی دار
1393	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1394	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1395	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار
1396	مغلوب	مغلوب	مغلوب	عدم رد فرضیه صفر
کل دوره	پیروز	پیروز	پیروز	معنی دار

با توجه به نتایج آزمون جابسون کرکی برای فرضیات پژوهش تقریبا تمامی نتایج بدست آمده از پیروزی و شکست مدل از نظر آماری تایید گردید و تنها فرضیه پایین تر بودن عملکرد سبد پیشنهادی بر اساس معیار شارپ نسبت به عملکرد شاخص کل بازار در سال ۱۳۹۶ از نظر آماری تایید نگردید. با توجه به تایید شدن فرضیه های فرعی پژوهش مبنی بر عملکرد بهتر سبد پیشنهادی نظریه بازی ها نسبت به شاخص بازار از منظر معیارهای شارپ و ترینر، می توان فرضیه اصلی پژوهش مبنی بر بهینه بودن سبد پیشنهادی نظریه بازی ها و ارائه بازده بیشتر در سطح معینی از ریسک را تایید نمود.

۵- نتیجه گیری و بحث

مساله تصمیم گیری سالیان متمادی موضوع ذهن بشری بوده است. گاهی با آزمون و خطا و گاهی با ابداع برخی تکنیک ها این امر محقق گشته است. تئوری بازی رویکردی است که نتایج مثبت و امیدوار کننده ای را به افراد منطقی ارائه می نماید. تلاش برای خلق سبد بهینه مستلزم بکارگیری تکنیک های جدیدی می باشد و توانسته است اهداف بشری را تا حدود زیادی محقق سازد.

بیشتر بودن بازدهی سبد حاصل از بازی ائتلاف نسبت به بازدهی بازار و نرخ بدون ریسک و نیز برتری این سبد در معیار ترینر نسبت به شاخص بازار نشان دهنده موفقیت الگو جهت ارائه سبد سرمایه گذاری بهینه می باشد.



مراحل پژوهش به شکل نگاره فوق می‌باشد. بر اساس یافته های این پژوهش این مقاله سبد سرمایه‌گذاری پیشنهادی با استفاده از تئوری بازی همکارانه در اکثر دوره ها و نیز در حالت کلی بر شاخص کل بازار قائق آمده و عملکرد بهتری نسبت به آن ارائه نماید. شکست دادن بازار در مدیریت فعال در عین اعتقاد به کارایی بازار از مساله های دیرین بشری در امر سرمایه‌گذاری بوده است که به وسیله تعریف یک بازی ائتلاف استاندارد قابل حل می باشد. نکته اساسی اینجاست که در حل این بازی از بازی با جمع صفر استفاده شده است بدین در این بازی حداقل یک پیروز و حداقل یک بازنده خواهیم داشت و مجموع برد همه بازیگران برابر صفر خواهد بود. در نتیجه می توان پیش بینی نمود که در صورتی که تمامی بازیگران بازار به صورت همزمان از این الگو و با داده های یکسان استفاده نمایند احتمال موفقیت الگو کاهش خواهد یافت.

مهمترین تفاوت میان یافته های این پژوهش(مدلی برای تشکیل سبد بهینه سرمایه گذاری با استفاده از نظریه بازی ها) با نتایج پژوهش پیشین آن است که در پژوهش های پیشین اعم از پژوهش های داخلی و یا خارجی در ارتباط با تشکیل سبد بهینه سرمایه گذاری، از بهینه سازی به معنای موازنه میان ریسک و بازدهی استفاده شده و در تمامی پژوهش های گذشته از بخشی از بازدهی در ازای کاهش بیشتر در مقدار ریسک صرف نظر گردیده است و یا سعی بر آن بوده است تا در سطح مشخصی از ریسک بیشترین بازدهی نصیب سرمایه گذار گردد، لیکن در این پژوهش جواب نهایی(مدل بهینه) نه بر اساس موازنه میان ریسک و بازدهی که بر اساس برتری و یا عدم برتری نسبت به شاخص بازار و بازدهی بدون ریسک بهنه گردیده است. به عبارت دیگر هرچند که مدل انتخاب سبد سرمایه گذاری بر اساس نظریه بازی ها از بهینه سازی استفاده شده است(در خلال حل بازی های تک انفرادی و ائتلافی با جمع صفر) لیکن بهینه سازی مزبور، موازنه میان ریسک و بازده نبوده است بلکه بهترین پاسخ بازیگر به شرایط بازار بررسی گردیده است. از این رو مدلی که به عنوان یافته این پژوهش ارائه گردید در صدد کاهش ریسک که به احتمال قوی منجر به کاهش بازدهی می شود، نیست بلکه در صدد آن است که همواره برتر از بازار و نرخ بدون ریسک عمل نماید.

تفاوت یافته های این پژوهش با مدل های مشابه در نظریه بازی ها، استفاده از مدل بازی های همکارانه در صنعت مالی و سرمایه گذاری است. پیشتر، از مدل بازی های همکارانه برای پژوهش های مرتبط با الکترونیک، مخابرات، اقتصاد و انتقال خطوط نفت و گاز و آب و ... استفاده گردیده بود لیکن با توجه به دشواری تعریف متغیرهای مالی به زبان نظریه بازی ها، کاربرد این نظریه در انتخاب سبد بهینه سرمایه گذاری بدیع بوده و سابقه اجرایی ندارد. تنها پژوهش انجام شده مشابه، پژوهش انجام شده به وسیله کوکاک(۲۰۱۴) می باشد لیکن وی در پژوهش خود از تعداد بسیار محدودی از سهام استفاده نموده و عایدی آنان را نیز با استفاده از نظر کارشناسان

برآورد کرده است لیکن پژوهش حاضر با نظام مند نمودن نحوه محاسبه عایدات از یک سو و ایجاد در بر گیری تعداد بسیار بیشتری از سهام در تشکیل مدل از سوی دیگر از مدل استفاده شده در تحقیق کوکاک برتری دارد.

فهرست منابع

* ابزری, م., کتابی, س., & عباسی, ع. (۱۳۸۴). بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از روش های برنامه ریزی خطی و ارائه ی یک مدل کاربردی. ویژه نامه حسابداری، مجله علوم اجتماعی و انسانی دانشگاه شیراز, ۲۲-۲.
* اسلامی بیدگلی, غ., & طیبی ثانی, ا. (۱۳۹۳). بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بر اساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان. فصلنامه علمی-پژوهشی دانش سرمایه گذاری.
* اصغرپور, م. (۱۳۹۳). تصمیم گیری گروهی و نظریه بازی ها با نگرش تحقیق در عملیات. تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
* تاتایی, پ., & رهنمای رودپشتی, ف. (۱۳۹۶). شکست بازار با استفاده از سبد توصیه شده بر مبنای بازی ائتلاف. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار, ۱-۲۴.
* تهرانی, ر., & نوربخش, ع. (۱۳۹۲). تئور یهای مالی (مدیریت مالی پیشرفته). نگاه دانش.
* خدامرادی, س., & راعی عزابادی, م. (۱۳۹۳). طراحی مدل ریاضی تامین مالی بهینه در شرکتهای هلدینگ صنعتی (رویکرد بازار سرمایه داخلی). مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار, ۱۸-۱.
* دریابر, ع. (۱۳۹۵). ارائه الگو جهت بهینه سازی پرتفوی در فضای حباب . رساله دکتری.
* راعی, ر., محمدی, ش., & علی بیکی, ه. (۱۳۹۰). بهینه سازی سبد سهام با رویکردمیانگین- نیم واریانس و با استفاده از روش جستجوی هارمونی. فصلنامه علمی پژوهشی پژوهشهای مدیریت در ایران.
* شریعت پناهی, س., سهرابی عراقی, م., & شریعتی, ع. (۱۳۹۳). راهبرد سرمایهگذاری معکوس براساس معیارهای پاداشـ ریسک انتخاب سهام. نشریه تحقیقات مالی علمی پزوهشی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.
* عباسی, ا., ابوالی, م., & سربازی, م. (۱۳۹۱). انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک NSGA-II. فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار.
* عبدلی, ق. (۱۳۹۵). نظریه بازی ها و کاربرد آن(بازی ها ایستا و پویا با اطلاعات کامل). تهران: انتشارات جهاد دانشگاهی دانشگاه تهران.
* عبدلی, ق. (۱۳۹۵). نظریه بازی ها و کاربردهای آن(بازی های اطلاعات ناقص، تکاملی و همکارانه). تهران: انتشارات سمت.
* علیزاده. (۱۳۹۲). الگوریتم بهینه سازی و انتخاب بهینه سبد سهام. ماهنامه بورس.

* فلاح پور, س., تندنویس, ف., & هاشمی, س. (۱۳۹۴). بهینهسازی پرتفوی ردیاب شاخص با استفاده از مدل تک شاخصی پایدار برمبنای شاخص ۵۰ شرکت فعالتر بورس اوراق بهادار تهران. فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار دانشکده مدیریت واحد تهران مرکزی.
* Chen, W., & Zhang, W. (2010). The admissible portfolio selection problem with transaction costs and an improved PSO algorithm. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications,, 2070–2076.
* Fraitas, F. S. (2009). "Prediction-based portfolio optimization model using nearal networks. Neuro computing.
* Golmakani, H., & Fazel, M. (2011). Constrained Portfolio selsction using particle swarm optimization. Exper system with Application, 8327-8335.
* Jobson, J. D., & Korkie, B. (1981). Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures. Journal of Finance.
* Jones, C. (1993). Investment Analysis and Management. Forth Edition, Jhon willey & sons, Inc.
* Kocak, H. (2014). Canonical Coalition Game Theory for Optimal Portfolio Selection. Asian Economic and Finance Review, 1245-1259.
* Malafeyev, O., & Awasthi, A. (2017). Dynamic optimization of a portfolio. Saint Petersburg.
* Myerson, R. N. (1991). Game Theory,analysis of conflict. Harvard Uni. Press.
* Osborne, M. (2004). An introduction to game theory. New York: Oxford University Press.
* Wang, B., Wang, S., & Watada, J. (2011). Fuzzy-portfolio-selection models with value-at-risk. uzzy Systems, IEEE Transactions on.
* Zhang, X., Zhang, W., & Xu, W. (2011). An optimization model of the portfolio adjusting problem with fuzzy return and a SMO algorithm. Expert Systems with Applications, 3069–3074.
* Zhou, L., & Deng, C. (2019). Portfolio Optimization Problem with Cooperation Behavior .

یادداشت‌ها

[1] NP - Hard
[2] Game Theory
[3] E. Borel
[4] J. Von Neuman
[5] O. Morgenstern
[6] Zero-sum game
[7] - Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II
[8] Fraitas et al
[9] Chen,Zhang
[10] Zhang et al
[11] Wanget al
[12] Characteristic function
[13] Canonical Game Theory
[14] Super Additivity
[15] Shapley Value
[16] Shapley Vector