

مقایسه توزیع فریسه (FD) و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) در برآورد ارزش در معرض ریسک (VAR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) شاخص بورس اوراق بهادار تهران

آزاده مهرانی^۱
علی نجفی مقدم^۲
علی باغانی^۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۶/۱۹

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۱۸

چکیده

چالش اساسی در محاسبه ریسک انتخاب روشی است که بتواند دقیق ترین مقدار ریسک را محاسبه کند. هدف این مطالعه مقایسه برآورد ارزش در معرض ریسک (VAR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از توزیع فریسه (FD) و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) است. در این پژوهش از بازده داده‌های ۲۱ و ۶۳ روزه سری زمانی شاخص کل، شاخص سهام آزاد شناور و شاخص ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۹۱/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۸/۱۲/۲۹ استفاده گردید. برای پذیرش مدل‌ها به لحاظ آماری از آزمون‌های پس آزمایی کوپیک و آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن استفاده شد. مقایسه مدل‌ها از طریق توابع زیان دوم لویز و بلانکو-ایهل انجام شد. برای رتبه‌بندی مدل‌های CoVaR نیز دو تابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحرافها (RMSE) به کار رفت. نتایج نشان داد طبق خروجی آماره تابع زیان دوم لویز، توزیع پارتو تعمیم یافته در برآورد VaR شاخص کل و بازده شاخص ۵۰ شرکت برتر بهتر از توزیع فریسه عمل نمود، اما برای شاخص آزاد شناور، توزیع فریسه عملکرد بهتری دارد. نتایج طبق مقادیر تابع زیان بلانکو-ایهل مخالف نتایج آماره تابع زیان دوم لویز بود. نتایج میانگین قدر مطلق خطاها و مجذور میانگین مربعات انحرافها نشان از برتری توزیع فریسه در برآورد CoVaR نسبت توزیع پارتو تعمیم یافته داشت.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض ریسک (VAR)^۱، ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR)^۲، توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV)^۳، توزیع فریسه (FD)^۴، توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD)^۵.

۱- دانشجوی دکتری تخصصی مدیریت مالی، دانشکده اقتصاد و حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران، ایران

mehrani_azade165@yahoo.com

۲- استادیار گروه حسابداری، دانشکده اقتصاد و حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران، ایران (نویسنده مسئول)

ali_najafi@azad.ac.ir

۳- استادیار و عضو هیات علمی، دانشکده اقتصاد و حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران، ایران

A_baghani@azad.ac.ir

۱- مقدمه

گسترش پریشانی مالی باعث ایجاد ریسک سیستماتیک می‌شود: چنانچه ظرفیت سیستم مالی مختل شود، پیامدهای بالقوه منفی برای اقتصاد کلان به همراه خواهد داشت (Tobias & Brunnermeier, 2016). سنجش ریسک در ادبیات مالی اهمیت ویژه‌ای دارد. مارکویتز ریسک را به معنای عدم وقوع بازده مورد انتظار تعریف کرده و آن را با واریانس بازده‌های تاریخی، حول مقدار مورد انتظار بازده که همان میانگین بازده‌های تاریخی بود اندازه گرفت. پس از مارکویتز، محققان اشکالاتی را بر تئوری مارکویتز، از بعد سنجش ریسک آن وارد می‌دانستند. از جمله اینکه طبق نظریه مارکویتز، بازده‌های بالاتر از مقدار مورد انتظار نیز به عنوان ریسک در نظر گرفته می‌شد این در حالی است که از نظر منطقی، بازده بالاتر از مقدار مورد انتظار در واقع برای سرمایه گذار امری مطلوب است و در نظر گرفتن آن به عنوان ریسک، باعث کاهش امکان وقوع آن می‌گردد (Naccarato et al., 2019). این امر، باعث به وجود آمدن سنجه‌هایی شد که تنها نوسانات غیر مطلوب را به عنوان ریسک در نظر می‌گرفتند از جمله این سنجه‌ها می‌توان به سنجه ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) اشاره کرد (Zhao et al., 2018). VAR بیانگر حداکثر زیان مورد انتظار سبد دارایی‌ها در طول افق زمانی معین و در سطح اطمینان معین است و روش‌های پارامتریک، غیر پارامتریک و نیمه پارامتریک بسیاری برای برآورد آن ابداع شده است (Usman, Jibran, Amir-ud-Din, & Akhter, 2019). دلیل محبوبیت و همچنین عمومیت این روش، سادگی آن در ایجاد شکل‌های آماری خلاصه از زیان‌های بالقوه طی یک افق زمانی معین بود (Lotfi & Zenios, 2018). اگرچه VaR خط اول دفاع در برابر ریسک‌های مالی را فراهم می‌نماید، اما تمامی آن‌ها را برطرف نمی‌نماید و کامل نیست. یک محدودیت مهم سنجه VaR این است که تنها در صورت تخطی، در مورد بیشترین زیان سخن می‌گوید و در مورد

زیان‌های فراتر از مقدارش چیزی برای گفتن ندارد. ناکامی VaR در محاسبه چنین زیان‌هایی باعث شد ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) به عنوان جایگزینی مناسب برای VaR در تحقیقات مالی به کار گرفته شود. CoVaR سنجه‌ای است که از ویژگی انسجام برخوردار بوده و بنابراین نسبت به VaR از اعتبار بیشتری برخوردار است. CoVaR زیان مورد انتظار را هنگامی که زیان، بیشتر از VaR تعیین شده است، اندازه‌گیری می‌نماید (Sun, Liu, Wang, & Li, 2020). VaR و CoVaR را می‌توان از روش‌های پارامتریک، غیر پارامتریک یا شبیه‌ساز استفاده کرد. اما چالش اساسی در محاسبه ارزش در معرض ریسک انتخاب روشی است که بتواند دقیق‌ترین مقدار را برای ارزش در معرض ریسک محاسبه کند. (Shahiki Tash, Esmail Ezazi, & Bimorgh, 2013). در محاسبه VaR و CoVaR، چولگی و کشیدگی متغیرهای بازار و همبستگی غیرخطی آن‌ها را باید با توزیع‌هایی غیر از توزیع نرمال بررسی گردد. توزیع مقادیر حدی می‌تواند در این خصوص کمک زیادی نماید و رفتار دنباله سری‌های تحت مطالعه را تا حدود زیادی نشان دهند (Diebold, Schuermann, & Stroughair, 1998, 2000; Longin, 2000; McNeil & Frey, 2000). مطالعه وقایع حداکثری در بازارهای مالی همیشه یکی از فاکتورهای اصلی در مدیریت ریسک بوده است. برای مثال، مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری ملزم به ارزیابی حداکثر زیان روزانه برای تمامی اوراق و سهام در پرتفوی خودشان هستند. سطح حداکثر زیان روزانه بالقوه برای معامله‌گران با فرکانس بالا مهم است. با توجه به تئوری فیشر-تیت-گندکو^۶، توزیع مقدار کرانگین تعمیم‌یافته^۷ (GEV) برای مشخص کردن رفتار حداکثر استفاده می‌شود، که تئوری مقدار کرانگین^۸ (EVT) را رویکردی گسترده برای مدیریت ریسک در صنعت مالی می‌سازد (Kratz, Lok, & McNeil, 2018). علاوه بر روش‌شناسی حداکثر GEV، روش بنیادی دیگری برای مقدار کرانگین وجود دارد که همان اوج بیش از آستانه است، که مبتنی بر توزیع

(Zhang & Nadarajah, 2018). در سال ۱۹۹۹ سنجه ریسک دیگری بانام ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) یا زیان مورد انتظار دنباله CVaR، توسط اوریاسف^{۱۲} و راکفلر^{۱۳} معرفی شد که از ویژگی انسجام بهتری نسبت به VaR برخوردار بود (Sivnarain, 2018). یکی از دلایل استفاده از سنجه CoVaR در میان مدیران اجرایی، جذابیت این سنجه به دلیل سادگی و قابل فهم بودن آن است. سنجه CoVaR بیان می کند که مدیران یک موسسه یا شرکت تا چه حدی نسبت به از دست دادن داری‌ها باید نگران باشند. به بیان دیگر این سنجه نشانگر نگرانی از دست رفتن دارایی‌های یک موسسه یا سازمان است. CoVaR مقدار نگرانی را بر به صورت درصد و کمیت پولی ارائه می دهد. مقدار درصد قابل اطمینانی که برای برآورد CoVaR در نظر گرفته می شود، در حقیقت مقدار استرس ایجاد شده به حداکثر زیان مشروطی است که متوجه دارایی های سازمان یا موسسه در یک دوره زمانی مشخص است. با توجه به الزامات قانونی از طرف قانون گذاران بازار پول، سرمایه و شرکت های بیمه در محاسبه CoVaR اهمیت این سنجه را بیشتر نمایان می کند. برای محاسبه معیار CoVaR بایستی بر دنباله توزیع تغییرات سری های زمانی مالی تمرکز کرد. نظریه ارزش فرین که بر دنباله توزیع ها تمرکز دارد، توزیع مقادیر بسیار بزرگ یا بسیار کوچک را توصیف می کند. همان طور که دیبولد و همکاران در سال ۱۹۹۸ ذکر کرده اند، اکثر روش های کاربردی EVT روی مدل سازی وقایع حدی در سری های زمانی به همراه رویکرد استاتیک، بر اساس توزیع تعادلی متمرکز هستند. با این حال، رفتار سری های زمانی اساسی ممکن است با گذشت زمان تغییر کند. برای مثال، سری های زمانی مالی تمایل به تغییرات ساختاری و پویایی متغیر زمانی مثل خوشه بندی نوسانات دارند. برای تطابق پویایی های وقایع حدی و مطالعه رفتار شرطی ریسک دم در بازارهای مالی، مطالعات اخیر روی مدل های پویایی POT-GPD متمرکز شده اند. برای مثال، اسمیت و گودمن در سال

پارتوی تعمیم یافته^۹ (GPD) است. با توجه به قضیه پیکلندز-بالکما-دی هان^{۱۰}، GPD را می توان برای رفتار شرطی متغیر تصادفی بعد از اینکه از آستانه بالاتر رفت استفاده کرد (Bücher & Segers, 2018). این پژوهش یک مدل ارزش حدی تعمیم یافته (GEV) با رویکرد استفاده از توزیع فریسه (FD) را برای مدل سازی رفتار متغیر زمانی ماکزیمم، در سری های زمانی شاخص کل، شاخص آزاد سهام شانور و شاخص ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران را معرفی می کند. همچنین ما در ادامه ضمن برآورد VaR و CoVaR با استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD)، به مقایسه VaR و CoVaR برآورد شده از طریق توزیع فریسه (FD) و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) می پردازیم. در مرحله اول برای اعتبار سنجی مدل ها از آزمون های پس آزمایی کوپیک و آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن استفاده شده و برای مقایسه مدل ها با یکدیگر از توابع زیان دوم لاپز و بلانکو-ایهل استفاده نمودیم. برای رتبه بندی مدل های ارزش در معرض خطر شرطی نیز دو تابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحرافها (RMSE) به کار رفت.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی از معیارهای مهم در مدیریت ریسک به شمار می رود. تیل گولدیمان^{۱۱} را می توان مبدع عبارت ارزش در معرض ریسک به حساب آورد. در اواخر دهه ۸۰ او مدیر بخش تحقیقات موسسه جی.پی.مورگان بود و یک گروه تحقیقاتی را برای پژوهش در زمینه ریسک پایه ریزی کرد. گروه ۳۰ که نماینده جی پی مورگان هم در آن حضور داشت، سلسله مباحث بهترین روش مدیریت ریسک را آغاز کرد. عبارت ارزش در معرض ریسک در سال ۱۹۹۳ در گزارش گروه ۳۰ وارد شد. قبل از آن عناوین سرمایه در معرض ریسک و دلارهای در معرض ریسک را هم ارز با ارزش در معرض ریسک به کار می بردند

بررسی شده است و ارجاعاتی فراوانی نیز به آن شده، مقاله مربوط به مطالعات گیلی و کلیزی (۲۰۰۶) است (Gilli, 2006).

مقاله دیگری که به برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه حدی تعمیم یافته نوشته شده است، مقاله‌ی جاکوب (۲۰۲۰) است. جاکوب برای پیش‌بینی توزیع بیشترین مصرف روزانه برق از توزیع حدی تعمیم یافته استفاده کرده است (Jacob, Neves, & Greetham, 2020). همچنین اچوست و جاست (۲۰۲۰) نشان دادند، اگرچه در برآورد VaR و CoVaR، هر رویکرد سطوح آستانه متفاوتی را ایجاد می‌کند، ولی مدل GARCH-EVT ارزش مشابهی را با تخمین ریسک تولید می‌کند (Echaust & Just, 2020). موتبا و ملنگا (۲۰۱۳) به رتبه‌بندی روش‌های برآورد VaR و CoVaR با استفاده از توزیع‌های مقدار حدی (EVT) و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) و روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و روش کوواریانس واریانس پرداختند. نتایج نشان داد مدل GEV شرطی از همه مدل‌های دیگر در همه مقادیر بهتر است. (Muteba Mwamba & Mhlanga, 2013).

در داخل کشور نیز محققان زیادی در خصوص برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض خطر به مطالعه پرداختند. از جمله تحقیقات داخلی در زمینه برآورد VaR می‌توان به تحقیق انجام شده توسط رهنمای رود پستی و قندهاری (۱۳۹۴) اشاره کرد. آن‌ها ارزش در معرض خطر مبتنی بر محدودیت بر ارزیابی عملکرد مدیریت پرتفوی فعال در بورس اوراق بهادار تهران را برآورد کردند (رهنمای رود پستی و قندهاری، ۱۳۹۴).

مظفری و نیکو مرام (۱۳۹۹)، در پژوهشی تحت عنوان "بررسی کارایی شاخص ارزش در معرض ریسک (VAR) با استفاده از نظریه ارزش فرین در مقایسه با روش‌های سنتی ارزیابی ریسک" با استفاده از بازده روزانه و ماهانه لگاریتمی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با رویکرد ماکزیمم بلوک‌ها در اندازه گیری سنجه ارزش در معرض ریسک VaR نشان

از ۲۰۰۰ و پاوز-دیمولین و همکاران در سال ۲۰۱۴ روش بیزی برای به‌روزرسانی پارامترهای متغیر زمانی GPD استفاده کردند. کلی در سال ۲۰۱۴ و کلی و جیانگ در سال ۲۰۱۴ مدل پویای دم را به همراه POT-GPD برای داده‌های پانل ایجاد کردند (Chavez-Demoulin, Embrechts, & Sardy, 2014; Smith & Goodman, 2000). ماساکی در سال ۲۰۱۶ و ژانگ در سال ۲۰۱۷ از مدل امتیازدهی خود همبسته تعمیم یافته^{۱۴} برای پارامترهای GPD استفاده کردند (Massacci, 2017). این مطالعات شواهدی قوی از رفتار متغیر زمانی وقایع حدی در بازارهای مالی را به‌خصوص برای شاخص دم نشان داد. یکی از مزیت‌های رویکرد حداکثر-GEV نسبت به POT-GPD این است که این رویکرد، مدل‌سازی حداکثری را در سری‌های زمانی نشان می‌دهد و لذا از اهمیت خاصی برخوردار است. برخلاف مدل‌های پویای GPD تحقیقات کمی روی مدل‌های پویای GEV انجام شده است. بالی و وینبوم ۲۰۰۷ مدل GEV متغیر زمانی را برای تخمین نوسانات مشخص شده در مطالعات تجربی ریسک بازار طراحی کردند، با این حال، نتایج تئوریک ارائه نشدند (Bali & Weinbaum, 2007).

برونلس و انگل (۲۰۱۲) ریسک سیستمی را با استفاده از دو سنجه MES و VaR شرطی دلتا (ΔCoVaR) محاسبه کردند (Lin, Sun, & Yu, 2018). شهزاد و همکاران (۲۰۱۸) تحلیل سیستماتیک ریسک در بازارهای سهام اسلامی با استفاده از و این کاپیولا و مدل‌سازی دلتا CoVaR را مورد مطالعه قرار دادند. مطالعات آن‌ها نشان داد نتایج تجربی از اجرای Value-at-Risk (VaR)، VaR شرطی (CoVaR)، VaR شرطی دلتا (ΔCoVaR)، VaR مشروط و این کانونی (c-vin CoVaR) و متغیرهای زمان و متغیرهای ثابت مدل‌های کوپل به دست می‌آید (Shahzad, Arreola-Hernandez, Bekiros, & Kayani, 2018). همچنین از مقالاتی که رفتار توزیع سری‌های زمانی مالی در برآورد ریسک با رویکرد استفاده از توزیع مقادیر حدی (EVT)، در آن

دادند که استفاده از اطلاعات ماهیانه در محاسبه شاخص ارزش در معرض ریسک از دقت پیش بینی بالاتری برخوردار بوده و نسبت تخطی (خطای آزمون) در این حالت در مقایسه با روش های سنتی ارزیابی ریسک نیز پایین تر است (مظفری و نیکو مراد، ۱۳۹۹).

فلاح شمس و سینا (۱۳۹۸) بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با رویکرد توزیع مقادیر حدی در بورس اوراق بهادار تهران را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج مطالعه نشان داد تشکیل سبد سهام بهینه، با استفاده از توزیع مقادیر حدی با مدل میانگین-واریانس مارکوویتز تفاوت قابل ملاحظه ای ندارد (فلاح شمس و سینا، ۱۳۹۸).

کاشی و همکاران (۱۳۹۶) ارزش در معرض ریسک (VAR) و ریزش مورد انتظار (ES) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه مقدار حدی با رویکرد ماکسیمم بلاکها و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برآورد کردند (کاشی و همکاران، ۱۳۹۶).

سارنج و نور احمدی (۱۳۹۶) در پژوهشی به رتبه بندی رویکردهای مختلف VAR و CoVaR بر روی داده های روزانه شاخص صنعت بانکداری در طی دوره زمانی ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی پرداختند. ابتدا برای بررسی اعتبار پیش بینی مدل های مختلف از روش های پس آزمایی پوشش برنولی و آزمون استقلال تخطی برای VaR و آزمون مک نیل و فری برای CoVaR استفاده نمودند. سپس توابع زیان مدل های معتبر باقی مانده از مرحله اول وارد تابع MCS شده و رتبه بندی آماری صورت پذیرفت. تابع زیان مورد استفاده در مدل های VaR، تابع زیان داو و در مدل های CoVaR، اولسن استفاده شد. نتایج نشان داد در هر دو مدل های VaR و CoVaR و در سطح اطمینان ۹۹٪، رویکردهای ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده نرمال، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی استیودنت و گارچ با پسماندهای تی استیودنت به ترتیب رتبه های اول تا سوم را دارند (سارنج و نور احمدی، ۱۳۹۶).

پویان فر و موسوی (۱۳۹۵) تخمین ارزش در معرض ریسک داده های درون ریز با رویکرد EVT-COPULA را انجام دادند. نتایج پژوهش حاکی از برتری مدل ترکیبی نسبت به مدل های شبیه سازی تاریخی، پارامتریک و مدل ترکیبی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم یافته و نظریه ارزش فرین بود (پویان فر و موسوی، ۱۳۹۵).

زمانی و همکاران (۱۳۹۲) در مطالعه ای با استفاده از نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک بازده لگاریتمی شاخص قیمت و ثمره نقدی بورس اوراق بهادار نشان دادند که برای دم سمت راست توزیع بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران که نسبت به دم سمت چپ پهن، تر است روش نظریه ارزش فرین در تمام سطوح اطمینان کاراترین روش محاسبه ارزش در معرض ریسک است، در حالی که برای دم سمت چپ نه در تمام سطوح اطمینان، بلکه در بالاترین آن ها روش نظریه ارزش فرین بیشترین کارایی را دارد (زمانی و همکاران، ۱۳۹۲).

فلاح پور و یار احمدی (۱۳۹۱) به بررسی دنباله تابع توزیع بازده بورس اوراق بهادار تهران (شاخص قیمت و بازده نقدی و شاخص صنایع) در دو بازه زمانی مختلف پرداختند. وجود دنباله پهن مورد آزمون قرار گرفت. نتایج توزیع مقدار حدی، وجود دنباله پهن در تابع توزیع بازده سهام برای شاخص های مورد مطالعه را تأیید کرد (فلاح پور و یار احمدی، ۱۳۹۱).

محمدی و همکاران (۱۳۸۷)، به محاسبه VaR پارامتریک با استفاده از مدل های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته اند. نتایج نشان می دهد که برآورد مقادیر VaR یک روزه و ده روزه با استفاده از توزیع های لپتو کورتیک از دقت بالاتری برخوردار هست (محمدی و همکاران، ۱۳۸۷).

در اکثر تحقیقات انجام شده جهت محاسبه VaR و CoVaR با رویکرد استفاده از نظریه ارزش حدی، به رویکردهای مورد استفاده از انواع متفاوت این توزیع پرداخته نشده است. لذا با توجه به اینکه در این مطالعه تمرکز ما به استفاده از توزیع فریسه به عنوان

نوع دوم توزیع حدی تعمیم یافته هست، در گام سوم به چگونگی محاسبه VaR و CoVaR با استفاده از توزیع فریسه و توزیع پارتو تعمیم یافته می پردازیم.

۳- روش شناسی پژوهش، فرضیه ها، تبیین و مراحل برازش مدل ها

این بخش شامل معرفی روش های آماری، تعریف ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک شرطی، معرفی توزیع حدی تعمیم یافته با رویکرد توزیع فریسه و توزیع رویکرد فراتر از آستانه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی و همچنین معرفی مبانی نظری آزمون های پس آزمایی کوپیک و آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن و آزمون های مقایسه ای مدل شامل توابع زیان دوم لویز و بلانکو-ایهل هست. پژوهش حاضر از نظر هدف پژوهشی کاربردی بوده و در زمره تحقیقات کمی و توصیفی مدیریت مالی به شمار می رود. به علاوه با توجه به اینکه از اطلاعات تاریخی در آزمون فرضیه در آن استفاده شده، از نظر بعد زمانی گذشته نگر و در گروه تحقیقات شبه آزمایشی طبقه بندی می گردد. در این پژوهش از بازده داده های ۲۱ روزه و ۶۳ روزه سری زمانی شاخص کل، شاخص سهام آزاد شناور و شاخص ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۹۱/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۸/۱۲/۲۹، استفاده گردید. به منظور تعیین نمونه و داده های مورد نیاز مدل های این پژوهش از روش نمونه گیری برش مقطعی طولی استفاده شده است. اطلاعات مربوط به بررسی مبانی نظری و ادبیات موضوع از طریق مطالعات کتابخانه ای و جستجوی اینترنتی جمع آوری گردیده است. در این پژوهش پس از جمع آوری داده های مورد نیاز نسبت به تحلیل آمار توصیفی داده ها اقدام شده و آزمون های مورد نیاز مربوط به نرمالیتی، مانایی و سایر آزمون های مورد نیاز برای داده ها اقدام کردیم. در ادامه برای برآورد در این تحقیق از روش حداکثر درستنمایی برای تخمین پارامترهای توابع توزیع مقدار

کرانی استفاده شده است. همچنین برای سنجش قابل قبول بودن مدل ها به لحاظ آماری از آزمون های پس آزمایی کوپیک و آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن استفاده شده و برای مقایسه مدل ها با یکدیگر از توابع زیان دوم لویز و بلانکو-ایهل استفاده کرده ایم. برای رتبه بندی مدل های ارزش در معرض خطر شرطی نیز دو تابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحرافها (RMSE) به کار خواهد رفت. برای تخمین پارامترها و انجام آزمون ها از نرم افزار R استفاده شده است. به طور کلی مراحل این پژوهش به سه بخش زیر تقسیم می شود:

- ✓ بخش اول: تحلیل داده ها و برآورد پارامترها شامل تحلیل توصیفی داده ها، برآورد پارامترها و تحلیل پس از برآورد
 - ✓ بخش دوم: محاسبه ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی
 - ✓ بخش سوم: پس آزمایی مدل های ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی
- قبل از انجام مراحل برازش مدل ها، معرفی فرضیه ها و مبانی نظری هر یک از مدل ها و توزیع های مورد استفاده در زیر ارائه گردیده است.

۳-۱- فرضیه های تحقیق

فرضیه اول: توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV) با رویکرد توزیع فریسه (FD) منجر به محاسبه دقیق تر ارزش در معرض ریسک (VaR) نسبت به استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برای داده های بازده شاخص کل به بازار اوراق بهادار تهران می شود.

فرضیه دوم: توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV) با رویکرد توزیع فریسه (FD) منجر به محاسبه دقیق تر ارزش در معرض ریسک (VaR) نسبت به استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برای داده های بازده شاخص سهام آزاد شناور بورس اوراق بهادار تهران می شود.

ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) نسبت به استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برای داده‌های بازده شاخص سهام آزاد شناور بورس اوراق بهادار تهران می‌شود.

فرضیه ششم: توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV) با رویکرد توزیع فریسه (FD) منجر به محاسبه دقیق تر ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) نسبت به استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برای داده‌های بازده شاخص ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران می‌شود.

۳-۲- متغیرهای تحقیق

در راستای موضوع تحقیق متغیرهای وابسته و مستقل به شرح جدول یک انتخاب شده‌اند.

فرضیه سوم: توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV) با رویکرد توزیع فریسه (FD) منجر به محاسبه دقیق تر ارزش در معرض ریسک (VaR) نسبت به استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برای داده‌های بازده شاخص ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران می‌شود.

فرضیه چهارم: توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV) با رویکرد توزیع فریسه (FD) منجر به محاسبه دقیق تر ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) نسبت به استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برای داده‌های بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران می‌شود.

فرضیه پنجم: توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV) با رویکرد توزیع فریسه (FD) منجر به محاسبه دقیق تر

جدول ۱- خلاصه متغیرهای پژوهش (منبع: داده‌های تحقیق)

نام متغیر	نوع متغیر	علامت اختصاری	تعریف
ارزش در معرض خطر	وابسته	VaR _{it}	بیشترین زیان پرتفوی موردنظر، در یک افق زمانی تعیین شده در سطح اطمینان معین برای شاخص i دوره t!
ارزش در معرض خطر شرطی	وابسته	CoVaR _{it}	زیان انتظاری یک سرمایه‌گذاری، به شرط وقوع زیان‌هایی فراتر از VaR برای شاخص i دوره t!
بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار	مستقل	R-TEPIX _t	بازده شاخص کل قیمت در بورس اوراق بهادار که به اختصار آن را شاخص کل می‌گویند، نشان‌دهنده تغییرات سطح عمومی قیمت‌ها در کل بازار است و میانگین افزایش یا کاهش قیمت سهام در بازار را بیان می‌کند.
بازده شاخص سهام آزاد شناور	مستقل	R-TEFIX _t	بازده شاخص سهام آزاد شناور، تغییرات آن بخش از سهام یک شرکت را محاسبه می‌کند که توسط سرمایه‌گذاران خرد مورد معامله قرار می‌گیرد.
بازده شاخص ۵۰ شرکت فعال	مستقل	R-Ir50t	بازده شاخص ۵۰ شرکت برتر، شاخص میانگین وزنی ۵۰ شرکتی است که بالاترین درجه نقد شوندگی را در بورس اوراق بهادار رادارند.

۳-۳- مدل‌های مورد استفاده در تحقیق

۳-۳-۱- توزیع حدی تعمیم یافته با رویکرد توزیع فریسه

یک دارایی را در نظر بگیرید و بازده آن را در هر روز با r_t نشان دهید. یک سری n تایی از این بازده‌ها را به صورت $\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ در نظر بگیرید. مینیمم این بازده‌ها را با $r_{(1)}$ و ماکسیمم آن‌ها را با $r_{(n)}$ نشان دهید. در نظریه ارزش حدی تمرکز بر روی ماکسیمم

بازده‌ها یا $r_{(n)}$ است. اگرچه این نظریه به راحتی با تغییر علامت بازده‌ها برای مینیمم بازده‌ها نیز قابل استفاده است.

فرض کنید که بازده‌ها مستقل^{۱۵}، با تابع توزیع تجمعی^{۱۶} یکسان و برد^{۱۷} $u[l, u]$ بزرگ‌تر از یک و هر دو اعداد حقیقی‌اند، لذا تابع توزیع تجمعی $r_{(n)}$ را با $F_{n,n}$ نشان داده و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F(x) = \exp(-\exp(-x)) \quad x \in R, \quad -\infty < x < \infty \quad (4)$$

گروه دوم: به ازای $\xi > 0$ ، خانواده فرشه^{۲۸}، با توزیع:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ otherwise} \\ \exp(-(1+\xi x)^{\frac{1}{\xi}}), & x > -\frac{1}{\xi} \end{cases} \quad (5)$$

گروه سوم: به ازای $\xi < 0$ ، خانواده ویبول^{۲۹}، با توزیع:

$$F(x) = \begin{cases} \exp(-(1+\xi x)^{\frac{1}{\xi}}), & x < -\frac{1}{\xi} \\ 1 & , \text{ otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

تابع چگالی توزیع ارزش حدی تعمیم یافته با مشتق-گیری از تابع توزیع آن به صورت زیر به دست می آید:

$$f(x) = \begin{cases} (1+\xi x)^{\frac{1}{\xi}-1} \exp(-(1+\xi x)^{\frac{1}{\xi}}) & \xi \neq 0 \\ \exp(-x - \exp(-x)) & \xi = 0 \end{cases} \quad (7)$$

این تابع اگر $\xi < 0$ برای $x < -1/\xi$ و اگر $\xi > 0$ برای $x > -1/\xi$ تعریف می شود (McNeil, Frey, & Embrechts, 2015).

برای برآورد پارامترها، چون برای هر نمونه فقط یک ماکسیمم وجود دارد، بنابراین پارامترهای توزیع ارزش حدی تعمیم یافته را نمی توان تنها با استفاده از یک نمونه برآورد کرد. یکی از ایده هایی که برای رفع این مشکل مطرح شده افزای نمونه به زیر نمونه هایی^{۳۰} با اندازه ی برابر و سپس به کارگیری نظریه ارزش حدی بر ماکسیمم این زیر نمونه ها است (McNeil et al., 2015).

با توجه به فرض استقلال داده ها، تابع ماکسیمم درست نمایی، زیر نمونه ها به صورت زیر خواهد بود:

$$l(r_n, 1, \dots, r_{n,g} | \xi_n, \sigma_n, \mu_n) = \prod_{i=1}^g f(r_{n,i}) \quad (8)$$

رابطه (۱)

$$F_{n,n}(x) = Pr[r_{(n)} \leq x]$$

اما با توجه به استقلال بازده ها و یکی بودن توزیع آن ها، $F_{n,n}$ چنین محاسبه می شود:

رابطه (۲)

$$F_{n,n}(x) = Pr(r_1 \leq x, r_2 \leq x, \dots, r_n \leq x) \\ = \prod_{j=1}^n Pr(r_j \leq x) = \prod_{j=1}^n F(x) = [F(x)]^n$$

با توجه به این که توزیع تجمعی r_i با $F(x)$ نامشخص است، $F_{n,n}$ نیز نامشخص است. زمانی که n به سمت بی نهایت میل می کند، $F_{n,n}$ تابعی نا تباهیده^{۱۸} و^{۱۹} می شود. به عبارت دیگر در این حالت:

رابطه (۳)

$$\begin{cases} F_{n,n}(x) \rightarrow 0 & \text{if } x < u \\ F_{n,n}(x) \rightarrow 1 & \text{if } x \geq u \end{cases}$$

که تابع تباهیده $F_{n,n}$ فاقد ارزش است. در نظریه ارزش حدی دو پارامتر μ_n و $\sigma_n > 0$ را طوری تعیین می کنند که توزیع حدی $(r_{(n)} - \mu_n) / \sigma_n$ یک توزیع ناتباهیده^{۲۰} باشد. به μ_n و σ_n به ترتیب پارامترهای مکان^{۲۱} و مقیاس^{۲۲} گفته می شود. با توجه به فرض مستقل بودن بازده ها، توزیع حدی $r_{(n)}$ نرمال شده طبق قضیه فیشر و تیپت (۱۹۲۸)، گندنکوف (۱۹۴۳)^{۲۳} و^{۲۴} به صورت زیر به دست می آید:

این تابع اگر $\xi < 0$ برای $x < -1/\xi$ و اگر $\xi > 0$ برای $x > -1/\xi$ تعریف می شود.

به ξ پارامتر شکل^{۲۵} گفته می شود که تعیین کننده شکل دم توزیع است. به توزیع حدی رابطه (۱) توزیع ارزش حدی تعمیم یافته^{۲۶} (GEV) برای ماکسیممها گفته می شود. این توزیع با توجه به مقدار پارامتر شکل (ξ) به سه گروه توزیع های زیر طبقه بندی می شوند. (فیشر و تیپت، ۱۹۲۸)

گروه اول: به ازای $\xi = 0$ ، خانواده گامبل^{۲۷}، با توزیع:

بر این اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه را نیز به صورت ذیل تعریف می کنیم:

$$y_i = X_i - u \quad (11)$$

و برای احتمالات $X_i \leq y_i + u$ خواهیم داشت:

$$Pr\{X_i \leq y_i + u\} = F(y_i + u) \quad (12)$$

به این ترتیب توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u را به صورت ذیل تعریف می کنیم.

$$F_u(y) = Pr\{X_i - u \leq y_i | X_i > u\} \quad (13)$$

که $F_u(y)$ نمایانگر احتمال تخطی X حداکثر به اندازه y از آستانه u هست، البته مشروط بر اینکه X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می توان به صورت ذیل نوشت:

$$F_u(y) = \frac{Pr\{X_i - u \leq y_i, X_i > u\}}{Pr\{X > u\}} \quad (14)$$

$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (15)$$

از آنجایی که $F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است، y_i تنها برای مقادیر بزرگ تر از صفر تعریف می شود و بدین ترتیب هر زمان که y_i مقدار می گیرد، تخطی روی داده است. می دانیم که برای هر $X > u$ داریم: $X = y + u$ بنابراین توزیع احتمال متغیر X را می توان به صورت ذیل نوشت:

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \quad (16)$$

باید توجه داشت که رابطه فوق تنها برای $X > u$ ، صادق است.

با در نظر گرفتن رویکرد بالا، با روش بهینه سازی مقادیرهای σ_n, μ_n, ξ_n به نحوی تعیین می شوند تا مقدار تابع بالا ماکسیمم شود (Fisher & Tippett, 1928).

۳-۳-۲- رویکرد فراتر از آستانه^{۳۱} یا توزیع تعمیم یافته پرتو^{۳۲}

در اینجا به بخش دوم ادبیات مقادیر حدی می پردازیم. این بخش با کاربرد تئوری مقادیر حدی برای توزیع زیان های فراتر از یک آستانه سروکار دارد. رویکردی که برای مطالعه زیان های فراتر از آستانه به کار می گیریم، فراتر از آستانه یا توزیع تعمیم یافته پارتو هست که بر اساس قضیه مقدار حدی، تعمیم یافته است و نسبت به رویکردهای مقادیر حدی به پارامترهای کمتری نیاز دارد. همان گونه که تئوری مقدار حدی تعمیم یافته یک راه حل طبیعی برای مدل سازی حداکثرها و حداقلها است، رویکرد فراتر از آستانه نیز روشی طبیعی برای مدل سازی تخطی ها از یک آستانه بزرگ هست. به عبارتی دیگر ما تنها به دنبال مشاهدات حداکثر یا حداقل نیستیم بلکه تخطی مشاهدات حدی از یک آستانه بزرگ نیز جالب توجه است. یک راه استخراج مقادیر حدی از یک نمونه مشاهدات این است که تخطی ها از یک آستانه بزرگ را به عنوان مقادیر حدی در نظر بگیریم (Balkema & De Haan, 1974). اگر نمونه مشاهدات را با X_1, X_2, \dots, X_n و تابع توزیع آن را با $F(x)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم، $F(u)$ را به صورت ذیل تعریف می کنیم:

$$F(u) = Pr\{X_i \leq u\} \quad (9)$$

تخطی زمانی اتفاق می افتد که برای هر $i = 1, 2, \dots, n$ داشته باشیم:

$$X_i > u \quad (10)$$

برای تخمین پارامترها باید یک مقدار منطقی برای آستانه u انتخاب نماییم. این آستانه تعیین کننده تعداد مشاهدات فراتر از آستانه یعنی nu است. باید توجه داشت که پارامتر مکان یعنی μ_{\max} همان آستانه ما است و با انتخاب u مشکل انتخاب این پارامتر مرتفع می‌گردد. مقدار آستانه با استفاده از نمودار تابع میانگین فزونی و نمودار هیل محاسبه می‌گردد. در ادامه کار باید پارامترهای ξ_{\max} و σ_{\max} را نیز برآورد نماییم. این پارامترها را می‌توان با استفاده از روش حداکثر درست نمایی، روش رگرسیون و یا دیگر روش‌های مناسب تخمین زد. روش حداکثر درست‌نمایی نسبت به دیگر روش‌ها از قابلیت اتکای بیشتری برخوردار است (Zhao et al., 2020).

همان گونه که می‌دانیم برای استفاده از این روش، ابتدا باید تابع احتمال^{۳۶} و یا لگاریتم احتمال^{۳۷} را بنا کنیم. بدیهی است تابع احتمال از روی تابع چگالی احتمال حاصل می‌شود. تابع چگالی احتمال توزیع GPD برابر است با:

$$g_{\max}(G; x_{\max}) = \left(\frac{1}{\sigma_{\max}} \right) \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-\left(\frac{1 + \xi_{\max}}{\xi_{\max}} \right)} \quad (19)$$

بدین ترتیب تابع لگاریتم احتمال نیز به صورت ذیل خواهد بود:

$$\ln L_n = \begin{cases} \text{if } \xi \neq 0 \\ -n \ln \sigma_{\max} - \left(\frac{1 + \xi_{\max}}{\xi_{\max}} \right) \sum_{i=1}^n \left[1 + \xi_{\max} \left(\frac{x_i - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right] \\ \text{if } \xi = 0 \\ -n \ln \sigma_{\max} - \left(\frac{1}{\sigma_{\max}} \right) \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_{\max}) \end{cases} \quad (20)$$

برای تخمین پارامترها کافی است که تابع لگاریتم احتمال GPD را با توجه به محدودیت زیر حداکثر نماییم:

الکما^{۳۳}، دی‌هان^{۳۴} (۱۹۷۴) و پیکاندس^{۳۵} (۱۹۷۵) طی قضیه‌ای نشان دادند که برای « u » هایی که به اندازه کافی بزرگ هستند، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم یافته پارتو تقریب زد چراکه با بزرگ شدن آستانه، توزیع مقادیر فراتر از آستانه $F_u(y)$ به توزیع تعمیم یافته پارتو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم یافته پارتو را به صورت ذیل تعریف می‌کنیم: (Zhao, Cheng, & Zhang, 2020)

$$G_{\xi, \mu, \sigma}(x_{\max}) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-1/\xi_{\max}} & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp \left[- \left(\frac{x_{\max} - \mu_{\max}}{\sigma_{\max}} \right) \right] & \text{if } \xi = 0 \end{cases}$$

with

$$x \in \begin{cases} [\mu_{\max}, \infty] & \text{if } \xi \geq 0 \\ \left[\mu_{\max}, \frac{\mu_{\max} - \sigma_{\max}}{\xi_{\max}} \right] & \text{if } \xi < 0 \end{cases}$$

که ξ_{\max} پارامتر شکل دنباله است، μ_{\max} پارامتر مکان و σ_{\max} پارامتر مقیاس هست.

اهمیت قضیه بالکما، دی‌هان و پیکاندس در این است که می‌توان توزیع مقادیر فراتر از آستانه را با انتخاب یک شاخص دنباله و یک آستانه بزرگ از طریق توزیع تعمیم یافته پارتو تخمین زد.

در روابط (۱۷)، x_{\max} همان مقادیر فراتر از آستانه یا X های بزرگ‌تر از u هست و μ_{\max} نیز معادل آستانه یا همان u است؛ بنابراین رابطه (۱۷) را می‌توان به صورت ذیل بازنویسی کرد:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x - u}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-1/\xi_{\max}} & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - u}{\sigma_{\max}} \right) \right] & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (18)$$

with

$$x \in \begin{cases} [u, \infty] & \text{if } \xi \geq 0 \\ \left[u, \frac{u - \sigma_{\max}}{\xi_{\max}} \right] & \text{if } \xi < 0 \end{cases}$$

(۲۱)

$$x \in \begin{cases} [\mu_{\max}, \infty] & \text{if } \xi \geq 0 \\ \left[\mu_{\max}, \frac{\mu_{\max} - \sigma_{\max}}{\xi_{\max}} \right] & \text{if } \xi < 0 \end{cases}$$

(۲۲)

$$1 - P^* = \begin{cases} \exp \left(- \left[1 + \frac{\xi_n (r_n^* - \mu_n)}{\sigma_n} \right]^{\frac{-1}{\xi}} \right), & \xi \neq 0 \\ \exp \left(- \exp \left(- \frac{r_n^* - \mu_n}{\sigma_n} \right) \right), & \xi = 0 \end{cases}$$

دقت کنید که اگر

$$1 + \xi_n (r_{n,i} - \mu_n) / \sigma_n > 0, \quad \xi \neq 0$$

با گرفتن لگاریتم از رابطه بالا داریم:

(۲۳)

$$\ln(1 - P^*) = \begin{cases} - \left[1 + \frac{\xi_n (r_n^* - \mu_n)}{\sigma_n} \right]^{\frac{-1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ - \exp \left(- \frac{r_n^* - \mu_n}{\sigma_n} \right), & \xi = 0 \end{cases}$$

که بعد از ساده کردن آن r_n^* به صورت زیر به دست می آید:

(۲۴)

$$r_n^* = \begin{cases} \mu_n - \frac{\sigma_n}{\xi_n} \left\{ 1 - [-\ln(1 - P^*)]^{\xi_n} \right\}, & \xi \neq 0 \\ \mu_n - \sigma_n \ln[-\ln(1 - P^*)], & \xi = 0 \end{cases}$$

که r_n^* در رابطه‌ی بالا همان ارزش در معرض ریسک

ماکسیمم زیر نمونه در سطح اطمینان $(1 - p^*)$ درصد است.

ارزش در معرض ریسک بازده لگاریتمی دارایی مالی

(r_t) در سطح اطمینان $(1 - P)$ درصد به صورت

زیر محاسبه می شود:

(۲۵)

$$VaR = \begin{cases} \mu_n - \frac{\sigma_n}{\xi_n} \left\{ 1 - [-n \ln(1 - P^*)]^{\xi_n} \right\}, & \xi \neq 0 \\ \mu_n - \sigma_n \ln[-n \ln(1 - P^*)], & \xi = 0 \end{cases}$$

اگر $\xi > -0.5$ برآورد کننده‌های حاصل از روش حداکثر درست‌نمایی مجانباً نرمال بوده و بنابراین از خصوصیت نسبتاً مناسبی برخوردار هستند (Bollerslev, 1986).

۳-۳-۳- محاسبه ارزش در معرض ریسک

در این بخش نشان می‌دهیم که چگونه با استفاده از رویکرد سنتی نظریه ارزش حدی، ارزش در معرض ریسک محاسبه می‌شود. در این روش در ابتدا سه پارامتر توزیع ارزش حدی تعمیم یافته با استفاده از روش درست‌نمایی ماکسیمم برآورد می‌شوند و سپس ارزش در معرض ریسک به دست می‌آید. فرض کنید که تعداد T بازده از دارایی مورد نظر را به عنوان نمونه داریم. این نمونه را به g زیر نمونه n تایی افزایش می‌کنیم، در صورتی که $T \neq ng$ ، زیر نمونه انتهایی را کوچک تر در نظر می‌گیریم. سپس ماکسیمم هر زیر نمونه را تعیین کرده و مجموعه ماکسیمم‌های حاصل را به عنوان نمونه برای برآورد پارامترهای ξ_n ، μ_n ، σ_n با استفاده از روش درست‌نمایی ماکسیمم به کار می‌گیریم.

با در نظر گرفتن $X = (r - \mu_n) / \sigma_n$ و قرار دادن آن در تابع توزیع ارزش حدی تعمیم یافته چندک این توزیع در سطح اطمینان مورد نظر، به دست آورده می‌شود. فرض کنید که P^* مقدار خطا و r_n^* چندک $(1 - P^*)$ ام ماکسیمم زیر نمونه تحت توزیع ارزش حدی تعمیم یافته باشد، با جایگذاری X در تابع توزیع ارزش حدی تعمیم یافته داریم:

۳-۳-۴- محاسبه ارزش در معرض خطر شرطی CoVaR

اگرچه ارزش در معرض خطر (VaR) خط اول دفاع در برابر ریسک‌های مالی را فراهم می‌نماید، اما تمامی آن‌ها را برطرف نمی‌کند و کامل نیست. استفاده‌کنندگان می‌بایست به محدودیت‌های سنجه VaR واقف باشند. یک محدودیت مهم سنجه VaR این است که تنها در صورت تخطی، در مورد بیشترین زیان سخن می‌گوید. مثلاً به ما می‌گوید در ۹۵٪ موارد زیان‌ها از مقدار در معرض خطر بیشتر نمی‌شود؛ اما در مورد رخداد تخطی، انتظار داریم میزان زیان بیشتر از VaR شود و این در حالی است که در مورد زیان‌های فراتر از مقدارش چیزی برای گفتن ندارد. ناکامی ارزش در معرض خطر در احتساب چنین زیان‌هایی مسائل قابل ملاحظه‌ای را پدید می‌آورد. به‌عنوان مثال، دو موقعیت که دارای VaR یکسانی هستند ممکن است به علت‌هایی که بیان گردید در معرض ریسک‌های بسیار متفاوتی باشند؛ بنابراین ارزش در معرض خطر باوجود مقبولیتی که در میان فعالان ریسک پیدا کرده است، به دلیل عدم برخورداری از ویژگی انسجام، یک سنجه تمام‌عیار نیست. بدین ترتیب می‌بایست علاوه بر VaR سنجه‌های دیگری را نیز برای برآورد ریسک، مانند ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) را مدنظر قرار دهیم. ظهور تطابق یافته CoVaR بر اساس مواردی است که سدونو (۲۰۱۶) تعریف کرده است. این نویسنده دو تمهید کلیدی را برای تخمین خطرپذیری سیستماتیک یک شرکت ارائه داده‌اند. هر یک از این تمهیدات جنبه متفاوتی از یک خطرپذیری سیستماتیک موسسه‌ای مالی را ارائه می‌دهد. CoVaR یک موسسه مالی، تنها زیان‌های واردشده در سیستم مالی، در یک رویداد بحرانی را تخمین می‌زند (Sedunov, 2016).

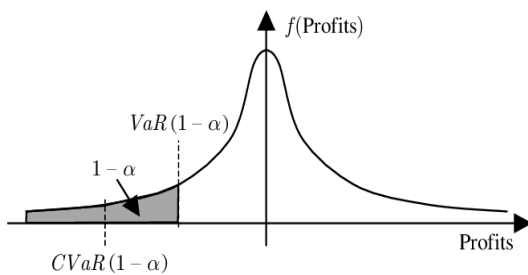
از معیار CoVaR برای پاسخگویی به سؤالات زیر استفاده می‌شود:

- حداقل زیان تحقق‌یافته در α درصد بدترین موارد روی‌داده، چه میزان است؟

این سؤال در اکثر محافل مدیریت ریسک مطرح می‌شود. از آنجائی که در ارزش در معرض ریسک، آستانه پایین زیان‌های محتمل در α درصد موارد مدنظر قرار می‌گیرد، این معیار، زیان‌های فراتر از آستانه تعیین‌شده را نادیده می‌گیرد. حال سؤال زیر جایگزین سؤال فوق می‌شود.

- زیان مورد انتظار در درصد بدترین موارد به چه میزان است؟

سؤال فوق به دو دلیل قابل توجه است. اولاً، این سؤال یک سؤال طبیعی است که بدون شک با مشاهده نمونه‌ای از بدترین اتفاقات به ذهن می‌رسد و ثانیاً، این سؤال حرکتی است به‌سوی تعریف معیارهای جمع‌پذیر (نمودار ۱)



نمودار (۱) توزیع VAR و COVAR (Shahiki Tash et al., 2013)

اگر معادله توزیع پرتفوی پیوسته باشد، می‌توان به‌آسانی توسط ارزش مورد انتظار شرطی کمتر از چارک و یا "دنباله مورد انتظار شرطی" به سؤال فوق پاسخ داد.

(۲۶)

$$TCE^{(\alpha)}(X) = -E\{X | X \leq x^{(\alpha)}\}$$

معادله فوق برای بسیاری از توزیع‌های عمومی، سؤال اخیر را پوشش نمی‌دهد، چراکه احتمال $\{X \leq x^{(\alpha)}\}$ بزرگ‌تر از α درصد و درنهایت بزرگ‌تر از مجموعه بدترین حوادث در نظر گرفته‌شده خواهد بود. دنباله مورد انتظار شرطی "تنها در محدوده توزیع‌های پیوسته

(۳۰)

$$\begin{aligned} \text{CO var}_n^{(\alpha)} &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} x_{i:n}}{\omega} = -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} x_{i:n} 1_{\{i \leq \omega\}}}{\omega} \\ &= -\frac{1}{\omega} \left(\sum_{i=1}^n x_{i:n} 1_{\{x_{i:n} \leq x_{\omega:n}\}} - \sum_{i=1}^n x_{i:n} (1_{\{x_{i:n} \leq x_{\omega:n}\}} - 1_{\{i \leq \omega\}}) \right) \\ &= -\frac{1}{\omega} \left(\sum_{i=1}^n x_i 1_{\{x_i \leq x_{\omega:n}\}} - x_{\omega:n} \sum_{i=1}^n 1_{\{x_i \leq x_{\omega:n}\}} - 1_{\{i \leq \omega\}} \right) \\ &= -\frac{n}{\omega} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i 1_{\{x_i \leq x_{\omega:n}\}} - x_{\omega:n} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_{\{x_i \leq x_{\omega:n}\}} - \frac{\omega}{n} \right) \right) \end{aligned}$$

اگر با احتمال یک داشته باشیم، $\lim_{n \rightarrow \infty} X_{\omega:n} = x^{(\alpha)}$ معادله (۱۹) می توان نتیجه گرفت:

(۳۱)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{CO var}_n^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \left(E \left[X 1_{\{X \leq x^{(\alpha)}\}} \right] - x^{(\alpha)} (p[X \leq x^{(\alpha)}] - \alpha) \right)$$

معادله اخیر معادله ای جایگزین برای برآورد چارکی است که قبلاً به آن اشاره شد (Acerbi & Tasche, 2002).

در نهایت می توان "ارزش در معرض ریسک شرطی" α درصد را به صورت زیر تعریف کرد:

(۳۲)

$$\text{CO var}_n^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha} \left(E \left[X 1_{\{X \leq x^{(\alpha)}\}} \right] - x^{(\alpha)} (p[X \leq x^{(\alpha)}] - \alpha) \right)$$

در معادله فوق، X نشان دهنده سود و یا زیان پرتفوی در افق زمانی T و $\alpha = A\%$ (0,1) است. معادله فوق الذکر معیاری برای اندازه گیری ریسک است که تمامی شروط انسجام را پوشش می دهد. معادله اخیر با حداکثر تعداد در نظر گرفته شده برای n ، بیان ریاضی سؤالی است که قبلاً مطرح شد. سادگی معادله "ارزش در معرض ریسک شرطی" تنها زمانی فهمیده می شود که تعریف آن به عنوان ترکیب زیان ها را در نظر بگیرید.

معیار اندازه گیری ریسک است و در توزیع های گسسته احتمالاً از قانون جمع پذیری تبعیت نخواهد کرد.

برای تعیین آنکه کدام معادله سؤال اخیر را پوشش می دهد، n مشاهده را به صورت $X_{1:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ مرتب کرده و α درصد مشاهدات با استفاده از $\omega = [n\alpha]$ $\max\{m \mid m \leq n\alpha, m \in n\}$ تعیین شده است. در نهایت مجموعه درصد بدترین موارد به صورت $\{X_{1:n} \leq \dots \leq X_{\omega:n}\}$ نتیجه شده است.

(۳۷)

$$x_n^{(\alpha)}(x) = X_{\omega:n}$$

در نهایت "ارزش در معرض ریسک شرطی" α درصد بدترین حوادث به صورت زیر محاسبه می شود:

(۳۸)

$$\begin{aligned} \text{CO var}_n^{(\alpha)}(X) &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} X_{i:n}}{\omega} \\ &= \text{(Average of least } \alpha\% \text{ outcomes } X_i) \end{aligned}$$

نتیجه حاصله "ارزش در معرض ریسک شرطی" با احتمال α درصد خوانده می شود. در ادامه می توان اثبات کرد که $\text{CO var}_n^{(\alpha)}$ به ازای تمامی n های یکسان، جمع پذیر است.

دو متغیر X و Y را در نظر بگیرید. برای هر یک از این متغیرها n مشاهده وجود دارد.

(۳۹)

$$\begin{aligned} \text{CO var}_n^{(\alpha)}(X + Y) &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} X_{i:n}}{\omega} \\ &= -\frac{\sum_i^{\omega} (X_{i:n} + Y_{i:n})}{\omega} \\ &= \text{CO var}_n^{(\alpha)}(X) + \text{ES}_n^{(\alpha)}(Y) \end{aligned}$$

می توان معادله $(\text{CO var}_n^{(\alpha)})$ را به صورت زیر توسعه داد:

اول از آزمون‌های پوشش غیرشرطی کوپیک، استقلال و پوشش شرطی کریستوفرسن، استفاده شده است. در مرحله دوم برای مقایسه عملکرد مدل‌ها با یکدیگر از رویکرد توابع زیان شامل دومین تابع زیان لویز و تابع زیان بلانکو وایهل استفاده شده است. در اینجا به تشریح هر کدام می‌پردازیم.

۳-۴-۱- آزمون کوپیک

یکی از راه‌های ارزیابی توانایی پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک، شمارش دفعاتی است که مقدار زیان واقعی از مقدار زیان پیش‌بینی شده توسط مدل بزرگ‌تر باشد. اگر ارزش در معرض خطرهای روزانه را مستقل فرض کنیم، مقایسه نتایج واقعی سود و زیان روزانه شده با ارزش در معرض ریسک، یک توزیع دوجمله‌ای خواهد شد. اگر زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط مدل بیشتر باشد، این رویداد یک شکست تلقی می‌شود و اگر کوچک‌تر شود، این رویداد یک موفقیت به شمار می‌آید. برای نشان دادن موفقیت و شکست از $I_t(\alpha)$ استفاده می‌شود که α ضریب پوشش ارزش در معرض خطر است.

(۳۷)

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{if } r_t < -\% \text{VaR}_t | t-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

که r_t بازده مشاهده شده در دوره t است و $\% \text{VaR}_t | t-1$ ارزش در معرض خطر درصدی دوره t مشروط بر اطلاعات موجود تا زمان $t-1$ است. فرضیه صفر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sum_{t=1}^T I_t(\alpha) = \text{Bin}(T, \alpha) \quad (38)$$

یعنی تعداد تخطی‌ها از مقدار ارزش در معرض خطر (تعداد شکست‌ها) دارای توزیع دوجمله‌ای است. T تعداد نمونه و α نرخ پوشش است.

در این صورت‌نمایشی معادل برای معادله (۳۲) خلق می‌شود که به و تابع توزیع $F(x) = P[X \leq x]$ وابسته است. با معرفی معادله معکوس برای تابع توزیع که به صورت زیر بیان می‌شود به α راحتی می‌توان "ارزش در معرض ریسک شرطی" را به صورت میانگین منفی $F^+(P)$ برای سطح اطمینان $P = (0, \alpha]$ بیان کرد (Sedunov, 2016).

$$F^+(P) = \inf \{x | F(x) \geq p\} \quad (33)$$

$$c o \text{var}^{(\alpha)} = -\frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha F^+(p) dp \quad (34)$$

معادله اخیر بنیادی‌ترین فرمول برای محاسبه "ارزش در معرض ریسک شرطی" است. قابلیت توضیح دهندگی، این معادله را برای انجام پژوهش در خصوص ویژگی‌های تحلیلی "ارزش در معرض ریسک شرطی" مناسب (Acerbi & Tasche, 2002). پیوستگی α که "ارزش در معرض ریسک شرطی" را از "دنباله مورد انتظار شرطی" متمایز می‌سازد، در معادله (۳۴) قابل مشاهده است، درحالی‌که در معادله (۳۲) به آن اشاره‌ای نشده بود. در آخر می‌توان "ارزش در معرض ریسک شرطی" را به صورت زیر بیان کرد:

(۳۵)

$$c o \text{var}^{(\alpha)} = TCE^{(\alpha)} + (\lambda - 1)(TCE^{(\alpha)} - VAR^{(\alpha)})$$

در معادله فوق $\lambda \equiv P[X \leq x^{(\alpha)}] / \alpha \geq 1$ است. معادله (۳۵) که به آسانی با ضرب در $P[X \leq x^{(\alpha)}]$ و تقسیم بر کردن در معادله (۳۴) استخراج می‌شود، اجازه می‌دهد تا ثابت کنیم که: (Acerbi & Tasche, 2002)

$$c o \text{var}^{(\alpha)} \geq TCE^{(\alpha)} \quad (36)$$

۳-۴-۲- پس آزمایی مدل‌ها

برای پس آزمایی مدل‌های ارزش در معرض خطر از یک فرایند دومرحله‌ای استفاده شده است. در مرحله

فرضیه آماری را می توان به صورت زیر نوشت:

H_0 : مجموع تخطی ها دارای توزیع دو جمله ای است.

H_1 : مجموع تخطی ها دارای توزیع دو جمله ای نیست.

$$\begin{cases} H_0: \hat{\alpha} = \alpha \\ H_1: \hat{\alpha} \neq \alpha \end{cases} \quad (39)$$

که در آن، $\hat{\alpha}$ نسبت تعداد تخطی ها به کل پیش بینی ها یا نسبت شکست است. کوپیک برای بررسی فرضیه ارائه شده، آزمون نسبت شکست ها را پیشنهاد می کند. نسبت درست نمایی کوپیک (LR) دارای توزیع کای دو با یک درجه آزادی است و آماره آن به صورت زیر تعریف می شود:

$$LR_{PF} = 2L \ln \left[\frac{\hat{\alpha}^{T_1} (1 - \hat{\alpha})^{T - T_1}}{\alpha^{T_1} (1 - \alpha)^{T - T_1}} \right] \quad (40)$$

LR_{PF} : نسبت احتمال شکست

T : تعداد کل پیش بینی ها

T_1 : تعداد شکست ها

در صورتی که نسبت احتمال شکست بزرگ تر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی و سطح خطای α باشد، فرض صفر رد می شود و نمی توان پذیرفت که مدل ارزش در معرض خطر را به درستی برآورد کرده است. اگر فرضیه صفر رد شود و $\hat{\alpha} > \alpha$ باشد، مدل ارزش در معرض خطر را دست بالا و اگر $\hat{\alpha} < \alpha$ باشد، دست پایین برآورد کرده است.

۳-۴-۲- آزمون کریستوفرسن^{۲۸}

با توجه به وجود پویایی های واریانس در مدل های ارزش در معرض خطر، انتظار می رود که در صورت ایجاد یک تخطی از مقدار ارزش در معرض خطر، مدل بتواند از تخطی های متوالی بعدی جلوگیری نماید. به همین دلیل آزمون مدل از حیث دقت مشروط^{۳۹} بر مستقل بودن تخطی های متوالی حائز اهمیت است. در این راستا نسبت احتمال پوشش شرطی^{۴۰} (LR_{CC}) از جانب کریستوفرسن (۱۹۹۸)، به عنوان آزمونی برای سطح پوشش شرطی^{۴۱} پیشنهاد شد. دلیل اصلی

معرفی چنین آزمونی این بود که نسبت احتمال شکست (LR_{PF}) وجود وابستگی های زمانی را نادیده می گرفت. آزمون نسبت احتمال پوشش شرطی، ترکیبی از آزمون پوشش غیرشرطی^{۴۲} و استقلال زنجیره ای^{۴۳} است.

$$LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{ind} \quad (41)$$

آماره آزمون پوشش شرطی را می توان به طریق زیر محاسبه نمود:

$$LR_{CC} = 2L \ln \left[\frac{L(\hat{\Pi})}{L(\Pi_{\hat{\alpha}})} \right] \sim \chi^2(2) \quad (42)$$

از ویژگی های آزمون پوشش شرطی، در نظر گرفتن شرط کافی برای بررسی دقت مدل های ارزش در معرض خطر است. همچنین استفاده از آن در جهت تعیین اعتبار مدل ها آسان است. در صورتی که مدل ارزش در معرض خطر، هر یک از شرایط پوشش غیرشرطی و استقلال را تأمین ننماید، جزء مدل های غیر معتبر طبقه بندی می شود. فرض پوشش شرطی در جهت تعیین دقت مدل ارزش در معرض خطر نسبت به پوشش غیرشرطی و استقلال قوی تر است، چراکه شامل هر دو می شود. برای آزمون پوشش شرطی فرض صفر به صورت ذیل بیان می گردد.

$$I_t(\alpha) \stackrel{iid}{\sim} Bernoulli(\alpha) \quad (43)$$

این فرضیه گویای این است که هر تخطی زیان مشاهده شده از زیان پیش بینی شده توسط ارزش در معرض خطر، دارای توزیع برنولی با احتمال شکست α است. همچنین این توزیع ها به صورت مستقل از هم می باشند؛ بنابراین آزمون این فرضیه دارای دو قسمت است. یک قسمت به آزمون پوشش غیرشرطی مربوط می شود که مطابقت تخطی های مشاهده شده را با توزیع برنولی می سنجد و قسمت بعدی مستقل بودن این توزیع ها را مورد آزمون قرار می دهد.

$$QPS = \frac{2}{T} \sum (C_t - P_t)^2 \quad (48)$$

نتایج حاصل از این تابع زیان نشان دهنده عملکرد مدل‌ها خواهد بود و هرچقدر که مقدار تابع زیان برای مدلی بالاتر باشد، نشان دهنده عملکرد ضعیف آن مدل است. همچنین برای رتبه‌بندی مدل‌های ارزش در معرض خطر شرطی نیز از توابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحراف‌ها (RMSE) به منظور انتخاب مدل برتر ارزش در معرض خطر شرطی، استفاده خواهیم کرد. هرچقدر که مقدار این خطا کمتر باشد طبیعتاً مدل عملکرد بهتری داشته است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{2}{T} \sum (C_t - ES_t)^2}$$

$$MAE = \frac{2}{T} \sum |C_t - ES_t| \quad (49)$$

۵- یافته‌های پژوهش

آمار توصیفی در ابتدا مقدار بازده برای متغیرها شاخص کل، شاخص آزاد شناور شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر در دو دوره ماهانه (۲۱ روزه) و فصلی (۶۳ روزه) محاسبه گردید. مقدار بازده با استفاده از فرمول زیر محاسبه شده است.

$$R_i = \frac{R_{i+t} - R_i}{R_i} \quad (50)$$

که در اینجا دوره موردنظر و R_i مقدار شاخص در روز i ام است. تحلیل توصیفی این داده‌ها در جدول شماره (۲) شامل تعداد مینیمم، ماکسیمم، میانه، میانگین و چارک اول و سوم به تفکیک آورده شده است.

۴- تابع زیان لویز و تابع زیان بلانکو و ایهل

برای اینکه رتبه‌بندی مدل‌ها را اجرا کنیم باید از بین توابع زیان متفاوتی که وجود دارد، تابع زیان را مشخص کنیم. یکی از پرکاربردترین توابع زیان، دومین تابع زیان لویز است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_t \begin{cases} 1 + (L_t - VaR_t)^2 & \text{if } L_t > VaR_t \\ 0 & \text{if } L_t \leq VaR_t \end{cases} \quad (44)$$

این رابطه امکان احتساب اندازه زیان‌های موجود در دنباله را فراهم می‌سازد و به مدلی که زیان‌های دنباله آن بالاتر است، مقدار بیشتری می‌دهد، لذا هر مدلی که میانگین زیان‌های دنباله آن که از رابطه زیر محاسبه می‌شود بیشتر باشد، عملکرد ضعیف‌تری داشته است.

$$QPS = \frac{2}{T} \sum C_t \quad (45)$$

یکی از ایرادات این مدل آن است که به دلیل آنکه هیچ تعبیر خاصی برای مجذور زیان‌های بالاتر از VaR وجود ندارد، درک شهودی ما را دچار ابهام می‌سازد. برای رفع این مشکل بلانکو-ایهل تابع زیان زیر را پیشنهاد کردند:

$$C_t \begin{cases} (L_t - VaR_t) / VaR_t & \text{if } L_t > VaR_t \\ 0 & \text{if } L_t \leq VaR_t \end{cases} \quad (46)$$

درک شهودی این تابع زیان، آسان‌تر است و ما را مطمئن می‌سازد که زیان‌های بزرگ‌تر دنباله‌ی C_t بزرگ‌تری می‌گیرد. در این حالت معیار مقایسه نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$P_t = \frac{ES_t - VaR_t}{VaR_t} \quad (47)$$

تابع نمره برای مدل بلانکو-ایهل به صورت زیر خواهد بود:

جدول ۲- اطلاعات آمار توصیفی بازده شاخص های منتخب (منبع: داده های تحقیق)

ردیف	بازه بازده ها	نام سری	تعداد	min	چارک اول	میانه	میانگین	چارک سوم	max
1	بازه ۲۱ روزه	R-TEPIX _t	۱۹۱۲	-12/41	-1/91	2/06	3/59	7/56	46/62
۲		R-TEFIX _t	۱۹۱۲	-12/54	-2/30	1/73	3/59	7/91	44/52
۳		R-Ir50t	۱۹۱۲	-14/39	-2/29	1/46	3/13	7/21	43/05
۴	بازه ۶۳ روزه	R-TEPIX _t	۱۸۷۳	-17/59	-2/12	4/57	10/79	23/19	76/02
۵		R-TEFIX _t	۱۸۷۳	-17/60	-2/61	4/54	10/73	23/27	80/97
۶		R-Ir50t	۱۸۷۳	-18/21	-2/68	4/03	10/06	20/02	81/53

در این آزمون فرض صفر دلیل بر نا مانایی است و حالت مطلوب زمانی اتفاق می افتد که فرض صفر رد شود. همان طور که نتایج جدول ۳ و ۴ نشان می دهد در تمام سری های زمانی مقادیر آماره آزمون از مقدار بحرانی در هر سه سطح بحرانی بزرگ تر بوده و مقدار p-value به دست آمده برای هر سری نیز کمتر از ۵ درصد هست؛ بنابراین با توجه به ارزش p-value، فرض صفر مبنی بر نامان بودن سری ها رد شده و فرض یک مبنی بر مانا بودن سری ها پذیرفته می گردد.

برای برآورد VaR و CoVaR نیاز است پارامترهای مکان، شکل و مقیاس مورد استفاده در برآورد را از طریق توزیع فریسه و توزیع پارتو تعمیم یافته محاسبه کرد. پس از برآورد دادن این داده ها روی دو توزیع مذکور پارامترهای مورد نظر به همراه خطای استاندارد برآورد شده و جدول (۴ و ۵) ارائه شده است.

برای اینکه بدانیم آیا این داده ها از توزیع نرمال پیروی می کنند یا خیر از آزمون نرمالیتی کولموگروف اسمیرنوف استفاده کردیم (جدول ۳). نتایج چولگی و کشیدگی و همچنین آماره آزمون نرمالیتی کولموگروف اسمیرنوف نشان داد هیچ یک از سری های زمانی مورد مطالعه از توزیع نرمال پیروی نمی کند. لذا در این مطالعه قبل از انجام هرگونه فرایندی اقدام به نرمال و استاندارد کردن داده ها نمودیم. همچنین آزمون دیکی فولر تعمیم یافته^{۴۴} را برای ارزیابی مانایی سری زمانی شاخص کل انجام دادیم که نتایج آن در جدول (۳) ارائه شده است.

آزمون دیکی فولر تعمیم یافته، یکی از سودمندترین آزمون ها در زمینه مانایی (سکون) است. فرض کنید سری y_t بر اساس ساده ترین شکل خود، یک مدل خود رگرسیونی از درجه اول است؛ یعنی در زمانی که $y_t = \alpha y_{t-1} + \epsilon_t$ چنانچه $|\alpha| < 1$ باشد، سری ماناست.

جدول ۳- نتیجه آزمون کولموگروف اسمیرنوف و دیکی فولر تعمیم یافته شاخص های منتخب (منبع: داده های تحقیق)

ردیف	بازه بازده ها	نام سری	دیکی فولر تعمیم یافته		کولموگروف اسمیرنوف	
			P-value	آماره آزمون	P-value	آماره آزمون
1	بازه ۲۱ روزه	R-TEPIX _t	۰/۰۱	-۵/۵۶	۰/۴۸	۰/۰۰
۲		R-TEFIX _t	۰/۰۱	-۵/۰۶	۰/۴۶	۰/۰۰
۳		R-Ir50t	۰/۰۱	-۵/۶۸	۰/۴۵	۰/۰۰
۴	بازه ۶۳ روزه	R-TEPIX _t	۰/۰۱	-۴/۵۵	۰/۵۷	۰/۰۰
۵		R-TEFIX _t	۰/۰۱	-۴/۵۱	۰/۵۸	۰/۰۰
۶		R-Ir50t	۰/۰۱	-۴/۹۴	۰/۵۴	۰/۰۰

جدول ۳- مقادیر بحرانی آزمون دیکی فولر تعمیم یافته (منبع: داده‌های تحقیق)

مقدار بحرانی در سطح ۱٪	مقدار بحرانی در سطح ۵٪	مقدار بحرانی در سطح ۱٪
-۲/567299	-۲/862449	-۳/432666

جدول ۴- مقادیر پارامترهای برآورد شده از طریق توزیع فریسه (منبع: داده‌های تحقیق)

مقدار پارامترها با استفاده از توزیع فریسه			نام سری	بازه بازدهها
$\xi(SD)$	$\mu(SD)$	$\sigma(SD)$		
۰/۰۲ (۰/۰۱)	۰/۰۴ (۰/۱۴)	۵/۸۱ (۰/۱)	R-TEPIX _t	بازه ۲۱ روزه
۰/۰۳ (۰/۰۱)	-۰/۰۲ (۰/۱۶)	۶/۲۰ (۰/۱۱)	R-TEFIX _t	
۰/۰۲ (۰/۰۱)	-۰/۰۴ (۰/۱۵)	۶/۱۹ (۰/۱۱)	R-Ir50 _t	
۰/۱۲ (۰/۰۲)	۲/۱۷ (۰/۳۲)	۱۲/۱۶ (۰/۲۵)	R-TEPIX _t	بازه ۶۳ روزه
۰/۱۳ (۰/۰۲)	۱/۷۲ (۰/۳۳)	۱۲/۴۷ (۰/۲۶)	R-TEFIX _t	
۰/۰۹ (۰/۰۲)	۱/۴۸ (۰/۳۳)	۱۲/۶۲ (۰/۲۵)	R-Ir50 _t	

فزونی کمک مؤثری در انتخاب آستانه می‌نماید. اگر این تابع بر اساس تغییرات آستانه ترسیم شود، بهتر است آستانه جایی انتخاب شود که تابع میانگین فزونی پس از آن، خطی راست با شیبی مثبت باشد. هیل روشی برای تخمین شاخص دم ارائه کرد که برای کل تابع توزیع، یک شکل پارامتری فرض نمی‌کند و تنها روی رفتار دم متمرکز می‌شود. از تخمین گر هیل برای تخمین شاخص دم α وقتی که دم بالایی (با ضرب نمونه در ۱- و بعد اقدامی مشابه با قبل برای دم پایینی) توزیع به شکل $1-F(x)=Cx^{-\alpha}$ استفاده می‌شود اگر $X_1 \geq X_2 \geq \dots \geq X_N$ از داده‌هایی با توزیع F استخراج شوند، آنگاه تخمین گر هیل، تخمینی از α به صورت تابعی از k تا از بزرگ‌ترین اعداد مجموعه داده‌ها به دست می‌دهد. در واقع اگر توزیع مورد نظر دقیقاً پارتو باشد، آنگاه تخمین گر هیل به راحتی می‌تواند به صورت یک تخمین بیشترین احتمال ساخته شود. نمودار تابع میانگین فزونی^{۴۵} و نمودار هیل^{۴۶} به دست آمده از داده‌های تحقیق در پاورقی ارائه شده است. تابع میانگین فزونی کمک مؤثری در انتخاب آستانه می‌نماید. اگر این تابع بر اساس تغییرات آستانه ترسیم شود، بهتر است آستانه جایی انتخاب شود که تابع میانگین فزونی پس از آن، خطی راست با شیبی مثبت باشد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار تخمین نقطه‌ای پارامتر شکل دنباله برای سه شاخص مورد مطالعه و برای دو بازه زمانی در تمام مقادیر مثبت است. علاوه بر این مقدار پارامتر شکل دنباله در بازه زمانی دوم بیشتر از بازه زمانی اول است. از آنجایی که در توزیع‌های با دنباله پهن، شاخص دنباله مثبت است و طبق نتایج ارائه شده در جدول (۴) مشاهده می‌شود پارامتر شکل برای تمامی داده‌ها در توزیع مقدار حدی تعمیم یافته مثبت بوده و این بدان معنی است که طبق رابطه (۵) داده‌ها از توزیع فریسه تبعیت می‌کنند و شاخص‌های مورد مطالعه دارای دم پهن هستند. در ادامه باید پارامترها را از برای استفاده در توزیع پارتو تعمیم یافته از طریق رویکرد فراتر از آستانه برآورد کرد. رویکرد فراتر از آستانه روشی بدیهی برای مدل سازی تخطی‌ها از یک آستانه بزرگ است. به عبارتی صرف نظر از مشاهدات حداکثر و یا حداقل، تخطی مشاهدات فرین از یک آستانه بزرگ نیز جالب توجه است. اولین و مهم‌ترین گام برای به کارگیری این روش، انتخاب آستانه (threshold) یا همان پارامتر مکان (μ) است و N_{ii} تعداد داده‌های بیشتر از حد آستانه می‌باشند که این مقدار با استفاده از نمودار تابع میانگین فزونی و نمودار هیل محاسبه شد که در جدول (۵) ارائه شده است. تابع میانگین

جدول ۵- مقادیر پارامترهای برآورد شده از طریق توزیع پارتو تعمیم یافته (منبع: داده‌های تحقیق)

مقدار پارامترها با استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته			نام سری	بازه بازده‌ها
$\xi(SD)$	$(\text{threshold})\mu(N_{it})$	$\sigma(SD)$		
۰/۰۸ (۰/۱)	۱۸/۳۵ (۹۶)	۴/۱۲ (۰/۶)	R-TEPIX _t	بازه ۲۱ روزه
۰/۰۶ (۰/۱۲)	۱۹/۲۹ (۹۷)	۴/۷۴ (۰/۷۵)	R-TEFIXt	
-۰/۰۴ (۰/۰۹)	۱۹/۲۶ (۹۶)	۵/۰۴ (۰/۶۹)	R-Ir50t	
-۰/۴۲ (۰/۱۵)	۴۲/۳۲ (۹۴)	۱۶/۷۹ (۳)	R-TEPIX _t	بازه ۶۳ روزه
-۰/۴۸ (۰/۱۱)	۴۲/۰۶ (۹۴)	۲۰/۸۰ (۳/۰۳)	R-TEFIXt	
-۰/۲۵ (۰/۱۲)	۴۴/۵۹ (۹۴)	۱۴/۰۸ (۲/۲۴)	R-Ir50t	

تعادلی میان دقت مدل و پیچیدگی آن برقرار می‌کند. این معیار توسط هیروتسوگو آکائیکه برای انتخاب بهترین مدل آماری پیشنهاد شد. با توجه به داده‌ها، چند مدل رقیب ممکن است با توجه به مقدار AIC رتبه بندی شوند و مدل دارای کمترین AIC بهترین است؛ که از فرمول زیر محاسبه می‌شود و هرچه کمتر باشد مدل از ارزش بیشتری برخوردار است. به صورت کلی AIC را این گونه می‌نویسیم:

$$AIC = 2K - 2\ln(l) \quad (51)$$

وقتی که K تعداد پارامترها در مدل آماری و L ماکزیمم تابع در درستنمایی مدل برآورده است. بین چند مدل انتخابی برای داده‌ها، آماری ارجح است که کمترین مقدار AIC را داشته باشد.

در جدول ۶ مقادیر ماکسیمم درستنمایی، اطلاعات آکائیک و آزمون‌های مرتبط با مقایسه مدل‌ها آورده شده است. در علم آمار برآورد حداکثر درستنمایی روشی است برای برآورد کردن پارامترهای یک مدل آماری. وقتی بر مجموعه‌ای از داده‌ها عملیات انجام می‌شود یک مدل آماری به دست می‌آید آنگاه حداکثر درستنمایی می‌تواند تخمینی از پارامترهای مدل ارائه دهد. با توجه به تعریف هرچه مقدار ماکسیمم درستنمایی بیشتر باشد مدل مناسب تری خواهیم داشت و برعکس مقدار اطلاعات آکائیک معیاری برای سنجش نیکویی برازش است. این معیار بر اساس مفهوم آنتروپی نباشده است و نشان می‌دهد که استفاده از یک مدل آماری به چه میزان باعث از دست رفتن اطلاعات می‌شود. به عبارت دیگر، این معیار

جدول ۶- اطلاعات مربوط به مقایسه توزیع فریسه و توزیع پارتو تعمیم یافته (منبع: داده‌های تحقیق)

ردیف	بازه بازده‌ها	نام سری	توزیع فریسه		توزیع پارتو تعمیم یافته	
			ماکسیمم درستنمایی	AIC	ماکسیمم درستنمایی	AIC
1	بازه ۲۱ روزه	R-TEPIX _t	27/6416	53/-11	۲۴۰/۵۱	96/-4
۲		R-TEFIXt	40/6551	57/-11	۲۵۳/۸۸	07/-5
۳		R-Ir50t	839/6530	56/-11	۲۴۷/۴۰	02/-5
۴	بازه ۶۳ روزه	R-TEPIX _t	50/7770	91/-11	82/318	52/-5
۵		R-TEFIXt	02/8731	93/-11	61/333	61/-5
۶		R-Ir50t	30/7810	92/-11	59/318	52/-5

پارتوی تعمیم یافته کمتر است. طبق معیار آکائیک و معیار ماکسیمم درستنمایی توزیع فریسه توزیع مناسب تری برای برآورد VaR و CoVaR شاخص‌های تحت مطالعه است و به نوعی طبق معیار آکائیک و

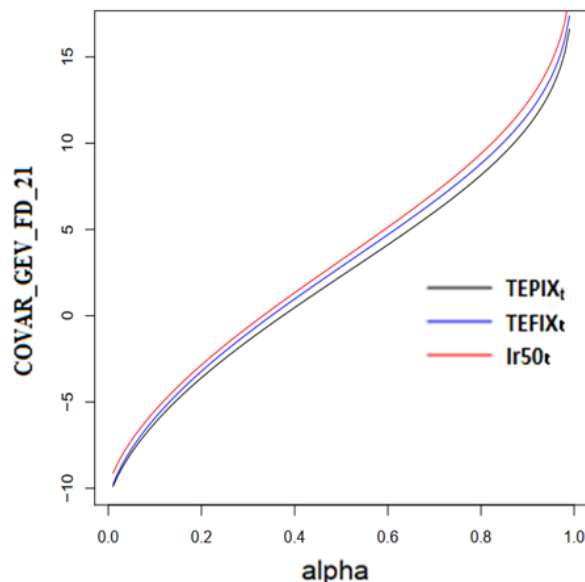
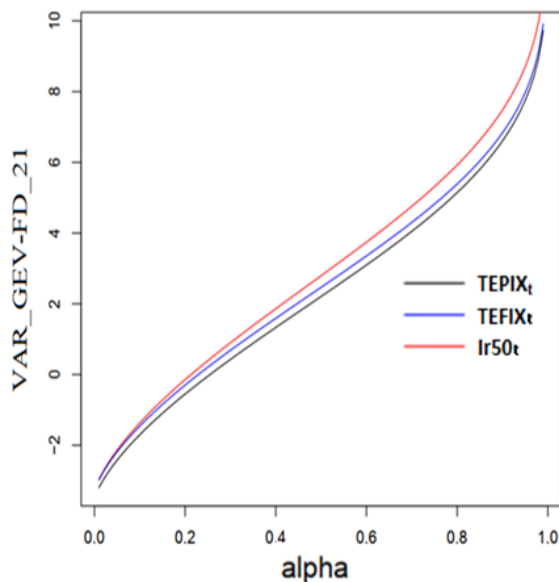
با توجه به مقادیر جدول ۶ درمی‌یابیم که مقدار ماکسیمم درستنمایی برای توزیع فریسه در هر دو دوره ماهانه و فصلی بیشتر از توزیع پارتوی تعمیم یافته است و همچنین مقدار AIC توزیع فریسه از توزیع

همان طور که انتظار می رود در تمامی سطوح مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) همواره بزرگتر از مقدار ارزش در معرض ریسک (VaR) است. این به این معنی است که CoVaR سنج مناسبتری برای برآورد ریسک شاخص‌های تحت مطالعه است. در جدول شماره ۸ و ۹ مقادیر معنی‌داری (p-value) آزمون‌های کوپیک و کریستوفرسن و مقادیر تابع زبان‌های لوپزو بلانکو-ایهل و در سطح ۹۵ و ۹۹ درصد ارائه شده است.

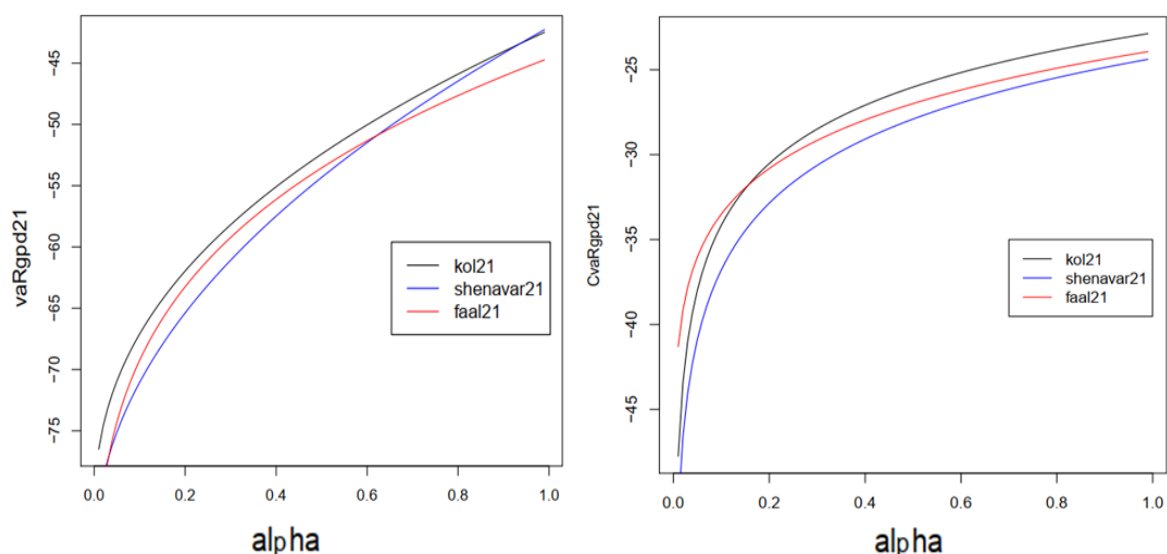
معیار ماکسیمم درست‌نمایی فرضیات تحقیق در این مرحله پذیرفته خواهند شد. در ادامه به برآورد مقدار ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) از طریق توزیع فریسه و توزیع پارتو تعمیم‌یافته می‌پردازیم. این مقادیر در جدول (۷) در دو سطح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ محاسبه شده‌اند. همچنین مقادیر VAR و CoVAR در بازه ۲۱ روزه در سطوح مختلف آلفا در نمودارهای (۲ و ۳) نشان داده شده است.

۷- محاسبه مقادیر VAR و COVAR با توزیع فریسه و توزیع پارتو تعمیم‌یافته (منبع: داده‌های تحقیق)

توزیع فریسه				توزیع پارتو تعمیم‌یافته				نام سری	بازه بازده‌ها
سطح ۹۹٪		سطح ۹۵٪		سطح ۹۹٪		سطح ۹۵٪			
CoVAR	VAR	CoVAR	VAR	CoVAR	VAR	CoVAR	VAR		
34.55	28.03	24.19	17.81	22.87	18.39	23.05	18.06	R-TEPIX _t	
35.32	28.42	24.45	17.81	24.38	19.33	24.59	19.53	R-TEFIX _t	
36.36	29.42	25.33	18.54	23.93	19.31	24.12	19.51	R-Ir50 _t	
100.89	76.82	65.56	45.56	54.26	42.48	54.74	43.17	R-TEPIX _t	
106.36	80.23	68.30	46.92	56.25	42.26	56.82	43.11	R-TEFIX _t	
94.43	73.39	62.81	44.45	55.96	44.73	56.42	45.30	R-Ir50 _t	



نمودار ۲- VaR و CoVaR برآوردی ۲۱ روزه با توزیع فریسه (منبع: داده‌های تحقیق)



نمودار ۳- VaR و CoVaR برآوردی ۲۱ روزه با توزیع پارتو تعمیم یافته (منبع: داده های تحقیق)

جدول ۸- مقدار آزمون های کوپیک، کریستوفرسن، لویز و بلانکو-ایهل در بازه ۲۱ روزه (منبع: داده های تحقیق)

VaR21 - R-Ir50t		VaR21 - R-TEFIXt		VaR21 - R-TEPIXt		سنجه ها	توزیع
(۰,۹۵)	(۰,۹۹)	(۰,۹۵)	(۰,۹۹)	(۰,۹۵)	(۰,۹۹)		
۰,۰۷	۰,۰۲	۰,۰۵	۰,۰۰	۰,۲۰	۰,۰۰	Kupiec(p-value)	پارتوی تعمیم یافته
۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	Christoff(p-value)	
(۱)۰,۰۱	(۱)۰,۰۰۱	(۱)۱,۶۲	(۱)۰,۰۱	(۱)۰,۱۶	۰,۰۰	Lopez	
(***)۰,۱۱	(***)۰,۰۲۷	(*)۰,۰۰۲	(***)۰,۰۱۲	(***)۰,۱۴	۰,۲۸	Blanco & Ihle	
۰,۱	۰,۰۳	۰,۰۶	۰,۰۰	۰,۰۷	۰,۰۰۰۹	Kupiec(p-value)	توزیع فریسه
۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	Christoff(p-value)	
(۲)۰,۳۱	(۲)۷,۶۶	(۲)۰,۰۳	(۲)۶,۴۶	(۲)۰,۳۱	۷,۸۴	Lopez	
(*)۰,۰۰۹	(*)۰,۰۰	(***)۰,۰۱۲	(*)۰,۰۰۵	(*)۰,۰۰۶	۰,۰۰۲	Blanco & Ihle	

جدول ۹- مقدار آزمون های کوپیک، کریستوفرسن، لویز و بلانکو-ایهل برای بازه ۶۳ روزه (منبع: داده های تحقیق)

VaR63 - R-Ir50t		VaR63 - R-TEFIXt		VaR63 - R-TEPIXt		سنجه ها	توزیع
(۰,۹۵)	(۰,۹۹)	(۰,۹۵)	(۰,۹۹)	(۰,۹۵)	(۰,۹۹)		
۰,۷۸	۰,۰۰	۰,۱۷	۰,۰۰	۰,۴۰	۰,۰۰	Kupiec(p-value)	پارتوی تعمیم یافته
۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	Christoff(p-value)	
(۱)۰,۱۶	۰,۰۰	(۲)۰,۰۰۷	(۱)۰,۰۱	(۱)۰,۰۴	۰,۰۰	Lopez	
(***)۰,۲۲	۰,۰۰۶	(*)۰,۰۰	(***)۰,۰۶۴	(***)۰,۰۰۱	۰,۰۰	Blanco & Ihle	
۰,۷	۰,۰۰	۰,۰۵	۰,۰۰	۰,۵۲	۰,۰۰	Kupiec(p-value)	توزیع فریسه
۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	Christoff(p-value)	
(۲)۱,۴۳	۸,۰۱	(۱)۰,۰۰۲	(۲)۸,۹۶	(۲)۱,۰۰	۹,۳۶	Lopez	
(*)۰,۰۰۶	۰,۵۵	(***)۰,۲۲	(*)۰,۰۰۶	(*)۰,۰۰	۰,۰۰۳	Blanco & Ihle	

بررسی در سطح معنی‌داری ۹۰ درصد و ۹۵ درصد در جدول شماره ۷ و ۸ ارائه شده است. رتبه‌بندی مقادیر آماره لوپز نشان می‌دهد در دوره‌های ۲۱ روزه (جدول ۷) مدل توزیع پارتو تعمیم‌یافته برای محاسبه مقدار ارزش در معرض ریسک در تمامی مدل‌های پذیرش شده بر اساس آزمون کوپیک، بر مدل توزیع فریسه ارجحیت دارد. به طور مشابه این رتبه‌بندی در جدول شماره ۸) برای بازده‌های سهام در دوره ۶۳ روزه نیز مشخص شده است. با توجه به مقادیر تابع زیان بلانکو-ایهل نتیجه می‌گیریم در دوره‌های ۲۱ روزه در همه موارد نتایج برعکس تابع زیان لوپز بوده است. در دوره‌های ۶۳ روزه نیز تمامی رتبه‌بندی مدل‌ها دقیقاً عکس نتایج رتبه‌بندی با تابع زیان لوپز است. چنانچه برای آزمون فرضیه اول تا سوم در سطح ۰.۹۵٪ مقادیر آماره لوپز را در نظر بگیریم فرضیه اول و سوم رد شده و فرضیه دوم پذیرفته خواهد شد و اگر مقادیر تابع زیان بلانکو-ایهل را ملاک آزمون فرضیه‌های موردنظر قرار دهیم فرضیه اول و سوم پذیرفته شده و فرضیه دوم رد خواهد شد. (* دارای رتبه یک و ** دارای رتبه دو است).

جهت رتبه‌بندی مدل‌های CoVAR برای بررسی فرضیه چهارم تا ششم از توابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحرافها (RMSE) استفاده شد. نتایج این آزمون‌ها برای دوره‌های ۲۱ و ۶۳ روزه در جدول شماره (۱۰) در سطح ۰/۹۵ ارائه شده است.

میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحرافها (RMSE) در جدول (۹) نشان می‌دهد در تمام شاخص‌های تحت مطالعه و در هر دو بازه ۲۱ و ۶۳ روزه مقدار MAE و RMSE برای توزیع فریسه کمتر از توزیع پارتو تعمیم‌یافته است. لذا نمی‌توان فرضیه‌های سوم تا ششم را در خصوص برتری توزیع فریسه در برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی را نسبت به توزیع پارتو تعمیم‌یافته رد کرد. لذا فرضیه سوم، چهارم و ششم پذیرفته می‌شوند.

نتایج خلاصه‌شده در جداول (۸ و ۹) نشان می‌دهد مقدار احتمال آماره کوپیک برای محاسبه ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۹ درصد برای همه بازه‌های زمانی ماهانه (۲۱ روزه) و فصلی (۶۳ روزه) کمتر از ۵ درصد بوده و در سطح اطمینان ۹۵ درصد برای همه بازه‌ها بالاتر از ۰.۵٪ است و لذا نشان می‌دهد مدل پارتو تعمیم‌یافته برای محاسبه مقدار ارزش در معرض ریسک 0.99% VaR برای هیچ کدام از بازه‌ها مناسب نیست اما برای محاسبه 0.95% VaR این مدل عملکرد خوبی داشته است. همچنین بر اساس نتایج به دست آمده در جداول ۸ و ۹ مدل توزیع فریسه برای محاسبه مقدار 0.95% VaR برای افق زمانی ماهانه (۲۱ روزه) و افق زمانی فصلی (۶۳ روزه) مناسب است اما برای محاسبه مقدار 0.99% VaR همه بازه‌ها نامناسب است. برخلاف آزمون کوپیک نتایج حاصل از آزمون کریستوفرسن به ما نشان می‌دهد که هیچ کدام از مدل‌ها برای محاسبه مقدار ارزش در معرض خطر مناسب نیست. چراکه بر اساس نتایج جداول ۸ و ۹ مقدار احتمال آزمون کریستوفرسن در همه بازه‌ها با رویکرد استفاده از هر دو توزیع مورد مطالعه زیر ۵ درصد بوده است. دلیل مغایرت این دو نتیجه در نظر گرفتن استقلال و عدم استقلال داده‌ها است.

چنان چه دقت یک مدل به لحاظ آماری رد نشود، مدل قابل قبول خواهد بود؛ اما در بسیاری از موارد چندین مدل در اختیار داریم. در این هنگام انتخاب از میان مدل‌های تأیید شده به عنوان مسئله‌ای پیش روی مدیریت ریسک قرار می‌گیرد و لذا در این هنگام می‌توان از آزمون لوپز استفاده نمود. بر این اساس در ادامه برای رتبه‌بندی عملکرد سنج‌های ریسک از آزمون لوپز استفاده شده است. در این آزمون در صورتی که میزان زیان واقعی در یک روز بیشتر از مقدار پیش‌بینی شده باشد، بیانگر حالت استثنا یا وضعیت تخطی بوده و برای آن روز مقدار عددی یک و در غیر این صورت مقدار صفر در نظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از آزمون لوپز برای شاخص‌های تحت

جدول ۱۰- (MAE) و (RMSE) برای بازده‌های ۶۳ و ۲۱ روزه در سطح ۹۵ درصد (منبع: داده‌های تحقیق)

CoVaR63 - R-Ir50t		CoVaR63 - R-TEFIXt		CoVaR63 - R-TEPIXt		سنجه‌ها	توزیع
۲۱ روزه	۶۳ روزه	۲۱ روزه	۶۳ روزه	۲۱ روزه	۶۳ روزه		
۷۳/۶۰	۷۳/۴۵	۷۵/۹۸	۷۵/۸۹	۷۶/۰۹	۷۶/۰۵	MAE	پارتوی
۹۶/۶۱	۹۶/۶۰	۹۷/۴۰	۹۷/۱۰	۹۶/۹۹	۹۷/۶۱	RMSE	تعمیم یافته
۷۲/۴۰	۷۲/۴۴	۷۴/۵۴	۷۴/۵۶	۷۴/۹۵	۷۵/۹۰	MAE	توزیع فریسه
۹۶/۴۳	۹۶/۵۰	۹۷/۳۲	۹۶/۸۵	۹۶/۲۳	۹۷/۲۲	RMSE	

۶- نتیجه گیری

محاسبه VaR در سطح ۹۹٪ مناسب نبوده اما برای محاسبه VaR در سطح ۹۵٪ این مدل عملکرد خوبی دارد. نتایج آزمون کوپیک نیز برای مدل توزیع فریسه در محاسبه VaR مشابه مدل توزیع پارتو تعمیم یافته بود. در نظر گرفتن استقلال و عدم استقلال داده‌ها در آزمون کریستوفرسن باعث ارائه نتایجی مخالف با آزمون کوپیک شد. نتایج میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحراف ها (RMSE) نشان از برتری توزیع فریسه برای برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) نسبت توزیع پارتو تعمیم یافته دارد. در بررسی مطالعات انجام شده، اکثر مطالعات به مقایسه برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از توزیع مقادیر حدی و سایر روش‌های سنتی پرداخته‌اند. در این مطالعه به مقایسه دو نوع از توزیع مقادیر حدی در محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخته‌ایم. با مقایسه نتایج این تحقیق با نتایج مطالعات انجام شده توسط مظفری و نیکو مرام (۱۳۹۹) که به بررسی کارایی شاخص ارزش در معرض ریسک (VAR) با استفاده از نظریه ارزش فرین در مقایسه با روش‌های سنتی ارزیابی ریسک پرداختند، مشخص گردید نتایج با مطالعات آن‌ها مطابقت دارد. همچنین با نتایج به دست آمده در این مطالعه با نتایج مطالعات کاشی و همکاران (۱۳۹۶) که ارزش در معرض ریسک (VAR) و ریزش مورد انتظار (ES) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه مقدار حدی با رویکرد ماکسیمم بلاک‌ها و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) برآورد کردند، مطابقت داشت. همچنین در مقایسه با نتایج مطالعه فلاح شمس و

در این مطالعه، ابتدا اطلاعات سری زمانی مربوط به نرخ بازده شاخص کل، شاخص سهام آزاد شناور و شاخص ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران برای یک دوره ۱۰ ساله از تاریخ ۱۳۹۱/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۸/۱۲/۲۹ از بانک‌های اطلاعاتی سازمان بورس و اوراق بهادار ایران گردآوری شده‌اند، ابتدا آمار توصیفی تفسیر و سپس به برآورد ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) شاخص‌های تحت مطالعه با استفاده از توزیع فریسه (FD) و توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) در چارچوب آمار استنباطی و با استفاده از سنجه‌های ریسک طیفی، انحراف و منسجم پرداختیم. برای سنجش قابل قبول بودن مدل‌ها به لحاظ آماری از آزمون‌های پس آزمایی کوپیک و آزمون پوشش شرطی کریستوفرسن استفاده شده و برای مقایسه مدل‌ها با یکدیگر از توابع زیان دوم لویز و بلانکو-ایهل استفاده کرده‌ایم. همچنین برای رتبه‌بندی مدل‌های ارزش در معرض خطر شرطی نیز از دو تابع زیان شامل میانگین قدر مطلق خطاها (MAE) و مجذور میانگین مربعات انحراف‌ها (RMSE) استفاده شد. برآورد پارامترهای مکان، مقیاس و شکل توزیع حدی تعمیم یافته (GEV) نشان داد پارامتر شکل توزیع در تمام بازه‌های ۲۱ روزه و ۶۳ روزه هر یک از شاخص‌ها مثبت بوده و توزیع شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران، توزیع شاخص سهام آزاد شناور و توزیع شاخص ۵۰ شرکت برتر، از توزیع فریسه (FD) به عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم یافته (GEV) تبعیت می‌کند. نتایج آزمون کوپیک نشان داد مدل پارتوی تعمیم یافته برای

فعال در بورس اوراق بهادار تهران"، فصلنامه علمی پژوهش مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۶(۲۴). ۹۱-۱۱۴.

* زمانی؛ شیوا، اسلامی بیدگلی؛ سعید، کاظمی؛ معین. (۱۳۹۲). "محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین". بورس اوراق بهادار، ۶(۲۱). ۱۱۵-۱۳۶.

* سارنج؛ علیرضا، نوراحمدی؛ مرضیه. (۱۳۹۶). رتبه بندی آماری مدل های مختلف ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار با استفاده از رویکرد مجموعه اطمینان مدل (MCS) برای صنعت بانکداری: با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۸(۳۰). ۱۳۱-۱۴۶.

* سینا؛ افسانه، فلاح شمس؛ میرفیض. (۱۳۹۸). "بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس اوراق بهادار تهران". مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۰(۴۰). ۱۸۴-۲۰۰.

* فلاح پور؛ سعید، راعی؛ رضا، میرزامحمدی؛ سعید، هاشمی نژاد؛ سیدمحمد. (۱۳۹۶). "سنجش ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از ترکیب مدل FIGARCH و نظریه ارزش فرین". دانش سرمایه گذاری، ۶(۲۳). ۲۵۹-۲۸۲.

* فلاح پور؛ سعید، رضوانی؛ فاطمه، رحیمی؛ محمدرضا. (۱۳۹۴). "برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) با استفاده از مدل های ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن در بازار طلا و نفت". دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۸(۲۶). ۱-۱۸.

* کاشی، منصور، حسینی، سیدحسن، قلیلو، محمدموسی، گلکاریان آرانی، سعید. (۱۳۹۶). "محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس نظریه مقدار حدی: شواهدی از

سینا (۱۳۹۸) باید اشاره کرد رویکرد مطالعه آن ها بیشتر بر بهینه سازی سبد سهام با استفاده از توزیع مقادیر حدی بوده و مطالعه حاضر با رویکرد استفاده از توزیع مقادیر حدی و توزیع پارتو تعمیم یافته در رتبه بندی توزیع های مورد استفاده در برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی هست. در راستای خروجی حاصل از این مطالعه پیشنهاد می شود:

- پرتفوی های مختلفی از سهام موجود در بورس تهران تشکیل شود و عملکرد مدل های ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی در پیش بینی ریسک این پرتفوی ها بررسی گردد.
- پیشنهاد می شود که عملکرد سایر رویکردهای ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض ریسک شرطی مانند رویکردهای نا پارامتریک و نیمه پارامتریک در جهت پیش بینی ریسک سهام موجود در سایر شاخص های بورس تهران بررسی گردد.
- از آنجایی که داده های فرین تعیین شده دارای وزن یکسانی بودند، پیشنهاد می شود که به داده های فرین با استفاده از روش های متداول وزن دهی، وزن داده شود و سپس نتایج محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از داده های وزن داده شده با سایر روش ها مقایسه شود.

فهرست منابع

- * پویان فر، احمد؛ و موسوی، سید حمید. (۱۳۹۵). "تخمین ارزش در معرض ریسک داده های درون روزی به وسیله ترکیب نظریه ارزش فرین و کاپیولا". فصلنامه مدل سازی ریسک و مهندسی مالی، ۱(۲). ۱۲۹-۱۴۴.
- * رهنمای رود پستی؛ فریدون، قندهاری؛ شراره. (۱۳۹۴). "برآورد ارزش در معرض خطر مبتنی بر محدودیت بر ارزیابی عملکرد مدیریت پرتفوی

- opportunities in the use of extreme value theory in risk management. In *Decision technologies for computational finance* (pp. 3-12): Springer.
- * Diebold, F. X., Schuermann, T., & Stroughair, J. D. (2000). Pitfalls and opportunities in the use of extreme value theory in risk management. *The Journal of Risk Finance*, 1(2), 30-35.
- * Echaust, K., & Just, M. (2020). Value at Risk Estimation Using the GARCH-EVT Approach with Optimal Tail Selection. *Mathematics*, 8(1), 114.
- * Fisher, R. A., & Tippett, L. H. C. (1928). *Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample*. Paper presented at the Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.
- * Gilli, M. (2006). An application of extreme value theory for measuring financial risk. *Computational Economics*, 27(2-3), 207-228.
- * Jacob, M., Neves, C., & Greetham, D. V. (2020). Extreme Value Theory. In *Forecasting and Assessing Risk of Individual Electricity Peaks* (pp. 39-60): Springer.
- * Kratz, M., Lok, Y. H., & McNeil, A. J. (2018). Multinomial VaR backtests: A simple implicit approach to backtesting expected shortfall. *Journal of Banking & Finance*, 88, 393-407.
- * Lin, E. M., Sun, E. W., & Yu, M.-T. (2018). Systemic risk, financial markets, and performance of financial institutions. *Annals of Operations Research*, 262(2), 579-603.
- * Longin, F. M. (2000). From value at risk to stress testing: The extreme value approach. *Journal of Banking & Finance*, 24(7), 1097-1130.
- * Lotfi, S., & Zenios, S. A. (2018). Robust VaR and CVaR optimization under joint ambiguity in distributions, means, and covariances. *European Journal of Operational Research*, 269(2), 556-576.
- * Massacci, D. (2017). Tail risk dynamics in stock returns: Links to the macroeconomy and global markets connectedness. *Management Science*, 63(9), 3072-3089.
- * McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of empirical finance*, 7(3-4), 271-300.
- بورس اوراق بهادار تهران". مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۸(۳۲)، ۲۶۹-۲۹۴.
- * لطفعلی پور؛ محمدرضا، نصرتی؛ مهدیه، قدیری مقدم؛ ابوالفضل، فیلسرایی، مهدی. (۱۳۹۶). "اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی با روش FIGARCH-EVT در بورس اوراق بهادار تهران". مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۸(۳۱)، ۲۸۱-۲۹۵.
- * مظفری؛ مهرداد، نیکومرام؛ هاشم. (۱۳۹۹). "بررسی کارایی شاخص ارزش در معرض ریسک (VaR) با استفاده از نظریه ارزش فرین در مقایسه با روش های سنتی ارزیابی ریسک". دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۱۳(۴۶)، ۱۷۹-۱۹۱.
- * محمدی؛ شاپور، راعی؛ رضا و فیض آباد؛ رضا. (۱۳۸۷). "محاسبه ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی در بورر اورا بهادار تهران". فصلنامه علمی پژوهشی تحقیقات مالی، ۱۰(۲۵).
- * Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Economic notes*, 31(2), 379-388.
- * Bali, T. G., & Weinbaum, D. (2007). A conditional extreme value volatility estimator based on high-frequency returns. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(2), 361-397.
- * Balkema, A. A., & De Haan, L. (1974). Residual life time at great age. *The Annals of probability*, 792-804.
- * Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.
- * Bücher, A., & Segers, J. (2018). Maximum likelihood estimation for the Fréchet distribution based on block maxima extracted from a time series. *Bernoulli*, 24(2), 1427-1462.
- * Chavez-Demoulin, V., Embrechts, P., & Sardy, S. (2014). Extreme-quantile tracking for financial time series. *Journal of Econometrics*, 181(1), 44-52.
- * Diebold, F. X., Schuermann, T., & Stroughair, J. D. (1998). Pitfalls and

یادداشت‌ها

- 1 Value at risk
- 2 Conditional value at risk
- 3 Generalized Extreme Value Distribution
- 4 Frechet Distribution
- 5 generalized Pareto distribution (GPD)
- 6 Fisher–Tippett–Gnedenko
- 7 generalized extreme value distribution
- 8 extreme value theory
- 9 generalized Pareto distribution
- 10 Pickands–Balkema–de Haan
- 11 Till Guldimann
- 12 Uryaesev
- 13 Rokafella
- 14 generalized autoregressive score model
- 15- independent
- 16- Cumulative Distribution Function (CDF)
- 17- Range
- 18- Degenerated
- ۱۹- تابعی نپاییده است که حد تابع توزیع آن در بی نهایت توزیع نباشد
- 20- Non Degenerated
- 21- Location Parameter
- 22- Scale Parameter
- ۲۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_m دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان و نامشخص F باشند، که m نشان دهنده تعداد اعضای نمونه است. اگر ماکسیمیم $(n < m)n$ مشاهده اول را M_n نشان دهیم و ضرایب ثابت $d_n \in R$ و $C_n > 0$ باشند و یک تابع توزیع ناتپاییده وجود داشته باشد به طوری که:
$$\frac{M_n - d_n}{C_n} \xrightarrow{d} H$$

آنگاه H از توزیع زیر پیروی می‌کند:

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi x\right)^{\frac{1}{\xi}}\right), & \xi \neq 0 \\ \exp(-\exp(-x)), & \xi = 0 \end{cases}$$

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp\left(-\left(1 + \xi x\right)^{\frac{1}{\xi}}\right), & \xi \neq 0 \\ \exp(-\exp(-x)), & \xi = 0 \end{cases}$$
- 24- Fisher, Tippett, Gnedenko
- 25- Shape Parameter
- 26- Generalized Extreme Value Distribution
- 27- Gumbel
- 28- Frechet
- 29- Weibull
- 30- Subsamples
- 31- Peak Over Threshold Approach
- 32- Generalized Pareto Distribution (GPD)
- 33- Balkema
- 34- de Hann
- 35- Pickands
- 36- Likelihood Function
- 37- Log-likelihood Function
- 38- Christoffersen
- 39- Conditional Accuracy
- 40- Conditional Coverage Likelihood Ratio
- 41- Conditional Coverage Level
- 42- Unconditional Coverage
- 43- Serial Independence
- 44 Augmented Dickey-Fuller test statistic

- * McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). *Quantitative risk management: concepts, techniques and tools-revised edition*: Princeton university press.
- * Muteba Mwamba, J., & Mhlanga, I. (2013). Extreme conditional value at risk: a coherent scenario for risk management.
- * Sedunov, J. (2016). What is the systemic risk exposure of financial institutions? *Journal of Financial Stability*, 24, 71-87.
- * Shahiki Tash, M. N., Esmail Ezazi, M., & Bimorgh, L. (2013). Computation Value at Risk in Tehran Stock Market. *Journal of Economic Development Research*, 3(10), 51-70.
- * Shahzad, S. J. H., Arreola-Hernandez, J., Bekiros, S., Shahbaz, M., & Kayani, G. M. (2018). A systemic risk analysis of Islamic equity markets using vine copula and delta CoVaR modeling. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 56, 104-127.
- * Sivnarain, R. (2018). *The use of risk measures and its applications in portfolio optimization*. University of Pretoria,
- * Smith, R., & Goodman, D. (2000). Bayesian risk analysis. Chapter 17 of *Extremes and Integrated Risk Management*, edited by P. Embrechts. In: Risk Books, London.
- * Sun, X., Liu, C., Wang, J., & Li, J. (2020). Assessing the extreme risk spillovers of international commodities on maritime markets: A GARCH-Copula-CoVaR approach. *International Review of Financial Analysis*, 101453.
- * Tobias, A., & Brunnermeier, M. K. (2016). CoVaR. *The American Economic Review*, 106(7), 1705.
- * Usman, M., Jibrán, M. A. Q., Amir-ud-Din, R., & Akhter, W. (2019). Decoupling hypothesis of Islamic stocks: Evidence from copula CoVaR approach. *Borsa Istanbul Review*, 19, S56-S63.
- * Zhang, Y., & Nadarajah, S. (2018). A review of backtesting for value at risk. *Communications in Statistics-Theory and methods*, 47(15), 3616-3639.
- * Zhao, X., Cheng, W., & Zhang, P. (2020). Extreme tail risk estimation with the generalized Pareto distribution under the peaks-over-threshold framework. *Communications in Statistics-Theory and methods*, 49(4), 827-844.