فصلنامه علمی پژوهشی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال یازدهم، شماره چهل‌ام
زمستان ۱۳۹۷

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی و رویکرد ارزش در معرض ریسک مشروط

شاهین رامتین نیا[۱]
رومینا عطرچی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۲/۲۱ تاریخ پذیرش: ۹۶/۰۳/۱۵

چکیده

انتخاب یک سبد سهام به منظور بیشینه‌سازی سود، یکی از دغدغه‌های مهم سرمایه‌گذاران خرد و نهادی در بازارهای مالی جهان است. ازاین‌رو، بهینه‌سازی دارایی‌های مالی به صورتی کارا و مطمئن، یکی از مهم‌ترین موضوعات جدید در مباحث مالی است که با بهره‌گیری از رویکردهای نوین از سایر علوم، سعی در بهبود عملکرد تشکیل سبد دارایی‌ها دارد. بر این اساس در این تحقیق با استفاده از رویکرد حداقل سازی ریسک سبد دارایی‌های مالی با قید بیشترین مقدار بازدهی بر اساس رویکرد ارزش در معرض ریسک مشروط و الگوی الگوریتم تکامل تفاضلی به بهینه‌سازی بازدهی شاخص ۱۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران در طی دوره ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ به‌صورت ماهانه پرداخته‌شده است.

نتایج نشان می‌دهد که رویکرد تکامل تفاضلی با استفاده از ارزش در معرض ریسک مشروط نسبت به رویکرد ساده در الگوریتم تصادفی دارای نسبت شارپ و نسبت بازدهی به مقدار ارزش در معرض ریسک مشروط بهتر بوده و در بررسی نتایج پس آزمایی با رویکرد ماهانه نیز معیارهای انتخاب سبد دارایی بهینه در این روش، نسبت به رویکرد الگوریتم تصادفی دارای شرایط مناسب‌تری است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی سبد سهام، روش تکامل تفاضلی، ارزش در معرض ریسک مشروط، ریسک، بازدهی.

۱- کارشناس ارشد رشته مهندسی مالی دانشگاه تهران، تهران، ایران. (نویسنده مسئول). shahin.ramtinnia@ut.ac.ir
۲- کارشناس ارشد رشته مهندسی مالی دانشگاه تهران، تهران، ایران.

۱- مقدمه

بازارهای مالی، پس‌اندازهای جامعه که توسط مؤسسات مربوطه و روش‌های معیّن جمع‌آوری‌شده‌اند را، به صورت استقراضی در اختیار سایرین قرار می‌دهند. واضح است که افزایش کارایی این بازارها، با بهبود روند تخصیص سرمایه ارتباط مستقیم دارد و به دنبال آن، رشد اقتصادی در کشور صورت خواهد گرفت. یکی از اجزای مهم بازارهای مالی، بورس اوراق بهادار است. بورس اوراق بهادار از سویی مرکز جمع‌آوری پس‌اندازها و نقدینگی بخش خصوصی به‌منظور تأمین مالی پروژه‌های سرمایه‌گذاری بلندمدت است و از سویی دیگر مکان رسمی و مطمئنی برای دارندگان پس‌اندازهای راکد است که می‌توانند در این محل مناسب و ایمن، وجوه مازاد خود را برای سرمایه‌گذاری در شرکت‌ها به کار بیاندازند (نویدی و همکاران، ۱۳۸۸).

در بهینه‌سازی سبد سهام مسأله اصلی، انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد (راعی و همکاران، ۱۳۸۸). روش‌های متعددی برای تشکیل یک پرتفولیوی بهینه با حداقل ریسک و حداکثر بازدهی وجود دارد. انتشار نظریه مدرن پرتفولیوی مارکوویتز[۱] تغییرات و بهبودهای فراوانی در شیوه نگرش مردم به سرمایه‌گذاری و سبد سهام ایجاد کرد و این نظریه به‌عنوان ابزاری کارا برای بهینه‌سازی سبد سهام به کار گرفته شد (لای و همکاران، ۲۰۰۶). این مدل از دو معیار بازدهی و ریسک به همراه محدودیت بودجه سرمایه‌گذاری، در قالب برنامه‌ریزی درجه دوم استفاده می‌کند و بر این فرض استوار است که سرمایه‌گذار، ریسک‌گریز بوده و توزیع بازدهی‌های سهام، نرمال می‌باشد. اما ازآنجاییکه مدل مارکوویتز تعداد دارایی‌ها و همچنین محدودیت مربوط به حد بالا و پایین نسبت سرمایه‌گذاری در هر دارایی را در بر نمی‌گرفت، با این دو محدودیت که جزء اصلی محدودیت‌های بازار واقعی هستند، مطابقت نداشت. جیا و همکارانش (۱۹۹۶)، نشان دادند که این شرایط به‌ندرت در عمل برآورده می‌شود. بعد از مارکوویتز تلاش‌های زیادی در جهت ارتقای این مدل صورت گرفت. چانگ و همکاران (۲۰۰۹) و فرناندز و گومز (۲۰۰۷) مدل اصلاح یافته مارکوویتز را با عنوان مدل میانگین-واریانس با مؤلفه‌های محدود[۲]، به کار گرفتند.

روش کمّی مورد نظر در این پژوهش الگوریتم تکامل تفاضلی[۳] است، که از روش‌های کمّی با دقت بالا جهت بهینه‌سازی سبد سهام به شمار می‌رود. این روش الگوریتم نویسی یک روش آماری و ریاضیاتی پرکاربرد بر اساس تابع آمار تصادفی حداقل سازی است که پریس و رینر در طول دهه ۱۹۹۰ در طی تحقیقات خود در دانشگاه برکلی بدان پرداخته‌اند. الگوریتم تکامل تفاضلی، جهت غلبه بر ایراد اصلی الگوریتم ژنتیک[۴]، یعنی فقدان جستجوی محلی، ارائه شده است. تفاوت اصلی بین الگوریتم ژنتیک و الگوریتم تکامل تفاضلی، در عملگر انتخاب[۵] می‌باشد. در اپراتور انتخاب الگوریتم ژنتیک، شانس انتخاب یک جواب به‌عنوان یکی از والدین وابسته به مقدار شایستگی آن می‌باشد. اما در الگوریتم تکامل تفاضلی، همه جواب‌ها دارای شانس مساوی جهت انتخاب شدن هستند. به عبارت دیگر شانس انتخاب شدن آن‌ها، وابسته به میزان شایستگی آن‌ها نمی‌باشد و پس از این‌که یک جواب جدید با استفاده از اپراتور جهش[۶] خود-تنظیم و اپراتور تولید ایجاد شد، جواب جدید با مقدار قبلی مقایسه می‌شود و در صورت بهتر بودن از آن، جایگزینش می‌گردد.

همان‌طور که ذکر شد، هدف پژوهش حاضر، مدل‌سازی بهینه‌سازی سبد دارایی‌های مالی متشکل از شرکت‌های حاضر در بازار سهام ایران به روش ارزش در معرض ریسک مشروط[۷] و الگوی الگوریتم تکامل تفاضلی است. در ادامه به روش‌شناسی تحقیق اشاره خواهد شد و پس از بررسی سؤالات و فرضیات تحقیق روش‌شناسی تحقیق و یافته‌های تجربی حاصل‌شده از پژوهش حاضر ارائه خواهد شد و در انتها نتیجه‌گیری و بحث موضوعی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

در سال ۱۹۵۲، هری مارکوویتز مدل اساسی پرتفولیو را ارائه کرد که مبنایی برای نظریه مدرن پرتفولیو گردید. اگرچه قبل از مارکوویتز سرمایه‌گذاران با مفاهیم ریسک و بازدهی آشنا بودند، ولی معمولاً نمی‌توانستند آن را اندازه‌گیری کنند. مارکوویتز، اولین کسی بود که مفهوم پرتفولیو و ایجاد تنوع را به‌صورت یک روش علمی و رسمی بیان کرد. او به‌صورت کمّی نشان داد که چرا و چگونه متنوع‌سازی یک پرتفولیو می‌تواند باعث کاهش ریسک آن برای یک سرمایه‌گذار شود.

مفروضات اساسی مدل مارکوویتز که مبانی مدل او را شکل می‌دهند، به این شرح بود که سرمایه‌گذاران بازدهی را مطلوب می‌دانند، از ریسک گریزان هستند و در تصمیم‌گیری‌هایشان منطقی عمل می‌کنند. بنابراین مطلوبیت سرمایه‌گذاران، تابعی از بازدهی مورد انتظار و ریسک است که این دو عامل، پارامترهای اساسی تصمیمات مربوط به سرمایه‌گذاری هستند.

نظریه مدرن پرتفولیو معتقد است که سرمایه‌گذاران می‌توانند از تنوع سرمایه‌گذاری در دارایی‌های مالی با همبستگی پایین‌تر بهره‌مند شوند. در این تئوری، فرض می‌شود بازدهی‌های مالی، دارای توزیع نرمال مشترک هستند (مارکوویتز ۱۹۵۲). هرچند مطالعات تجربی نمی‌تواند فرض نرمال بودن توزیع بازدهی‌های مالی را توجیه کند.

مقوله بهینه‌سازی سبد دارایی با توجه به پیشرفت بازارهای مالی به یکی از مهم‌ترین مباحث مطرح شده در اقتصاد مالی تبدیل شده است، به‌نحوی‌که تشکیل سبد دارایی به‌عنوان یک تصمیم‌گیری حساس برای سرمایه‌گذاران شناخته می‌شود. علاوه بر این، ماهیت وابستگی بین بازدهی‌های مالی، شرایط بازارهای مالی و تأثیر آن‌ها بر تشکیل سبد دارایی، از موضوعات بااهمیت در این زمینه به‌شمار می‌روند. بنابراین شناسایی عوامل مؤثر بر انتخاب سبد دارایی با نرخ بازدهی بالا و ریسک کنترل‌شده از موضوعات مورد توجه محققان است (حیرانی، ۱۳۹۲).

لین و گان (۲۰۱۳)، در تحقیق خود با عنوان "یک الگوریتم ژنتیک دو مرحله‌ای برای حل مسأله بهینه‌سازی سبد سهام چندمنظوره "، به این نتیجه رسیده‌اند که بهینه‌سازی سبد سهام به کمک الگوریتم ژنتیک، با سهولت بیشتری انجام می‌شود. به بیان دیگر، با وجود پیچیدگی‌های محاسبه در مدل‌سازی صورت گرفته، روش الگوریتم ژنتیک کارایی لازم برای انتخاب سبد سهام را دارا می‌باشد.

یانگ (۲۰۱۱)، در تحقیقی تحت عنوان "بهبود کارایی سبد سهام با شیوه‌ای از الگوریتم ژنتیک"، الگوریتم ژنتیک را درکنار یک سیستم پویای بهینه‌سازی سبد سهام، جهت توسعه کارایی سبد سهام به کار برد که نتایج حاصل از آن، حاکی از کارا بودن الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی سبد سهام بود.

آرانا و لیبا (۲۰۰۹)، در تحقیقی با عنوان "الگوریتم ژنتیک درختی ممتیک و کاربرد آن در بهینه‌سازی سبد سهام"، از الگوریتم ژنتیک برای انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام استفاده کردند، نتایج آن‌ها نیز کارایی الگوریتم ژنتیک در انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام را تأیید می‌کند.

آلفارو، بایزالی و فرنارد (۲۰۱۲)، به بهینه‌یابی پرتفولیو با استفاده از الگوریتم ژنتیک با عنوان "شیوه‌ای ساده برای سرعت بخشیدن به مسأله انتخاب سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه" پرداختند. در این مقاله بدست آوردن مرزهای با کارآمدی کامل[۸] که در یک بازه زمانی مناسب محاسبه می‌شود، مدنظر بود که نتایج حاصل از آن این بود که باتوجه به هدف کاهش مشکلات و تنها استفاده از یک چهارم از دارایی، امکان بدست آوردن مرز کارا و بهینه که بازدهی موردنظر را تأمین کند، برای محدوده وسیعی از ارزش در معرض ریسک، با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک، امکان‌پذیر می‌باشد.

مدرس و محمدی (۱۳۸۶)، در پژوهشی با عنوان "انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک"، به انتخاب یک سبد

سهام از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک پرداختند. هدف آن‌ها انتخاب یک سبد بهینه بود به‌طوری‌که ضمن بیشینه نمودن بازدهی، ریسک سرمایه‌گذاری را نیز کمینه نمایند. نتایج آن‌ها، حاکی از وجود برتری قابل توجه بازدهی سبدهای حاصل از روش الگوریتم ژنتیک نسبت به بازدهی سبدهای حاصل از روش‌های مارکوویتز و تصادفی بود.

رضایی و همکاران (۱۳۹۰)، در پژوهشی تحت عنوان "به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک برای انتخاب پورتفولیویی بهینه با اهداف غیرخطی"، از الگوریتم ژنتیک برای انتخاب پورتفولیوی بهینه با اهداف غیرخطی در میان ۵۰ شرکت فعّال‌تر بورس اوراق بهادار تهران استفاده کردند. مطابق نتایج آن‌ها، اگرچه بازدهی پورتفولیوی حاصل از الگوریتم ژنتیک کمتر از مدل‌های دیگر است، اما این کاهش بازدهی با کاهش میزان ریسک جبران شده و معیارهای تعدیل‌شده بر مبنای ریسک، نشان از بهتر بودن جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک دارند.

جباری و همکاران (۱۳۹۰)، در پژوهشی تحت عنوان "ارزیابی عملکرد و انتخاب پورتفولیو از صندوق‌های سرمایه‌گذاری سهام"، به ارزیابی عملکرد و انتخاب پورتفولیویی از صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک پرداختند. در این راستا ابتدا با استفاده از معیارهای شارپ[۹]، ترینر[۱۰]، جنسن[۱۱]، عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری را ارزیابی نمودند، سپس نسبت سرمایه‌گذاری در هر صندوق با به‌کارگیری یک مدل برنامه‌ریزی خطی خاکستری و برنامه‌ریزی عدد صحیح تعیین شده است.

۳- روش‌شناسی پژوهش

انتخاب سبد دارایی با نرخ بازدهی بالا و ریسک کنترل‌شده، یکی از موضوعاتی است که مورد توجه بسیاری از محقّقان قرار گرفته است. سرمایه‌گذاران به هنگام اتخاذ تصمیمات سرمایه‌گذاری، به‌طور هم‌زمان ریسک و بازدهی حاصل از گزینه‌های مختلف را مدنظر قرار می‌دهند. به عبارت دیگر، ریسک جزء جدانشدنی بازدهی است و نمی‌توان در مورد بازدهی سرمایه‌گذاری، بدون توجه به ریسک مرتبط با آن، صحبت نمود. به بیان ساده‌تر، ریسک همچون صفت بازدهی در جمله‌بندی سرمایه‌گذاری است و نمی‌توان هیچ موصوفی را بدون صرف‌نظر از صفتش تشریح کرد.

دو مقوله بازدهی و ریسک تفاوت ماهوی دارند، بازدهی یک متغیر کمّی و ریسک متغیری کیفی است. با این اوصاف بدیهی به نظر می‌رسد که اندازه‌گیری متغیری کیفی و مقایسه آن با یک متغیر کمّی کاری دشوار بوده و مستلزم دقّت و به‌کارگیری روش‌های مختلف آماری و ریاضی است. بدین ترتیب گام نخست برای جستجو و ارائه یک مدل توانمند در ارزیابی و مشخص نمودن ریسک و مقایسه آن با بازدهی دارایی‌های مالی، کمّی سازی ریسک ناشی از بازده دارایی است.

۳-۱- معیار ارزش در معرض ریسک مشروط

ارزش در معرض ریسک[۱۲]، حداکثر زیان احتمالی یک پورتفولیو را در یک دوره زمانی مشخص، با بیان کمّی و در قالب یک عدد بیان می‌کند. به عبارت دیگر، ارزش در معرض ریسک مبلغی از ارزش پورتفولیو را که انتظار می‌رود ظرف مدت یک دوره زمانی مشخص و با میزان احتمال معین (سطح اطمینان α-۱٪) از دست برود را مشخص می‌کند.

با توجه به کاستی‌ها و نقاط ضعف ارزش در معرض ریسک، آرتزنر[۱۳] با معرفی معیار ارزش در معرض ریسک مشروط، معیاری را معرفی کرد که نارسایی‌های ارزش در معرض ریسک را تا حد زیادی پوشش دهد. این الگو و معیار که به نام‌های ریسک مورد انتظار و واریانس دنباله‌دار نیز شهرت دارد، تمام کاستی‌هایی که ارزش در معرض ریسک با آن مواجه بود را، به خوبی برطرف می‌کند. این معیار به شرح زیر تعریف شده است؛ میانگین وقوع ریسک‌هایی که بزرگ‌تر و فراتر از ارزش در معرض ریسک می‌باشند. به عبارت دیگر، ارزش در معرض ریسک مشروط، α٪ از میانگین

توزیع بازدهی متغیر تصادفی بزرگ‌تر از ارزش در معرض ریسک می‌باشد (ملائی و همکاران، ۱۳۹۰).

ارزش در معرض ریسک احتمالی، از طریق معادله زیر برای دوره‌های کوتاه‌مدت قابل‌اندازه‌گیری است.

$$CVaR = \frac{e^{-\frac{Z_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \bar{r}_p \quad (۱)$$

همچنین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک مشروط در دوره‌های بلندمدت، از رابطه زیر استفاده می‌شود. یعنی همانند ارزش در معرض ریسک برای دوره‌های بلندمدت، میانگین توزیع را مقداری غیر صفر در نظر می‌گیریم($\mu \neq 0$).

$$CVaR = \frac{e^{-\frac{Z_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \mu w_i = \frac{e^{-\frac{Z_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \bar{r}_p \quad (۲)$$

این مقدار بیان می‌دارد که احتمال این‌که زیان یک پرتفولیو، در یک دوره T روزه بیش از ارزش در معرض ریسک احتمالی باشد، $\alpha\%$ می‌باشد. (ملائی و همکاران، ۱۳۹۰)

درصورتی‌که توزیع بازده نرمال باشد، داریم:

$$Min\ Z = \frac{e^{-\frac{Z_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p - \bar{r}_p \quad (۳)$$

$$S.T:$$
$$\bar{r}_p = \sum_{j=1}^{M} x_j\,\bar{r}_j \quad (۴)$$
$$\sum_{j=1}^{M} x_j = 1$$
$$x_j \geq 0$$

۳-۲- الگوریتم تکامل تفاضلی و بهینه‌سازی سبد سهام

نتایج تجربی نشان می‌دهد که مدل‌سازی ریسک بازار بر مبنای نظریه ارزش در معرض ریسک و به کمک الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی سبد سهام را با سهولت بیشتری انجام می‌دهد. به بیان دیگر می‌توان گفت، در مدل‌سازی صورت گرفته، با وجود پیچیدگی‌های محاسبه، روش الگوریتم ژنتیک کارایی لازم برای انتخاب سبد سهام در بورس اوراق بهادار را دارا می‌باشد. الگوریتم ژنتیک نسبت به روش‌های سنتی مطلوب‌تر می‌باشد و در تمام سطوح به‌طور معناداری از عملکرد بهتری برخوردار است. یعنی، برتری قابل توجه بازدهی سبدهای به دست آمده از روش الگوریتم ژنتیک، نسبت به بازدهی سبدهای سایر روش‌های بهینه‌یابی بهتر بوده است. همچنین، معیارهای تعدیل شده بر مبنای ریسک، حاکی از بهتر بودن جواب‌های حاصل از الگوریتم ژنتیک هستند. به‌طورکلی، نتایج نشان‌دهنده این است که روش الگوریتم ژنتیک، نسبت به سایر روش‌های بهینه‌یابی می‌تواند سود بیشتری را نصیب سرمایه‌گذار نماید.

الگوریتم تکامل تفاضلی، جهت غلبه بر ایراد اصلی الگوریتم ژنتیک، یعنی فقدان جستجوی محلی در این الگوریتم ارائه شده است. تفاوت اصلی بین الگوریتم‌های ژنتیکی و الگوریتم تکامل تفاضلی، در عملگر یا اپراتور انتخاب می‌باشد (میرزایی، ۱۳۹۰).

نحوه کار عملگر انتخاب در الگوریتم‌های خانواده ژنتیک، به این صورت است که شانس انتخاب یک جواب به‌عنوان یکی از والدین، وابسته به مقدار شایستگی آن می‌باشد. اما در الگوریتم تکامل تفاضلی، همه جواب‌ها دارای شانس مساوی جهت انتخاب شدن می‌باشند. به‌عبارت دیگر، شانس انتخاب شدن آن‌ها وابسته به مقدار شایستگی آن‌ها نمی‌باشد. پس از این‌که یک جواب جدید با استفاده از اپراتور جهش و عملگر ادغام تولید شد، جواب جدید با مقدار قبلی مقایسه می‌شود و در صورت بهتر بودن جایگزین می‌شود.

یکی دیگر از مزایای این الگوریتم، داشتن حافظه‌ای می‌باشد که اطلاعات جواب‌های مناسب را، در جمعیت فعلی حفظ می‌کند. (کلامی هریسی، ۱۳۹۴)

این الگوریتم، برخلاف سایر الگوریتم‌های مشابه، که ابتدا عملگر ادغام و سپس عملگر جهش را انجام می‌دهند، عمل می‌کند. به بیانی دیگر، در الگوریتم تکامل تفاضلی، روش تولید جواب‌های جدید، به‌گونه‌ای است که ابتدا عملگر جهش اعمال شده و سپس عملگر

ادغام اعمال می‌شود تا بدین‌وسیله نسل جدید جواب‌ها ایجاد گردد.

برای اعمال عملگر جهش از توزیع خاصی استفاده نمی‌شود، بلکه طول گام جهش برابر با مقداری است که از فاصله میان اعضای فعلی، تعیین می‌شود. به عبارت دیگر می‌توان گفت، در الگوریتم تکامل تفاضلی، اندازه گام جهش از تفاضل میان افراد جمعیت فعلی متأثر می‌شود. (قنبری توحید، ۱۳۹۴)

۴- نتایج پژوهش

۴-۱- نتایج الگوریتم تکامل تفاضلی

داده‌های مورد استفاده در این پژوهش دربرگیرنده شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران، در میان سال‌های ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ است که به‌صورت ماهانه مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این زمینه،۱۰ شرکت برتری که بیشترین دوره حضور را در بین ۵۰ شرکت فعال‌تر داشته‌اند، انتخاب گشته‌اند. برای محاسبه بازدهی این شاخص از بازدهی لگاریتمی به‌صورت $r_t = (P_t - P_{t-1}) \times 100$ که در آن P_t، برابر $\ln(p_t)$ است. محاسبه بازدهی لگاریتمی قیمت، کمک خواهد کرد که در صورت عدم همگن بودن داده‌های مورداستفاده، آن‌ها همگن و همنوع گشته و محاسبات آماری و احتمالاتی آن‌ها ساده گردد.

مدل مورد بررسی در این پژوهش، بر اساس الگوریتم تکامل تفاضلی و حداقل واریانس، با استفاده از رویکرد ارزش در معرض ریسک می‌باشد. بر این اساس، منحنی کارایی سبد دارایی‌ها، به‌صورت ترسیم شده در نمودار(۱)، استخراج شده است.

با ملاحظه نمودار (۱)، در منحنی کارای ترسیم شده، در میان ۱۰ شاخص، شاخص شماره ۴ دارای کمترین بازدهی در بین سال‌های مورد بررسی بوده است و شاخص شماره ۳ دارای بالاترین سود بوده است. اما همان‌طور که مشخص است با ترسیم خط مماس بر حداقل مقدار، شاخص شماره ۵ پورتفولیوی بهینه است که دارای کمترین مقدار ارزش در معرض ریسک نسبت به بازدهی می‌باشد.

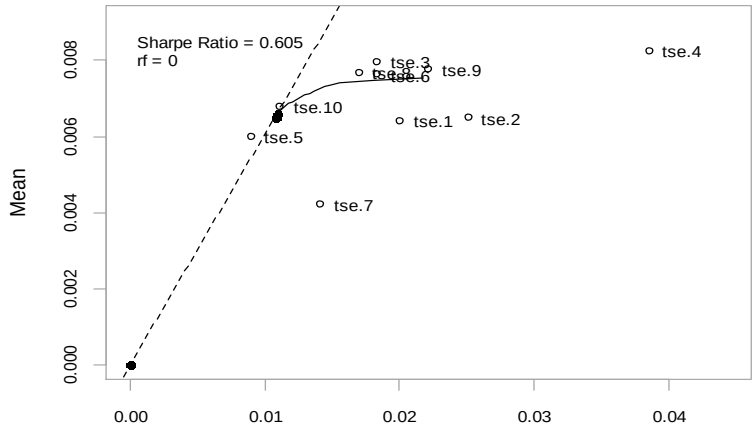
مقدار نقطه بهینه نیز که با رنگ سیاه مشخص شده است بین دو شاخص شماره ۵ و ۱۰ قرار دارد که بیشترین وزن‌ها نیز به ترتیب به این دو شاخص با توجه به مقدار ریسک در مقابل بازدهی آن‌ها تعلق گرفته است.

پس از محاسبه سبدهای قرار گرفته بر روی مرز کارای الگوریتم، شاخص شارپ برای هریک از این سبدها محاسبه گشت و پرتفولیویی که دارای بیشترین مقدار شاخص شارپ بود، به‌عنوان پرتفولیوی بهینه معرفی گردید.

جدول (۲)، نشان دهنده مقدار شاخص شارپ به‌دست آمده برای هر نقطه، از ۲۰ نقطه قرار گرفته بر روی مرز کارا می‌باشد.

جدول ۱- آمار توصیفی داده‌های ۵ گانه نهایی

Index	tse1	tse2	tse3	tse4	tse5	tse6	tse7	tse8	tse9	tse10
Min.	0.1237	0.0543	0.0836	0.1922	0.0587	0.0886	0.0867	0.0313	0.0675	0.0544
1st Qu.	0.000925	-0.0115	-0.00018	0.0114	0.0024	0.000025	0.002275	0.0036	0.0037	0.001775
Median	0.0092	0.00525	0.0097	0.01365	0.0063	0.01015	0.006	0.0062	0.01015	0.0077
Mean	0.006409	0.006489	0.007953	0.008246	0.006003	0.007622	0.004231	0.007672	0.00776	0.006785
3rd Qu.	0.0146	0.022675	0.018225	0.028875	0.010125	0.01865	0.00995	0.01645	0.02145	0.013725
Max.	0.0611	0.0691	0.0504	0.123	53Λ0.0	0.0442	0.0365	0.0738	0.0745	0.0272



نمودار ۱- منحنی نمودار کارایی بهینه پورتفولیوی الگوریتم تکامل تفاضلی

جدول ۲- مقادیر شاخص شارپ، برای سبدهای ۲۰ گانه روی مرز کارا

سبد روی مرز کارا	سبد 1	سبد 2	سبد 3	سبد 4	سبد 5	سبد 6	سبد 7	سبد 8	سبد 9	سبد 10	سبد 11	سبد 12	سبد 13	سبد 14	سبد 15	سبد 16	سبد 17	سبد 18	سبد 19	سبد 20
شاخص شارپ	0,512	0,581	0,651	0,648	0,604	0,563	0,522	0,481	0,44	0,411	0,394	0,377	0,365	0,355	0,348	0,341	0,336	0,331	0,327	0,324

جدول ۳- اوزان بهینه پورتفولیوی الگوریتم تکامل تفاضلی

tse.1	tse.2	tse.3	tse.4	tse.5	tse.6	tse.7	tse.8	tse.9	tse.10
0.05	0.098	0.054	0.05	0.39	0.056	0.05	0.05	0.052	0.15

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، شاخص شارپ سبدهای مورد بررسی روی مرز کارا، ابتدا دارای روند صعودی هستند و در سبد شماره ۳، به مقدار بیشینه می‌رسند و سپس، بعد از این سبد، مقدار شاخص شارپ سبدهای مورد بررسی روندی نزولی می‌گیرند. بنابراین می‌توان گفت، سبد شماره ۳، سبد بهینه به‌دست آمده از به‌کارگیری الگوریتم تفاضل تکاملی می‌باشد.

اوزان به‌دست آمده در سبد بهینه در این الگوریتم به‌صورت جدول زیر است؛ ملاحظه می‌شود که بیشترین وزن به‌دست آمده برابر با ۰,۳۹ و کمترین وزن به‌دست آمده، ۰,۰۵ می‌باشد.

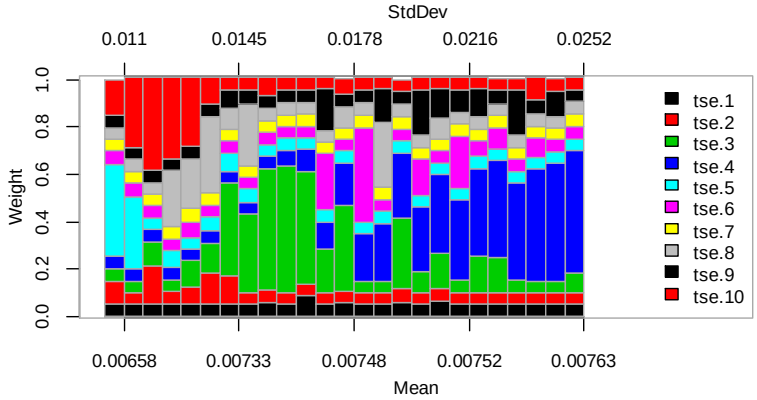
در این پورتفولیو مقدار معیار شارپ بدست آمده از نسبت بازدهی به ریسک پورتفولیو، ۰,۶۵۱ می‌باشد، همان‌طور که از قبل نیز مشخص شد، جهت مقایسه مدل‌های مورد بررسی در این مقاله از نسبت که معیار انتخاب مدل نمونه در مقایسه سبدهای سرمایه‌گذاری مختلف است.

با ملاحظه نمودار (۲)، می‌توان اوزان ۲۰ نقطه از سبدهای قرار گرفته روی مرز کارا را مشاهده نمود. همان‌طور که در نمودار (۱) نیز مشخص شد، این سبد تشکیل شده بر اساس رویکرد تکامل تفاضلی، در بخش ابتدایی میانگین و مقدار ارزش در معرض ریسک قرار دارد، چرا که مقدار بهینه در این تابع بر اساس حداقل سازی مقادیر واریانس شرطی بوده است.

بنابراین، در سمت چپ نمودار بیشترین وزن برای دو شاخص شماره ۵ و ۱۰ می‌باشد. که دو مقدار آماره شارپ و مقدار نسبت بازدهی به ارزش در معرض ریسک شرطی برای این الگوریتم، ۰,۶۰۵ و ۰,۶۰۰ به‌دست آمده است.

بازدهی به ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. از مقایسه دو مقدار مذکور برای دو رویکرد متفاوت در

۲۰ سبد مورد بررسی مشخص شد که میانگین رویکرد تکامل تفاضلی با به‌کارگیری ارزش در معرض ریسک مشروط، برابر با ۰,۴۶ به‌دست آمده که در رویکرد تصادفی مقدار ۰,۴۵ محاسبه شده است. بدین ترتیب متوسط سبد متشکل از رویکرد فعال الگوریتم تفاضلی، دارای حداکثر نسبت بازدهی به ارزش در معرض ریسک است و بدین ترتیب می‌توان عنوان نمود رویکرد مورد بررسی دارای برتری نسبت به رویکرد سنتی حداقل واریانس بر مبنای ارزش در معرض ریسک می‌باشد.



نمودار ۲- منحنی اوزان ۲۰ سبد انتخابی بهینه پورتفولیوی الگوریتم تکامل تفاضلی

۴-۲- پس‌آزمایی

در بررسی پس‌آزمایی در این تحقیق، رویکرد پنجره غلتان در هر ماه به‌کار گرفته شده است. برای این منظور ابتدا از داده‌های ۴۰ ماه ابتدایی برای بهینه‌سازی اوزان مناسب سبد سهام استفاده شده است. بر این اساس اوزان بهینه تشکیل شده و با رویکردهای تکامل تصادفی و تصادفی هر ماه، در نمونه ۲۰ ماهه بعدی تا انتهای سال ۱۳۹۴ اوزان بهینه بازشناسایی شده و بر این اساس مقدار بازدهی سبد محاسبه شده است و این روند تا ماه آخر ادامه داده شده است.

بدین ترتیب در این تحقیق از رویکرد پنجره غلتان[۱۴] به صورت ماهانه از دو رویکرد مذکور استفاده شده و بازدهی هر سبد در آخر ماه محاسبه گردید. این پس‌آزمایی، از مرداد ماه ۱۳۹۳ آغاز شده و تا آخر اسفند ماه ۱۳۹۴ که شامل ۲۰ سبد ماهانه بهینه می‌باشد، ادامه پیدا کرده است.

همان‌طور که مشخص است، میانگین بازدهی کسب شده از رویکرد تکامل تفاضلی، دارای میانگین ۷,۶۸ درصد بوده است درحالی‌که میانگین رویکرد تصادفی فعال دارای میانگین ۷,۳ درصد است. بدین ترتیب بر اساس بهینه‌سازی فعال صورت گرفته به روش تکامل تفاضلی، می‌توان بازدهی ماهانه بیش از ۷,۶ درصد را تجربه نمود.

علاوه بر این در مقایسه کلی این ۲۰ سبد تشکیل شده معیارهای ریسک نیز مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که مشخص است، در معیارهای انحراف از میانه[۱۵]، انحراف از سودآوری[۱۶]، انحراف از ریسک موقعیت فروش[۱۷]، حداکثر سود موقعیت فروش[۱۸] و مقادیر تاریخی ارزش در معرض ریسک پورتفولیوی فعال به روش الگوریتم تکامل تفاضلی، دارای شرایط بهینه‌تری نسبت به رویکرد تصادفی است.

بدین ترتیب و بر اساس یافته‌های این پژوهش در مقایسه دو رویکرد، الگوریتم تکامل تفاضلی، جهت بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها توانایی بالاتری دارد.

جدول ۴- مقایسه بازدهی پورتفولیوی فعال به روش تکامل تفاضلی و روش تصادفی برای سال‌های انتهای نمونه

سبد ماهانه (ماه-سال)	بازدهی پورتفولیوی تصادفی	بازدهی پورتفولیوی تکامل تفاضلی-ارزش در معرض ریسک مشروط
1393-05	0.059924	0.063702
1393-06	0.076623	0.066351
1393-07	0.061379	0.058287
1393-08	0.042787	0.042357
1393-09	0.06949	0.067407
1393-10	0.023401	0.026484
1393-11	0.073467	0.070303
1393-12	0.052566	0.058035
1394-01	0.202266	0.200849
1394-02	0.161114	0.201132
1394-03	0.168062	0.183808
1394-04	0.016852	0.009715
1394-05	0.038235	0.039041
1394-06	0.020587	0.019814
1394-07	0.030809	0.0361
1394-08	0.067664	0.073124
1394-09	0.148936	0.156229
1394-10	0.024489	0.027473
1394-11	0.0786	0.076887
1394-12	0.060058	0.060051

جدول ۵- مقایسه معیارهای ریسک پورتفولیوی به دو روش تکامل تفاضلی و تصادفی برای سال‌های انتهای نمونه

معیار ریسک	پورتفولیوی تکامل تفاضلی	پورتفولیوی تصادفی
Semi Deviation	0.0143	0.0153
Gain Deviation	0.0073	0.0076
Downside Deviation (MAR=10%)	0.0196	0.0209
Downside Deviation (Rf=0%)	0.0149	0.0162
Downside Deviation (0%)	0.0149	0.0162
Maximum Drawdown	0.1251	0.1353
Historical VaR (95%)	-0.034	-0.0402
Historical ES (95%)	-0.0405	-0.0402
Modified VaR (95%)	-0.0344	-0.0372
Modified ES (95%)	-0.0401	-0.0433

در پورتفولیوی مبنتی بر رویکرد الگوریتم تکامل تفاضلی، مقدار معیار شارپ بدست آمده از نسبت بازدهی به ریسک پورتفولیوی برابر ۰,۶۵۱ بدست آمده است. همچنین بیشترین مقدار نسبت بازدهی به ارزش در معرض ریسک برای سبد اول از ۲۰ سبد مورد بررسی در این رویکرد برابر ۰,۶۰۰ است که بیشترین مقدار از بین ۲۰ نقطه مورد بررسی است. بدین ترتیب دو مقدار آماره شارپ و مقدار نسبت بازدهی به ارزش در معرض ریسک، برای این الگوریتم برابر ۰,۶۰۵ و ۰,۶۰۰ به‌دست آمده است.

در سوی دیگر با بررسی معیار تصادفی به روش ارزش در معرض ریسک، مقدار معیار شارپ بدست آمده از نسبت بازدهی به ریسک پورتفولیو، ۰,۵۸۷ بوده است که معیار انتخاب مدل برآورد شده از روش

تکامل تفاضلی کمتر است. به بیان دیگر الگوریتم تکامل تفاضلی، توانایی بالاتری در مقایسه با مدل حداقل واریانس دارد و این الگوریتم، بهتر از رویکرد سنتی حداقل واریانس می‌تواند به بهینه‌سازی سبد در بین ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران، بپردازد.

در بررسی پس‌آزمایی نیز اوزان بهینه تشکیل شده و با رویکردهای تکامل تفاضلی و روش تصادفی، هر ماه در نمونه ۲۰ ماهه بعدی تا انتهای سال ۱۳۹۴ وزن‌های بهینه بازشناسایی شده و بر این اساس مقدار بازدهی سبد محاسبه‌شده است و این روند تا ماه آخر ادامه داشته است.

برای این منظور از مرداد ماه ۱۳۹۳ آغاز شده و تا آخر اسفند ماه ۱۳۹۴ (شامل ۲۰ سبد ماهانه بهینه) ادامه پیدا کرده است. همان‌طور که مشخص است میانگین بازدهی کسب شده از رویکرد تکامل تفاضلی، دارای میانگین ۷٫۶۸ درصد می‌باشد درحالی‌که میانگین رویکرد تصادفی دارای میانگین ۷٫۳ درصد است.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

پیدا کردن سبد بهینه سهام، امری مهم در مقوله سرمایه‌گذاری می‌باشد که در این رابطه، تا به حال، تلاش‌های بسیاری صورت گرفته است. در این مقاله سعی بر آن شد تا با ارائه مدلی بر مبنای نظریه مدرن پرتفوی مارکوویتز، حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش تکامل تفاضلی و رویکرد ارزش در معرض ریسک مشروط برای اندازه‌گیری ریسک صورت گیرد. با توجه به هدف این تحقیق، ۱۰ شرکت از میان شرکت‌های حاضر در لیست ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران انتخاب و استخراج بازدهی‌های ماهانه این شرکت‌ها در بازه ۵ ساله ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۴ در نظر گرفته شدند. سپس بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی و داده‌های مذکور صورت گرفت.

نتایج حاصله، بیان‌گر آن است که این الگوریتم، توانسته است مدلی مناسب و کارا جهت بهینه‌سازی سبد سهام فراهم کند. همچنین مقایسه‌ای میان این الگوریتم و الگوریتم‌های بر پایه ژنتیک و تصادفی صورت گرفت. ابتدا شاخص‌های ارزیابی عملکرد پرتفولیو در این الگوریتم مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه شاخص‌های شارپ، ترینر و جنسن پرتفولیوی به‌دست آمده از این الگوریتم، حاکی از بهتر بودن عملکرد این الگوریتم نسبت به الگوریتم تصادفی می‌باشد.

سپس با انجام یک پس‌آزمایی و استفاده از روش پنجره غلتان، بازدهی این الگوریتم‌ها مورد مقایسه قرار گرفت که مجددا نتایج حاکی از برتری مشخص الگوریتم تکامل تفاضلی بود.

نتایج حاصل از بررسی‌های انجام شده در خصوص تحقیقات پیشین نیز نشان دهنده این است که پیاده‌سازی الگوریتم تکامل تفاضلی با رویکرد ارزش در معرض ریسک مشروط نسبت به ریسک، تا به‌حال صورت نگرفته است. از سایر تحقیقات صورت گرفته در زمینه رفع ایرادات الگوریتم ژنتیک، می‌توان به یانگ (۲۰۱۱) اشاره کرد که الگوریتم ژنتیک را مورد اصلاح و بهبود قرار داد که الگوریتم حاصل عملکرد بهتر و کارایی بیشتری نسبت به قبل داشت. همچنین آلفارو و همکاران (۲۰۱۲)، الگوریتم ژنتیک را برای یک مساله بهینه‌سازی سبد سهام چندهدفه بهبود و اصلاح کردند که نتایج مطلوب‌تری را نسبت به حالت اولیه گرفتند. همچنین اسلامی بیدگلی و طیبی (۱۳۹۳)، ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و کلونی مورچگان را آزمودند و به این نتیجه رسیدند که الگوریتم حاصل، نتایج بهتری را به ارمغان می‌آورد.

با استفاده از نتایج این پژوهش، می‌توان ضمن معرفی محصولات جدید به بازار سرمایه و پوشش برخی نیازهای موجود، هم‌زمان مدیریت کارآمدتری در این نوع سرمایه‌گذاری اعمال نمود. درواقع، نتایج این پژوهش، با رویکردی عمل‌گرا و ارائه مدلی کاربردی،

می‌تواند به تشکیل صندوق‌های فعال در بازار سرمایه و درنتیجه پوشش بخشی از سلایق بازار، کمک نماید.

همچنین، با توجه به اینکه در این پژوهش، به‌طور هم‌زمان بر مسأله بهینه‌سازی و مدیریت ریسک تأکید شده است، نتایج این پژوهش می‌تواند برای تخصیص بهتر منابع محدود در بازار سرمایه استفاده شود، که این موضوع نیز از ضرورت‌های مهم برای هر بنگاه اقتصادی محسوب می‌گردد.

فهرست منابع

* اهری، دیار (۱۳۸۸)، پورتفولیو بهینه از طریق معیار ارزش در معرض ریسک: بکارگیری الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران.
* جباری، رامین. صالحی صدقیانی، جمشید. امیری، مقصود (۱۳۹۱). ارزیابی عملکرد و انتخاب پرتفوی از صندوق‌های سرمایه‌گذاری سهام، تحقیق در عملیات و کاربردهای آن، شماره ۳۲، صفحه ۱-۱۹.
* رادپور، میثم، عبده تبریزی، حسین (۱۳۸۸). اندازه گیری و مدیریت ریسک بازار- چاپ اول – انتشارات آگاه
* راعی، رضا. علی بیگی، هدایت (۱۳۸۸). بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات، تحقیقات مالی، دوره ۱۲، شماره ۲۹، صفحه ۲۱-۴۰.
* رضایی بندری، عباس. آذر، عادل. رعیتی شوازی، علیرضا (۱۳۹۰). به‌کارگیری الگورتیم ژنتیک برای انتخاب پرتفولیوی بهینه‌ای با اهداف غیرخطی (بورس اوراق بهادار تهران)، پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۴۸، صفحه ۱۰۹-۱۳۴.
* گرکز، منصور. عباسی، ابراهیم. مقدسی، مطهره (۱۳۸۹). انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس تعاریف متفاوتی از ریسک، فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج، صفحه ۱۱۵-۱۳۶.
* مدرس، احمد. محمدی استخری، نازنین (۱۳۸۶). انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بهینه سازی الگوریتم ژنتیک، توسعه و سرمایه، شماره ۱، صفحه ۷۱-۹۲.
* نویدی، حمیدرضا. نجومی مرکید، احمد. میرزا زاده، حجت (۱۳۸۸). تشکیل پرتفوی بهینه در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک، تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۹، صفحه ۲۴۳-۲۶۲.
* Arnone, S. Loraschi, A. &Tettamanzi, A(1993), A Genetic Approach to Portfolio Selection, Neural Network World, No. 6, pp. 597–604.
* Fabio D. Freitasa., Alberto F. De Souzab.,-Ailson R. de Almeidac (2007), Prediction-Based Portfolio Optimization Model Using Neural Networks, Lattice Computing and Natural Computing, p.p.2155-2170.
* Fernandez, A. Gomez, S (2007), Portfolio Selection Using Neural Networks, Computer&Operation Research, p.p. 1177-1191.
* Gaivoronski, A. Pflug, G. (2005), Value at Risk in Portfolio Optimization: Properties and Computational Aapproach, Journal of Risk, p.p.1-31.
* Guang-Feng, Deng. Woo-Tsong, Lin (2010), Ant Colony Optimization for Markowitz Mean-Variance Portfolio Model.", Swarm, Evolutionary and Memetic Computing Lecture Notes in Computer Science, 245, p.p. 6466-238.
* Jia, J.Dyer, J. S (1996), A Standard Measure of Risk and Risk-Value Models, Management Science, p.p.1691-1705.
* Kennedy, J. (1997), the particle Swarm, Social adaptation of knowledge, p.p.303-308.
* Kennedy, J.Eberhart, R(1995), A New Optimizer Using Particle Swarm Theory, In Sixth international symposium on micro machine and human scienc., p.p.43-39.
* Ozsoydan, Fehmi Burcin, Sarac,Tugba, (2011), A Discrete Particle Swarm Optimization Algorithm for Bicriteria

Warehouse Location problem Istanbul University Econometrics & Statistics e-Journal, 13, p.p. 114-124.
* Konno, H(2003), Portfolio Optimization of Small Fund Using Mean-Absolute Deviation Model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, p.p. 403-418.
* Konno, H. Koshizuka, T. (2005), Mean-Absolute Deviation Model, IIE Transactions, p.p.893-900.
* Konno, H.Yamazaki, H. (1991), Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Applications to Tokyo Stock Market, Management Science, p.p.519-531.
* Lai, king keung, leanYu, Shouyang, Wang, Chengxiong, Zhou(2006), A Double-Stage Genetic Optimization, ICONIP'06 Proceedings of the 13th international conference on Neural information processing, p.p. 928-937.
* Loraschi, A. Tettamanzi, A. Tomassini, M. Svizzero, C. Scientifico, C.Verda, P. (1995), Distributed Genetic Algorithms with An Application to Portfolio Selection Problems, in: artificial neural networks and genetic algorithms, Berlin, Springer-Verlag, p.p.384-387.
* Markowitz, H. M. (1952), Portfolio Selection, the Journal of Finance, p.p. 77-91.
* Markowitz, H.M. (1959), Portfolio selection: Efficient diversification of investments; John Wiley & Sons.
* Paterlini, S.Krink, T. (2006), Differential Evolution and Particle Swarm Optimization in Partitional Clustering." Computational Statistics and Data Analysis, No.50, p.p. 1220-1247.
* Ratnaweera, A. Halgamuge, S.Watson, H. (2004), Self-Organizing Hierarchical Particle Swarm Optimizer with Time-Varying Acceleration Coefficients, Transactions on Evolutionary Computation, No. 8, p.p. 240-255.
* Rolland, E. (1996), A Tabu Search Method for Constrained Real-Number Search:Applications to Portfolio Selection,Technical Report, Department of Accounting and Management Information Systems, Ohio State University, Columbus.
* Sharpe, W.F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. The Journal of Finance, 19(3), pp. 425–442.
* Shi, Y.Eberhart, R. (1998), A Modified Particle Swarm Optimizer, IEEE world congress on computational intelligence, p.p.69-7s3.
* Tehran Securities Exchange Technology Management Co http://www.tsetmc.com
* Tehran Stock Exchange http://www.irbourse.com
* Tun-Jen, Chang. Sang-Chin, Yang. Kuang-Jung, Chang (2009), Portfolio Optimization Problems in Different Risk Measures Using Genetic Algorithm, Expert Systems with Applications, p.p. 10529-10537.
* Cura, T. (2009), Particle Swarm Optimization Approach to Portfolio Optimization, Nonlinear Analysis: Real World Applications, No.10, p.p. 2396–2406.
* Woodside-Oriakhi, M. Lucas, C. Beasley, J.E. (2011), Heuristic Algorithms for The Cardinality Constrained Efficient Frontier, European Journal of Operational Research, p.p. 538-550.

یادداشت‌ها

1. Harry M. Markowitz
2. Cardinality Constrained Mean-Variance (CCMV)
3. Differential Evolution
4. Kenneth Price and Rainer Storn
5. Selection Operator
6. Mutation Operator
7. Conditional Value at Risk (CVaR)
8. Efficient Frontier
9. Sharpe Ratio
10. Treynor Ratio
11. Jensen Ratio
12. Value at Risk (VaR)
13. Artzner
14. Rolling Shutter
15. Semi-Deviation
16. Gain-Deviation
17. Downside Deviation
18. Maximum Drawdown