JOURNAL OF SOUTHERN COMMUNICATION ENGINEERING
ISLAMIC AZAD UNIVERSITY BUSHEHR BRANCH

E-ISSN: 2980-9231
http://jce.iaubushehr.ac.ir

https://doi.org/10.30495/jce.2022.690857

Vol. 11/ No. 43/Spring 2022

Research Article

Using Linear Regression Method to Provide a Mathematical Relation to Investigate the Gap Wavelength Band in Photon Structures for Use in the Design of Optoelectronic Devices

Mozhgan Javahernia, Assistant Professor [1] | Sahel Javahernia, Assistant Professor [2]

[1]Department of Mathematics, Faculty of Mathematical Sciences, Islamic Azad University, Shabestar Branch, Shabestar, Iran, javahernia_math@yahoo.com

[2]Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Islamic Azad University, Sofian Branch, Sofian, Iran, s_javaher@yahoo.com

Correspondence
Mozhgan Javahernia, assistant professor of shabestar branch, Islamic Azad University, Shabestar, Iran,
Email: javahernia_math@yahoo.com

Received: 26 February 2022
Revised: 17 April 2022
Accepted: 30 April 2022

Abstract

Photon crystals are on of the most common structures for designing and implementing electronic optical circuits. The photon gap band is of great importance in these structures. The most common mathematical methods for analyzing and calculating photon band diagrams and extracting the forbidden photon band of photon crystals is the flat wave expansion method. This method has many complexities that require special commercial software to perform its calculations. In two-dimensional photonic crystals, two parameters in the photon band are affected, which are the refractive index of the dielectric material and the ratio of the radius of the holes to the constant of the crystal lattice (r/a). In this paper, using mathematics and linear regression, simpler relations for extracting the photon band range of photon crystals are presented. A comparison of the results obtained from the relations with the results obtained with BandSOLVE software for photonic crystals shows that the maximum difference between the two calculation methods for fl and fu is 0.007 and 0.028, respectively, and the average difference is, respectively 0.004 and is 0.01.

Keywords: Flat wave expansion method, Regression, Photons, Photon Gap Band, Band structure

Highlights

- Study of mathematical methods for analyzing and calculating photon band diagrams and extracting the forbidden photon band of photon crystals
- Presentation of the simpler mathematical computational methods for extracting the photon band range of photon crystals
- The least difference in comparing the results obtained using the presented mathematical calculation methods and software simulation

Citation: M. Javahernia and S Javahernia, "Using Linear Regression Method to Provide a Mathematical Relation to Investigate the Gap Wavelength Band in Photon Structures for Use in the Design of Optoelectronic Devices," *Journal of Southern Communication Engineering*, vol. 11, no. 43, pp. 57–68, 2022, doi: 10.30495/jce.2022.690857 (in Persian).

مقاله پژوهشی

استفاده از روش رگراسیون خطی جهت ارائه رابطه ریاضی به‌منظور بررسی باند ممنوعه طول موجی در ساختارهای‌های فوتونی جهت استفاده در طراحی ادوات الکترونیک نوری

مژگان جواهرنیا[1*] | ساحل جواهرنیا[2]

[1]گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، واحد شبستر، دانشگاه آزاد اسلامی، شبستر، ایران، javahernia_math@yahoo.com

[2]گروه برق، دانشکده فنی مهندسی، واحد صوفیان، دانشگاه آزاد اسلامی، صوفیان، ایران، s_javaher@yahoo.com

نویسنده مسئول
*مژگان جواهرنیا، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، واحد شبستر، دانشگاه آزاد اسلامی، شبستر، ایران،
javahernia_math@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۷ اسفند ۱۴۰۰
تاریخ بازنگری: ۲۸ فروردین ۱۴۰۱
تاریخ پذیرش: ۱۰ اردیبهشت ۱۴۰۱

https://doi.org/10.30495/jce.2022.690857

چکیده:
بلورهای فتونی یکی از رایج‌ترین ساختارها برای طراحی و پیاده‌سازی مدارهای الکترونیک نوری هستند. باند ممنوعه فوتونی در این ساختارها از اهمیت بالایی برخوردار است. رایج‌ترین روش‌های ریاضی برای تحلیل و محاسبه نمودارهای باند فوتونی و استخراج باند ممنوعه فوتونی بلورهای فوتونی روش بسط امواج تخت است. این روش دارای پیچیدگی‌های زیادی است که برای انجام محاسباتش نیاز به نرم‌افزارهای تجاری مخصوص است. در بلورهای فوتونی دوبعدی دو پارامتر در باند ممنوعه فوتونی این بلورها تأثیرگذار هستند که ضریب شکست ماده دی‌الکتریک و نسبت شعاع حفره-ها به ثابت شبکه بلور (r/a) هستند. در این مقاله با بهره‌گیری از ریاضیات و رگراسیون خطی روابط ساده‌تری برای استخراج محدوده باند فوتونی بلورهای فوتونی ارائه‌شده است. مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از روابط با نتایج به‌دست‌آمده با نرم‌افزار BandSOLVE برای بلورهای فوتونی نشان می‌دهد که حداکثر اختلاف بین دو روش محاسبه برای f_l و f_u به ترتیب ۰/۰۰۷ و ۰/۰۲۸ بوده و میانگین اختلاف نیز به ترتیب ۰/۰۰۴ و ۰/۰۱ است.

کلید واژه‌ها: روش بسط امواج تخت، رگرسیون، فوتونی، باند ممنوعه فوتونی، ساختار باند

۱-مقدمه

الکترونیک نوری شاخه ای از علم الکترونیک بوده که با استفاده از خواصی که نور در انرکنش با ماده نشان می‌دهد به طراحی ادوات الکتونیک نوری می‌پردازد [۱], [۲]. حال این مواد ممکن است فلز باشد یا نیمه‌هادی و یا سایر اقسام مواد. جهت بدست آوردن رفتار نور در اندر کنش با مواد و بدست آوردن خواص آن چاره ای جز بهره گیری از علم ریاضیات نخواهیم داشت [۳]. اینجا است که کاربرد ریاضیات در تمامی‌علوم به ویژه علم الکترونیک بیشتر از بیش آشکار می‌شود. از جمله موادی که کاربرد زیادی در طراحی ادوات الکترونیک نوری دارند بلورهای فوتونیکی هستند که در مورد آنها توضیحات زیادی را ارائه خواهیم نمود [۲], [۴]. برای بررسی رفتار نور در این ساختارهای نوری از انواع روشهای ریاضی عددی از جمله روش تفاضل محدود در حوزه زمان و مکان، روش المان محدود و روش بسط امواج تخت استفاده می‌شوند [۳], [۵]. هریک از روشهای فوق بسیار پیچیده بوده که نیازمند استفاده از محاسبات رایانه ای است. هریک از روش های یاد شده در بالا رفتارهای خاصی از نور را بررسی می‌نمایند که با توجه به نوع هدف می‌توان از هریک از روش های فوق بهره برد. روش بسط امواج تخت نیز برای بدست آوردن ساختار باند

فوتونی در بلورهای فوتونی استفاده می‌شود. باند ممنوعه فوتونی این بلورها یکی از مهمترین ویژگی‌های آنها است که باعث جذابیت این ساختارها برای محققان عرصه اپتیک و فوتونیک جهت طراحی ادوات مخابراتی و الکترونیکی نوری شده است [۶], [۷]. باند فوتونی یا به عبارت دیگر محدوده طول موجی ممنوعه به ناحیه ای از طیف انتقال ساختار بلورهای فوتونیکی اطلاق می‌شود که فوتون ها یا امواج با طول موج موجود در آن ناحیه توانایی عبور و انتقال از ساختار بلورهای فوتونی را نخواهند داشت. در طراحی ادوات نوری مبتنی‌بر بلورهای فوتونی باند ممنوعه فوتونی بسیار مهم است [۸]–[۱۲] و اگر این باند ممنوعه بدرستی طراحی نشده باشد به پراکندگی و اتلاف نور در داخل بلور منجر می‌شود که سبب می‌گردد که عملکرد قطعه طراحی شده مناسب نباشد. لذا قبل از طراحی هر قطعه نوری با استفاده از بلورهای فوتونی اولین گام استخراج و یا به عبارت مناسب‌تر مهندسی باند ممنوعه فوتونی بلور پایه بکار رفته برای طراحی قطعه مورد نظر است. از این رو در مقالات علمی‌نیز مطالعات فراوانی روی ساختار باند و باند ممنوعه فوتونی انواع بلورهای فوتونی انجام شده است [۱۳]. همچنین با در دست داشتن طیف انتقال و باند ممنوعه ساختارهای بلورهای فوتونی می‌توان امواجی را که توانایی عبور از ساختار دارند و همچنین امواجی را که قادر به عبور از ساختار بلورهای فوتونی نیستند را شناسایی نماییم. این ساختار در واقع مشخص کننده محدوده کاری ساختار مورد نظر جهت بهره گیری در طراحی ادوات الکترونیک نوری خواهد بود. نکته مهمی‌که وجود دارد این است که روش بسط امواج مسطح که یک روش ریاضی عددی است به ما این امکان را نیز میدهد که بتوانیم نامنظمی‌های موجود در ساختار بسیار منظم بلورهای فوتونی را شناسایی نمایم. در واقع اگر بی نظمی‌ای در داخل بلورهای فوتونیکی اتفاق بیافتد می‌توان با بدست آوردن ساختار باند با روش بسط امواج مسطح بینظمی‌ایجاد شده و تاثیر آن راشناسایی نمود. این ویژگی به متخصصان علم الکترونیک نوری این امکان را می‌دهند که بتوانند انواع سنسوره و یا فیلترهای نوری را بر پایه بلورهای فوتونی طراحی نمایند. در ادامه قصد داریم تا به بررسی روش بسط امواج مسطح پرداخته و نشان دهیم که چگونه با استفاده از روشهای دیگر ریاضی میتوانیم محاسبات نرم افزاری برای اجرای روش بسط امواج مسطح را به یک فرمول ریاضی با دقت بسیار بالا تقلیل داد.

روش بسط امواج تخت رایج ترین روش برای تحلیل و محاسبه نمودارهای باند فوتونی و باند ممنوعه فوتونی بلورهای فوتونی است. در این روش معادلات ماکسول با در حوزه فرکانس با استفاده از محاسبات فوریه و روش‌های عددی حل شده و مقادیر ویژه معادلات بدست می‌آید که در نهایت با بهم وصل کردن این مقادیر ویژه نمودارهای مربوط به ساختار باند بدست می‌آید که محدوده باند ممنوعه فوتونی با درنظر داشتن شرایط خاصی از این نمودارها استخراج می‌شود. در این مقاله هدف استفاده از رگرسیون خطی و بکار گیری ریاضیات جهت ارائه روابط ساده‌تری برای محاسبه محدوده باند ممنوعه فوتونی برای یک ساختار فوتونی دو بعدی با ساختار شبکه شش وجهی است.

روش ارائه شده به مراتب ساده‌تر از روش بسط امواج مسطح است. همانگونه که در ادامه بررسی شده است روش بسط امواج مسطح دارای معادلات بسیار پیچیده است که حل این معادلات مستلزم استفاده از نرم افزارهای ویژه ساختارهای فوتونی یا استفاده از کدهای متلب با پیچیدگی بسیار زیاد است. درحالیکه روابط ارائه شده در این پژوهش را می‌توان با استفاده ماشین حساب های مهندسی یا کدهای ساده متلب محاسبه کرد. ساختار ادامه مقاله به شرح ذیل است: در بخش ۲ روش بسط امواج مسطح معرفی و بررسی شده است. در بخش ۳ محدوده باند ممنوعه فوتونی بلورهای فوتونی دو بعدی بررسی شده و روابط پیشنهادی استخراج شده است. در بخش ۴ دقت روابط استخراج شده بررسی شده و در نهایت نتیجه گیری در بخش ۵ ارائه شده است.

۲-روش بسط امواج مسطح[1] (PWE)

با توجه به اینکه امواج نوری یک نوع امواج الکترومغناطیسی هستند لذا برای این منظور ابتدا از معادلات ماکسول شروع میکنیم. می‌دانیم که امواج الکترومغناطیسی نیز ترکیبی از میدان الکتریکی و مغناطیسی هستند، در روش بسط امواج مسطح نیز ما به بدنبال مدهای ویژه میدان و اثر متقابل بین میدان و ماده هستیم. فرض میکنیم که فضای کاری ما ایدهآل بوده و بارهای آزاد و جریان الکتریکی وجود ندارد. با این فرضها معادلات ماکسول به شرح زیر است:

[1] .Plane Wave Expansion

$$\nabla . D(x,t) = 0 \tag{۱}$$

$$\nabla \times E(x,t) = -\frac{\partial}{\partial t} B(x,t) \tag{۲}$$

$$\nabla \times H(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} D(x,t) \tag{۳}$$

برای حل معادلات فوق بایستی ارتباط بین میدانهای D و E همچنین B و H را بیابیم. برای این منظور وباتوجه به اینکه هدف پیدا کردن باند ممنوعه در بلورهای فوتونیکی است فرض مینماییم که ضریب نفوز پذیری مغناطیسی در بلورهای فوتونی برابر ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی فضای آزاد(μ_0) خواهد بود. لذا داریم:

$$B(x,t) = \mu_0 H(x,t) \tag{۴}$$

$$D(x,t) = \varepsilon_0 \varepsilon(x) E(x,t) \tag{۵}$$

در روابط (۴ و ۵) μ_0 و ε_0 به ترتیب نشان دهنده ضریب نفوذپذیری مغناطیسی و ضریب گذردهی الکتریکی خلا بوده و $\varepsilon(x)$ ثابت نسبی دی‌الکتریک است. گفیم که بلورهای فوتونی ساختارهای بسیار منظمی‌هستند و این نظم بلورین این ساختارها آنهارا به ساختارهایی قدرتمند در زمینه طراحی انواع ادوات نوری مبدل کرده است. اما این نظم بلورین ساختارهی بلور فوتونی به دلیل تناوب موجود در ساختارهای تشکیل دهنده آنها است. به عبارتی بلورهای فوتونی که از دو ماده تشکیل یافته اند که این مواد با فاصله ثابتی در کنار یکدیگر و در کل ساختار تکرار شده‌اند. بنابر توضیحات فوق می‌توان $\varepsilon(x)$ را بصورت زیر بیان نمود:

$$\varepsilon(x + a_g) = \varepsilon(x) \qquad (g = 1,2,3) \tag{۶}$$

که $\{a_g\}$ بردارهای اولیه مکانی در شبکه بلورهای فوتونیکی است. با توجه به اینکه بلورهای فوتونی طق توضیحات پیشین دارای تناوب مکانی است لذا می‌توان $\varepsilon^{-1}(x)$ را به سری فوریه بسط داد. برای این کار بردارهای اولیه شبکه معکوس $\{b_g; g = 1,2,3\}$ و بردارهای شبکه معکوس $\{Y\}$ را معرفی می‌کنیم:

$$a_g . b_j = 2\pi \delta_{gj} \tag{۷}$$

$$Y = l_1 b_1 + l_2 b_2 + l_3 b_3 \tag{۸}$$

که $\{l_g\}$ اعداد اختیاری و δ_{gj} دلتای کرونیکر است .$\varepsilon^{-1}(x)$ بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{1}{\varepsilon(x)} = \sum_Y \kappa(Y) \exp\,(iY.x) \tag{۹}$$

فرض می‌کنیم که تابع دی‌الکتریم حقیقی است لذا $\kappa(-Y) = \kappa^*(Y)$. با جاگذاری (۴) و (۵) در معادلات (۱)-(۳) داریم:

$$\nabla . \{\varepsilon(x) E(x,t)\} = 0 \tag{۱۰}$$

$$\nabla . H(x,t) = 0 \tag{۱۱}$$

$$\nabla \times E(x,t) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} H(x,t) \tag{۱۲}$$

$$\nabla \times H(x,t) = \varepsilon_0 \varepsilon(x) \frac{\partial}{\partial t} E(x,t) \tag{۱۳}$$

با حذف $E(x,t)$ یا $H(x,t)$ در (۱۲) و (۱۳) معادلات زیر بدست می‌آید:

$$\frac{1}{\varepsilon(x)}\nabla\times\{\nabla\times E(x,t)\}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(x,t) \quad (۱۴)$$

$$\nabla\times\left\{\frac{1}{\varepsilon(x)}\nabla\times H(x,t)\right\}=-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}H(x,t) \quad (۱۵)$$

که c سرعت نور در خلا به صورت زیر است:

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \quad (۱۶)$$

با حل معادلات (۱۴) و (۱۵) داریم:

$$E(x,t)=E(x)e^{-i\omega t} \quad (۱۷)$$

$$H(x,t)=H(x)e^{-i\omega t} \quad (۱۸)$$

که ω فرکانس زاویه‌ای ویژه و $E(x)$ و $H(x)$ توابع ویژه معادلات موج هستند. این توابع ویژه باید در معادلات مقدار ویژه زیرصدق کنند:

$$\mathcal{L}_E E(x)=\frac{1}{\varepsilon(x)}\nabla\times\{\nabla\times E(x)\}=\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}E(x) \quad (۱۹)$$

$$\mathcal{L}_H H(x)=\nabla\times\left\{\frac{1}{\varepsilon(x)}\nabla\times H(x)\right\}=\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}H(x) \quad (۲۰)$$

که دو عملگر تفاضلی $\mathcal{L}_E$ و $\mathcal{L}_H$ توسط اولین برابری در هر یک از معادلات فوق تعریف می‌شود. چون ε تابعی متناوب از مختص مکانی r است با اعمال تئوری بلاخ به معادلات (۱۹) و (۲۰)، $E(x)$ و $H(x)$ بصورت یک بردار موج k در اولین ناحیه بریلون و یک ضریب باند n بصورت زیر بیان می‌شوند:

$$E(x)=E_{kn}(x)=F_{kn}(x)e^{ik.x} \quad (۲۱)$$

$$H(x)=H_{kn}(x)=L_{kn}(x)e^{ik.x} \quad (۲۲)$$

که $F_{kn}(x)$ و $L_{kn}(x)$ توابع برداری متناوب هستند که در روابط زیر صدق می‌کنند:

$$F_{kn}(x+a_g)=F_{kn}(x) \quad (۲۳)$$

$$v_{kn}(x+a_g)=L_{kn}(x)\ \ (g=1,2,3) \quad (۲۴)$$

باتوجه به متناوب بودن ابن توابع می‌توان آنها را برحسب سری فوریه بسط داد. با بسط فوریه توابع ویژه به صورت زیر بدست می‌آید:

$$E_{kn}(x)=\sum_Y E_{kn}(Y)\,exp\{i(k+Y).x\} \quad (۲۵)$$

$$H_{kn}(x)=\sum_Y H_{kn}(Y)\,exp\{i(k+Y).x\} \quad (۲۶)$$

با جاگذاری معادلات (۹)،(۲۵) و (۲۶) در (۱۹) و (۲۰) معادلات مقدار ویژه زیر برای ضرایب بسط $\{E_{kn}(Y)\}$ و $\{H_{kn}(Y)\}$ به شرح زیر بدست می‌آید:

$$-\sum_{Y'}\kappa(Y-Y')(k+Y')\times\{(k+Y')\times E_{kn}(Y')\}=\frac{\omega_{kn}^2}{c^2}E_{kn}(Y) \quad (۲۷)$$

$$-\sum_{Y'} \kappa(Y-Y')(k+Y') \times \{(k+Y') \times H_{kn}(Y')\} = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} H_{kn}(Y) \quad (۲۸)$$

که ω_{kn} فرکانس زاویه‌ای ویژه $E_{kn}(x)$ و $H_{kn}(x)$ است. با حل عددی معادلات فوق می‌توان رابطه پراکندگی مدهای ویژه یا ساختار باند فوتونیکی را بدست آورد.

۳-تحلیل محدوده های باند ممنوعه بلورهای فوتونی دو بعدی با ساختار شش ضلعی (2DHPhC) متشکل از حفره-های هوایی در دی‌الکتریک

باند ممنوعه فوتونی این ساختارها به ضریب شکست دی‌الکتریک و نسبت شعاع حفره‌های هوایی به ثابت شبکه (r/a) وابسته است. طبق نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی‌های انجام شده توسط نرم افزار BandSOLVE باند ممنوعه فوتونی مطلوب برای این ساختار در مد TM بوده و غالب‌ترین باند ممنوعه اولین باند ممنوعه فوتونی در ساختار باند است. بنابراین در مطالعه این ساختار روی اولین باند ممنوعه فوتونی در مد TM تمرکز می‌کنیم. برای مطالعه باند ممنوعه فوتونی اثر تغییرات ضریب شکست دی‌الکتریک و نسبت (r/a) را روی باند ممنوعه بررسی می‌کنیم.

۳-۱- اثر تغییرات ضریب شکست روی باند ممنوعه فوتونی

برای جدا کردن اثر تغییرات ضریب شکست از اثر تغییرات(r/a)، مقدار(r/a) را در این بخش ثابت فرض کرده و مقدار n را تغییر می‌دهیم. سپس مقادیر f_l (مقدار فرکانس نرمالیزه ابتدای ناحیه باند ممنوعه) و fu (مقدار فرکانس نرمالیزه انتهای ناحیه باند ممنوعه) را برای مقادیر مختلف ضریب شکست با استفاده از نرم افزار BandSOLVE استخراج می‌کنیم. نمونه‌ای از نتایج بدست آمده در جدول ۱ ارایه شده است. بررسی نتایج بدست آمده حاکی از آن است که با افزایش ضریب شکست مقادیر fl و fu کاهش می‌یابد یعنی اینکه باند ممنوعه به سمت فرکانس‌های نرمالیزه پایین‌تر سوق پیدا می‌کند.

۳-۲- اثر تغییرات (*r/a*) روی باند ممنوعه فوتونی

در این بخش نیز به منظور جدا کردن اثر تغییرات ضریب شکست از اثر تغییرات (*r/a*)، مقدار *n* را در این بخش ثابت فرض کرده و مقدار (*r/a*) را تغییر می‌دهیم. سپس مقادیر f_l (مقدار فرکانس نرمالیزه ابتدای ناحیه باند ممنوعه) و f_u (مقدار فرکانس نرمالیزه انتهای ناحیه باند ممنوعه) را برای مقادیر مختلف ضریب شکست با استفاده از نرم افزار BandSOLVE استخراج می‌کنیم. نتایج بدست آمده در جدول ۲ ارایه شده است. بررسی نتایج بدست آمده حاکی از آن است که با افزایش (*r/a*) مقادیر f_l و f_u افزایش می‌یابد یعنی اینکه باند ممنوعه به سمت فرکانس‌های نرمالیزه بالاتر سوق پیدا می‌کند.

تا اینجا اثر هریک از متغییرها را روی باند ممنوعه فوتونی هر یک از بلورهای فوتونی بیان شده بررسی کرده و روند تغییرات آنها را بدست آورده‌ایم. اما همانگونه که در ابتدا نیز بیان کردیم هدف از مطالعه ساختار باند ارایه رابطه و فرمولی برای محاسبه تقریبی اولین باند ممنوعه در ساختار باند بلورهای فوتونی مورد مطالعه است. تا بتوان بدون نیاز به محاسبات عددی باند ممنوعه فوتونی را بدست آورد. در ادامه نحوه استخراج روابط مورد نظر بررسی خواهد شد.

۳-۳- رابطه f_l (مقدار فرکانس نرمالیزه ابتدای ناحیه باند ممنوعه)

براساس روند داده‌های بدست آمده از شبیه‌سازی‌های انجام شده با نرم‌افزار BandSOLVE ،رابطه f_l برای این دسته از بلور فوتونی به فرم زیر فرض می‌شود:

$$f_l = A_l \times B_l \quad (۲۹)$$

جدول ۱: تغییرات f_l و f_u برحسب ضریب شکست برای بلور فوتونی دو بعدی شش ضلعی متشکل از حفره هوایی در دی‌الکتریک

n	f_l	f_u
۲	۰/۳۷۲	۰/۴۴۶
۲/۱	۰/۳۵۶	۰/۴۳۷
۲/۲	۰/۳۴۱	۰/۴۲۸
۲/۳	۰/۳۲۷	۰/۴۱۹
۲/۴	۰/۳۱۴	۰/۴۱۰
۲/۵	۰/۳۰۲	۰/۴۰۲
۲/۶	۰/۲۹۱	۰/۳۹۳
۲/۷	۰/۲۸۱	۰/۳۸۵
۲/۸	۰/۲۷۱	۰/۳۷۷
۲/۹	۰/۲۶۲	۰/۳۶۹
۳	۰/۲۵۴	۰/۳۶۲
۳/۲	۰/۲۳۹	۰/۳۴۷
۳/۴	۰/۲۲۵	۰/۳۳۳
۳/۶	۰/۲۳۱	۰/۳۲۰
۳/۸	۰/۲۰۲	۰/۳۰۸
۴	۰/۱۹۲	۰/۲۹۶
۴/۲	۰/۱۸۳	۰/۲۸۵
۴/۴	۰/۱۷۵	۰/۲۷۵
۴/۶	۰/۱۶۸	۰/۲۶۵
۴/۸	۰/۱۶۱	۰/۲۵۶
۵/۲	۰/۱۴۹	۰/۲۳۹
۵/۴	۰/۱۴۳	۰/۲۳۱
۵/۶	۰/۱۳۸	۰/۲۲۴
۵/۸	۰/۱۳۳	۰/۲۱۷
۶	۰/۱۲۹	۰/۲۱۱

جدول ۲: تغییرات f_l و f_u برحسب (r/a) برای بلور فوتونی دو بعدی شش ضلعی متشکل از حفره هوایی در دی‌الکتریک

r/a	f_l	f_u
۰/۲۲	۰/۲۲۷	۰/۲۴۸
۰/۲۴	۰/۲۲۹	۰/۲۶۰
۰/۲۶	۰/۲۳۲	۰/۲۷۳
۰/۲۸	۰/۲۳۵	۰/۲۸۹
۰/۳	۰/۲۳۹	۰/۳۰۷
۰/۳۲	۰/۲۴۴	۰/۳۲۶
۰/۳۴	۰/۲۵۰	۰/۳۴۹
۰/۳۶	۰/۲۵۷	۰/۳۷۴
۰/۳۸	۰/۲۶۸	۰/۴۰۷
۰/۴	۰/۲۸۲	۰/۴۳۰
۰/۴۲	۰/۳۰۰	۰/۴۶۱
۰/۴۴	۰/۳۲۳	۰/۴۸۹
۰/۴۶	۰/۳۵۹	۰/۵۱۳

که A_l و B_l به ترتیب توابعی مستقل از n و (r/a) هستند. A_l و B_l با استفاده از تحلیل رگرسیون روی داده‌های موجود محاسبه می‌شوند. برای بدست آوردن معادله برای A_l ابتدا مقادیر f_l بدست آمده برای n های مختلف را به صورت تابعی از n طبق شکل (۱) رسم می‌کنیم. بعد از انجام تحلیل رگرسیون غیرخطی رابطه‌ی زیر برای A_l برحسب n بدست می‌آید:

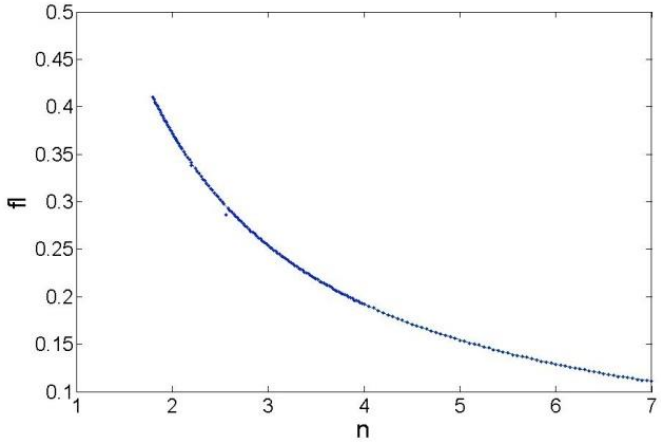
$$A_l = 0.729n^{-0.96} \tag{۳۰}$$

گام بعدی یافتن عبارتی برای B_l است ، ابتدا مقادیر عددی B_l به صورت زیر محاسبه می‌شود:

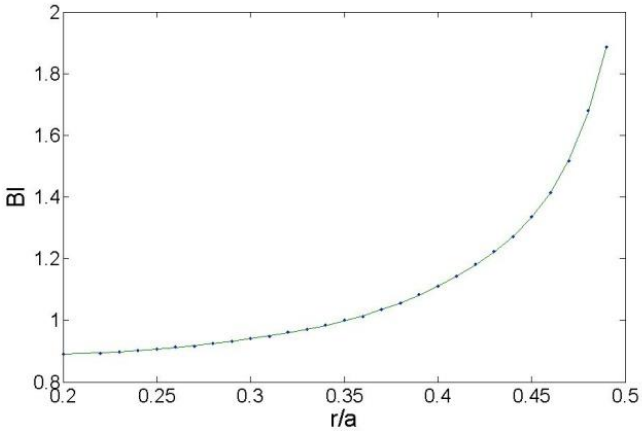
$$B_l = f_l/A_l \tag{۳۱}$$

که f_l همان مقادیر f_l بدست آمده برای مقادیر مختلف (r/a) است، که نمونه‌ای از این داده‌ها در جدول۲ ارائه شده است، A_l هم از رابطه (۳۰) محاسبه شده است. این کار برای جدا کردن تغییرات این نتایج از اثر تغییرات n انجام می‌شود. B_l های بدست آمده از رابطه (۳۱) بصورت تابعی از (r/a) به صورت شکل (۲) رسم می‌شود. حال با انجام رگرسیون غیر خطی رابطه زیر برای B_l برحسب (r/a) بدست می‌آید:

$$B_l = 103.7(r/a)^3 - 90.87(r/a)^2 + 26.73(r/a) - 1.695 \tag{۳۲}$$



شکل ۱: منحنی تغییرات f_l برحسب n برای بلور های فوتونیکی دو بعدی



شکل ۲: منحنی تغییراتf_l برحسب (r/a) برای بلور های فوتونیکی دو بعدی

در نهایت رابطه f_l برای بلورهای فوتونی دو بعدی با ضرب روابط بدست آمده برای A_l و B_l درهم بصورت زیر بدست می‌آید:

$$f_l = (0.729n^{-0.96})(103.7(r/a)^3 - 90.87(r/a)^2 + 26.73(r/a) - 1.695) \quad (۳۳)$$

۳-۴-رابطه f_u (مقدار فرکانس نرمالیزه انتهای ناحیه باند ممنوعه)

براساس روند داده‌های بدست آمده از شبیه‌سازی‌های انجام شده با نرم‌افزار BandSOLVE ،رابطه f_u برای این دسته از بلور فوتونی به فرم زیر فرض می‌شود:

$$f_u = A_u \times B_u \quad (۳۴)$$

که A_u و B_u به ترتیب توابعی مستقل از n و(r/a) هستند.A_u و B_u با استفاده از تحلیل رگرسیون روی داده‌های موجود محاسبه می‌شوند. برای بدست آوردن معادله برای A_u، ابتدا مقادیر f_u بدست آمده برای n های مختلف را به صورت تابعی از n طبق شکل (۳) رسم می‌کنیم. بعد از انجام تحلیل رگرسیون غیرخطی رابطه‌ی زیر برای A_u برحسب n بدست می‌آید:

$$A_u = 0.21\ln(n) + 0.595 \quad (۳۵)$$

گام بعدی یافتن عبارتی برای B_u است، ابتدا مقادیر عددی B_u به صورت زیر محاسبه می‌شود:

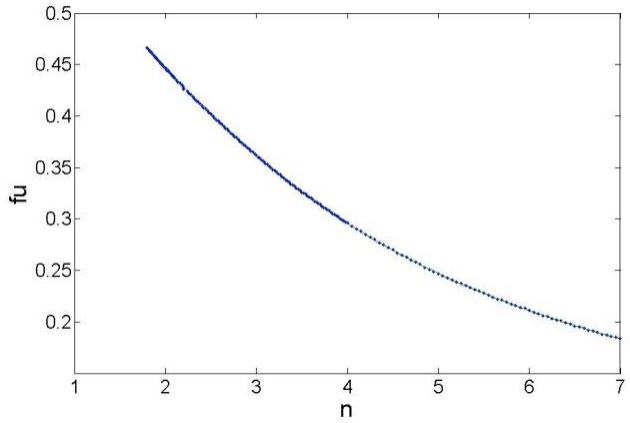
$$B_u = f_u/A_u \quad (۳۶)$$

که f_u همان مقادیر f_u بدست آمده برای مقادیر مختلف (r/a) است، که نمونه‌ای از این داده‌ها در جدول ۲ ارائه شده است، A_u هم از رابطه (۳۵) محاسبه شده است. این کار برای جدا کردن تغییرات این نتایج از اثر تغییرات n انجام می‌شود. B_u های بدست آمده از رابطه (۴-۱۲) بصورت تابعی از (r/a) به صورت شکل (۴) رسم می‌شود. حال با انجام رگرسیون غیر خطی رابطه زیر برای B_u برحسب (r/a) بدست می‌آید:

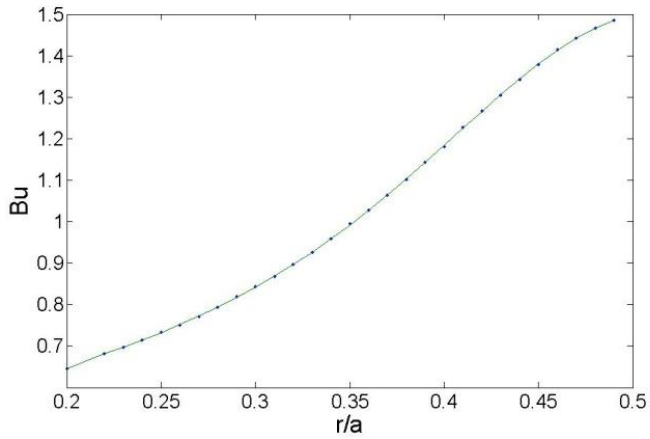
$$B_u = 0.339\exp(3.085(r/a)) \quad (۳۷)$$

در نهایت رابطه f_u برای بلورهای فوتونی دو بعدی با ساختار شش ضلعی متشکل از حفره های هوا در محیط دی‌الکتریک با ضرب روابط بدست آمده برای A_u و B_u درهم بصورت زیر بدست می‌آید:

$$f_u = (0.21\ln(n) + 0.595)(0.339\exp(3.085(r/a))) \quad (۳۸)$$



شکل ۳: منحنی تغییرات f_u برحسب n برای کریستال های فوتونیکی دو بعدی



شکل ۴: منحنی تغییرات f_u برحسب (r/a) برای کریستال های فوتونیکی دو بعدی

به این ترتیب روابط باند ممنوعه فوتونی برای بلورهای فوتونی دوبعدی با ساختار شش ضلعی متشکل از حفره های هوایی در دی‌الکتریک به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$f_l = (0.729n^{-0.96})(103.7(r/a)^3 - 90.87(r/a)^2 + 26.73(r/a) - 1.695) \quad n>2,\ 0.22<r/a \tag{۳۹}$$

$$f_u = (0.21\ln(n) + 0.595)(0.339\exp(3.085(r/a))) \quad n>2,\ 0.22<r/a \tag{۴۰}$$

بنابراین باند ممنوعه مرتبه اول بلورهای فوتونی دوبعدی با ساختار شش ضلعی متشکل از حفره‌های هوایی در دی‌الکتریک در مد TE بصورت زیر بیان می‌شود:

$$f_l < PBG(= a/\lambda) < f_u \tag{۴۱}$$

رابطه فوق برحسب طول موج نیز بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\lambda_l < PBG < \lambda_u \tag{۴۲}$$

که

$$\lambda_l = a/f_u \tag{۴۳}$$

و

$$\lambda_u = a/f_l \tag{۴۴}$$

که در روابط فوق a همان ثابت شبکه یا دوره تناوب بلور فوتونی است.

۴-بررسی دقت روابط بدست آمده

حال باید بررسی کنیم که دقت روابط بدست آمده چقدر است. بدین منظور به طور تصادفی ۳۰ مقدار برای ضریب شکست و (r/a) انتخاب کرده و مقادیر f_l و f_u یک بار با استفاده از روابط بدست آمده و یک بار هم با نرم افزار BandSOLVE محاسبه می‌کنیم. نتایج بدست آمده برای بلورهای فوتونی دو بعدی با ساختار شش ضلعی متشکل از حفره های هوایی در دی‌الکتریک در جدول ۳ ارائه شده است. مقایسه نتایج بدست آمده از روابط با نتایج بدست آمده با نرم افزار BandSOLVE برای بلورهای

فوتونی دو بعدی با ساختار شش ضلعی متشکل از حفره های هوایی در دی‌الکتریک نشان می‌دهد که حداکثر اختلاف بین دو روش محاسبه برای f_l و f_u به ترتیب ۰/۰۰۷ و ۰/۰۲۸ بوده و میانگین اختلاف نیز به ترتیب ۰/۰۰۴ و ۰/۰۱ است.

جدول ۳: مقایسه مقادیر بدست آمده برای f_l و f_u با استفاده از روابط استخراجی و نیز روش PWE برای بلورهای فوتونی دو بعدی

n	r/a	f_l		f_u	
		PWE	Equation	PWE	Equation
۴	۰/۳۷	۰/۲۰۰	۰/۱۹۴	۰/۳۲۲	۰/۳۲۳
۵	۰/۲۷	۰/۱۴۱	۰/۱۴۶	۰/۱۸۰	۰/۲۰۰
۲/۹	۰/۴۲	۰/۳۰۹	۰/۳۱۱	۰/۴۶۶	۰/۴۶۰
۳/۳	۰/۳۶	۰/۲۳۶	۰/۲۲۹	۰/۳۵۳	۰/۳۵۴
۳/۷۴	۰/۳	۰/۱۹۲	۰/۱۹۴	۰/۲۵۷	۰/۲۷۲
۴/۶۹	۰/۲۶	۰/۱۴۹	۰/۱۵۵	۰/۱۸۵	۰/۲۰۵
۵	۰/۳۲	۰/۱۴۸	۰/۱۴۸	۰/۲۱۶	۰/۲۳۴
۳/۵	۰/۳۷	۰/۲۲۷	۰/۲۲۱	۰/۳۵۳	۰/۳۵۲
۲/۹	۰/۲۵	۰/۲۳۸	۰/۲۴۴	۰/۲۷۴	۰/۲۷۲
۳/۸	۰/۲۲	۰/۱۸۰	۰/۱۸	۰/۲۰۰	۰/۲۱۰
۵/۵	۰/۲۷	۰/۱۲۸	۰/۱۳۳	۰/۱۶۵	۰/۱۸۵
۲/۲	۰/۳۸	۰/۳۵۷	۰/۳۵۳	۰/۴۵۸	۰/۴۷۰
۴	۰/۲۴	۰/۱۷۲	۰/۱۷۷	۰/۲۰۲	۰/۲۱۶
۲/۵	۰/۲۷	۰/۲۷۹	۰/۲۸۴	۰/۳۲۴	۰/۳۱۴
۲/۹	۰/۳۴	۰/۲۵۹	۰/۲۵۳	۰/۳۵۷	۰/۳۵۹
۳/۸۹	۰/۳۶	۰/۲۰۱	۰/۱۹۶	۰/۳۱۵	۰/۳۱۹
۴	۰/۲۸	۰/۱۷۷	۰/۱۸۱	۰/۲۲۷	۰/۲۴۴
۲/۸	۰/۳۱	۰/۲۵۸	۰/۲۵۷	۰/۳۳۲	۰/۳۳۴
۳/۷	۰/۴۲	۰/۲۴۷	۰/۲۴۶	۰/۴۲۵	۰/۳۹۷
۳/۶	۰/۲۶	۰/۱۹۳	۰/۱۹۹	۰/۲۳۴	۰/۲۴۷
۴/۱	۰/۳۸	۰/۱۹۹	۰/۱۹۴	۰/۳۳۱	۰/۳۲۷
۴/۶	۰/۲۳	۰/۱۴۹	۰/۱۵۳	۰/۱۷۲	۰/۱۸۹
۲/۸۴	۰/۴۱	۰/۳۰۴	۰/۳۰۴	۰/۴۵۶	۰/۴۵۱
۳/۲	۰/۳۹	۰/۲۵۹	۰/۲۵۳	۰/۴۰۳	۰/۳۹۶
۴/۱	۰/۲۴	۰/۱۶۸	۰/۱۷۳	۰/۱۹۷	۰/۲۱۲
۳/۴	۰/۲۶	۰/۲۰۵	۰/۲۱۰	۰/۲۴۶	۰/۲۵۶
۳/۵	۰/۴۲	۰/۲۶	۰/۲۶۰	۰/۴۳۶	۰/۴۱۱
۳/۸	۰/۳۸	۰/۲۱۴	۰/۲۰۹	۰/۳۴۹	۰/۳۴۵
۳/۳	۰/۲۷	۰/۲۱۲	۰/۲۱۸	۰/۲۶۰	۰/۲۶۸
۳/۸	۰/۲۹	۰/۱۸۷	۰/۱۹۱	۰/۲۶۰	۰/۲۶۱

۵-نتیجه گیری

شبیه‌سازی‌ها نشان داد که در بلورهای فوتونی دو بعدی دو پارامتر در باند ممنوعه فوتونی این بلورها تاثیرگذار هستند که ضریب شکست ماده دی‌الکتریک و نسبت شعاع حفره‌ها به ثابت شبکه بلور (r/a) هستند. در بلورهای فوتونی دو بعدی با ساختار شبکه شش ضلعی متشکل از حفره‌های هوایی ایجاد شده در دی‌الکتریک ناحیه باند ممنوعه فوتونی با افزایش ضریب شکست به سمت فرکانس‌های نرمالیزه پایین‌تر وبا افزایش نسبت (r/a) به سمت فرکانس‌های نرمالیزه بالاتر میل می‌کند. با انجام رگرسیون غیرخطی روی نمودار تغییرات باند ممنوعه روابط ساده‌تری برای استخراج محدوده های باند ممنوعه فوتونی بدست آمد. مقایسه نتایج بدست آمده از روابط با نتایج بدست آمده با نرم افزار BandSOLVE برای بلورهای فوتونی دو بعدی با ساختار شش ضلعی

متشکل از حفره های هوایی در دی‌الکتریک نشان می‌دهد که حداکثر اختلاف بین دو روش محاسبه برای f_l و f_u به ترتیب ۰/۰۰۷ و ۰/۰۲۸ بوده و میانگین اختلاف نیز به ترتیب ۰/۰۰۴ و ۰/۰۱ است.

مراجع

[1] J. Chen, F. Mehdizadeh, M. Soroosh, and H. Alipour-Banaei, "A proposal for 5-bit all optical analog to digital converter using nonlinear photonic crystal based ring resonators," *Opt. Quantum Electron.*, vol. 53, no. 9, p. 510, 2021,doi:/10.1007/s11082-021-03166-6.

[2] Z. A. Zaky and A. H. Aly, "Modeling of a biosensor using Tamm resonance excited by graphene," *Appl. Opt.*, vol. 60, no. 5, pp. 1411–1419, Feb. 2021,doi:/10.1364/AO.412896.

[3] S. Johnson and J. Joannopoulos, "Block-iterative frequency-domain methods for Maxwell's equations in a planewave basis," *Opt. Express*, vol. 8, no. 3, p. 173, Jan. 2001, doi:/10.1364/OE.8.000173.

[4] M. Baghbanzadeh and A. Andalib, "A novel proposal for PhC-based OADC for Gray code generation," *Photonics Nanostructures - Fundam. Appl.*, vol. 43, p. 100847, 2021, doi:/10.1016/j.photonics.2020.100847.

[5] A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite-difference Time-domain Method*. Artech House, 1995,doi:/10.1007/978-1-4757-5124-6_3.

[6] D. G. S. Rao, S. Swarnakar, and S. Kumar, "Design of photonic crystal based compact all-optical 2 × 1 multiplexer for optical processing devices," *Microelectronics J.*, vol. 112, p. 105046, 2021, doi:/10.1016/j.mejo.2021.105046.

[7] A. Askarian, "Design and analysis of all optical half subtractor in 2D photonic crystal platform," *Optik (Stuttg).*, vol. 228, no. April 2020, p. 166126, 2021, doi:/10.1016/j.ijleo.2020.166126.

[8] M. Zavvari, "Design of Photonic Crystal-Based Demultiplexer with High-Quality Factor for DWDM Applications," *J. Opt. Commun.*, vol. 0, no. 0, 2017, doi:/10.1515/joc-2017-0058.

[9] L. Zhu, F. Mehdizadeh, and R. Talebzadeh, "Application of photonic-crystal-based nonlinear ring resonators for realizing an all-optical comparator," *Appl. Opt.*, vol. 58, no. 30, pp. 8316–8321, Oct. 2019, doi:/10.1364/AO.58.008316.

[10] R. Talebzadeh, M. Soroosh, Y. S. Kavian, and F. Mehdizadeh, "All-optical 6- and 8-channel demultiplexers based on photonic crystal multilayer ring resonators in Si/C rods," *Photonic Netw. Commun.*, vol. 34, pp. 248–257, Feb. 2017, doi:/10.1007/s11107-017-0688-x.

[11] M. Youcef Mahmoud, G. Bassou, A. Taalbi, and Z. M. Chekroun, "Optical channel drop filters based on photonic crystal ring resonators," *Opt. Commun.*, vol. 285, no. 3, pp. 368–372, Feb. 2012,doi:/10.1016/j.optcom.2011.09.068.

[12] S. M. Mirjalili and S. Z. Mirjalili, "Asymmetric Oval-Shaped-Hole Photonic Crystal Waveguide Design by Artificial Intelligence Optimizers," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, vol. 22, no. 2, pp. 258–264, 2016, doi:/10.1109/JSTQE.2015.2469760.

[13] H. G. Teo, A. Q. Liu, J. Singh, M. B. Yu, and T. Bourouina, "Design and simulation of MEMS optical switch using photonic bandgap crystal," *Microsyst. Technol.*, vol. 10, no. 5, pp. 400–406, Aug. 2004, doi:/10.1007/BF02637111.