




Vol. 12/ No. 46/Winter 2023

Research Article

Robust Sliding Mode Control of Robot Manipulators Using the Fourier Series Expansion in the Presence of Uncertainty

Abdullah Hadipoor, M.Sc. ^{1*}  | Siamak Azargoshasb, Assistant Professor ²  | Abdolrasool Ghasemi, Assistant Professor ³ 

¹Department of Electrical Engineering, Bushehr Branch, Islamic Azad University, Bushehr, Iran, hadipoor3500@gmail.com

²Department of Electrical Engineering, Bushehr Branch, Islamic Azad University, Bushehr, Iran, s.azargoshasb@gmail.com

³Department of Electrical Engineering, Bushehr Branch, Islamic Azad University, Bushehr, Iran, rasul_ghasemi@yahoo.com

Correspondence

Abdullah Hadipoor, M. Sc Student of Electrical Engineering, Bushehr Branch, Islamic Azad University, Bushehr, Iran, hadipoor3500@gmail.com

Received: 12 June 2022

Revised: 29 July 2022

Accepted: 8 August 2022

Abstract

This paper, a robust dynamic slip mode controller for an electrical robot manipulator is presented. The control law calculates the motor voltage based on the voltage control strategy. Uncertainties are estimated using the Fourier series expansion and the cutting error is compensated. Fourier coefficients are adjusted based on stability analysis. Also in this paper is the design of a robust controller using a new adaptive Fourier series extension. Compared to previous related works based on the Fourier series expansion, the advantage of this paper is that it provides a matching law for the main frequency of the Fourier series expansion and thus eliminates the need for trial and error in its regulation. A case study of a articulated robot powered by DC magnet electric motors. The effect of uncertainty estimation based on the Fourier series expansion is studied instead of using the sign function. The proposed method is also compared with Legendre polynomials. The simulation results confirm the robust and satisfactory performance of the proposed controller.

Keywords: Voltage Control Strategy, Uncertainty, Fourier Series Expansion, Sliding Mode Control, Robot Manipulators.


Highlights

- The control law calculates the motor voltage based on the voltage control strategy.
- Uncertainties are estimated using the Fourier series expansion and the cutting error is compensated.
- For the main frequency of the Fourier series expansion, the adaptive law is presented and as a result eliminates the need for trial-and-error method in its adjustment.
- Fourier series coefficients are adjusted based on Lyapunov stability analysis.

Citation: A. Hadipoor, S. Azargoshasb, and Abdolrasool Ghasemi, "Robust Sliding Mode Control of Robot Manipulators Using the Fourier Series Expansion in the Presence of Uncertainty," *Journal of Southern Communication Engineering*, vol. 12, no. 46, pp. 77-91, 2022, doi: 10.30495/jce.2022.693456 (in Persian).

مقاله پژوهشی

کنترل مقاوم مد لغزشی بازوی ماهر رباتیک با استفاده از بسط سری فوریه در حضور عدم قطعیت

عبدالله هادی پور^{۱*} | سیامک آذرگشسب^۲ | عبدالرسول قاسمی^۳ 

چکیده:

در این مقاله، یک کنترل کننده مد لغزشی دینامیکی مقاوم برای بازوی ربات الکتریکی ارائه می‌شود. قانون کنترل، ولتاژ موتور را بر اساس استراتژی کنترل ولتاژ محاسبه می‌کند. عدم قطعیت‌ها با استفاده از بسط سری فوریه تخمین زده شده و خطای برش جبران می‌شود. ضرایب فوریه بر اساس تحلیل پایداری تنظیم می‌شوند. همچنین، در این مقاله طراحی یک کنترل کننده مقاوم با استفاده از بسط سری فوریه تطبیقی جدید است. در مقایسه با آثار مرتبط قبلی مبتنی بر بسط سری فوریه، برتری این مقاله ارائه قانون تطبیق برای فرکانس اصلی بسط سری فوریه و در نتیجه رفع نیاز به روش آزمون و خطا در تنظیم آن است. مطالعه موردی یک ربات هنرمند است که توسط موتورهای الکتریکی DC آهنربا دائمی فعال می‌شود. تأثیر تخمین عدم قطعیت بر اساس بسط سری فوریه به جای استفاده از تابع علامت مورد مطالعه قرار می‌گیرد. همچنین روش پیشنهادی با چند جمله‌ای لژاندر نیز مقایسه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی عملکرد مقاوم و رضایت‌بخش کنترل کننده پیشنهادی را تأیید می‌کند.

کلید واژه‌ها: راهبرد کنترل ولتاژ، عدم قطعیت، بسط سری فوریه، کنترل مد لغزشی، بازوی ماهر رباتیک.

^۱ گروه برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، hadipour3500@gmail.com

^۲ گروه برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، s.azargoshasb@gmail.com

^۳ گروه برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، rasul_ghasemi@yahoo.com

نویسنده مسئول

*عبدالله هادی پور، کارشناسی ارشد گروه برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، hadipour3500@gmail.com

تاریخ دریافت: ۲۲ خرداد ۱۴۰۱

تاریخ بازنگری: ۷ مرداد ۱۴۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۷ مرداد ۱۴۰۱

<https://doi.org/10.30495/jce.2022.693456>

۱-مقدمه

امروزه اتوماسیون نقش مهمی در زندگی بشر به عهده دارد و بسیاری از جنبه‌های زندگی فردی و اجتماعی انسان از قبیل بهداشت، صنعت، کشاورزی، اقتصاد، قانون، سیاست تحت تأثیر آن قرار دارد. معمولاً اتوماسیون به معنی استفاده از ربات‌ها در محیط‌های صنعتی تلقی می‌شود [۱]. در سال‌های اخیر، راهبرد کنترل ولتاژ [۲] ربات‌ها مطرح شده است که نه تنها مشکلات روش‌های کنترل گشتاور را ندارد بلکه دقت آن نیز به مراتب بهتر است. در این راهبرد از موتورهای الکتریکی به عنوان محرک استفاده می‌شود و ربات به عنوان بار موتورها محسوب می‌شوند که باید توسط موتور حرکت داده شوند. ورودی موتور سیگنال ولتاژ است و خروجی آن موقعیت زاویه‌ای موتور است. بنابراین، در این راهبرد با کنترل موتور سروکار داریم و گشتاور مورد نیاز برای حرکت دادن مفاصل ربات به صورت گشتاور بار موتور در معادلات ظاهر می‌شود.

کنترل مبتنی بر مدل یکی از معروف‌ترین روش‌های کنترلی هست و راهبرد کنترل ولتاژ نیز از آن استفاده می‌کند. یکی از مهم‌ترین مشکلات کنترل مبتنی بر مدل، عدم تطابق مدل نامی و مدل واقعی سیستم هست. برای غلبه بر عدم قطعیت ناشی از این عدم تطابق مدل، روش‌های کنترل تطبیقی و مقاوم مطرح شده‌اند. کنترل تطبیقی می‌تواند اثرات عدم قطعیت پارامتری را جبران نماید. کنترل مقاوم قادر است علاوه بر عدم قطعیت پارامتری، عدم قطعیت‌های ناشی از دینامیک مدل نشده و اغتشاش خارجی را نیز جبران کند. در حال حاضر طرح‌های بسیاری برای کنترل تطبیقی بازوهای ماهر رباتیک و کنترل مقاوم

آن‌ها ارائه شده است [۳-۴]. از طرف دیگر، اگر حدود عدم قطعیت کمتر از مقدار واقعی باشد، خطای ردگیری زیاد می‌شود و ممکن است منجر به ناپایداری سیستم کنترل شود [۵]؛ بنابراین، تخمین حدود عدم قطعیت یکی از چالش‌های جدی این روش‌هاست. برخی از روش‌های کنترل مقاوم، منجر به قوانین کنترل ناپیوسته می‌شوند. به‌عنوان مثال می‌توان به روش کنترل مود لغزشی اشاره کرد [۶]. این قوانین، احتمال بروز نوسانات فرکانس بالا (لرزش) در سیگنال کنترل را افزایش می‌دهند. با ظهور منطق فازی به‌عنوان یک ابزار توانمند در کنترل نامعین و پیچیده، تحول شگرفی در مهندسی کنترل به وجود آمد. چون به کمک قوانین فازی می‌توان سیستم‌هایی را که مدل ریاضی دقیقی از آن‌ها در اختیار نیست، توصیف کرد. روش فازی تطبیقی غیرمستقیم از این ایده استفاده می‌کند [۷]. ویژگی دیگر منطق فازی، مدل‌سازی دانش و توانایی انسان به‌منظور کنترل سیستم‌های پیچیده است [۸] که روش فازی تطبیقی مستقیم [۹] این امکان را فراهم می‌آورد. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های منطق فازی که منجر به استفاده گسترده از آن‌ها در سیستم‌های کنترل شده است، ویژگی تقریب‌گر عمومی بودن سیستم‌های فازی است [۸]. به همین دلیل در سال‌های اخیر، محققان تمرکز بیشتری روی کنترل فازی داشته‌اند و تلاش‌های فراوانی برای کنترل مقاوم ربات با استفاده از کنترل فازی صورت گرفته است [۱۰]. پیشنهاد قانون کنترل فازی منحصر به روش خطی سازی پس‌خور نیست و از سایر روش‌های کنترل غیرخطی مانند طراحی پس‌گام [۱۱]، کنترل مود لغزشی [۱۲-۱۳]، الگوریتم گرادیان نزولی [۱۴] و کنترل عصبی [۱۵] نیز استفاده شده است. در [۱۶] یک روش فازی تطبیقی جدید و متمایز از این دو روش مرسوم ارائه شده است. در این روش برای سیستم یک مدل نامی در نظر گرفته می‌شود و قانون کنترل بر اساس این مدل نامی طراحی می‌شود. سپس برای جبران عدم قطعیت ناشی از عدم تطابق مدل نامی و مدل واقعی یک سیستم فازی به قانون کنترل اضافه می‌شود. برای اثبات پایداری سیستم از روش مستقیم لیاپانوف استفاده شده و قانون تطبیق پارامترهای سیستم فازی از شرط منفی معین بودن مشتق تابع لیاپانوف استخراج می‌شود. برای تقریب توابع نامعلوم روش‌های دیگری نیز وجود دارد. به‌عنوان مثال می‌توان به استفاده از سری‌های تیلور و فوریه یا توابع متعامد اشاره کرد [۱۷-۱۹].

از آنجاکه بازوهای مکانیکی ربات، سیستم‌های غیرخطی بسیار همراه با عدم قطعیت پارامتری و غیر پارامتری هستند، بسیاری از رویکردهای کنترل مقاوم ارائه شده است. در میان الگوریتم‌های کنترل مقاوم، کنترل مد لغزشی (SMC) بسیار محبوب است. روش طراحی در SMC ساده است و کنترل‌کننده در برابر تغییرات پارامترها، دینامیک بدون مدل و اغتشاشات خارجی مقاوم است. باین‌حال، SMC از پدیده لغزش به دلیل قانون کنترل ناپیوسته رنج می‌برد [۲۰]. برای کاهش احتمال پدیده لغزش، برخی از راه‌حل‌ها در مطالعات گذشته مانند دینامیک کنترل مد لغزشی^۲ (DSMC)، کنترل مد لغزشی مکمل و SMC مرتبه بالاتر ارائه شده است. در DSMC، پدیده لغزش می‌تواند به‌طور مؤثر به دلیل اقدام انتگرال‌گیری در به دست آوردن قانون کنترل، از بین برود. باین‌حال، مشابه SMC، عدم قطعیت لازم باید از قبل برای دستیابی به کنترل مقاوم در DSMC شناخته شود. برای غلبه بر این چالش، عدم قطعیت معمولاً با استفاده از تقریبی‌های کلی مانند سیستم‌های فازی یا شبکه‌های عصبی تخمین زده می‌شود. باین‌حال، پارامترهای تنظیم بسیاری در سیستم‌های فازی و شبکه‌های عصبی وجود دارد [۱۶]. طی دهه گذشته، تخمین و جبران عدم قطعیت در کنترل غیرخطی مقاوم با استفاده از چندجمله‌ای بسط سری فوریه یا لژاندر، موضوع تحقیقات قابل‌توجهی بوده است. در این روش‌ها، به‌جای ساختار ساده‌تر، به‌جای سیستم‌های فازی یا شبکه‌های عصبی، از چندجمله‌ای بسط سری فوریه یا لژاندر برای تخمین عدم قطعیت استفاده می‌شود [۲۱-۲۲]؛ بنابراین، در این مقاله، گسترش سری فوریه ترجیح داده شده است. لازم به ذکر است که در اکثر رویکردهای قبلی مبتنی بر بسط سری فوریه، فرکانس اساسی مجموعه با استفاده از روش آزمون و خطا که زمان‌بر است انتخاب می‌شود. باین‌حال، در این مقاله، یک قانون تطبیق برای فرکانس اساسی برای حل این مشکل ارائه شده است. در استراتژی کنترل ولتاژ، مشکل کنترل ربات به مسئله کنترل موتور تبدیل شده و بازوی ربات به‌عنوان بار خارجی در نظر گرفته می‌شود که باید توسط موتورهای الکتریکی هدایت شود. بر اساس این استراتژی، برخی از تکنیک‌های کنترل تطبیقی و مقاوم ساخته شده است. در این مقاله، بر اساس، استراتژی کنترل ولتاژ

¹ Sliding Mode Control

² Dynamic Sliding Mode Control

یک DSMC برای کنترل مقاوم کنترل‌گرهای ربات الکتریکی طراحی شده است. برای ساده‌تر کردن روش طراحی، تکنیک مستقل مفصل به کار گرفته شده است که در آن هر مفصل جداگانه کنترل می‌شود. به‌منظور از بین بردن نیاز به عدم قطعیت محدود، از بسط سری فوریه برای تخمین عدم قطعیت استفاده شده است. این مقاله به شرح زیر تنظیم شده است. بخش ۲ مدل‌سازی دینامیکی سیستم را معرفی می‌کند. بخش ۳ طراحی قانون کنترل پیشنهادی را ارائه می‌دهد. بخش ۴ آنالیز پایداری را بیان می‌کند. بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد و درنهایت، بخش ۶ نتیجه‌گیری مقاله را بیان می‌کند.

۲- مدل‌سازی

یک ربات الکتریکی را در نظر بگیرید که توسط موتورهای DC مغناطیس دائم هدایت می‌شود. دینامیک بازوی ماهر ربات به‌صورت زیر داده شده است [۱]:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau_1 \quad (1)$$

که $q \in R^n$ بردار موقعیت‌های مفصل، $D(q)$ ماتریس $n \times n$ اینرسی ربات و $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$ بردار گشتاورهای گریز از مرکز و کوریولیس، $G(q) \in R^n$ بردار گشتاورهای گرانشی و $\tau_1 \in R^n$ بردار گشتاورهای مفصل است. فرض می‌کنیم سیستم مکانیکی کاملاً سفت و سخت است. موتورهای الکتریکی گشتاورهای مفاصل τ_1 را به‌صورت زیر تأمین می‌کنند:

$$J_m \ddot{q}_m + B_m \dot{q}_m + r\tau_1 = \tau_m \quad (2)$$

که در آن $\tau_m \in R^n$ بردار گشتاور موتورها، $q_m \in R^n$ بردار موقعیت موتورها، B_m ، J_m و r به ترتیب ماتریس‌های $n \times n$ قطری برای اینرسی، میرایی و ضریب چرخ‌دنده موتور هستند. بردار سرعت مفصل \dot{q} توسط بردار سرعت موتور \dot{q}_m از طریق چرخ‌دنده‌ها به دست می‌آید:

$$\dot{q} = r\dot{q}_m \quad (3)$$

به‌منظور به دست آوردن ولتاژ موتور به‌عنوان ورودی سیستم، معادله الکتریکی موتورهای DC مغناطیس دائم را به شکل ماتریس زیر در نظر می‌گیرند:

$$v = RI_a + LI_a + K_b r^{-1}\dot{q} + v_{dist} \quad (4)$$

که $v \in R^n$ بردار ولتاژ موتور و $I_a \in R^n$ بردار جریان‌های موتور هستند. R ، L و k_b به ترتیب ماتریس‌های قطری $n \times n$ برای مقاومت میله فلزی، اندوکتانس و ضریب ثابت القایی موتور را نشان می‌دهد. متغیر v_{dist} اغتشاش خارجی را نشان می‌دهد. بردار گشتاور موتور τ_m به‌عنوان ورودی معادله دینامیک (۲) توسط بردار جریان موتور تولید می‌شود:

$$\tau_m = k_m I_a \quad (5)$$

که k_m ماتریس قطری ثابت گشتاور هست. یک مدل به‌صورت الکتریکی برای ربات در فضای حالت با استفاده از معادلات (۱) تا (۵) به‌صورت زیر معرفی شده است:

$$\dot{x} = f(x) + bv - bv_{dist} \quad (6)$$

که

$$f(x) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ (J_m r^{-1} + rD(x_1))^{-1} (-B_m r^{-1} + rC(x_1, x_2))x_2 - rG(x_1) + K_m x_3 \\ -L^{-1}(K_b r^{-1}x_2 + R x_3) \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L^{-1} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ I_a \end{bmatrix} \quad (7)$$

همان‌طور که توسط مدل فضای حالت (۶) نشان داده شده است، سیستم رباتیک شامل محرک‌ها یک سیستم چند متغیره غیرخطی کوپل شده است. مدل (۶) به‌صورت همراه نیست و برای تهیه فرم همراه نیاز به محاسبات زیادی دارد. بردار ولتاژ موتور با v که ورودی سیستم رباتیک است مشخص می‌شود که توسط (۶) بیان شده است. این مسئله کنترل به‌صورت مرسوم کنترل مبتنی بر گشتاور تا کنترل مبتنی بر ولتاژ را در بردارد. در روش کنترل ولتاژ، کنترل ربات به کنترل موتور تبدیل می‌شود و هدف کنترل موقعیت زاویه‌ای موتور است و سیگنال کنترل، ولتاژ ترمینال موتور است. بنابراین، معادله دینامیکی سیستم همان معادله (۴) است. باید یک قانون کنترل ارائه دهیم تا خطای ردگیری موقعیت مفصل را به صفر برساند. باید توجه داشت که در

این قانون کنترل نگران دینامیک ربات نیستیم. چون با پس خور گرفتن از جریان موتور تمام دینامیک‌های غیرخطی ربات در اختیار خواهند بود و با حذف شدن جریان توسط قانون کنترل، معادله حلقه بسته مستقل از دینامیک غیرخطی پیچیده ربات خواهد شد؛ بنابراین جریان موتور حاوی تأثیرات دینامیکی ربات و موتور است.

۳- طراحی قانون کنترل پیشنهادی

با جایگذاری معادله (۳) در (۲) داریم:

$$J_m r^{-1} \ddot{q} + B_m r^{-1} \dot{q} + r\tau_1 = \tau_m \quad (۸)$$

با جایگذاری معادله (۱) در (۸) و با استفاده از معادله (۵) داریم

$$I_a = k_m^{-1} ((J_m r^{-1} + rD) \ddot{q}) + (B_m r^{-1} + rC) \dot{q} + rG \quad (۹)$$

به منظور ساده تر کردن طراحی کنترلر، می‌توانیم (۴) را به صورت بازنویسی کنیم:

$$RI_a + k_b r^{-1} \dot{q} + \phi_1(t) = v \quad (۱۰)$$

که در آن

$$\phi_1(t) = LI_a + v_{dist} \quad (۱۱)$$

با استفاده از معادله (۹) و (۱۰) داریم:

$$v = Rk_m^{-1} ((J_m r^{-1} + rD) \ddot{q}) + (B_m r^{-1} + rC) \dot{q} + rG + k_b r^{-1} \dot{q} + \phi_1(t) \quad (۱۲)$$

معادله بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$v = \bar{D} \ddot{q} + \bar{C} \dot{q} + \bar{G} + \phi_1 \quad (۱۳)$$

$$\bar{D} = Rk_m^{-1} ((J_m r^{-1} + rD)) \quad (۱۴)$$

$$\bar{C} = Rk_m^{-1} (B_m r^{-1} + rC) + k_b r^{-1} \quad (۱۵)$$

$$\bar{G} = Rk_m^{-1} rG \quad (۱۶)$$

معادله (۱۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$v = \ddot{q} + f \quad (۱۷)$$

که در آن f به صورت زیر هست:

$$f = \bar{D} \ddot{q} + \bar{C} \dot{q} + \bar{G} + \phi_1(t) - \ddot{q} \quad (۱۸)$$

به منظور ساده تر کردن تجزیه و تحلیل پایداری، می‌توانیم از تکنیک مفصل مستقل استفاده کنیم [۱] که ادعا می‌کند با کنترل هر مفصل به طور مستقل می‌توان بازوی ربات را کنترل کرد؛ بنابراین، می‌توان معادله (۱۷) را به صورت اسکالر زیر در نظر گرفت

$$v_i = \ddot{q}_i + f_i \quad (۱۹)$$

با این حال، برای سادگی علامت گذاری، علامت i حذف می‌شود. با تعریف خطای ردیابی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$e = q_d - q \quad (۲۰)$$

و سطح لغزش به شکل زیر بیان می‌شود

$$s(t) = \dot{e} + a_1 e + a_2 \int_0^t e(\delta) d\delta \quad (۲۱)$$

ثابت‌های a_1 و a_2 پارامترهای مثبت طراحی هستند با مشتق گیری از s داریم

$$\dot{s}(t) = \ddot{e} + a_1 \dot{e} + a_2 e \quad (۲۲)$$

با استفاده از معادله (۱۷)، معادله (۲۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{s}(t) = \dot{q}_d - \dot{v} + f(t) + a_1 \dot{e} + a_2 e \quad (۲۳)$$

سطح لغزش به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\sigma(t) = \dot{s} + c_1 s + c_2 \int s(\delta) d\delta \quad (۲۴)$$

که در آن‌ها c_1 و c_2 ثابت‌های اسکالر مثبت هستند. با مشتق‌گیری $\sigma(t)$ نسبت به زمان و با استفاده از معادله (۱۷) و (۲۲) معادله زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\sigma}(t) = \ddot{q}_d + p_1 E(t) - \dot{v} + (p_1 \dot{f} + \dot{f}) + p_2 \dot{e} + p_3 e + p_4 \int_0^t e(\delta) d\delta \quad (25)$$

که در آن

$$E(t) = \ddot{q}_d - \dot{v} \quad (26)$$

$$p_1 = a_1 + c_1 \quad (27)$$

$$p_2 = a_2 + c_1 a_1 + c_2 \quad (28)$$

$$p_3 = c_1 a_2 + c_2 a_1 \quad (29)$$

$$p_4 = a_2 c_2 \quad (30)$$

اگر قانون کنترل v طراحی شود به طوری که $\dot{\sigma}(t) = 0$ ، سپس از معادله (۲۴) نتیجه گرفته می‌شود که:

$$\dot{s} + c_1 s + c_2 s = 0 \quad (31)$$

بنابراین، اولین سطح لغزش $s(t)$ به صفر همگرا می‌شود. با اعمال $\dot{\sigma}(t) = 0$ در معادله (۲۵) منجر به قانون کنترل زیر می‌شود [۲۳]:

$$\dot{v}_{DSMC} = \ddot{q}_d + p_1 E(t) + p_2 \dot{e} + p_3 e + p_4 \int_0^t e(\delta) d\delta + \rho_{DSMC} \operatorname{sgn}(\sigma) \quad (32)$$

$$v_{DSMC} = \int \dot{v}_{DSMC}(\delta) d\delta \quad (33)$$

$$|p_1 \dot{f} + \dot{f}| < \rho_{DSMC} \quad (34)$$

مشابه SMC، از روش آزمون و خطا اغلب برای به دست آوردن مقدار مناسب برای ρ_{DSMC} استفاده می‌شود و معمولاً یک محدوده محافظه‌کارانه برای حل مشکل مبادله‌ای بین دقت و لغزش پیشنهاد می‌شود. در کنترل مد لغزشی دینامیکی مقاوم^۳، به منظور حذف ترم $\rho_{DSMC} \operatorname{sgn}(\sigma(t))$ از (۲۶)، تابع نامعلوم به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$g(t) = p_1 \dot{f} + \dot{f} \quad (35)$$

و سپس، تخمین آن \hat{g} با $\rho_{DSMC} \operatorname{sgn}(\sigma(t))$ جایگزین می‌شود. در این مقاله برای این تخمین از تخمین گر سری فوریه استفاده شده است. از آنجاکه g و \hat{g} بردار هستند، می‌توانیم آن‌ها را به صورت زیر نشان داد [۲۴]:

$$g(t) = \varphi p + \varepsilon_m \quad (36)$$

فرض کنید برای تخمین عدم قطعیت از پنج ترم اول سری فوریه استفاده شده است؛ بنابراین، می‌توان نوشت [۲۴]

$$\varphi = [1 \cos(w_0 t) \sin(w_0 t) \cos(2w_0 t) \sin(2w_0 t)] \quad (37)$$

$$P = [\mu_0 \mu_1 \lambda_1 \mu_2 \lambda_2]^T$$

که در آن w_0 فرکانس اصلی است و بردار P ضرایب سری فوریه است. از آنجاکه تابع $g(t)$ نامعلوم است، بنابراین می‌توان آن را به صورت زیر تخمین زد

$$\hat{g}(t) = \hat{\varphi} \hat{p} \quad (38)$$

$$\hat{\varphi} = [1 \cos(\hat{w}_0 t) \sin(\hat{w}_0 t) \cos(2\hat{w}_0 t) \sin(2\hat{w}_0 t)] \quad (39)$$

$$\hat{P} = [\hat{\mu}_0 \hat{\mu}_1 \hat{\lambda}_1 \hat{\mu}_2 \hat{\lambda}_2]^T$$

بنابراین، قانون کنترل در RDSMC به صورت زیر بیان می‌شود [۲۵]:

$$\dot{v}_{RDSMC} = \ddot{q}_d + p_1 E(t) + p_2 \dot{e} + p_3 e + p_4 \int_0^t e(\delta) d\delta + \hat{g}(t) + v_r \quad (40)$$

$$v_{RDSMC} = \int \dot{v}_{RDSMC}(\delta) d\delta \quad (41)$$

³ Robust Dynamic Sliding Mode Control

که در آن v_r ترم کنترل مقاوم برای جبران خطای بازسازی سری فوریه است. برای جبران خطای برش اضافه شده است. معمولاً یک ترم ناپیوسته با استفاده از تابع $sign$ برای v_r در نظر گرفته می‌شود، درحالی‌که در این مقاله یک ترم پیوسته پیشنهاد می‌شود. از معادله (۲۵) و (۴۰) نتیجه می‌شود که:

$$\dot{\sigma} = g - \hat{g} - v_r \quad (42)$$

با استفاده از (۳۸) و (۳۶) داریم:

$$\tilde{g} = g - \hat{g} = \varphi P - \hat{\varphi} \hat{P} + \varepsilon_m \quad (43)$$

با جایگذاری

$$\varphi = \tilde{\varphi} + \hat{\varphi} \quad (44)$$

و

$$p = \tilde{p} + \hat{p} \quad (45)$$

در معادله (۴۳) داریم:

$$\tilde{g} = (\tilde{\varphi} + \hat{\varphi})(\tilde{P} + \hat{P}) - \hat{\varphi} \hat{P} + \varepsilon_m = \tilde{\varphi} \tilde{P} + \hat{\varphi} \tilde{P} + \tilde{\varphi} \hat{P} + \varepsilon_m \quad (46)$$

اگر بردار توابع سینوسی با استفاده از بسط سری تیلور به صورت خطی درآید، می‌توان $\tilde{\varphi}$ را به صورت زیر نوشت:

$$\tilde{\varphi} = A \tilde{w} + h.o.t \quad \tilde{w} = w_0 - \hat{w}_0 \quad (47)$$

جایی که $h.o.t$ اصطلاحات مرتبه بالاتر را نشان می‌دهد و

$$A = \left[\frac{\partial \varphi_1}{\partial w} \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial w} \quad \frac{\partial \varphi_3}{\partial w} \quad \frac{\partial \varphi_4}{\partial w} \quad \frac{\partial \varphi_5}{\partial w} \right] \Big|_{w=\hat{w}} \quad (48)$$

با جایگذاری معادله (۴۷) در معادله (۴۶) داریم:

$$\tilde{g} = A \tilde{w} \hat{P} + \hat{\varphi} \tilde{P} + h \quad (49)$$

که در آن

$$h = \tilde{\varphi} \hat{p} + \varepsilon_m + (h.o.t) \hat{p} \quad (50)$$

به‌عنوان یک نتیجه، معادله (۴۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{w} = A \tilde{w} \hat{P} + \hat{\varphi} \tilde{P} + h - v_r \quad (51)$$

از آنجا که فاصله نمونه‌برداری در آزمایش در مقایسه با تغییر h به اندازه کافی کوتاه است، فرض می‌شود که ترم نامعلوم h در زمان تخمین ثابت باشد [۲۶].

۴- آنالیز پایداری

به منظور تجزیه و تحلیل پایداری، فرضیات زیر بیان شده است.

فرض ۱: موتور به صورت $|v_{RDMSC}| \leq v_{\max}$ در برابر ولتاژ بالا محافظت می‌شود [۱].

قضیه ۱: سیستم دینامیکی (۱۳) و قانون کنترل (۴۰) و (۴۱) را در نظر بگیرید. سیگنال‌های حلقه بسته محدود شده و خطای ردیابی در صورت برقراری فرض ۱ به صورت مجانبی به صفر همگرا می‌شود و

$$\hat{P} = \gamma w(t) \hat{\varphi}^T \quad (52)$$

$$v_r = k_p w(t) + \hat{h} \quad (53)$$

$$\hat{h} = k_I w(t) \quad (54)$$

$$\dot{\hat{w}}_0 = \alpha A \hat{P} w(t) \quad (55)$$

که در آن k_p, α, γ, k_I پارامترهای مثبت هستند و \hat{h} تخمین h است.

اثبات: تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$L = \frac{1}{2}w^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{P}^T\tilde{P} + \frac{1}{2k_I}\tilde{h}^2 + \frac{1}{2\alpha}\tilde{w}^2 \quad (56)$$

که در آن

$$\tilde{h} = h - \hat{h} \quad (57)$$

$$\tilde{w} = w_0 - \hat{w}_0 \quad (58)$$

هستند. با مشتق گیری از معادله بالا داریم:

$$\dot{L} = \sigma\dot{\sigma} - \frac{1}{\gamma}\dot{\tilde{P}}^T\tilde{P} - \frac{1}{k_I}\tilde{h}\dot{\tilde{h}} - \frac{1}{\alpha}\tilde{w}\dot{\tilde{w}}_0 \quad (59)$$

با استفاده از معادله (50) و (52) می توان معادله زیر را به دست آورد:

$$\dot{L} = \sigma(A\tilde{w}\hat{P} + \hat{\phi}\tilde{P} + h - v_r) - \frac{1}{\gamma}(\gamma\sigma\hat{\rho})\tilde{P} - \frac{1}{k_I}\tilde{h}\dot{\tilde{h}} - \frac{1}{\alpha}\tilde{w}\dot{\tilde{w}}_0 \quad (60)$$

با ساده سازی معادله بالا داریم:

$$\dot{L} = \sigma(A\tilde{w}\hat{P} + h - v_r) - \frac{1}{k_I}\tilde{h}\dot{\tilde{h}} - \frac{1}{\alpha}\tilde{w}\dot{\tilde{w}}_0 \quad (61)$$

با جایگذاری معادله (55) در (61) داریم:

$$\dot{L} = \sigma(A\tilde{w}\hat{P} + h - v_r) - \frac{1}{k_I}\tilde{h}\dot{\tilde{h}} - \frac{1}{\alpha}\tilde{w}(\alpha A\hat{P}\sigma) \quad (62)$$

با ساده سازی معادله بالا داریم:

$$\dot{L} = \sigma(h - v_r) - \frac{1}{k_I}\tilde{h}\dot{\tilde{h}} \quad (63)$$

اکنون با جایگذاری معادلات (53) و (54) در معادله (63) داریم:

$$\dot{L} = \sigma(h - k_p\sigma(t) - \hat{h}) - \frac{1}{k_I}\tilde{h}k_I\sigma(t) \quad (64)$$

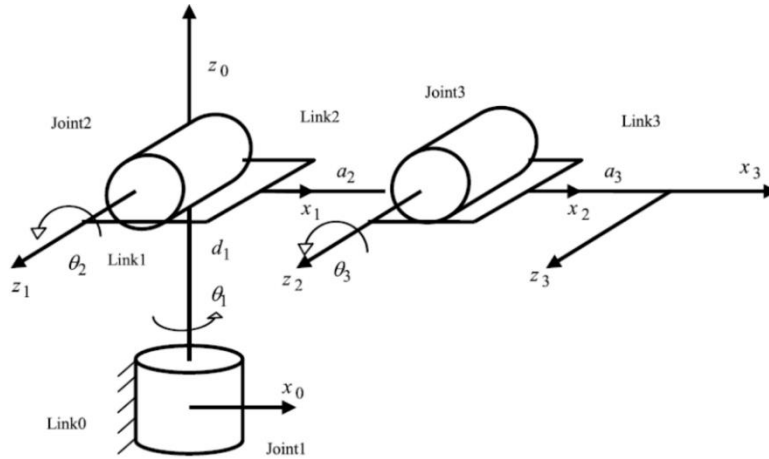
به عبارت دیگر

$$\dot{L} = -k_p\sigma^2 \quad (65)$$

در نتیجه \dot{L} منفی نیمه معین است. با استفاده از لم باربالات [27]، می توان نشان داد که سطح لغزش ثانویه $\sigma(t)$ به صفر همگرایی می شود، این بدان معناست که سطح لغزش $s(t)$ و در نتیجه خطای ردیابی $e(t)$ به صفر همگرا می شود؛ بنابراین، q محدود است. طبق فرض 1، ولتاژ موتور به صورت $|v_{RDMSC}| \leq v_{max}$ محدود است. طبق اثبات ارائه شده توسط [28]، از آنجاکه ولتاژ موتور محدود است، \dot{q} و I_a محدود می شوند؛ بنابراین، متغیرهای حالت X در معادله (7) محدود هستند.

۵- نتایج شبیه سازی

کنترل کننده معادله (40) و قوانین تطبیق (52)، (53)، (54) و (55) با استفاده از یک ربات هنرمند که توسط موتورهای DC آهنربای دائم هدایت می شود با نمایش نمادین در شکل 1 شبیه سازی شده است [16]. ربات هنرمند دارای سه مفصل لولایی هست که اجازه چرخش نسبی بین دو رابط را می دهد. سیستم کنترل به صورت مفصل مستقل به ربات اعمال می شود. برای کنترل موتورهای هر مفصل از کنترل کننده جداگانه استفاده می شود. ماکزیمم ولتاژ هر موتور 50 ولت انتخاب شده است. پارامترهای دناویت - هارتنبرگ ربات هنرمند، پارامترهای دینامیکی ربات هنرمند و پارامترهای موتور در [16] داده شده اند.



شکل ۱: نمایش نمادین بازوی مکانیکی ربات هنرمند [۱۶]

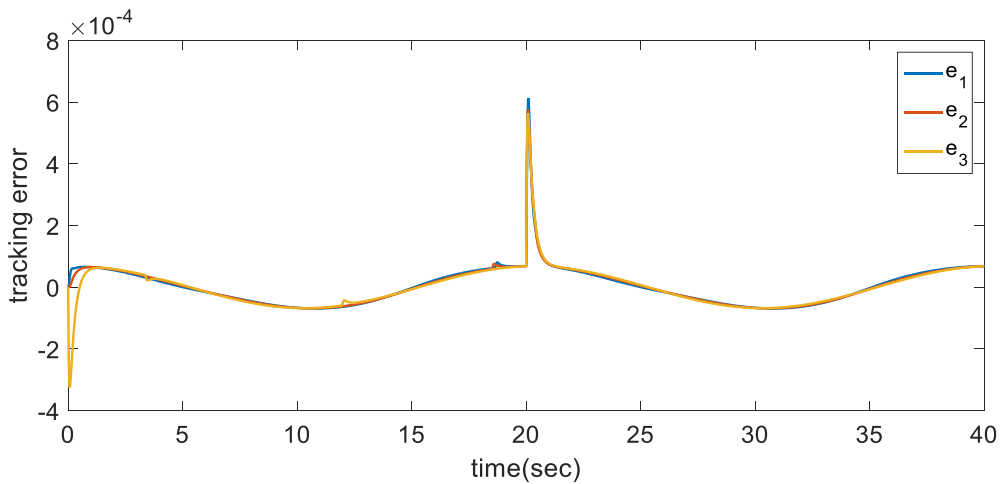
موقعیت مطلوب برای هر مفصل توسط معادله زیر بیان می‌شود:

$$q_d = 1 - \cos(\pi t / 10) \tag{66}$$

اغتشاش خارجی v_{dist} یک تابع پله‌ای با دامنه ۳ ولت است که روی ولتاژهای ورودی با $t = 20^{sec}$ ثانیه اعمال می‌شود. پارامترهای سطح لغزش به صورت زیر انتخاب شده‌اند:

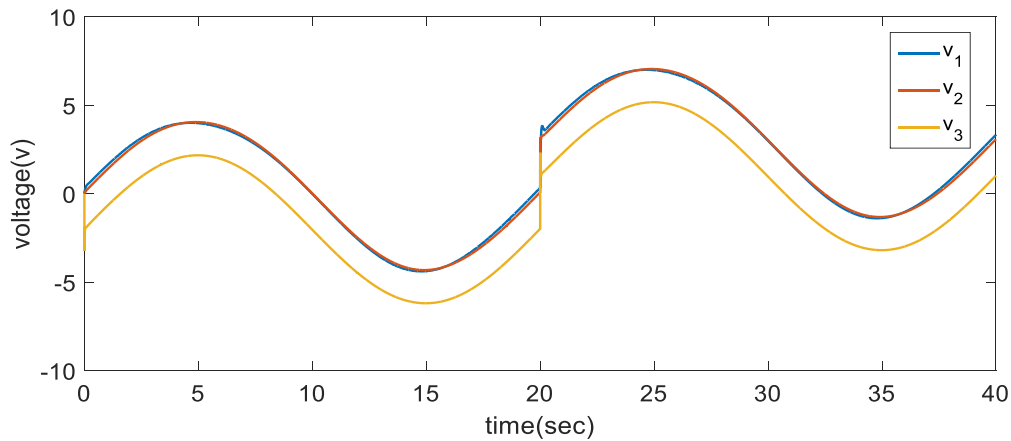
$$a_1 = 30, a_2 = 160, c_1 = 35, c_2 = 180 \tag{67}$$

برای سادگی، فقط از سه ترم اول سری فوریه استفاده شده است. پارامترهای α, γ و k_I روی 0.001 و k_p برابر ۱۰ ثانیه تنظیم شده است. خطاهای ردیابی RDSMC با استفاده از بسط سری فوریه در شکل ۲ ارائه شده است. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، خطاهای ردیابی به سرعت و قبل از اینکه اغتشاش خارجی اعمال شود کاهش می‌یابد، خطاهای ردیابی در فاصله $[0.0001 \ 0.0001]$ قرار می‌گیرند. لازم به ذکر است که کلید واحد مطابق با SI می‌باشند. هنگامی که اغتشاش خارجی اعمال می‌شود، خطاهای ردیابی به 0.0006 افزایش می‌یابد و پس از یک حالت گذرا کوتاه مدت، آن‌ها به فاصله $[0.0001 \ 0.0001]$ بازمی‌گردند.

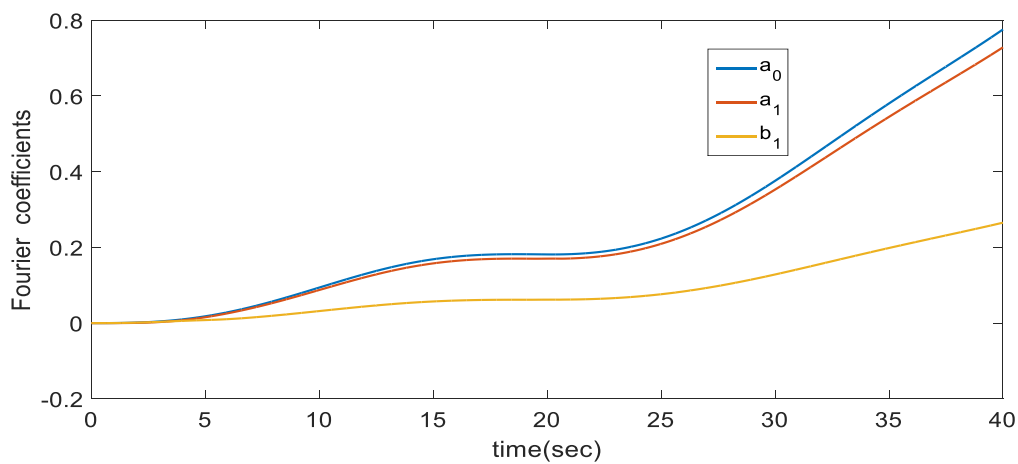


شکل ۲: خطای ردیابی RDSMC با استفاده از بسط سری فوریه

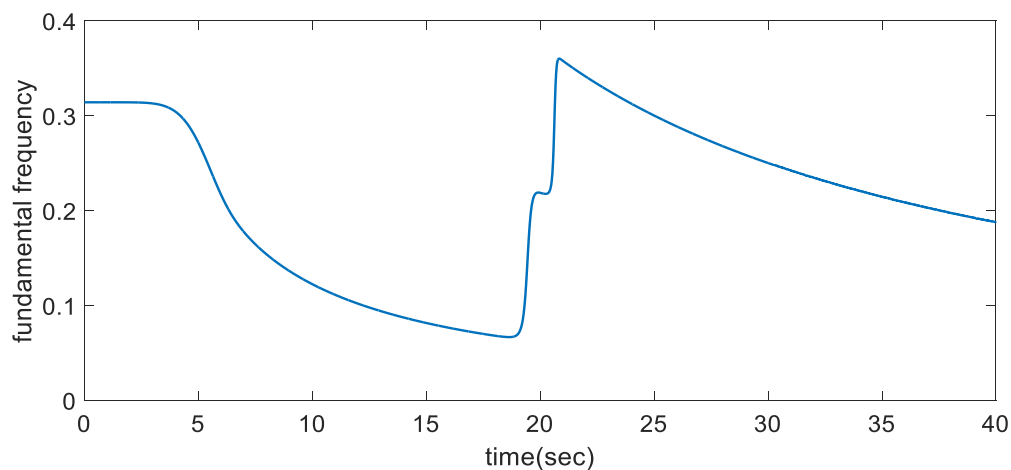
سیگنال‌های کنترل در شکل ۳ رسم شده‌اند. این سیگنال‌ها در محدوده مجاز محدود می‌شوند. در سیگنال‌های کنترلی هیچ‌گونه لرزشی وجود ندارد. در زمان ۲۰ ثانیه، یک تغییر ناگهانی در سیگنال‌های کنترل به دلیل وجود اغتشاش خارجی است. تطبیق ضرایب سری فوریه و فرکانس اصلی به ترتیب در شکل ۴ و شکل ۵ نشان داده شده است. همانطور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، این پارامترها محدود هستند.



شکل ۳: سیگنال کنترل RDSMC با استفاده از بسط سری فوریه



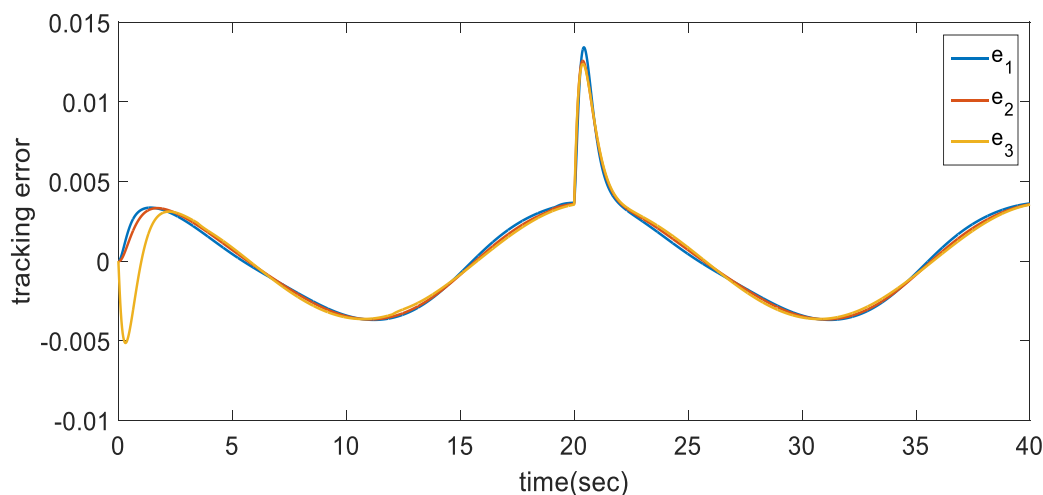
شکل ۴: ضرایب سری فوریه برای مفصل اول



شکل ۵: تطبیق فرکانس اصلی

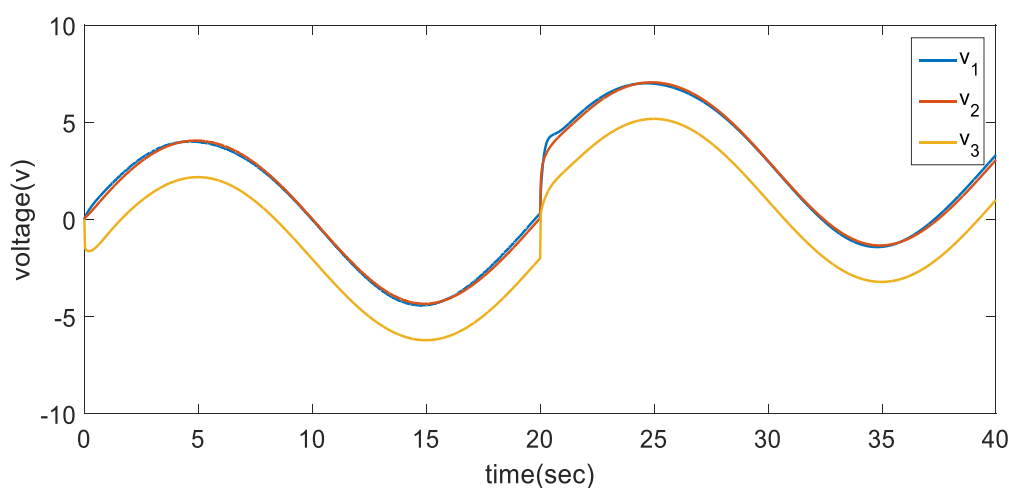
به منظور برجسته کردن برتری کنترلر پیشنهادی با استفاده از بسط سری فوریه، عملکرد آن با DSMC معمولی با استفاده از تابع علامت مقایسه می‌شود [۲۹]. به عبارت دیگر، کنترلر داده شده توسط معادله (۳۲) و (۳۳) شبیه‌سازی شده است. پارامترهای سطح لغزش همانند معادله (۶۷) است. فرض بر این است که $\rho_{DSMC} = 1$ باشد. خطاهای ردیابی DSMC با استفاده از تابع علامت در شکل ۶ ارائه شده است. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، قبل از اعمال اغتشاش خارجی، خطاهای ردیابی در

فاصله $[0/004 \ 0/004]$ قرار دارند. لازم به ذکر است که برای روش پیشنهادی، این فاصله $[0/001 \ 0/001]$ است. هنگامی که اغتشاش خارجی اعمال شود، خطاهای ردیابی به $0/014$ افزایش می‌یابد که این مقدار برای روش پیشنهادی $0/0006$ است. سیگنال‌های کنترل DSMC در شکل ۷ ارائه شده است. در مقایسه با شکل ۳، به نظر می‌رسد سیگنال‌های کنترل یکسان هستند، باین‌وجود تفاوت‌های کوچکی در این سیگنال‌ها وجود دارد که نتایج متفاوتی ایجاد می‌کنند.

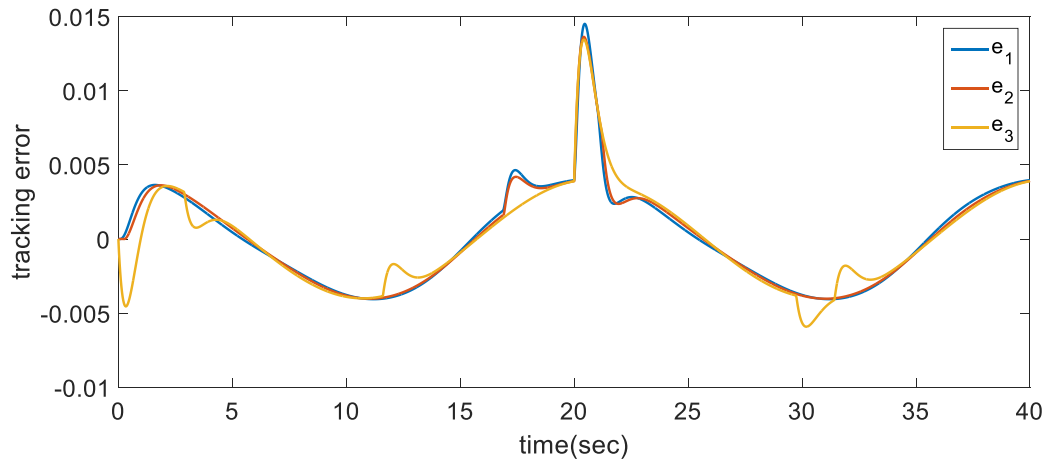
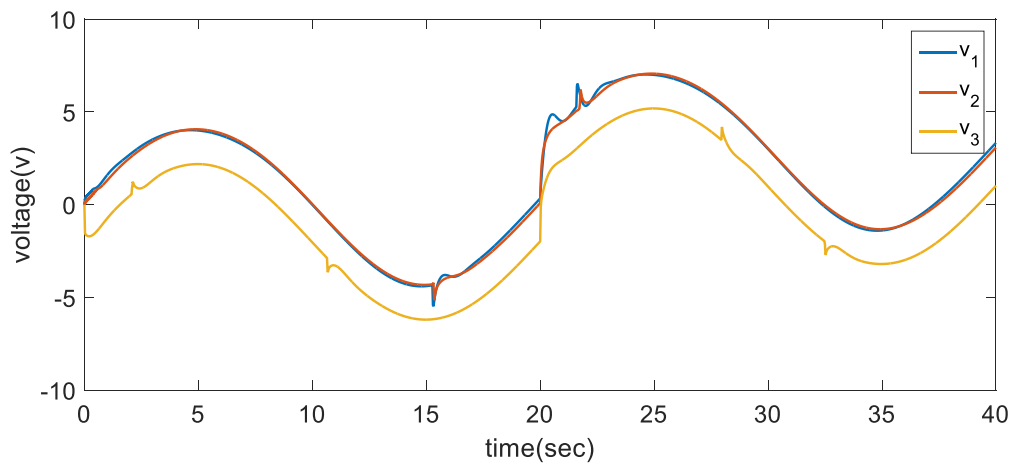


شکل ۶: خطای ردیابی DSMC با استفاده از تابع علامت

شایان ذکر است که افزایش پارامتر ρ_{DSMC} خطای ردیابی DSMC را بهبود نمی‌بخشد و ممکن است منجر به پدیده لغزش شود. به‌عنوان مثال، اگر ρ_{DSMC} برابر ۵۰ تنظیم کنیم، خطاهای ردیابی و سیگنال‌های کنترل ارائه شده به ترتیب در شکل ۸ و شکل ۹ خواهیم داشت؛ بنابراین، به نظر می‌رسد که اگر پارامترهای سطح لغزش یکسان باشند، RDSMC با استفاده از بسط سری فوریه نسبت به DSMC معمولی با استفاده از تابع علامت برتر است. این به معنای تأثیر تخمین عدم قطعیت به‌جای استفاده از تابع علامت است.



شکل ۷: سیگنال کنترل DSMC با استفاده از تابع علامت

شکل ۸: خطای ردیابی DSMC با ρ_{DSMC} برابر ۵۰شکل ۹: سیگنال کنترل DSMC با ρ_{DSMC} برابر ۵۰

به منظور مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با کارهای مرتبط قبلی، تخمین گر عدم قطعیت را با استفاده از چندجمله‌ای‌های لاژاندر در نظر بگیرید [۳۰]. چندجمله‌ای‌های لاژاندر به صورت زیر از پایه‌ی متعامد تعریف می‌شوند

$$\varphi_0(x) = 1 \quad (68)$$

$$\varphi_1(x) = x \quad (69)$$

$$(i+1)\varphi_{i+1}(x) = (2i+1)x\varphi_i(x) - i\varphi_{i-1}(x) \quad i = 1, \dots, m-1 \quad (70)$$

در این مقاله [۳۰]، سه ترم اول انتخاب شده است. به عبارت دیگر داریم

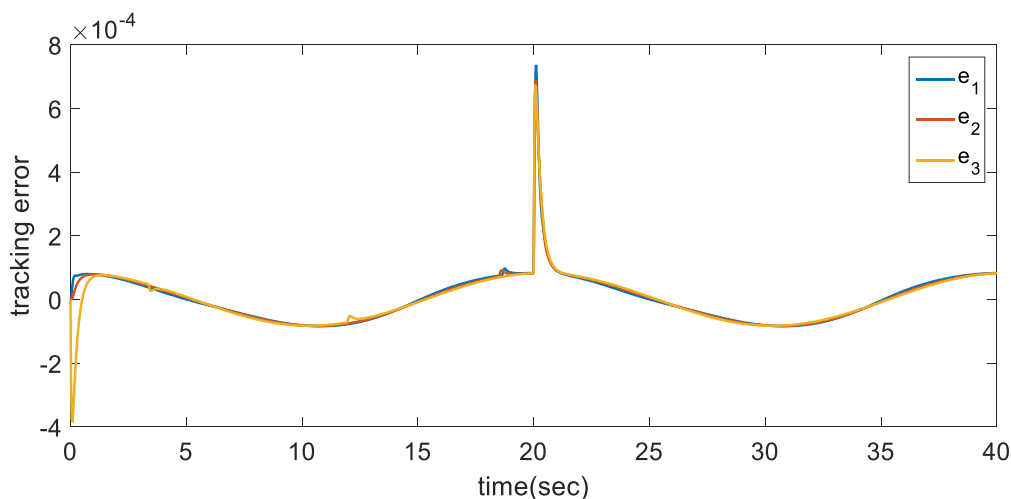
$$\varphi = [1 \quad x \quad \frac{1}{2}(3x^2 - 1)] \quad (71)$$

خطاهای ردیابی و سیگنال‌های کنترل مربوط به چندجمله‌ای‌های لاژاندر به ترتیب در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ نشان داده شده‌اند. حداکثر خطاهای ردیابی پس از اعمال اغتشاشات خارجی رخ می‌دهد. تأثیر اغتشاش خارجی در خطای ردیابی بسیار سریع از بین می‌رود. همانطور که در شکل ۱۰ نشان داده شده است، خطاهای ردیابی به سرعت و قبل از اینکه اغتشاش خارجی اعمال شود کاهش می‌یابد، خطاهای ردیابی در فاصله $[-0.0001 \quad 0.0001]$ قرار می‌گیرند.

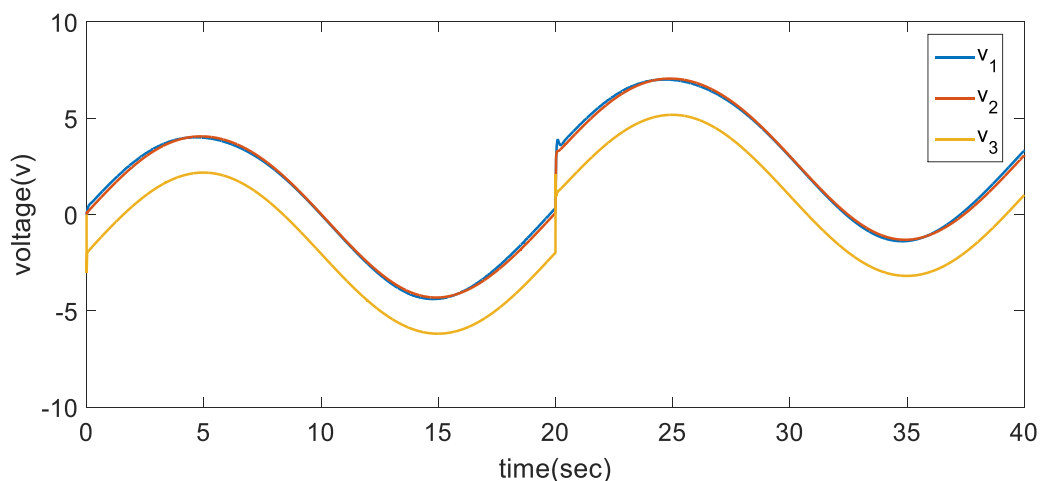
هنگامی که اغتشاش خارجی اعمال می‌شود، خطاهای ردیابی به $0/0008$ افزایش می‌یابد و پس از یک حالت گذرا کوتاه‌مدت، آن‌ها به فاصله $[0/0001 \ 0/0001]$ بازمی‌گردند. ولتاژهای موتور در شکل ۱۱ آورده شده است. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، این سیگنال‌ها محدود و صاف هستند. تغییر ناگهانی این ولتاژها به دلیل جبران اغتشاش خارجی است. برای مقایسه مقداری، معیار زیر را در نظر بگیرید [۳۱]:

$$J = \int_0^{40} \left[\sum_i |e_i| \right] dt \quad (72)$$

برای بسط سری فوریه، J برابر $0/0195$ و برای چندجمله‌ای‌های لژاندر J برابر $0/0306$ داریم؛ بنابراین، روش پیشنهادی برتر است.



شکل ۱۰: خطای ردیابی RDSMC با استفاده از چند جمله لژاندر



شکل ۱۱: سیگنال کنترل RDSMC با استفاده از چند جمله لژاندر

مقایسه بین روش پیشنهادی یعنی کنترل مقاوم ربات‌های الکتریکی با استفاده از DSMC برای تخمین عدم قطعیت با دو مقاله دیگر در جدول ۱ آمده است که مزایا و معایب آن‌ها را بررسی کرده و نهایتاً مقایسه بین خطا و ولتاژ را بررسی می‌کند که روش پیشنهادی خطای کمتری داشته و ولتاژ موتورها صاف و بدون هیچ‌گونه لغزشی هست.

جدول ۱: معایب و مزایای روش ارائه شده با دو روش دیگر

مرجع	مقایسه خطا و ولتاژ	معایب	مزایا
[۲۹]	در این روش با اعمال اغتشاش حداکثر خطای ردیابی ۰/۰۱۴ هست و ولتاژ موتورها در محدوده مجاز و دارای لغزش هستند.	محاسبات در این روش زیاد است همچنین، خطای ردگیری نیز نسبت به دو روش دیگر زیاد هست.	کنترل کننده مد لغزشی با استفاده از یک رویکرد تنظیم کننده درجه دوم خطی بهینه طراحی شده است. سطح لغزشی سیستم با استفاده از بردارهای ویژه پایدار و تابع علامت اسکالر طراحی شده است.
[۳۰]	در این روش با اعمال اغتشاش حداکثر خطای ردیابی ۰/۰۰۰۸ هست و ولتاژ موتورها در محدوده مجاز و صاف هستند.	در این مقاله، برای طراحی قانون کنترل و تضمین پایداری سیستم از کنترل مقاوم بهره می برد اما قانون کنترل این روش پیچیده هست و خطای ردگیری نیز نسبتاً فراوان است.	برتری این مقاله ارائه یک قانون تطبیق با استفاده از چندجمله ای لژاندر و در نتیجه، نیاز به روش آزمون و خطا در تنظیم آن کم است.
روش پیشنهادی	در این روش با اعمال اغتشاش حداکثر خطای ردیابی ۰/۰۰۰۶ هست و ولتاژ موتورها در محدوده مجاز و بدون هیچ لغزشی هستند.	مقایسه نتایج در شبیه سازی نشان می دهد که تفاوت فراوانی بین روش بسط سری فوریه و چندجمله ای لژاندر وجود ندارد. برتری روش کنترل پیشنهادی این است که تعداد پس خورهای مورد نیاز کمتر است.	این مقاله به منظور تخمین محدوده عدم قطعیت در کنترل مقاوم مد لغزشی بازوی ماهر رباتیک به کار برده شده است. مهم ترین فایده روش کنترل پیشنهادی، کاهش تعداد سنسورهای مورد نیاز است. همچنین خطا در این روش با دو روش مقایسه شده بهتر است.

۶- نتیجه گیری

در این مقاله، برای حل مشکلات موجود در کنترل موقعیت بازوی ربات راه کارهای جدید و مناسب ارائه شد. روش های تخمین توابع غیرخطی محدود به سامانه های فازی و شبکه های عصبی نیست. در سال های اخیر، کاربردهایی از بسط سری فوریه و چندجمله ای های لژاندر به عنوان جایگزین سامانه های فازی و شبکه های عصبی در سامانه های کنترل ارائه شده است. در این مقاله، یک روش کنترل مقاوم برای استفاده از ربات های الکتریکی با استفاده از DSMC ایجاد شده است. طراحی کنترل کننده بر اساس استراتژی کنترل ولتاژ است. به منظور حذف پدیده لغزشی در DSMC، عدم قطعیت با استفاده از بسط سری فوریه تخمین زده شده است. علاوه بر قوانین تطبیق برای ضرایب سری فوریه، قانون تطبیق برای تنظیم آنالین فرکانس اصلی بسط سری فوریه طراحی شده است. در حالی که در کارهای مرتبط قبلی، این پارامتر معمولاً با استفاده از روش آزمون و خطا به دست می آید. بر اساس نتایج شبیه سازی، عملکرد RDSMC با استفاده از بسط سری فوریه نسبت به DSMC با استفاده از تابع علامت برتر است.

مراجع

- [1] M. W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasagar, "Robot Modelling and Control", Wiley, Hoboken, 2006.
- [2] M. M. Fateh, "On the voltage-based control of robot manipulators", *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 6, no. 5, pp.702-712, 2008, doi:10.1007/s12555-017-0035-0.
- [3] F. Wang, Z. Liu, C. L. Chen and Y. Zhang, "Robust adaptive visual tracking control for uncertain robotic systems with unknown dead-zone inputs", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 356, no. 12, pp. 6255-6279, 2019, doi:10.1016/j.franklin.2019.05.040.
- [4] L. Kong, S. Zhang and X. Yu, "Approximate optimal control for an uncertain robot based on adaptive dynamic programming", *Neurocomputing*, vol.423, no. 29, pp.308-317, 2021, doi:10.1016/j.neucom.2020.10.012.
- [5] M. M. Fateh, "Proper uncertainty bound parameter to robust control of electrical manipulators using nominal model", *Nonlinear Dynamics*, vol. 61, pp. 655-666, 2012, doi:10.1007/s11071-010-9677-7.

- [6] R. Shahnazi and M. R. Akbarzadeh, "PI Adaptive fuzzy control with large and fast disturbance rejection for a class of uncertain nonlinear systems", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 16, no. 1, pp. 187-197, 2008, doi: 10.1109/TFUZZ.2007.903320.
- [7] B. M. Yilmaz, E. Tatlicioglu, A. Savran and M. Alci, "Adaptive fuzzy logic with self-tuned membership functions based repetitive learning control of robotic manipulators", *Applied Soft Computing*, vol. 104, 2021, doi:10.1016/j.asoc.2021.107183.
- [8] L. Wei, L. Yang and H. Wang, "Indirect fuzzy adaptive control for trajectory tracking of uncertain robots", *Electric Machines and control*, vol.5, pp. 393-397, 2006, doi:10.1109/INDIN.2008.4618148.
- [9] W. Hong-rui, C. Zeng-wei, W. Li-xin, T. Xue-jing and L. Xiu-ling, "Direct adaptive fuzzy control for robots in cartesian space", *Proceedings of Sixth International Conference on Machine Learning Cybernetics*, vol.1, pp. 482-486, 2007, doi: 10.1109/ICMLC.2007.4370193.
- [10] K. Singhal, V. Kumar, K. P. S. Rana, "Robust trajectory tracking control of non-holonomic wheeled mobile robots using an adaptive fractional order parallel fuzzy PID controller", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 359, no. 9, pp. 4160-4215, 2022, doi:10.1016/j.jfranklin.2022.03.043.
- [11] M. M. Fateh, S. Shahrabi Frahani and A. Khatamianfar, "Task space control of a welding robot using a fuzzy coordinator", *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 574-582, 2010, doi:10.1007/s12555-010-0310-9.
- [12] D. Zhang, S. Song, "Research on the adaptive fuzzy sliding mode control of 2-DOF robot", *Fifth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, vol. 9, pp. 236-240, 2008, doi: 10.1109/FSKD.2008.269.
- [13] D. Cruz-Ortiz, I. Chairez and A. Poznyak, "Non-singular terminal sliding-mode control for a manipulator robot using a barrier Lyapunov function", *ISA Transactions*, vol.121, pp.268-283, Feb. 2022, doi:10.1016/j.isatra.2021.04.001.
- [14] R. Zarin and S. Azargoshasb, "Model-Free Discrete Time Control for Scara Robot Manipulators Using Descending Gradient Algorithm," *Journal of Communication Engineering.*, vol. 11,no.41, pp. 59-76, 2021(in Persian).
- [15] M. Zaraei, M. M. Zirkoji and N. C. Shirazi, " Designing Optimal Neural Networks Controller to Regulate and Control the Output Voltage of DC-DC Boost Converters," *Journal of Communication Engineering.*, vol. 11,no.42, pp. 41-54, 2021(in Persian).
- [16] M. M. Fateh and S. Khorashadizadeh, "Robust control of electrically driven robots by adaptive fuzzy estimation of uncertainty", *Nonlinear Dyn.*, vol. 69, pp. 1465-1477, 2012, doi:10.1007/s11071-012-0362-x.
- [17] S. Khorashadizadeh and M. Majidi, " Chaos synchronization using the Fourier series expansion with application to secure communications", *AEU – International Journal of Electronics and Communications*, vol. 82, pp. 37-44, 2017, doi:10.1016/j.aeue.2017.07.032.
- [18] J. Chen and j. Li, "Distributed consensus control of periodically time-varying multi-agent systems using neural networks and fourier series expansion", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 358, no. 14, pp. 71707186, 2021, doi:10.1016/j.jfranklin.2021.07.002.
- [19] G. Karimi and M. Heidarian, "Facial expression recognition with polynomial Legendre and partial connection MLP", *Neurocomputing*, vol. 434, no. 28, pp. 33-44, 2021, doi:10.1016/j.neucom.2020.12.070.
- [20] R. Gholipour, A. Khosravi and H. Mojallali, "Multi-objective optimal backstepping controller design for chaos control in a rodtype plasma torch system using Bees Algorithm", *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, no. 15, pp. 4432-4444, 2015, doi:10.1016/j.apm.2014.12.049.

- [21] R. Gholipour and M. M. Fateh, "Adaptive task-space control of robot manipulators using the Fourier series expansion without task-space velocity measurements", *Measurement*, vol. 123, pp.285–292, 2018, doi:10.1016/j.measurement.2018.04.003.
- [22] R. Gholipour and M. M. Fateh, "Observer-based robust task-space control of robot manipulators using Legendre polynomial", In: *Electrical Engineering (ICEE), IEEE Iranian Conference*, Tehran, Iran, 2–4 May 2017, pp. 766–771, 2017, doi: 10.1109/IranianCEE.2017.7985141.
- [23] H. Sira, "On the dynamical sliding mode control of nonlinear systems", *International Journal of Control*, vol. 57, no. 5, pp. 1039–1061, 1993, doi:10.1016/0167-6911(92)90069-5.
- [24] S. Khorashadizadeh and M. Fateh, "Uncertainty estimation in robust tracking control of robot manipulators using the Fourier series expansion", *Robotica*, vol. 35, no. 2, pp. 310–336, 2017, doi: 10.1017/S026357471500051X.
- [25] F. Lin, S. Chen and K. Shyu, "Robust dynamic sliding-mode control using adaptive RENN for magnetic levitation system", *IEEE Transaction on Neural Networks*, vol. 20, no. 6, pp. 938–951, 2009, doi: 10.1109/TNN.2009.2014228.
- [26] F. Lin, S. Chen and I. Sun, "Intelligent sliding-mode position control using recurrent wavelet fuzzy neural network for electrical power steering system", *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 19, no. 5, pp. 1344–1361, 2017, doi:10.1007/s40815-017-0342-x.
- [27] J. Slotine and W. Li, *"Applied Nonlinear Control"*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
- [28] M.M. Fateh, " Nonlinear control of electrical flexible-joint robots", *Nonlinear Dynamics*, vol. 67, no. 4, pp.2549–2559, 2012, doi:10.1007/s11071-011-0167-3.
- [29] M. Singla, L.S. Shieh, G. Song, L. Xie and Y. Zhang, " A new optimal sliding mode controller design using scalar sign function", *ISA Transactions*, vol. 53, no. 2, pp. 267-279, 2015, doi:10.1016/j.isatra.2013.09.007.
- [30] S. Khorashadizadeh and M. M. Fateh, "Robust task-space control of robot manipulators using Legendre polynomials for uncertainty estimation", *Nonlinear Dynamics*, vol. 79, no. 2, pp. 1151–1161, 2015, doi:10.1007/s11071-014-1730-5.
- [31] K. Y. Chen, Y. H. Lai and R. F. Fung, "A comparison of fitness functions for identifying an LCD Glass-handling robot system", *Mechatronics*, vol. 46, pp. 126–142, 2017, doi:10.1016/j.mechatronics.2017.08.001.