

انتخاب پرتفوی سهام با استفاده از وابستگی دنباله پایینی و تئوری مقدار حدی

سعید فلاح پور^۱

ثمینه فیض اله^۲

تاریخ پذیرش: ۹۳/۹/۱

تاریخ دریافت: ۹۳/۷/۱

چکیده

در این مقاله، با استفاده از وابستگی دنباله پایینی و تئوری مقدار حدی، به مسئله انتخاب پرتفویو پرداخته شده است. وابستگی دنباله پایینی، میزان وابستگی دنباله پایینی یک سهم یا پرتفویو مفروض، با دنباله پایینی بازار را مشخص می‌کند. در واقع وابستگی دنباله پایینی معیاری برای اندازه‌گیری احتمال آسیب دیدن یک پرتفوی از زیان‌های بزرگ است و در این پژوهش وابستگی دنباله پایینی نمونه‌ای از پرتفوها با بازار سهام مورد بررسی قرار می‌گیرد. وابستگی دنباله پایینی برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز حاوی اطلاعات مهمی می‌باشد و از لحاظ سیستماتیک با دیگر معیارهای ریسک شامل واریانس، نیم‌واریانس، چولگی، کشیدگی، بتا و هم‌چولگی متفاوت می‌باشد. بازه زمانی سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۹۳ می‌باشد و ۳۰ شرکتی که داده تاریخی کافی داشتند و حداقل یک بار در لیست ۵۰ شرکت فعال‌تر بودند، انتخاب شده‌اند. در تست‌های خارج نمونه‌ای مشخص شد که پرتفویهای متشکله با مقدار کمتر وابستگی دنباله پایینی از شاخص بازار و پرتفویهای متشکله با مقدار بیشتر وابستگی دنباله پایینی بهتر عمل می‌کنند. در نهایت باید گفت که در این پژوهش نتایج حاکی از آن است که وابستگی دنباله پایینی از لحاظ مفهومی برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز مهم است و به طور اساسی با دیگر معیارهای ریسک متفاوت است.

واژه‌های کلیدی: انتخاب پرتفویو، وابستگی دنباله پایینی، تئوری مقدار حدی.

۱- استادیار دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲- کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران (نویسنده مسئول) feyzallah@ut.ac.ir

۱- مقدمه

در دنیای امروز مالی که روز به روز گسترده‌تر می‌شود و مرزهای مکانی و زمانی را درمی‌نوردد، انتخاب پرتفولیوی بهینه و بهینه‌تر، برای ماندن در این میدان رقابت امری ضروری به نظر می‌رسد. از آغاز دهه ۱۹۶۰ تاکنون پژوهشگران زیادی به این امر توجه کرده و همواره با مدل‌سازی و آزمون مدل‌های موجود درصدد آزمون کارایی این مدل‌ها برآمده‌اند. در بازارهایی که بازده‌های دارایی‌ها دارای توزیع نرمال است، یا سرمایه‌گذارانی که ریسک را توسط واریانس ثروتشان اندازه‌گیری می‌کنند، همبستگی معیار مناسبی برای وابستگی خواهد بود. اما در دنیای واقعی که بازده‌های دارایی‌ها دنباله پهن هستند و سرمایه‌گذاران در مورد سود و زیان نامتقارن عمل می‌کنند، وابستگی دنباله پایینی بهتر عمل می‌کند. برای سرمایه‌گذارانی که نگران زیان‌های بزرگ در زمان بازار رکود هستند، وابستگی دنباله پایینی ریسک‌هایی که آنها با آن روبرو می‌شوند را توضیح می‌دهد. در واقع ضریب همبستگی که معیار مشترک وابستگی در کاربردهای مالی می‌باشد، اغلب برای توضیح و تخمین ساختار وابستگی وقوع زیان‌های بزرگ ناکافی بنظر می‌رسد. توزیع‌های دنباله-وابسته در مقایسه با ارزش در معرض ریسک (VaR) وابستگی بین رویدادهای زیان بزرگ را بین دارایی‌های مختلف مدل می‌کنند. این در حالی است که ارزش در معرض ریسک رفتار ریسکی یک دارایی تکی در پرتفولیو را مشخص می‌کند. در این پژوهش به دنبال بررسی نقش وابستگی دنباله پایینی در انتخاب پرتفوی هستیم و اینکه آیا پرتفوهایی تشکیل شده با مقدار کمتر وابستگی دنباله پایینی بازدهی

بیشتری از شاخص بازار و پرتفوهایی تشکیل شده با مقدار بیشتر وابستگی دنباله پایینی دارند یا خیر.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

کتاب‌ها و مقالات متعددی در جهت هرچه کاربردی و بهتر شدن تکنیک‌های انتخاب پرتفولیو کوشیده‌اند، که این قضیه دلالت بر پراهمیت بودن آنها دارد. به طور کلی، این مدل‌ها براساس دو تئوری متفاوت؛ یعنی تئوری مدرن پرتفولیو^۱ و تئوری فرامدرن پرتفولیو^۲ شکل گرفته‌اند. در تئوری مدرن پرتفولیو (MPT)، ریسک به عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین بازده تعریف و با استفاده از معیار واریانس محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر، تئوری مدرن پرتفولیو به لحاظ توزیع انحرافات در معیار واریانس، وزن‌های برابری را برای همه‌ی انحرافات مثبت و منفی (مطلوب و نامطلوب) به عنوان ریسک در نظر می‌گیرد. به همین سبب است که واریانس به عنوان معیار ریسک متقارن شناسایی می‌گردد و زمانی می‌توان از آن استفاده نمود که توزیع بازده‌ها از نوع نرمال باشد. اما تحقیقاتی که امروزه بر روی بازارهای سهام نوظهور صورت گرفته نشان می‌دهد که توزیع بازدهی در این بازارها نرمال نیست و برهمین اساس، تئوری پست مدرن (فرا مدرن) پرتفولیو (PMPT) مطرح شد. این تئوری بین نوسان‌های مطلوب و نامطلوب، وجه تمایز آشکاری قایل می‌شود. در تئوری پست مدرن پرتفولیو، تنها نوسان‌های پایین‌تر از نرخ بازده هدف سرمایه‌گذار، مشمول ریسک هستند و این مساله در حالی است که همه نوسان‌های بالاتر از این هدف به عنوان فرصت‌های سرمایه‌گذاری به منظور دستیابی به نرخ بازده مطلوب به حساب می‌آیند. وابستگی دنباله

پایینی نیز که با بازده‌های حدی منفی سروکار دارد، نوعی ریسک نامطلوب محسوب می‌شود و ریسک مطلوب را در نظر نمی‌گیرد.

۲-۱- تئوری مقدار حدی

وقایع حدی وقایعی هستند که با احتمال کمی اتفاق می‌افتند ولی به محض وقوع بسیار زیان‌آور هستند. در اصل این وقایع با احتمال کم و تاثیر فراوان رخ می‌دهند. چنین وقایعی در دنباله تابع توزیع قرار دارند به همین دلیل بررسی آماری چنین وقایعی به علت کمی مشاهدات موجود در دنباله تابع توزیع، سخت‌تر از بررسی دیگر ویژگی‌های آماری است. مدیریت ریسک عموماً به وقایع با احتمال کم در دنباله تابع توزیع قیمت دارایی‌ها می‌پردازد. این وقایع با احتمال کم، که به مقادیر حدی نیز معروف هستند، اگرچه احتمال وقوع‌شان کم است ولی به محض وقوع، تبعات بزرگی به همراه دارند که در بازارهای مالی مشهود هستند.

مدل‌های مدیریت ریسک قادر نیستند که رویدادهای دنباله‌ای را مدل کنند، علت آن این است که این مدل‌ها بر روی کل توزیع تمرکز دارند در حالیکه برای مدل‌سازی رویدادهای دنباله‌ای باید به دنبال مدل‌هایی باشیم که فقط، یا بیشتر، بر روی دنباله تابع توزیع تمرکز کنند. چون بخش کمی از داده‌ها در دنباله‌ها قرار دارد مدل‌های سنتی ریسک قادر نخواهند بود که رویدادهای دنباله‌ای را مدل کنند. مدیریت ریسک مبتنی بر تئوری مقدار حدی بطور مستقیم بر روی دنباله تابع توزیع تمرکز می‌کند، این مدل‌ها این پتانسیل را دارند که بتوانند تخمین و پیش‌بینی بهتری از ریسک ارائه دهند.

یک راه حل برای مواجهه با وقایع حدی این است که یک تابع توزیع دلخواه (مانند توزیع نرمال،

توزیع t و...) انتخاب شود و سپس کل داده‌ها بر آن تابع توزیع فرضی برازش شوند. ولی وجود چنین فرضیاتی (انتخاب یک تابع توزیع دلخواه) از اعتبار مدل می‌کاهد. ثابت شده است که تئوری مقدار حدی، به عنوان یک شاخه از آمار کاربردی، می‌تواند این مشکل را برطرف کند. تئوری مقدار حدی و پارامترهای آن کاملاً متفاوت با توزیع‌های آشنای آماری هستند. (فلاح‌پور و یاراحمدی، ۱۳۹۱)

معمولاً دو رویکرد برای تعریف فرین‌ها در نظر گرفته می‌شود: رویکرد ماکزیمم و مینیمم بلوکی^۳ و رویکرد بیشتر از یک مقدار آستانه^۴. در ادامه به معرفی این دو رویکرد می‌پردازیم.

توزیع بازده‌ها

نماد R نشان دهنده بازده لگاریتمی دارایی و یا پرتفولیو در یک بازه زمانی می‌باشد. f_R و F_R به ترتیب تابع چگالی و تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی R می‌باشد. R_1, R_2, \dots, R_n بازده مشاهده شده در n فاصله زمانی با بسامد f می‌باشد.

فرین‌های تعریف شده با رویکرد ماکزیمم و مینیمم بلوکی

فرین‌ها می‌توانند به عنوان ماکزیمم و مینیمم n متغیر تصادفی R_1, R_2, \dots, R_n تعریف شوند. Y_n به عنوان بیشترین بازده و Z_n به عنوان کمترین بازده در n مشاهده و در طول n فاصله زمانی معاملاتی در نظر گرفته می‌شود.

در تئوری مقدار حدی رفتار آماری ماکزیمم و مینیمم متغیرهای تصادفی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این تئوری برای آنکه فرین‌ها از توزیع اولیه مستقل باشند، رفتار مجانبی متغیرها لحاظ می‌شود.

گامبل^{۱۱} میل می‌کند و اگر با مورد $\tau < 0$ مواجه شویم، توزیع بدون دنباله است و به توزیع وایبول^{۱۲} میل می‌کند. توزیع گامبل را می‌توان به عنوان فرم انتقال حدی بین توزیع فریسه و وایبول به حساب آورد. در سری بازده مالی که معمولاً دنباله پهن^{۱۳} هستند، مقدار این پارامتر زمانی که یک تابع توزیع تعمیم یافته مقدار حدی برآزش شود، مثبت است.

جالب‌تر آنکه اگر نظریه i.i.d بودن در نظر گرفته نشود، یک توزیع حدی مشابه بدست می‌آید. برمن^{۱۴} (۱۹۶۳) نشان داد که اگر متغیرها وابسته باشند و ضریب همبستگی به توان دوی آنها متناهی باشد، همین نتیجه بدست می‌آید. (Francois Longin, 2005)

فرین‌های تعریف شده با رویکرد بیشتر از یک مقدار آستانه

فرین‌ها همچنین می‌توانند در شرایطی که از یک آستانه مرجع که با θ نشان داده می‌شود، تجاوز کنند، تعریف شوند. برای مثال، تجاوزهای مثبت، مطابق با تمامی مشاهداتی از R است که بزرگتر از آستانه θ هستند. در نتیجه برای تجاوزهای منفی می‌توان تقارن تجاوزهای مثبت را در نظر گرفت. در اینجا بر شرایط $(R > \theta)$ که در دنباله راست توزیع بازده‌ها تعریف می‌شود، تمرکز شده است. احتمال آنکه یک بازده R از θ بزرگتر باشد، با احتمال P_θ نشان داده می‌شود. آستانه θ و توزیع بازده‌ها F_R توسط رابطه $P_\theta = 1 - F_R(\theta)$ با یکدیگر در ارتباط هستند.

بالکما و هان (۱۹۷۴) و پیکند (۱۹۷۵) نشان دادند که توزیع تعمیم یافته پارتو^{۱۵} (GDP) تنها توزیع غیرتبهگنی است که توزیع بازده‌های بیشتر از مقدار آستانه F_R^θ را تقریب می‌زند. تابع توزیع حدی G_R^θ برای $x > \theta$ به صورت زیر است:

اگر متغیرهای R_2, R_1, \dots, R_n از نظر آماری مستقل و هم‌توزیع باشند (نظریه گام تصادفی برای قیمت‌های بازار سهام)، توزیع دقیق ماکزیمم Y_n به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Y_n = \max(R_1, \dots, R_n) \quad (1)$$

در عمل، توزیع متغیرهای اصلی به طور دقیق شناخته شده نیست و به دلیل ناشناخته بودن این توزیع، توزیع دقیق فرین‌ها نیز شناخته شده نخواهد بود. به همین دلیل، رفتار مجانبی ماکزیمم Y_n مطالعه می‌شود. تئوری مقدار حدی، توزیع غیرتبهگن ممکن برای بازده‌های فرین را در هنگامی که متغیر n به بی‌نهایت میل می‌کند، مشخص می‌کند.

جندنکو^{۱۶} (۱۹۴۳) نشان می‌دهد که توزیع مقدار حدی^{۱۷} (EVD)، تنها توزیع غیرتبهگن است که توزیع بازده‌های فرین F_{Y_n} را تقریب می‌زند. برای آنکه توزیع حدی متغیر جدید غیر تبهگن باشد، یک سری تبدیلات روی متغیر تصادفی Y_n صورت می‌گیرد. ساده‌ترین تبدیل عملیات استانداردسازی می‌باشد. متغیر Y_n با پارامترهای α_n (پارامتر موقعیت^{۱۸}) و β_n (پارامتر مقیاس^{۱۹}) استاندارد می‌شود. تابع توزیع حدی G_{Y_n} به صورت زیر است:

$$G_{Y_n}(y) = \exp\left(-\left(1 + \tau \frac{y - \beta_n}{\alpha_n}\right)^{-\frac{1}{\tau}}\right) \quad (2)$$

پارامتر τ شاخص دنباله^{۲۰} نامیده می‌شود و خصوصیات دقیق دنباله توزیع بازده‌ها را می‌دهد. توزیع‌های با دنباله‌ی پهن مثل توزیع t و توزیع پارتو، با مورد $\tau > 0$ مطابقت دارند و به توزیع فریسه^{۲۱} میل می‌کنند. در توزیع‌های دنباله باریک مثل توزیع نرمال این پارامتر صفر $\tau = 0$ است و به توزیع

$$G_R^\theta(x) = 1 - (1 + \tau \cdot (\frac{x-\theta}{\sigma}))^{\frac{1}{\tau}} \quad (3)$$

σ ، پارامتر پراکندگی می‌باشد و به آستانه θ ، توزیع بازده‌های F_R و شاخص دنباله τ بستگی دارد. مقادیر پارامترهای این تابع توزیع با استفاده از برازش کردن توزیع تعمیم یافته پارتو بر داده‌ها برآورد می‌شود. روش تخمین این پارامترها همانند روش ماکزیمم و مینیمم بلوکی، روش حداکثر درست نمایی است. (Francois Longin, 2005)

۲-۲ - وابستگی دنباله

در طول دهه گذشته، وابستگی بین بازده دارایی‌های مالی به دلیل افزایش اثرات جهانی شدن افزایش یافته است. با این حال، معیارهای وابستگی رایج مانند ضریب همبستگی پیرسون همیشه برای درک صحیحی از وابستگی‌ها در بازارهای مالی مناسب نیست (Embrechts et al., 2002). به خصوص، وابستگی بین رویدادهای حدی مانند بازده‌های منفی حدی سهام و یا زیان‌های بزرگ پرتفولیو، نیاز به معیارهای وابستگی جایگزین جهت حمایت از استراتژی‌های سودمند تخصیص دارایی را امری الزام آور می‌کند.

تعدادی مطالعات تجربی مثل انه و خارویی^{۱۶} (۲۰۰۳) و مالورگن و سورنت^{۱۷} (۲۰۰۴) نشان دادند که مفهوم وابستگی دنباله، ابزاری مفید برای توضیح وابستگی بین داده‌های حدی در مالی می‌باشد. علاوه بر این، آنها نشان دادند که به خصوص در دوران بازار رکود، وابستگی دنباله نقش مهمی را ایفا می‌کند. وابستگی دنباله همچنین ضریب وابستگی دنباله^{۱۸} (TDC) نامیده می‌شود که توسط سیویا در سال ۱۹۶۰ معرفی شد. اندازه‌گیری وابستگی دنباله

برای تنظیم کنندگان قوانین مربوط به نکول‌های سیستم بانکی، و یا سرمایه‌گذاران و مدیران ریسکی که می‌خواهند زیان‌های سیستماتیک بزرگ پرتفولیوهای خود را پوشش دهند، شایان اهمیت است. این وابستگی گاهی اوقات وابستگی فرین^{۱۹} و یا وابستگی حدی^{۲۰} نیز نامیده می‌شود.

با این حال، کارشناسان بیمه و آماردانان که با تئوری مقدار حدی آشنا نیستند، اغلب برای انتخاب روش مناسب جهت اندازه‌گیری و یا برآورد وابستگی دنباله، مشکلاتی را دارند. یک دلیل برای این قضیه این است که مقدار محدود شده داده‌ها (حدی) باعث می‌شود که برآورد کاملاً نسبت به انتخاب روش حساس باشد. دلیل دیگر فقدان ادبیاتی است که برآورد کننده‌های مختلف را نسبت به EVT مقایسه کند.

برآورد کننده‌های TDC می‌توانند هم براساس کل مجموعه مشاهدات و هم براساس داده‌های حدی باشند. با توجه به مورد دوم، EVT انتخابی بدیهی برای استنتاج روی مقدارهای حدی می‌باشد. روش‌های برآورد پارامتریک در صورتی کارا هستند که مدل توزیع مورد نظر درست باشد و اگر مدل مفروض غلط انتخاب شود، برآورد اریب خواهد بود. روش‌های برآورد ناپارامتریک این نوع خطای ناشی از انتخاب اشتباه مدل را ندارند، اما واریانس برآورد بزرگتری دارد. برآوردهای TDC براساس سه دسته زیر انجام می‌شود:

- (۱) یک توزیع مشخص و یا خانواده‌ای از توزیع‌ها؛
- (۲) یک کاپولای مشخص و یا خانواده‌ای از کاپولاها؛
- (۳) یک مدل ناپارامتریک.

ترینور^{۲۶} (۱۹۶۱)، ریسک بوسیله واریانس بازده کل پرتفولیوی سرمایه‌گذار اندازه‌گیری می‌شود. مارکوویتز در سال ۱۹۵۹ عنوان کرد که در حالی که سرمایه‌گذاران تنها از ازدست دادن پول می‌ترسند و نه از بدست آوردن آن، واریانس با سودهای بزرگ غیرمعمول همانند زیان‌های بزرگ غیرمعمول رفتار می‌کند. این عدم تجانس باعث شد که یک معیار جایگزین که همان نیم‌واریانس است را به ریسک اختصاص دهد. او نتیجه گرفت که پرتفولیوی های ساخته شده با استفاده از نیم‌واریانس ارجح‌تر هستند، زیرا که بر کاهش زیان‌ها تمرکز می‌کنند. (Markowitz, 1959)

دانیلسون و دوریز^{۲۷} در سال ۱۹۹۷ از تئوری مقدار حدی (EVT) برای بهبود برآورد زیان‌های بزرگ در بازارهای تبدیل ارز خارجی استفاده کردند. (Danielsson & De Vries, 1997)

هاروی و سیدیک^{۲۸} در سال ۲۰۰۰ پیشنهاد دادند که ریسک یک دارایی را با هم‌چولگی‌اش^{۲۹} اندازه‌گیری کنیم و پی‌بردند که این معیار همبسته به اضافه بهای مشخصی از ریسک در تست‌های قیمت‌گذاری دارایی است. (Harvey & Siddique, 2000)

مکنیل و فری^{۳۰} در سال ۲۰۰۰ نوسان تصادفی را در یک چارچوب EVT وارد کردند تا برآوردهای ارزش در معرض ریسک را بهبود بخشند. (McNeil & Frey, 2000)

لانگین و سالینک^{۳۱} در سال ۲۰۰۱ از یک مدل چند متغیره EVT برای مطالعه شاخص بازارهای سهام آمریکا، انگلستان، فرانسه، آلمان و ژاپن استفاده کردند و نتیجه گرفتند که همبستگی بازارها در دوران رکود بازارها افزایش می‌یابد. (Longin & Solnik, 2001)

پون و همکارانش^{۳۲} در سال ۲۰۰۴ از تئوری مقدار حدی چند متغیره (EVT) برای مدل کردن

سیویا (۱۹۶۰) و جو^{۳۱} (۱۹۹۷) رایج‌ترین تعریف وابستگی دنباله را عنوان کردند. اگر X و Y دو متغیر تصادفی با تابع توزیع تجمعی مشترک $F(x, y)$ و توزیع‌های تجمعی حاشیه‌ای $G(x)$ و $H(y)$ باشند، مقدار

$$\chi_U = \lim_{t \rightarrow 1^-} P\{G(x) > t | H(y) > t\} \quad (4)$$

ضریب وابستگی دنباله بالایی (TDC بالایی) نامیده می‌شود. اگر $\chi_U > 0$ وابستگی در دنباله بالایی وجود دارد و اگر $\chi_U = 0$ باشد، وابستگی در دنباله بالایی وجود ندارد. به طور مشابه، ضریب وابستگی دنباله پایینی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\chi_L = \lim_{t \rightarrow 0^+} P\{G(x) \leq t | H(y) \leq t\} \quad (5)$$

بنابراین، TDC تقریباً متناظر با احتمال آن است که یک متغیر حاشیه‌ای از آستانه بالایی یا پایینی تجاوز کند، مشروط به آنکه متغیر حاشیه‌ای دیگر از آن آستانه بالایی و یا پایینی تجاوز کرده باشد. در بخش ۳ (روش‌شناسی پژوهش) در مورد روشی که در این مقاله برای برآورد وابستگی دنباله استفاده شده است، صحبت خواهد شد.

۲-۳ - مروری بر پیشینه پژوهش

مارکوویتز^{۳۲} در انتخاب پرتفولیو این را در نظر گرفت که چگونه سرمایه‌گذاران می‌توانند بازده مورد انتظار را برای یک سطح مشخصی از ریسک بیشینه کنند و یا به طور معادل، ریسک را برای بازده مورد انتظار مفروض کمینه کنند. در فرمول اصلی مارکوویتز و خیلی اصطلاحات بعدی، شامل CAPM شارپ^{۳۳} (۱۹۶۴)، لیتتر^{۳۴} (1965)، موسین^{۳۵} (۱۹۶۶) و

مورد ریسک فراهم می‌آورند؛ ۲) وابستگی به طور کلی در طول زمان افزایش یافته است؛ ۳) تمام نواحی مطالعه شده وابستگی غیرممتقارن را نشان می‌دهند. (Chollete et al., 2011)

۳- روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از لحاظ روش پژوهش، تحقیقی کمی محسوب می‌شود. تحقیق کمی مبتنی بر سنجش کمیت یا مقدار آن است و از آن در پدیده‌هایی که به صورت کمی بیان می‌شود می‌توان استفاده کرد. از منظر دیگر می‌توان این تحقیق را تحقیقی کاربردی دانست. تحقیق کاربردی به دنبال یافتن راه حل برای یک مشکل موجود در جامعه، سازمان‌های صنعتی یا خدماتی است. در ادامه به بیان روش پژوهشی که در این تحقیق به کار گرفته شده است می‌پردازیم.

با یک مدل پارامتری برای توزیع‌های حاشیه‌ای و ساختار وابستگی می‌توان λ را با حداکثر درستنمایی تخمین زد. اگر مشخصات توزیع درست باشد، این روش پایدار است و به طور مجانبی کاراست. اما متاسفانه توافق نظری در مورد توزیع بازده‌های مربوطه وجود ندارد و اگر توزیع اشتباهی انتخاب شود، جواب‌ها به شدت اریب خواهد بود. برای مثال می‌توان از کاپولای گوسی نام برد.

مشکل به کارگیری یک مدل کاملاً ناپارامتری این است که طبق تعریف وابستگی دنباله، ناحیه‌ای از توزیع مشترک را در نظر می‌گیرد که تعداد خیلی کمی داده در آن مشاهده می‌شود. اگر چه CDF تجربی تخمین‌زننده‌ای سازگار از توزیع حاشیه‌ای واقعی می‌دهد، اما برای نمونه‌ای با اندازه‌ی ثابت، پهنای دنباله‌ها را کمتر برآورد می‌کند. علاوه بر مشکل توابع حاشیه‌ای، برای هر آستانه به اندازه‌ی

وابستگی شدید در این پنج بازار استفاده کردند. آنها پی‌بردند که بازارهای بین‌المللی سهام تمایل دارند که به طرز نامتقارنی غیر وابسته باشند و نتیجه گرفتند که مدل‌های EVT که فرض بر وابستگی غیرممتقارن دارند در ریسک سیستماتیک اغرق می‌کنند. (Poon et al., 2004)

در صورت وجود بازده‌های نامتقارن، بتای CAPM، معیار وابستگی گمراه‌کننده‌ای می‌باشد. در پاسخ به این نگرانی، انگ و همکارانش^{۳۳} در سال ۲۰۰۶ بتای نامطلوب^{۳۴} را که معیاری برای کواریانس با بازار در هنگامی که قیمت‌های دارایی‌ها سقوط می‌کند است را برآورد کردند. آنها پی‌بردند که دارایی‌های با بتای نامطلوب بالا، اضافه بهای ریسکی را پیشنهاد می‌دهند که برای بتای معمولی، هم‌چولگی و ... محاسبه نشده است. (Ang et al., 2006)

هیونگ^{۳۵} و دی وریز در سال ۲۰۰۵ نشان دادند که در هنگامی که دارایی‌های با توزیع بازده‌های دنباله پهن به پرتفولیو اضافه می‌شود، ریسک به سرعت کاهش می‌یابد (Hyung, De Vries, 2005)، در حالی که ابراگیموف و والدن^{۳۶} در سال ۲۰۰۷ نشان دادند که تنوع ممکن است ارزش در معرض ریسک را برای دارایی‌های ریسکی با دنباله پهن، هنگامی که زیان‌های بالقوه بزرگ است افزایش دهد. نتایج آنها نشان داد که چگونه وجود توزیع‌های بازده با دنباله پهن می‌تواند به طور چشمگیری انتخاب پرتفولیو را تحت تاثیر قرار دهد. (Ibragimov, Walden, 2007)

کلت و همکاران^{۳۷} در سال ۲۰۱۱ از بازده‌های ۱۴ شاخص بازار بین‌المللی سهام استفاده کردند تا همبستگی پیرسون^{۳۸}، همبستگی اسپیرمن^{۳۹} و وابستگی دنباله را برای ترکیب چند متغیره ۱۴ کشور مقایسه کنند. آنها سه نتیجه اصلی را گزارش دادند: (۱) سه معیار وابستگی، سیگنال‌های متفاوتی را در

کافی بالا که برآورد قابل قبولی از χ ارائه دهد، اکثریت قریب به اتفاق مشاهدات را حذف می‌کند. در اینجا ما رویکرد متفاوتی را اتخاذ کردیم. با کار کردن با مینیمم بازده‌های ماهانه می‌توان از نتیجه مهم حدی تئوری مقدار حدی (EVT) که تخمین -زننده‌ای مناسب و انعطاف‌پذیر برای وابستگی دنباله پایینی بین یک پرتفولیوی مفروض و بازار فراهم می‌آورد استفاده نمود. رویکرد بلوکی نسبت به خوشه‌ای شدن نوسانات^۴ پایدارتر (قوی‌تر) است (می‌دانیم خوشه‌ای شدن نوسانات ویژگی مستندی برای بازده‌های دارایی‌ها می‌باشد، (Cont, 2001)). به همین دلیل برای اهداف ما رویکرد بلوکی مناسب‌تر است.

x_N, \dots, x_2, x_1 را بازده‌های روزانه برای نمونه‌ای از پرتفولیوها و y_N, \dots, y_2, y_1 را بازده‌های روزانه برای شاخص در نظر می‌گیریم. استراتژی این است که نمونه را به بلوک‌های غیرهم تداخل از طول کافی تقسیم کنیم. با استفاده از تئوری مقدار حدی که در قبل معرفی شد، زیان ماکزیمم در هر بلوک را به عنوان مقدار حدی تعمیم‌یافته (GEV) مدل می‌کنیم و از این قضیه برای تبدیل فرین‌ها به توزیع‌های حاشیه‌ای رایج استفاده می‌کنیم.

$$G(Z) = \exp\left\{-\left[1 + \tau\left(\frac{Z - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\tau}\right\}$$

رابطه بالا همان رابطه (۲) است که در بخش ۲-۱ معرفی شد. در اینجا نیازی به عملیات استاندارد سازی نمی‌باشد، زیرا مقادیر استانداردسازی به نوعی در میانگین و انحراف معیار محاسبه شده‌اند. بلوک‌هایی با طول K را در نظر می‌گیریم، M نشان دهنده تعداد بلوک‌ها با طول K می‌باشد و $M = [N / K]$

است. اگر مشاهده‌یاضافی باقی بماند، از ابتدای مجموعه دور انداخته می‌شود. \tilde{x}_i نشان‌دهنده بازده مینیمم پرتفوی X در بلوک i و \tilde{y}_i نشان‌دهنده بازده مینیمم شاخص بازار در همان بلوک می‌باشد. توجه کنید که اگر چه \tilde{x}_i و \tilde{y}_i از یک بلوک می‌آیند، ولی ممکن است مربوط به یک روز نباشند. برای تبدیل بازده‌های مینیمم منفی بلوک به زیان‌های ماکزیمم مثبت بلوک، آن را در یک منفی ضرب می‌کنیم که $\{-\tilde{x}_i, -\tilde{y}_i\}_{i=1}^M$ را به دست می‌دهد. حال اگر k به اندازه کافی بزرگ باشد، توزیع حاشیه‌ای زیان‌های ماکزیمم بلوک می‌بایست طبق قضیه انواع حدی تقریباً برابر با GEV باشد. بنابراین می‌توانیم سری-های $\{-\tilde{x}_i\}_{i=1}^M$ و $\{-\tilde{y}_i\}_{i=1}^M$ را بر اساس معادله بالا مدل کنیم و پارامترهای $(\hat{\mu}_x, \hat{\sigma}_x, \hat{\tau}_x)$ و $(\hat{\mu}_y, \hat{\sigma}_y, \hat{\tau}_y)$ را با حداکثر درست‌نمایی تخمین بزنیم (نحوه تخمین در پیوست ۱)

با استفاده از تخمین‌های حداکثر درست‌نمایی از یک مدل تک متغیره، می‌توانیم زیان‌های ماکزیمم بلوک‌های X و Y به توزیع‌های حاشیه‌ای رایج تبدیل کنیم. یک انتخاب مناسب فریشه واحد است که توسط معادله زیر تعریف می‌شود:

$$F(z) = \exp(-1/z) \quad (۶)$$

نحوه تبدیل در پیوست ۲ توضیح داده شده است. در این توزیع $\mu = \sigma = \tau = 1$ است. زیان‌های ماکزیمم بلوک را بعد از تبدیل به فریشه واحد $\{-\tilde{x}_i\}_{i=1}^M$ و $\{-\tilde{y}_i\}_{i=1}^M$ تعریف می‌کنیم. اکنون می‌توان از زیان‌های ماکزیمم بلوکی تبدیل شده برای برآورد وابستگی دنباله بین دارایی x و بازار y استفاده نمود. در حالی که یک توزیع حدی یگانه برای نرمال کردن ماکزیمم بلوکی وجود دارد،

با تخمین α وابستگی دنباله پایینی صورت
 $\hat{\chi} = 2 - 2^\alpha$ به دست می‌آید (نحوه تخمین در
 پیوست ۳).

در این پژوهش وابستگی دنباله پایینی بین
 پرتفولیوهای تکی و شاخص بازار با استفاده از
 تخمین سه مرحله‌ای حداکثر درستنمایی که در بالا
 توضیح داده شد، انجام می‌شود. اگر چه از نظر
 تئوری تخمین یک مرحله‌ای کاراتر است، ولی بسیار
 مشکل است که مقدارهای اولیه‌ی مناسبی برای هفت
 پارامتر پیدا کرد.

به طور خلاصه مراحل تخمین وابستگی دنباله پایینی
 به شرح زیر می‌باشد:

(۱) تفکیک بازده‌های روزانه شاخص بازار و
 سهم تکی و یا پرتفولیو به بلوک‌های k روزه
 و انتخاب بازده مینیمم در هر بلوک برای هر
 سری.

(۲) تخمین پارامترهای $\mu, \sigma, \tau, \alpha$ به طور
 جداگانه برای مینیمم بلوک شاخص بازار و
 سهم تکی و یا پرتفولیو.

(۳) استفاده از تخمین‌های پارامترهای $\mu, \sigma, \tau, \alpha$ برای
 تبدیل مینیمم بلوک دو سری به فریسه واحد.

(۴) تخمین α و تبدیل آن به χ
 روش کار به این منوال است که از ۳۰ شرکت
 لیست شده در جدول پیوست ۴، ۵۰۰۰ پرتفولیوی ۵
 تایی و ۵۰۰۰ پرتفولیوی ۱۰ تایی به صورت تصادفی
 تشکیل می‌دهیم. دو دوره شکل‌دهی و تست داریم.
 در دوره شکل‌دهی کای را با توجه به روشی که در
 بخش ۳ عنوان شد و بازده‌های روزانه محاسبه می-
 کنیم و با توجه به اعداد به دست آمده کای را به سه
 دسته‌ی ۱۰٪ پایینی، ۸۰٪ میانی و ۱۰٪ بالایی تقسیم
 می‌کنیم. در واقع کای را از کوچک به بزرگ مرتب

متاسفانه خانواده‌ای از توزیع‌های حدی برای
 ماکزیمم مشترک وجود دارد. در اینجا از ساده‌ترین
 توزیع حدی ممکن، که لجستیک دو متغیره است،
 استفاده می‌شود. دو متغیر تصادفی x و y با حاشیه-
 های فریسه واحد، از یک توزیع لجستیک چند
 متغیره پیروی می‌کنند اگر توزیع مشترکشان همانند
 زیر باشد:

$$G(x, y) = \exp\{-(x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha})^\alpha\} \quad (7)$$

که در اینجا $x, y > 0$ و $\alpha \in [0, 1]$ می‌باشد. به
 دلیل اینکه حاشیه‌ها از پیش تعیین شده‌اند، یک
 توزیع پارامتری و تک پارامتر α ، قدرت وابستگی را
 کنترل می‌کند. پارامتر وابستگی دنباله پایینی و α از
 طریق رابطه زیر به یکدیگر مربوط هستند:

$$\chi = 2 - 2^\alpha \quad (8)$$

در ادامه باید پارامتر α به منظور برآورد وابستگی
 دنباله تخمین زده شود. هنگامی که $\alpha = 1$ باشد،
 متغیرها به طور مجانبی وابسته هستند و در هنگامی
 که $\alpha = 0$ باشد، متغیرها کاملاً استقلال مجانبی
 دارند. بنابراین پله آخر فیت کردن مدل لجستیک
 چندمتغیره با زیان‌های ماکزیمم بلوکی تبدیل یافته
 $\{-\tilde{x}_i\}_{i=1}^M$ و $\{-\tilde{y}_i\}_{i=1}^M$ توسط تخمین حداکثر
 درستنمایی می‌باشد.

در شرایط وابستگی ضعیف، وابستگی زمانی را
 در نظر نمی‌گیریم و حداکثر درستنمایی برای کل
 نمونه را به صورت ضرب حداکثر درستنمایی هر
 مشاهده می‌نویسیم:

$$(\alpha) = \sum_{i=1}^M \log g(x_i, y_i; \alpha) \quad (8)$$

۱) برای آنکه وابستگی دنباله پایینی به انتخاب پرتفولیو مرتبط باشد، تصور می‌کنیم که سرمایه‌گذاران احتمال مثبتی را برای مصیبت‌های اقتصادی^{۴۱} قایل هستند.

۲) برای محاسبه وابستگی دنباله پایینی از بلوک‌های ۲۲ روزه معاملاتی استفاده شده است.

در این بخش در ابتدا ویژگی‌های آماری و معیارهای ریسک: میانگین، انحراف معیار، چولگی، کشیدگی، نیم‌واریانس، شاخص شارپ، بتا، هم-چولگی، تاو (شاخص دنباله) و وابستگی دنباله پایینی برای شرکت‌های مورد پژوهش بررسی می‌شود. سپس میزان همبستگی معیارهای ریسک با یکدیگر مورد مطالعه قرار می‌گیرد و در آخر که مهمترین و بحث برانگیزترین قسمت پژوهش می‌باشد، با تشکیل پرتفولیوهایی از شرکت‌های مورد پژوهش میزان وابستگی دنباله پایینی این پرتفولیوها با بازار محاسبه و تاثیر آن بر بازده پرتفوی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

محاسبه ویژگی‌های آماری و معیارهای ریسک

برای آنکه نشان دهیم وابستگی دنباله پایینی ابزاری مناسب برای انتخاب پرتفولیو می‌باشد، حداقل باید نسبت به معیارهای سنتی ریسک حاوی اطلاعات متفاوت‌تری باشد. برای اثبات این شرایط از تخمین وابستگی دنباله پایینی، شاخص دنباله و تعدادی از معیارهای ریسک برای سهم‌های تکی که در جدول پیوست ۴ آورده شده، استفاده می‌کنیم. جدول ۱ ویژگی‌های آماری و معیارهای ریسک را برای شرکت‌های درون نمونه در فاصله زمانی ۱۳۸۱/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸ ارائه می‌دهد. رتبه بندی این اطلاعات (از بیشتر به کمتر) در جدول ۲

کرده و ۱۰۰۰ تا کای اول را جز دسته‌ی ۱۰٪ پایینی، ۴۰۰۰ تا کای بعدی را جز دسته‌ی ۸۰٪ میانی و ۱۰۰۰ تا کای بعدتر را جز دسته‌ی ۱۰٪ بالایی قرار می‌دهیم. سپس میانگین کای و میانگین بازده سالانه را برای هر دسته حساب می‌کنیم و بعد از آن برای دوره تست که زمان آن یک ساله است و از روز بعد از پایان دوره شکل‌دهی آغاز می‌شود بازده را حساب می‌کنیم. نحوه محاسبه بازده دوره تست به این صورت است که با توجه به پرتفویهای موجود در هر دسته میانگین بازده برای همان دسته را به دست می‌آوریم. داده‌های بازده برای محاسبه بازدهی دوره‌ی تست به صورت سالانه می‌باشد.

دوران تست در این پژوهش یک ساله بوده و پرتفولیوها برای تمامی انواع دوران شکل‌دهی وزن یکسان دارند. نتایج را برای ۵۰۰۰ پرتفوی ۵تایی و ۵۰۰۰ پرتفوی ۱۰تایی در تمامی انواع دوران شکل‌دهی بررسی می‌کنیم. بررسی این اعداد به ما کمک می‌کند تا دریابیم عملکرد پرتفویهای با مقادیر متفاوت تخمین‌زده شده‌ی وابستگی دنباله پایینی در خارج نمونه چگونه است.

۴- فرضیه پژوهش

استفاده از شاخص وابستگی دنباله پایینی در انتخاب سهام، موجب کسب بازدهی بیشتر می‌شود.

۵- یافته‌های پژوهش

در این قسمت به برخی از مفروضات مهم در خصوص مدل‌سازی و حل مسئله وابستگی دنباله پایینی که در این مقاله منظور گردیده است، می‌پردازیم.

باشد. مربع‌های سایه‌دار آن نوع از همبستگی را نشان می‌دهد که در سطح ۱۰٪ متفاوت از صفر می‌باشد، یا به بیان دیگر نمی‌توان گفت ضرایب همبستگی در مربع‌های مشخص شده که در زیر قطر نیز دوباره نشان داده شده‌اند، صفر می‌باشد. همانطور که در شکل نیز مشخص است کای با دیگر معیارهای ریسک به طور قابل توجهی همبستگی ندارد، پس می‌توان گفت که کای نماینده‌ی دیگر معیارهای ریسک نیست و خصوصیات مخصوص به خود را دارد. نتایج مشابهی نیز از جدول ۲ قابل برداشت است. اگر دو معیار ریسک اطلاعات مشابهی درباره‌ی ریسک بازده سهام ارائه دهند، می‌بایست الگوی رتبه بندی نسبتاً مشابهی داشته باشند. همانطور که مشاهده می‌شود کای به طور اساسی با دیگر معیارهای ریسک متفاوت است.

نشان داده شده است. شرکت‌ها با توجه به هر یک از معیارهای ریسک رتبه‌بندی شده‌اند و طبق مقادیر کای و به صورت نزولی در جدول آورده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌کنید سرمایه‌گذاری گروه توسعه ملی (وبانک) با بیشترین مقدار کای (۰,۳۳) و سرمایه‌گذاری غدیر، سرمایه‌گذاری صنعت بیمه، صنایع لاستیکی سهند و صنایع آذراب با کمترین مقدار کای (صفر) به ترتیب بیشترین و کمترین مقادیر کای را شامل می‌شوند.

شکل ۱ ارتباط بین کای و دیگر معیارهای ریسک را از جدول ۱ نشان می‌دهد. مقدار هر مربع بالای قطر، ضریب همبستگی دو معیار ریسکی که با هم متقاطع هستند را نشان می‌دهد. برای مثال مقدار ۰,۰۹۵۹۱ برای کای و بتا بر اساس محاسبه‌ی کای و بتا برای تمامی شرکت‌های درون نمونه در کل دوره و سپس محاسبه همبستگی بین این تخمین‌ها می‌-

جدول ۱- ویژگی‌های آماری و معیارهای ریسک (کل داده‌ها)

X	τ	هم‌چولگی	B	شارپ	نیم واریانس	μ_4	μ_3	O	M	
0.267	0.345	0.10	0.883	0.017	2.87E-04	191.85	-8.86	0.030	9.78E-04	بتراس
0.000	0.437	-0.52	0.924	0.005	6.08E-04	323.04	-12.65	0.048	7.29E-04	پسهند
0.115	0.458	1.34	0.912	0.007	6.06E-04	332.92	-9.19	0.040	7.44E-04	خاذین
0.197	0.554	0.40	1.399	0.008	3.71E-04	147.32	-7.04	0.033	7.36E-04	خبهمن
0.061	0.557	0.73	1.429	0.021	2.04E-03	178.45	4.50	0.058	1.66E-03	خزامیا
0.152	0.717	0.06	1.457	0.019	8.59E-04	188.03	-2.55	0.044	1.32E-03	خساپا
0.169	0.561	2.56	1.404	0.000	3.33E-04	79.27	-2.99	0.028	4.65E-04	خودرو
0.259	0.499	-0.20	0.853	-0.014	2.79E-04	139.54	-7.08	0.030	5.70E-05	ستران
0.185	0.670	3.09	1.232	-0.001	3.85E-04	198.07	-6.21	0.032	4.31E-04	سفارس
0.133	0.367	1.33	1.079	0.037	4.81E-04	118.73	-1.08	0.030	1.58E-03	شاراک
0.077	0.574	4.34	0.294	0.025	1.19E-03	304.95	4.55	0.045	1.61E-03	شبهرن
0.262	0.699	0.69	1.133	0.008	2.23E-04	363.59	-13.50	0.031	7.14E-04	شخارک
0.098	0.766	1.54	0.683	0.027	7.14E-04	316.78	-10.44	0.047	1.75E-03	شیران
0.174	0.819	0.90	0.460	0.048	1.09E-03	161.14	2.57	0.042	2.51E-03	غشهر

X	τ	هم چولگی	B	شارپ	نیم واریانس	μ_4	μ_3	O	M	
0.094	1.074	-0.06	0.102	-0.013	3.44E-04	166.17	-6.73	0.034	1.51E-05	غپاک
0.000	0.305	0.21	1.512	-0.003	7.70E-04	259.19	-8.04	0.047	3.10E-04	فاذر
0.153	0.319	-1.64	1.537	0.049	4.14E-03	342.43	14.99	0.070	3.94E-03	فاسمین
0.092	0.367	-0.66	1.066	0.004	6.12E-04	88.79	0.12	0.034	6.18E-04	فباهنر
0.061	0.361	-2.19	0.449	0.020	6.64E-04	130.53	3.24	0.033	1.14E-03	کچینی
0.333	0.546	-0.44	1.327	0.006	2.61E-04	232.24	-11.16	0.033	6.60E-04	ویبانک
0.248	0.536	-3.33	0.832	0.007	3.35E-04	203.60	-7.94	0.031	7.05E-04	وبشهر
0.000	0.302	1.07	0.482	0.006	1.84E-04	174.75	-8.07	0.023	6.10E-04	وبیمه
0.113	0.250	0.42	1.083	-0.009	3.40E-04	175.55	-6.05	0.029	2.01E-04	ویپرو
0.101	0.372	0.51	0.645	0.022	2.38E-04	190.98	-6.97	0.025	1.03E-03	وتوصا
0.077	0.355	-0.77	0.609	0.008	2.56E-04	648.24	-18.90	0.034	7.46E-04	وساخت
0.152	0.503	0.55	1.124	0.022	2.01E-04	102.40	-4.35	0.022	9.69E-04	وسپه
0.055	0.618	1.42	1.228	0.034	3.61E-04	137.11	-4.03	0.028	1.44E-03	وصندوق
0.154	0.428	-0.67	1.110	-0.017	2.40E-04	189.87	-7.78	0.028	-9.16E-06	وصنعت
0.000	0.325	0.21	1.436	0.034	2.79E-04	75.39	-2.34	0.026	1.34E-03	وغدیر
0.051	0.462	0.71	1.579	0.027	6.71E-04	353.60	-5.92	0.041	1.58E-03	ومعادن

تعداد بلوک‌ها به تناسب تعداد داده‌ها متفاوت می‌باشد ولی تعداد داده‌های هر بلوک ۲۲ روز در نظر گرفته شده است. برای محاسبه آماره‌های وابستگی، هم‌چولگی، β ، و λ از بازده‌های روزانه شاخص کل به عنوان پرتفولیوی بازار استفاده شده است.

این جدول ویژگی‌های آماری و معیارهای ریسک را برای تمامی شرکت‌ها با استفاده از کل داده‌ها (از ۱۳۸۱/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸) نشان می‌دهد. چهار ستون اول میانگین، انحراف معیار، چولگی و کشیدگی را برای بازده‌های روزانه ارائه می‌دهد. چهار ستون بعدی مبین نیم‌واریانس، شاخص شارپ، بتای CAPM، و هم‌چولگی می‌باشد. دو ستون آخر به ترتیب شاخص دنباله و وابستگی دنباله پایینی را نشان می‌دهند. هردوی آماره‌های مقدار حدی توسط ماکزیمم راستنمایی و با استفاده از روش مینیمم بلوکی محاسبه شده‌اند. به دلیل متفاوت بودن تعداد داده‌ها برای هر شرکت (در بعضی از روزها نماد بسته است و معامله نمی‌شود).

جدول ۳- رتبه بندی معیارهای ریسک

تاو	هم چولگی	بتا	شارپ	نیم واریانس	کشیدگی	واریانس	کای	
19	8	22	10	7	21	17	30	وبانک
6	12	11	17	10	18	11	29	بتراس
26	19	19	14	3	29	12	28	شخارک
16	9	10	2	8	8	9	27	ستران
18	1	9	13	12	20	13	26	وبشهر
20	15	23	15	16	9	16	25	خبهمن
25	29	21	6	17	19	14	24	سفارس
29	22	4	29	27	10	23	23	غبشهر
22	28	24	7	11	2	7	22	خودرو
12	5	17	1	5	16	5	21	وصنعت
4	3	29	30	30	27	30	20	فاسمین
27	11	27	18	26	15	24	19	خساپا
17	18	18	22	2	4	1	18	وسپه
10	24	15	28	18	5	10	17	شاراک
14	25	12	12	19	26	21	16	خاذین
1	16	16	4	13	13	8	15	وپترو
11	17	7	21	4	17	3	14	وتوصا
30	27	8	25	24	24	26	13	شیران
28	10	1	3	14	11	18	12	غپاک
9	6	14	8	21	3	19	11	فباهنر
23	30	2	23	28	23	25	10	شبهرن
7	4	6	16	6	30	20	9	وساخت
21	21	25	20	29	14	29	8	خزامیا
8	2	3	19	22	6	15	7	کچینی
24	26	20	27	15	7	6	6	وصندوق
15	20	30	24	23	28	22	5	ومعادن
3	14	28	5	25	22	27	4	فاذر
13	7	13	9	20	25	28	3	پسهند
2	23	5	11	1	12	2	2	وبیمه
5	13	26	26	9	1	4	1	وغدیر

تفاوت که از نیمه‌ی اول داده‌ها ۱۳۸۱-۱۳۸۶ و نیمه دوم داده‌ها ۱۳۸۷-۱۳۹۲ به طور جداگانه برای محاسبه این معیارها استفاده شده است.

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود کای و بتا در نیمه اول با ضریب همبستگی مثبت ۰,۴۴ و کای و تاو در نیمه دوم با ضریب همبستگی منفی ۰,۳۷ با یکدیگر در ارتباط هستند.

به دلیل آنکه داده‌های بازار ایران در دوره‌های مختلف ممکن است خیلی متفاوت باشد و یک شرکت در سال‌های مختلف از الگوهای متفاوتی پیروی کند، بر آن شدیم دامنه‌ی داده‌ها را محدودتر کرده و نتایج بالا را برای سه سال سوم و چهارم نیز بررسی کنیم.

شکل ۳ نیز ضریب همبستگی بین معیارهای مختلف ریسک را نشان می‌دهد با این تفاوت که از سه سال سوم داده‌ها ۱۳۸۷-۱۳۸۹ و سه سال چهارم ۱۳۹۰-۱۳۹۲ برای محاسبه این معیارها استفاده شده است.

این جدول رتبه‌بندی متناظر با معیارهای ریسک (از بیشتر به کمتر) را برای تمامی شرکت‌های درون نمونه و با استفاده از کل داده‌ها (۱۳۸۱/۰۱/۰۵-۱۳۹۲/۱۲/۲۸) ارائه می‌دهد. هرستون متناظر با یکی از معیارهای ریسک و هر سطر متناظر با یکی از شرکت‌های معرفی شده در جدول پیوست ۴ می‌باشد.

این شکل ضریب همبستگی دو به دوی بین معیارهای ریسک برای تمامی شرکت‌ها با استفاده از کل داده‌ها را (از ۱۳۸۱/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸) نشان می‌دهد. قسمت بالایی قطر مقدار عددی ضریب همبستگی بین معیارهای ریسک را ارائه می‌کند و در واقع این مقادیر مبین میزان قدرت همبستگی بین معیارهای متناظر با آن می‌باشد. مربع‌های سایه‌دار که اعداد آنها در زیر قطر نیز دوباره نمایش داده شده‌اند، نشان دهنده آن است که همبستگی به طور قابل توجهی متفاوت از صفر در سطح ۱۰٪ می‌باشد.

شکل ۲ نیز مانند شکل ۱، ضریب همبستگی بین معیارهای مختلف ریسک را نشان می‌دهد با این

شکل ۱- ضریب همبستگی بین معیارهای ریسک (کل داده‌ها)

واریانس	0.356182	0.928769	0.391364	0.236576	-0.09314	0.021165	-0.17219
کشیدگی	0.356182	0.189115	0.023722	-0.1099	-0.0559	-0.0528	-0.078
نیم واریانس	0.928769	0.499038	0.237145	0.237145	-0.11549	-0.06797	-0.09901
شارپ	0.391364	0.499038	0.090987	0.090987	0.091735	-0.01738	-0.16108
بتا				بتا	-0.02724	-0.27426	0.09591
						هم‌چولگی	0.253236
						تاو	0.250461
							کای

شکل ۲- همبستگی بین معیارهای ریسک (نیمه اول و دوم داده‌ها)

اریانس	0.246213	0.569604	0.040441	0.050094	0.092507	-0.14296	-0.13144
کشیدگی	0.862176	-0.2518	-0.02807	-0.32781	0.232707	-0.1699	-0.13297
نیم واریانس	0.980633	0.795443	0.534107	0.29065	0.172006	-0.11869	-0.15239
شارپ	0.118543	0.175332	0.190262	0.268926	0.639123	0.008287	-0.20554
بتا	0.263244	0.188072	0.197046	0.029854	0.156467	0.059753	0.44423
هم‌چولگی	0.006206	0.073262	0.015086	0.105815	0.035659	0.025823	-0.06226
تاو	0.296413	0.459733	0.207829	-0.22807	-0.25548	-0.04559	-0.13148
کای	-0.05133	-0.19252	-0.00505	0.250629	0.201112	0.181501	-0.36667

با کنار هم گذاشتن تمامی این تحلیل‌ها فقط در دو مورد بین کای و دیگر معیارهای ریسک همبستگی قابل ذکری وجود دارد که الگوی محکمی مبنی بر وجود همبستگی بین کای و دیگر معیارهای ریسک نشان نمی‌دهد. پس می‌توان گفت که کای خصوصیات مربوط به خود را داراست و نماینده‌ی دیگر معیارهای ریسک نمی‌باشد و نسبت به دیگر معیارهای ریسک حاوی اطلاعات متفاوت‌تری است.

این شکل ضریب همبستگی دو به دوی بین معیارهای ریسک را برای تمامی شرکت‌ها با استفاده از نیمه اول داده‌ها (از ۱۳۸۱/۰۱/۰۵ تا ۱۳۸۶/۱۲/۲۸) در بالای قطر و نیمه دوم داده‌ها (از ۱۳۸۷/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸) در پایین قطر نشان می‌دهد. مربع‌های سایه‌دار نشان دهنده آن است که همبستگی به طور قابل توجهی متفاوت از صفر در سطح ۱۰٪ می‌باشد.

همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، کای با هیچ یک از معیارهای ریسک نه در سه سال سوم و نه در سه سال چهارم همبستگی قابل ذکری ندارد.

شکل ۳- ضریب همبستگی بین معیارهای ریسک (سه سال سوم و سه سال چهارم داده‌ها)

اریانس	0.839478	0.99146	0.123293	0.311411	0.065941	-0.00538	-0.24214
کشیدگی	0.912138	0.824764	-0.01899	0.210265	-0.27258	0.000399	-0.30288
نیم واریانس	0.94863	0.901367	0.14453	0.31596	0.047273	-0.00926	-0.25409
شارپ	0.070461	0.149637	0.175916	0.074419	0.342624	0.379439	0.080672
بتا	0.183411	0.05511	0.093288	-0.01979	-0.07326	-0.1089	0.249043
هم‌چولگی	-0.19866	-0.08681	-0.24301	-0.288	0.123767	0.031695	0.164552
تاو	0.228834	0.192578	0.141722	-0.45898	-0.19049	0.076124	0.020311
کای	0.05103	-0.03972	0.087469	0.020541	-0.03385	-0.2078	0.221658

تست خارج نمونه‌ای انجام می‌دهیم. رویکرد Back Testing، به انجام معاملات بر مبنای داده‌های واقعی گذشته به منظور ارزیابی استراتژی معاملاتی ارائه شده، اطلاق می‌شود.

روش به کار گرفته در این پژوهش برای سال-های دوران شکل‌دهی، به صورت حذفی و پنج ساله می‌باشد. در پنج سال حذفی سال‌های دوران شکل-دهی از پنج سال قبل از دوران تست شروع می‌شود و تا روز قبل از شروع تست ادامه می‌یابد. نتایج در جدول ۳ آورده شده است.

به دلیل آنکه در سال ۱۳۹۳ بازار نزولی بود، بر آن شدیم که این سال را با دقت بیشتری بررسی کنیم. تعداد دوره‌ها را ماهانه و دوره شکل‌دهی را از ۴ سال قبل از سال ۱۳۹۳ در نظر گرفتیم. به منظور محاسبه‌ی کای برای هر ماه، داده‌ها را از ابتدای سال ۱۳۸۹ تا یک روز قبل از شروع ماه مورد بررسی در نظر گرفتیم. نتایج در جدول ۴ آورده شده است.

این شکل ضریب همبستگی و نمودار دو به دوی بین معیارهای ریسک را برای تمامی شرکت‌ها با استفاده از سه سال اول نیمه دوم (سه سال سوم) داده‌ها (از ۱۳۸۷/۰۱/۰۵ تا ۱۳۸۹/۱۲/۲۸) و سه سال دوم نیمه دوم (سه سال چهارم) داده‌ها (از ۱۳۹۰/۰۱/۰۵ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸) نشان می‌دهد. مربع-های سایه‌دار نشان دهنده آن است که همبستگی به طور قابل توجهی متفاوت از صفر در سطح ۱۰٪ می‌باشد.

محاسبه وابستگی دنباله پایینی پرتفوها و انجام Back Testing

نتایج اولیه نشان می‌دهد که کای نسبت به معیارهای سنتی ریسک حاوی اطلاعات متفاوت‌تری است. سوال مهم این است که آیا کای می‌تواند در تشکیل پرتفوهایی با بازدهی بیشتر از بازار و نیز در دوران رکود بازار، مفید واقع شود؟ برای پاسخ به این پرسش از رویکرد Back Testing استفاده می‌کنیم و

جدول ۳- کای، پنج سال حذفی

سال	بازده شاخص کل	اندازه‌ی پرتفولیو	۱۰٪ پایین			۸۰٪ میانی			۱۰٪ بالا		
			دوره‌ی شکل‌دهی	دوره‌ی تست	میانگین	کای	میانگین	کای	دوره‌ی شکل‌دهی	دوره‌ی تست	
											میانگین
۸۶	۰,۰۲۵۴	۵	۰,۰۴۷۹	۰,۰۴۸	۰,۰۳۱۱	۰,۰۰۱۴	۰,۰۲۳۲۴	۰,۰۶۷۹	۰,۰۲۱۸	۰,۰۴۰۱	۰,۰۰۵۰۷
		۱۰	۰,۰۲۳۶	۰,۱۳۰۷	۰,۰۴۸۹	۰,۰۰۰۵	۰,۰۲۷۵۳	۰,۰۶۹۹	۰,۰۰۸۵	۰,۰۳۹۹۶	۰,۰۰۶۷۷
۸۷	۰,۰۲۱۰۱-	۵	۰,۰۱۳۴-	۰,۰۰۵۰۴	۰,۰۱۰۷۹-	۰,۰۰۰۶۳	۰,۰۲۵۸	۰,۰۰۸۵۷-	۰,۰۱۲۱-	۰,۰۴۳۱	۰,۰۱۰۱۹-
		۱۰	۰,۰۱۳۱-	۰,۰۱۳۲۲	۰,۰۱۰۱-	۰,۰۰۰۴۴	۰,۰۲۹۹۷	۰,۰۰۸۳۵-	۰,۰۰۰۵۲-	۰,۰۴۲۸۴	۰,۰۰۸۵۲-
۸۸	۰,۰۵۸۳۵	۵	۰,۰۱۶۹۱-	۰,۰۰۵۸۱	۱,۰۰۶۶۹	۰,۰۱۶۱۷-	۰,۰۲۵۱۲	۰,۰۷۹۴۱	۰,۰۱۵۹۳-	۰,۰۴۱۸۷	۰,۰۹۴۱۱
		۱۰	۰,۰۱۶۲۷-	۰,۰۱۶۹	۰,۰۹۵۰۶	۰,۰۱۶۴۷-	۰,۰۳۱۸۹	۰,۰۸۰۴۳	۰,۰۱۶۳۲-	۰,۰۴۴۳۸	۰,۰۸۹۱۷
۸۹	۰,۰۸۴۶۸	۵	۰,۰۰۵۰۴-	۰,۰۰۹۷۸	۰,۰۹۴۸۱	۰,۰۰۴۷۷-	۰,۰۲۸۳۶	۰,۰۹۸۱۸	۰,۰۰۴۷۳-	۰,۰۴۳۳۲	۰,۰۹۵۰۶
		۱۰	۰,۰۰۴۸۸-	۰,۰۲۲۰۷	۰,۰۹۵۷۹	۰,۰۰۴۵۲-	۰,۰۳۶۳۲	۰,۰۹۷۸۵	۰,۰۰۴۷۹-	۰,۰۴۷۶	۰,۰۹۵۰۲
۹۰	۰,۰۱۰۶۳	۵	۰,۰۱۵۱۶	۰,۰۰۹۸	۰,۰۰۰۳۴	۰,۰۱۴۸۴	۰,۰۲۷۶۳	۰,۰۰۲۱۶-	۰,۰۱۴۸۴	۰,۰۴۱۶۳	۰,۰۰۱۶۸-
		۱۰	۰,۰۱۴۹	۰,۰۲۰۷۴	۰,۰۰۱۲۶-	۰,۰۱۴۹۴	۰,۰۳۴۷۷	۰,۰۰۱۶۷-	۰,۰۱۴۶۹	۰,۰۴۶۱۴	۰,۰۰۱۹۹-

۱۰٪ بالا		۸۰٪ میانی			۱۰٪ پایین			اندازه‌ی پرتفولیو	بازده شاخص کل	سال	
دوره‌ی تست	دوره‌ی شکل‌دهی	دوره‌ی تست	دوره‌ی شکل‌دهی		دوره‌ی تست	دوره‌ی شکل‌دهی					
	کای	میانگین	میانگین	کای	میانگین	میانگین	کای	میانگین			
۰,۲۵۴۴	۰,۴۳۳۷	۰,۱۶۱۳	۰,۲۱۹۲	۰,۲۸	۰,۱۲۵۲	۰,۲۶۱۱	۰,۰۹۶۹	۰,۱۷۹۲	۵	۰,۴۴۷۵	۹۱
۰,۲۱۷۱	۰,۴۸۵۱	۰,۱۴۶۲	۰,۲۱۸۹	۰,۳۶۶۵	۰,۱۲۷۲	۰,۲۲۳۳	۰,۲۲۱۴	۰,۱۶۱۹	۱۰		
۱,۰۲۸۶۱	۰,۴۵۱۷	۰,۱۸۱۸	۱,۰۳۲۹۵	۰,۲۹۵۸	۰,۱۸۴۷	۱,۰۳۲۰۷	۰,۰۸۳۹	۰,۱۸۰۸	۵	۱,۰۴۶۹	۹۲
۱,۰۳۳۶۷	۰,۴۸۸۳	۰,۱۷۷۸	۱,۰۳۰۲	۰,۳۴۷۹	۰,۱۸۸۴	۱,۰۳۲۴۱	۰,۱۸۷۱	۰,۱۷۹	۱۰		
۳,۰۳۶۴۲						۳,۰۵۲۳۳			۵	۲,۸۴۶۳	میانگین تجمعی
۳,۰۳۵۸۲						۳,۰۳۹۱۲			۱۰		

پرتفویهای متشکله با مقدار کمتر وابستگی دنباله پایینی در پرتفویهای ۵تایی و ۱۰تایی، بیشتر از بازده شاخص بازار می‌باشد و در چهار سال از هفت سال بازدهی بیشتری از پرتفویهای متشکله با مقدار بیشتر وابستگی دنباله دارد. به طور کلی اگر میانگین تجمعی این سال‌ها را برای پرتفویهای ۵تایی و ۱۰تایی در نظر بگیریم؛ میانگین تجمعی بازده پرتفویهای متشکله با ۱۰٪ پایینی وابستگی دنباله پایینی در پرتفویهای ۵تایی ۲,۵۲۳۳ و در پرتفویهای ۱۰تایی ۳,۳۹۱۲ می‌باشد که نسبت به میانگین تجمعی بازده بازار با عدد ۲,۸۴۶۳ تفاوت قابل توجهی دارند و نسبت به پرتفویهای متشکله با ۱۰٪ بالایی وابستگی دنباله پایینی نیز بازدهی بیشتری دارند.

این جدول عملکرد بازده پرتفویهای خارج نمونه‌ای تشکیل شده بر اساس مقدار کم تا زیاد کای را نشان می‌دهد. سال‌های تست از ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۲ برای ۵۰۰۰ پرتفولیوی ۵ تایی و ۵۰۰۰ پرتفولیوی ۱۰تایی می‌باشد. دوره‌های تست سال‌هایی است که در ستون اول جدول آورده شده است و دوره شکل-دهی برای هر سال، به صورت حذفی و پنج سال است، ستون دوم بازده شاخص کل برای همان سال (دوره‌ی تست) را نشان می‌دهد. سه پانل بعدی خلاصه‌ی آماری برای پرتفویهای تشکیل شده بر اساس کای در دوره‌ی شکل‌دهی و تست ارائه می‌دهد. همانطور که در جدول بالا مشاهده می‌شود، در پنج سال از هفت سال در دوران تست، بازده

جدول ۴- کای، ماهانه

۱۰٪ بالا		۸۰٪ میانی			۱۰٪ پایین			اندازه‌ی پرتفولیو	بازده شاخص کل	ماه	
دوره‌ی تست	دوره‌ی شکل‌دهی	دوره‌ی تست	دوره‌ی شکل‌دهی		دوره‌ی تست	دوره‌ی شکل‌دهی					
	کای	میانگین	میانگین	کای	میانگین	میانگین	کای	میانگین			
۰,۰۰۹۱-	۰,۴۶۸۳	۰,۳۱۹۳	۰,۰۰۹۹-	۰,۲۹۳۹	۰,۳۴۱۳	۰,۰۰۸۷-	۰,۰۸۴۹	۰,۲۹۷	۵	۰,۰۶۳۴-	فروردین
۰,۰۰۹۵-	۰,۵۱۰۵	۰,۳۲۴۵	۰,۰۱۰۲-	۰,۳۷۴۷	۰,۳۳۸۵	۰,۰۰۹۵-	۰,۲۲۴۵	۰,۳۲۱۶	۱۰		
۰,۰۱۶۳	۰,۴۶۹۱	۰,۲۸۸۶	۰,۰۱۵۱	۰,۳۰۸	۰,۳۱۹۴	۰,۰۱۷۷	۰,۱۱۵۳	۰,۲۵۴۵	۵	۰,۰۳۴۶	اردیبهشت
۰,۰۱۵	۰,۴۹۰۷	۰,۳۰۱۱	۰,۰۱۵۱	۰,۳۵۹۳	۰,۳۱۵۷	۰,۰۱۵۲	۰,۲۱۴۱	۰,۲۹۱۱	۱۰		

ماه	بازده شاخص کل	اندازهی پرتفولیو	۱۰٪ پایین			۸۰٪ میانی			۱۰٪ بالا		
			دورهی تست	دورهی شکل دهی	دورهی تست	دورهی شکل دهی	دورهی تست	دورهی شکل دهی	میانگین	کای	
خرداد	۰۰۵۰۷-	۵	۰،۲۵۴۹	۰،۱۰۷۲	۰،۰۰۰۷-	۰،۳۲۰۶	۰،۲۹۹۵	۰،۰۰۰۶-	۰،۲۸۷۹	۰،۴۶۳۶	۰،۰۰۰۵-
		۱۰	۰،۲۸۹۹	۰،۲۰۳۸	۰،۰۰۰۱۱	۰،۳۱۷	۰،۳۵۰۲	۰،۰۰۰۵-	۰،۳۰۰۴	۰،۴۸۲۶	۰،۰۰۰۰۳
تیر	۰۰۰۲۱۱	۵	۰،۲۷۱	۰،۱۵۷۷	۰،۰۰۰۷۷-	۰،۲۷۳۹	۰،۳۲۳۱	۰،۰۰۰۶۸-	۰،۲۷۴۲	۰،۴۸۱۷	۰،۰۰۰۰۸۲-
		۱۰	۰،۲۶۹۵	۰،۲۸۰۴	۰،۰۰۰۷۳-	۰،۲۷۵۲	۰،۴۰۴	۰،۰۰۰۶۳-	۰،۲۷۱۵	۰،۵۲۱۴	۰،۰۰۰۰۷۷-
مرداد	۰۰۰۰۸۴-	۵	۰،۲۶۱۲	۰،۱۳۲۱	۰،۰۰۰۴۳	۰،۲۴۹۴	۰،۲۹۸۵	۰،۰۰۰۴۱	۰،۲۵۵۷	۰،۴۶۰۳	۰،۰۰۰۰۴۴
		۱۰	۰،۲۵۵۱	۰،۲۵۶۴	۰،۰۰۰۴۶	۰،۲۵۱۹	۰،۳۷۸۸	۰،۰۰۰۴۲	۰،۲۵۲۴	۰،۴۹۴	۰،۰۰۰۰۴۶
میانگین	۰۰۰۶۶۸-	۵			۰،۰۰۰۴۹						۰،۰۰۰۰۳
تجمعی		۱۰			۰،۰۰۰۴۱						۰،۰۰۰۰۲۷

این جدول عملکرد بازده پرتفولیوهای خارج نمونه‌ای تشکیل شده بر اساس مقدار کم تا زیاد کای را نشان می‌دهد. سال مورد بررسی سال ۱۳۹۳ برای ۵۰۰۰ پرتفولیوی ۵تایی و ۵۰۰۰ پرتفولیوی ۱۰تایی می‌باشد. دوره‌های تست ماهی است که در ستون اول جدول آورده شده است و دوره شکل دهی برای هر ماه به صورت زیاد شونده و از ابتدای سال ۱۳۸۹ تا روز قبل از تست می‌باشد. ستون دوم بازده شاخص کل برای همان ماه (دورهی تست) را نشان می‌دهد. سه پانل بعدی خلاصه‌ی آماری برای پرتفولیوهای تشکیل شده بر اساس کای در دورهی شکل دهی و تست ارائه می‌دهد.

همانطور که در جدول بالا مشاهده می‌شود، در سه ماه از پنج ماه در دوران تست، بازده پرتفوی متشکله با مقدار کمتر وابستگی دنباله پایینی در

پرتفویهای ۵تایی و ۱۰تایی، بیشتر از بازده شاخص بازار می‌باشد و در سه ماه از پنج ماه در پرتفویهای ۵تایی و در تمامی ماه‌ها در پرتفویهای ۱۰تایی بازدهی بیشتر و یا مساوی با پرتفویهای متشکله با مقدار بیشتر وابستگی دنباله دارد. به طور کلی اگر میانگین تجمعی این ماه‌ها را برای پرتفویهای ۵تایی و ۱۰ تایی در نظر بگیریم؛ میانگین تجمعی بازده پرتفویهای متشکله با ۱۰٪ پایینی وابستگی دنباله پایینی در پرتفویهای ۵تایی ۰،۰۰۴۹ و در پرتفویهای ۱۰تایی ۰،۰۰۴۱ می‌باشد که مثبت بوده و نسبت به میانگین تجمعی بازده بازار با عدد منفی ۰،۰۶۶۸ تفاوت خوبی دارند و نسبت به پرتفویهای متشکله با ۱۰٪ بالایی وابستگی دنباله پایینی نیز بازدهی بیشتری دارند.

جدول ۵- تحلیل آماری

نوع دوران شکل دهی	تعداد دوره‌ها	تعداد بیشتر بودن بازده ۱۰٪ پایین از بازده شاخص		تعداد بیشتر بودن بازده ۱۰٪ پایین از ۱۰٪ بالا	
		پرتفویهای ۵تایی	پرتفویهای ۱۰تایی	پرتفویهای ۵تایی	پرتفویهای ۱۰تایی
پنج سال حذفی	۷	۵	۵	۴	۴
ماهانه	۵	۳	۳	۳	۵

در جدول بالا تعداد بار بیشتر بودن بازده پرتفویهای متشکله با ۱۰٪ پایین وابستگی دنباله پایینی را از شاخص و ۱۰٪ بالا در پرتفویهای ۵ تایی و ۱۰ تایی مشاهده می‌کنید. با توجه به مقدار بازده به دست آمده برای دوران تست در دوران شکل‌دهی پنج سال حذفی و ماهانه، به طور متوسط بازدهی بیشتری را در پرتفویهای متشکله با مقدار کمتر وابستگی دنباله پایینی از شاخص بازار و پرتفویهای متشکله با مقدار بیشتر وابستگی دنباله پایینی مشاهده می‌کنیم و این به این معناست که با تشکیل پرتفویی با مقدار کمتر کای نسبت به پرتفویهای جایگزین، دور از انتظار نیست که بازدهی بیشتری را به دست آوریم و همانطور که از نتایج پیداست در دوران رکود بازار نیز به این نتایج دست می‌یابیم. به زبان ساده باید بگوییم که اگر یک سرمایه‌گذار ریسک-گریز حق انتخاب چند پرتفو را داشته باشد، اگر به دنبال کسب بازدهی بیشتر در بین این چند پرتفو و نسبت به بازار است، بهتر است پرتفویی را انتخاب کند که وابستگی دنباله پایینی کمتری دارد. ولی نکته قابل ذکر در اینجا این است که این نتایج صد در صد نیست ولی با اطمینان خوبی می‌توان به این امر دست یافت.

۶- نتیجه‌گیری و بحث

این پژوهش نشان داد که کای با معیارهای دیگر ریسک مانند واریانس، نیم‌واریانس، کشیدگی، شارپ، بتا و هم‌چولگی به طور اساسی متفاوت است. در یک سری از این معیارها با ریسک مثبت و منفی یکسان برخورد می‌شود و در سری دیگر اگر چه نوسانات منفی را در نظر می‌گیرد ولی به طور متمرکز به بررسی بازده‌های حدی منفی نمی‌پردازد.

اگرچه کای و بتا در نیمه اول با ضریب همبستگی مثبت ۰,۴۴ و کای و تاو در نیمه دوم با ضریب همبستگی منفی ۰,۳۷ با یکدیگر در ارتباط بودند، ولی با توجه به ماهیت کل داده‌ها و سه سال سوم و سه سال چهارم می‌توان گفت که کای نماینده‌ای برای آن دو معیار نیست و همانطور که مشاهده کردید کای الگوی رتبه بندی مشابهی با دیگر معیارهای ریسک نداشت. بنابراین هیچ‌کدام از این معیارها نمی‌توانند نماینده‌ای برای کای باشند و هیچ‌کدام نمی‌توانند نقشی را که وابستگی دنباله پایینی در دوران رکود بازار به عهده می‌گیرد را قبول کنند. در تست‌های خارج نمونه‌ای برای سال‌های ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۲ و سال ۱۳۹۳ مشخص شد پرتفویهای متشکله با مقدار کمتر وابستگی دنباله پایینی از شاخص بازار و پرتفویهای متشکله با مقدار بیشتر وابستگی دنباله پایینی بهتر عمل می‌کنند. این نتایج نشان می‌دهد که وابستگی دنباله پایینی ممکن است ابزاری ارزشمند برای انتخاب پرتفولیو باشد.

از آنجا که وابستگی دنباله پایینی معیاری جدید برای ریسک است، نیاز به تحقیقات گسترده‌تری در این زمینه احساس می‌شود. چندین روش برای حل مسئله وابستگی دنباله پایینی وجود دارد. در این پژوهش به یک روش اشاره شد؛ پیشنهاد برای تحقیقات آتی آن است که روش‌های مختلف برای تخمین وابستگی دنباله پایینی را با یکدیگر مقایسه نمود و با توجه به نتایج حاصله بهترین روش را انتخاب نمود.

پیشنهاد آتی دیگر آن است که کای را به صورت شرطی در زمان در نظر گرفت، این بدین معناست که برای دوران شکل‌دهی سال‌ها و ماه‌های حذفی و زیاد شونده متفاوت در نظر بگیریم انتخاب تعداد سال‌ها و یا دوره‌ها برای دوره شکل‌دهی امری مهم

پیوست ۲

تصور کنید که متغیر تصادفی Z از یک توزیع مقدار حدی تعمیم یافته (GEV) پیروی کند، بنابراین

$$Z \equiv f(Z) = \left[1 + \tau \left(\frac{Z - \mu}{\sigma}\right)\right]^{1/\tau}$$

فریسه واحد خواهد بود. در اینجا از تکنیک تابع توزیع تجمعی (CDF) برای تبدیل متغیر تصادفی استفاده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} (Z \leq z) &= (Z \leq f^{-1}(z)) = G(f^{-1}(z)) \\ &= \exp\left\{-\left[1 + \frac{\tau}{\sigma}(f^{-1}(z) - \mu)\right]^{-1/\tau}\right\} \\ &= \exp\left\{-\left[1 + \frac{\tau}{\sigma}\left(\left(\frac{\sigma}{\tau}\right)(z^\tau - 1) + \mu\right) - \mu\right]^{-1/\tau}\right\} \\ &= \exp(-1/z) \end{aligned}$$

پیوست ۳

برآورد ماکزیمم درستنمایی دو متغیره

با توجه به توزیع لجستیک دو متغیره، برای به دست آوردن تابع چگالی احتمال متناظر با آن از این معادله مشتق جزئی می‌گیریم:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x \partial y} G(x, y) \\ g(x, y) &= e^{-V} (V_x V_y - V_{xy}) \\ V &= (x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha})^\alpha \\ V_x &= -(x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha})^{\alpha-1} x^{-1/\alpha - (\alpha+1)/\alpha} \\ V_y &= -(x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha})^{\alpha-1} y^{-1/\alpha - (\alpha+1)/\alpha} \\ V_{xy} &= \frac{\alpha-1}{\alpha} (x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha})^{\alpha-2} (xy)^{-(\alpha+1)/\alpha} \\ \Rightarrow g(x, y) &= \exp\left\{-\left(x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha}\right)^\alpha\right\} \left[(xy)^{-(\alpha+1)/\alpha} \left(x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha}\right)^{2\alpha-2} - \frac{\alpha-1}{\alpha} \left(x^{-1/\alpha} + y^{-1/\alpha}\right)^{\alpha-2} \right] \end{aligned}$$

پیوست ۴

شرکت‌های مورد پژوهش

برای انجام این پژوهش از شرکت‌های بورس آنهایی در نظر گرفته شده‌اند که سرمایه‌بازاری و داده‌های تاریخی زیاد دارند. این شرکت‌ها حداقل یک بار در فهرست ۵۰ شرکت فعال‌تر بوده‌اند و از سال ۱۳۸۱ تا ۱۳۹۲ در بورس بوده و معامله می‌شدند. به دلیل نیاز به دوره‌های شکل‌دهی و تست، به داده‌های تاریخی زیادی نیاز بود به همین دلیل از شرکت‌های ارائه شده در جدول زیر استفاده شد و این بازه‌ی تاریخی در نظر گرفته شد.

به نظر می‌رسد و مستلزم تحقیقات بیشتر در این زمینه می‌باشد.

پیشنهاد کاربردی آن است که سرمایه‌گذاران فردی و نهادی می‌توانند از وابستگی دنباله پایینی برای تشکیل سبد سهام خود استفاده کنند و اگر بازار نزولی است سهم‌هایی را انتخاب کنند که با بازار وابستگی دنباله پایینی کمتری دارند. حتی می‌توان وابستگی دنباله پایینی را برای دو سهم که در یک پرتفو قرار دارند استفاده نمود و در دوران رکود بازار دو سهمی را که وابستگی دنباله پایینی زیادی دارند را در یک پرتفو قرار نداد، زیرا که با منفی شدن زیاد یک سهم سهم دیگر زیاد منفی نشود.

پیوست‌ها

پیوست ۱

تخمین ماکزیمم درستنمایی برای ماکزیمم بلوکی

طبق معادله (۲)، ماکزیمم استخراج شده از هر بلوک تقریباً توزیع GEV دارد (اگر طول هر بلوک به اندازه کافی بزرگ باشد). سری تولید شده ماناست و با اینکه تخمین‌هایی که بر اساس ماکزیمم درستنمایی هستند، فرض بر عدم وابستگی دارند، تخمین‌ها پایدار هستند. لگاریتم ماکزیمم درستنمایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} (\mu, \sigma, \tau) &= -M \log \tau - (1 + 1/\tau) \sum_{i=1}^M \log \left[1 + \tau \left(\frac{Z_i - \mu}{\sigma}\right)\right] \\ &\quad - \sum_{i=1}^M \left[1 + \tau \left(\frac{Z_i - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\tau} \end{aligned}$$

در هر صورت عبارت $1 + \tau(Z_i - \mu)/\sigma > 0$ برای تمامی $i = 1, \dots, M$ می‌باشد. در تخمین حداکثر درستنمایی برای به دست آوردن تابع چگالی از معادله (۲) نسبت به Z مشتق می‌گیریم و سپس تعداد M تابع چگالی را در یکدیگر ضرب می‌نماییم و در نهایت برای تبدیل ضرب به جمع از لگاریتم استفاده می‌کنیم.

در حالت $\tau = 0$ تخمین حداکثر درستنمایی رفتار متفاوت‌تری را می‌طلبد که در داده‌های بازار واقعی، به دلیل دنباله پهن بودن $\tau > 0$ می‌باشد.

جدول پیوست ۴- لیست شرکت‌های مورد پژوهش

نام شرکت	نماد شرکت	تعداد روزهای معاملاتی در بازه‌ی ۱۲ سال (۱۳۸۱-۱۳۹۲)
ایران ترانسفو	بترانس	۱۹۸۱
صنایع لاستیکی سهند	پسهند	۱۹۴۰
سایپا آذین	خاذین	۲۳۵۴
گروه بهمن	خبهمن	۲۴۲۹
زامیاد	خزامیا	۲۳۰۸
سایپا	خساپا	۲۴۷۸
ایران خودرو	خودرو	۲۳۳۶
سیمان تهران	ستران	۲۳۳۳
سیمان فارس و خوزستان	سفارس	۲۴۱۷
پتروشیمی شازند	شاراک	۲۳۶۶
نفت بهران	شبهرن	۲۲۷۹
پتروشیمی خارک	شخارک	۲۲۴۳
صنایع شیمیایی ایران	شیران	۱۵۰۱
صنعتی بهشهر	غبشهر	۱۸۶۴
لبنیات پاک	غپاک	۱۷۲۴
صنایع آذراب	فاذر	۲۰۲۰
کالسیمین	فاسمین	۱۹۹۸
مس شهید باهنر	فباهر	۲۰۵۴
چینی ایران	کچینی	۲۱۲۰
سرمایه‌گذاری گروه توسعه ملی	وبانک	۲۱۰۹
توسعه صنایع بهشهر (هلدینگ)	وبشهر	۲۴۶۰
سرمایه‌گذاری صنعت بیمه	وبیمه	۲۰۳۷
سرمایه‌گذاری صنایع پتروشیمی	وپترو	۲۴۶۵
سرمایه‌گذاری توسعه صنعتی ایران	وتوصا	۲۴۵۷
سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	وساخت	۲۵۰۸
سرمایه‌گذاری سپه	وسپه	۲۴۴۲
سرمایه‌گذاری صندوق بازنشستگی	وصندوق	۲۱۲۵
سرمایه‌گذاری صنعت و معدن	وصنعت	۲۲۸۴
سرمایه‌گذاری غدیر (هلدینگ)	وغدیر	۲۲۲۴
توسعه معادن و فلزات	ومعادن	۲۳۰۶

این جدول لیست شرکت‌های مورد پژوهش را نشان می‌دهد. معیار انتخاب این گونه است که از سال ۱۳۸۱ در بورس حضور داشته باشند و حداقل یک بار در لیست ۵۰ شرکت فعال تر بوده باشند.

فهرست منابع

- * McNeil, A., Frey, R., 2000. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of Empirical Finance* 7 (3-4), 271-300.
- * Poon, S., Rockinger, M., Tawn, J., 2004. Extreme value dependence in financial markets: diagnostics, models, and financial implications. *Review of Financial Studies* 17 (2), 581
- * فلاح پور، سعید و یار احمدی، مهدی. برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار حدیدر بورس اوراق بهادار تهران، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۳۹۱
- * Ang, A., Chen, J., Xing, Y., 2006a. Downside risk. *The Review of Financial Studies* 19(4), 1191-1239.
- * Ang, A., Hodrick, R.J., Xing, Y., Zhang, X., 2006b. The cross-section of volatility and expected returns. *Journal of Finance* 61 (1), 259-299.
- * Chollete, L., De La Pena, V., Lu, C., 2011. International diversification: an extreme value approach. *Journal of Banking & Finance*, 871-885.
- * Cont, R., 2001. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance* 1, 223-236.
- * Danielsson, J., De Vries, C., 1997. Tail index and quantile estimation with very high frequency data. *Journal of Empirical Finance* 4 (2-3), 241-257.
- * Embrechts, P., McNeil, A., Straumann, D., 2002. Correlation and dependence in risk management: properties and pitfalls. In: Dempster, M.A.H. (Ed.), *Risk Management: Value at Risk and Beyond*. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 176-223.
- * Harvey, C., Siddique, A., 2000. Conditional skewness in asset pricing tests. *Journal of Finance* 55 (3), 1263-1295.
- * Hyung, N., De Vries, C., 2005. Portfolio diversification effects of downside risk. *Journal of Financial Econometrics* 3 (1), 107.
- * Ibragimov, R., Walden, J., 2007. The limits of diversification when losses may be large. *Journal of Banking & Finance* 31 (8), 2551-2569.
- * Longin, F., 2005. The choice of the distribution of asset returns: how extreme value theory can help? *Journal of Banking and Finance* 29 (4), 1017-1035.
- * Longin, F., Solnik, B., 2001. Extreme correlation of international equity markets. *The Journal of Finance* 56 (2), 649-676.
- * Markowitz, H. 1959. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*.

یادداشت‌ها

- ¹ Modern Portfolio Theory (MPT)
² Post Modern Portfolio Theory (PMPT)
³ Block Minimum or Maximum Approach
⁴ Peaks Over Threshold (POT) Approach
⁵ Gnedenko
⁶ Extreme Value Distribution
⁷ Location parameter
⁸ Scaling parameter
⁹ Tail Index
¹⁰ Fréchet distribution
¹¹ Gumbel distribution
¹² Weibul distribution
¹³ Fat tail
¹⁴ Berman
¹⁵ Generalized Pareto Distribution
¹⁶ An 'e and Kharoubi
¹⁷ Malevergne and Sornette
¹⁸ Tail Dependence Coefficient
¹⁹ Extreme Dependence
²⁰ Extremal Dependence
²¹ Joe
²² Markowitz
²³ CAPM of Sharpe
²⁴ Lintner
²⁵ Mossin
²⁶ Treynor
²⁷ Danielsson and De Vries
²⁸ Harvey and Siddique
²⁹ coskewness
³⁰ McNeil and Frey
³¹ Longin and Solnik
³² Poon et al.
³³ Ang et al.
³⁴ Downside β
³⁵ Hyung
³⁶ Ibragimov and Walden
³⁷ Chollete et al.
³⁸ Pearson Correlation
³⁹ Spearman Correlation
⁴⁰ Volatility clustering
⁴¹ Economic disasters