الگوریتمی جدید برای تعیین مقدار بهینه سفارش دهی

میربهادرقلی آریانژاد[1]، هیبت الله صادقی[2]

چکیده

تعیین مقدار سفارش دهی یکی از مهمترین و در عین حال یکی از مشکل ترین مسایل مطرح در برنامه ریزی تولید است . این موضوع بطور وسیعی در ادبیات برنامه ریزی تولید مورد بحث قرار گرفته است .در این مقاله به ارائه روش جدید در تعیین مقدار سفارش دهی برای دو حالت بدون کمبود و با کمبود می پردازیم که با توجه به روش یرنامه ریزی پویا مقدار سفارش دهی بهینه را در هر دوره تعیین می کند.

واژگان کلیدی: برنامه ریزی تولید ، برنامه ریزی پویا ، تعیین مقدار سفارش دهی

Abstract

Determining order quantity is one of the most important and also difficult issue in production planning. Order quantity is discussed in wide range of planning and inventory management science this article is presented anew algorithm for calculation economic order quantity for two different situations, with deter minded backlog and without deter minded backlog. Paper suggest an algorithm by using dynamic programming for solving model.

Keywords: production planning, dynamic programming, determining the economic order

۱- مقدمه

برنامه ریزی تولید فعالیتی است که هدف آن استفاده بهینه از منابع تولید به منظور برآورده ساختن اهداف تولیدی در طول پریود زمانی مشخص به نام افق برنامه ریزی است و اخذ تصمیم صحیح در تعیین اندازه انباشته مستقیما روی عملکرد سیستم و بهروری آن تاثیر گذار بوده و در توانایی و قابلیت رقابت شرکتهای نقش تعیین کننده دارد ، بنابرین توسعه و بهبود روش های حل مسائل تعیین اندازه انباشته اهمیت زیادی می یابد.

موضوعات تحقیقی مختلفی در مورد تعیین اندازه انباشته یعنی تعیین زمان و مقدار هر محصول به طوری که مجموع هزینه های آماده سازی (راه اندازی) تولید، نگهداری موجودی و هزینه های متغیر تولید حداقل شود، خصوصا ارائه یک راه حل کارا در مجلات علمی مختلفی بسیار رایج است و هنوز یک را ه حل سیستماتیک و جا افتاده عرضه نشده است.

مهمترین الگوریتم تعیین اندازه انباشته اقتصادی، الگوریتم واگنر ویتین [۱] می باشد که الگوریتمی را مبتنی بر برنامه ریزی پویا برای تعیین اندازه انباشته تک محصولی بدون محدودیت ظرفیت ارایه کرده اند که جواب بهینه مساله را به دست می دهد. بعد از آن تلاشهای زیادی برای کاهش محاسبات روش واگنرویتین و محدودکردن محاسبات آن برای کاهش زمان محاسبه در کامپیوتر انجام گرفته است به عنوان مثال ، ایوانس[2] برای حالت کلی مدل واگنر ویتین (بدون هزینه مقعر) با توجه به الگوریتمی جدید سعی در بهبود روش واگنر ویتین کرد .رونالد و همکاران [۳] واگلمن و همکاران [٤] و اگراوال و پارک [٥] بر اساس برنامه ریزی پویا

۱- استاد دانشگاه علم و صنعت

۲- فوق لیسانس مهندسی صنایع- صنایع عضو هیئت علمی دانشگاه کردستان

الگوریتم هایی را برای مساله تعیین اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت پیشنهاد کرده اند. همچنین فدرگروین و تزور [٦] نیز یک الگوریتم رو به جلو را پیشنهاد کرده اند که مدل عمومی مساله تعیین اندازه انباشته تک محصولی را حل می کند . توسعه اصلی در پنج مقاله فوق، کاستن از پیچیدگی محاسباتی نسبت به الگوریتم واگنر و ویتین است .استتلر [۷] با اشاره به این که روشهای بهینه حل مسایل پویای تعیین اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت با فرض افق برنامه ریزی متحرک به صورت غیر بهینه عمل خواهند کرد. آریانژاد [۸] نیز مساله تعیین اندازه انباشته پویای تک مرحله ای تک محصولی بدون محدودیت ظرفیت را در نظر گرفته، برای هر دو حالت بدون سفارش عقب افتاده و با سفارش عقب افتاده یک شرط کافی برای بهینه بودن برنامه تولیدی ارایه می کند. سپس مساله را در قالب یک مدل برنامه ریزی خطی ساده مشابه با فرموله بندی بیتران و همکاران [۹] فرموله بندی مجدد نموده و الگوریتمی را برای کنترل شرایط بهینگی مساله ارایه می دهد. مجدداً آریانژاد و کیانی [10] همان مساله را مورد بررسی قرار داده و روشی را برای حل آن ارایه داده اند . در این روش با ارایه یک سری قضایا و نتایج حاصل از آنها یک جدول حمل و نقل که به مقدار زیادی حجم محاسبات را کاهش می دهد ایجاد می شود . مقایسات به عمل آمده بین این روش و روش برنامه ریزی پویا عملی تر و موثرتر بودن روش ارایه شده را تایید می کند. کریمی و فاطمی قمی [11] مساله تعیین اندازه انباشته پویای تک مرحله ای چند محصولی با محدودیت ظرفیت همراه با امکان انتقال راه اندازی به پریودهای آتی را مورد بررسی قرار داده اند . فرموله بندی مساله در قالب یک مدل برنامه ریزی مخلوط با اعدا صحیح ارایه شده و سپس برای حل مساله الگوریتم هایی ابتکاری که از سه بخش اصلی تعیین اندازه انباشته، تامین شرط موجه بودن جواب و روش انتخاب محصول برای انتقال راه اندازی به پریودهای آتی تشکیل می شوند تشریح شده است. نتایج محاسباتی حاصل از حل مسایل نمونه کارایی چشمگیر روش را در به دست آوردن جواب های مناسب و با سرعت بسیار بالا نشان می دهد .کریمی و فاطمی قمی [12] در مقاله دیگری با اضافه کردن امکان سفارشات عقب افتاده به مدل قبلی خود آن را توسعه دده و الگوریتمی ابتکاری را برای حل مساله ارایه داده اند. الگوریتم پیشنهادی توسعه ای است بر الگوریتم پیشین که در آن طی یک رویکرد رو به جلو و برای تضمین داشتن جواب موجه ، ابتدا با در نظر گرفتن هزینه های نگهداری موجودی ، سفارش عقب افتاده برای آن حداقل هزینه را در پی دارد انتخاب شده و به مقدار لازم تقاضای آن به پریودهای بعدی دارای ظرفیت مازاد انتقال می یابد . سپس اجزاء دیگر الگوریتم اندازه انباشته های اقلام ، موجه بودن جواب و انتخاب محصول برای انتقال راه اندازی را تعیین می کند . نتایج محاسباتی ارایه شده کارایی خوب الگوریتم را در حل مسایل نمونه نشان می دهد .

در این تحقیق تاکید بر روی مسائل تعیین مقدار سفارش دهی در حالت خاصی که هزینه راه اندازی و سفارش دهی ثابت باشد و کمبودموجود نباشد، می باشد و سعی شده که با ارائه راه حل جدید از انجام محاسبات خسته کننده برنامه ریزی خطی و برنامه ریزی پویا جلو گیری شودو تا حدودی نسبت به روشهای مشابه موجود ساده تر و سریعتر می باشد .

۲- ارائه مدل

توجه کنید که این مسئله برای تعیین اندازه سفارش دهی بهینه یک محصول که دارای افق برنامه ریزی

محدود با n دوره سفارش دهی می باشد . این مدل دارای فرضهای زیر می باشد

فرضیات مدل:

- افق برنامه ریزی محدود بوده و تعداد پریودها (T) از قبل معلوم است .
- تقاضای هر محصول($d_t, t = 1,..., T$) مشخص است و می بایست در ابتدای هر پریود در دسترس باشد .
- فاصله زمانی تدارک مقداری معلوم و ثابت فرض می شود (بدون کاستن از جامعیت موضوع مساوی صفر در نظر گرفته می شود) .
- هزینه کمبود هر انباشته تولیدی در طول زمان ثابت است.
- هزینه راه اندازی هر انباشته تولیدی در طول زمان ثابت است .
- هزینه نگهداری موجودی ثابت و از یک پریود به پریود دیگر تغییر نمی کند .

بدون کاستن از کلیت بحث ، موجودیهای اولیه و نهایی مساوی صفر فرض می شوند . در این مساله هدف حداقل کردن مجموع هزینه های راه اندازی، هزینه های کمبود و نگهداری موجودی است ، ضمن این که محدودیت های تعادل موجودی و غیر منفی بودن متغیرها نیز می بایست برآورده شوند . از آنجا که مساله بدون محدودیت ظرفیت است ، ذیلاً فرموله بندی حالت تک محصولی آن ارایه می شود .

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^{T} (A * y_t + H * I^+ + \pi * I^-)$$

St

$$t=1,\ldots T \quad I_t^+ - I_t^- = I_{t-1}^+ - I_{t-1}^- + x_t - d_t$$

$$x_T + I_{T-1}^+ = D_T + I_{T-1}^-$$

$$x_t \geq 0, \quad I_t^+ \geq 0, \quad I_t^- \geq 0$$

A - هزینه ثابت راه اندازی

y_t - برابر با ۱ ، اگر تولید محصول در پریود t راه اندازی شود و صفر است در غیر این صورت

x_t - مقدار تولید در دوره t

d_t – مقدار تقاضا محصول در پریود t

h – هزینه نگهداری یک واحد محصول در پریود t

π – هزینه کمبود یک واحد محصول در پریود t

I_t^+ – موجودی محصول در انتهای پریود t

I_t^- – کمبود موجودی در انتهای پریود t

۲-۱.بیان روش :

در اینجا سعی شده که از محاسبات اضافی روشهای قبلی کاسته شود بنابرین با ارائه روش زیر که در ادامه بهبود آن نیز آمده است بیش از دو برابر کاراتر از روشهای قبلی است و همچنین در این روش می توان با ارائه یک جدول کل محاسبات را انجام داد و جواب بهینه را بدست آورد و از طرح T جدول (T تعداد دوره های موجود برای برنامه ریزی است) که در روش برنامه ریزی پویا ارائه می شود جلوگیری شود .

وقتی کسری مجاز باشد و سفارش برای کالاهای عقب افتاده داده شود . موجودی خالص I_t ممکن است مقادیر منفی اختیار نماید.

فرض کنید که :

$k_i(x_i + I_i)$: هزینه تولید x_i واحد محصول در دورهٔ i و نگهداری I_i^+ واحد محصول یا کمبود I_i^- واحد محصول در پایان دوره t می باشد .

توجه داشته باشید که i=1,2,…,T است.

$f_{ij}(I)$: حداقل هزینه تولید و نگهداری و کمبود

می باشد که موجودی خالص در شروع دوره i برابر I می باشد که $i=1,2,\ldots,T$ است.

برای مرتب کردن روش محاسبه N_i و M_i را بعنوان بهترین هزینه برای دوره های ۱، ۲ ، ... و t تعریف می نماییم .

N_i مینیمم مجموع هزینه های تولید ، نگهداری و کمبود در دوره i می باشد.

M_i:مینیمم مجموع هزینه های تولید وکمبود در دوره i می باشد.

در مدل مورد بحث داریم:

$$k_i(x_i, I_i) = c_i(x_i) + h_i * I_i^+ + \pi * I_i^-$$

$$N_i = \min(f_{i,i}, f_{i-1,i}, \ldots, f_{1,i}, f_{i,i-1}, f_{i,i-2}, \ldots, f_{i,1})$$

$$M_i = \min(f_{i,i}, f_{i-1,i}, f_{i-2,i}, \ldots, f_{1,i})$$

$$f_{ij}(I) = \begin{cases} N_{i-1} + A_i & j = i \\ M_i + k_{i+1}(x_{i+1}, I_{i+1}) & j = i+1 \\ f_{i,j-1} + k_j(x_j, I_j) & \end{cases}$$

دیگر حالات

i \ j	۱	۲	...	T
۱	f_{11}	f_{12}	…	f_{1T}
۲	f_{21}	f_{22}	…	f_{2T}
...	…	…	…	
T	f_{T1}	f_{T2}	…	f_{TT}

جدول – دستور العمل پیش روی

مثال عددی

می خواهیم برای یک دوره ٤ دوره ای برنامه ریزی تولید کنیم . موجودی اولیه صفر و سطح موجودی نهایی نیز برابر صفر می باشد .سفارشات عقب افتاده مجاز می باشد .داده های مسئله به صورت زیر می باشد .

T	۱	۲	۳	٤
D	۲۰	۳۰	٤۰	۳۰

جدول۲- : داده های مثال بیان شده

فرض کنید که هزینه نگهداری یک واحد محصول در طول یک دوره برابر با ۱،۲و هزینه کمبود آن برابر با یک (۱) باشد و هزینه هر بار سفارش دهی ثابت و برابر ٦۰ واحد باشد .

حل مسئله با استفاده از روش پیشنهادی :

دوره ۱ :

٦۰= A= f_{11}

+H*D2= $f_{11} = k_i(x_i + I_i) + f_{11} = f_{12}$

۹٦=۱،۲×۳۰+٦۰

+H*2*D3= $f_{12} = k_i(x_i + I_i) + f_{12} = f_{13}$

۱۹۲=٤۰*۱،۲*۲+۹٦

+H*3*D4= $f_{13} = k_i(x_i + I_i) + f_{13} = f_{12}$

۳۰۰=۳۰*۱،۲*۳+۱۹۲

$$N_i = \min(f_{i-1,i}, f_{i-2,i}, \ldots, f_{1,i}, f_{i,i-1}, f_{i,i-2}, \ldots, f_{i,1})$$

$$\Rightarrow N_1 = f_{11} = 60$$

دوره۲ :

$$f_{21} = A + \pi * D_1 = 60 + 1 * 20 = 80$$

$$f_{22} = N_1 + A = 60 + 60 = 120$$

$$M_i = \min(f_{i,i}, f_{i-1,i}, f_{i-2,i}, \ldots, f_{1,i})$$

$$\Rightarrow M_2 = \min(f_{2,2}, f_{1,2}) = \min(120, 80) = 80$$

$$f_{23} = M_2 + k(I_2) = 80 + 1.2 * 40 = 128$$

$$f_{24} = f_{23} + k(I_2) = 128 + 1.2 * 2 * 30 = 200$$

$$\Rightarrow N_2 = \min(f_{21}, f_{22}, f_{12}) = \min(80, 120, 96) = 80$$

دوره۳ :

$$f_{31} = A + \pi * D_2 + 2 * \pi * D_1 = 60 + 30 + 2 * 20 = 130$$

$$f_{32} = A + N_1 + \pi * D_2 = 60 + 60 + 30 = 120$$

$$f_{33} = N_2 + A = 60 + 80 = 140$$

$$\Rightarrow M_3 = \min(f_{3,3}, f_{2,3}, f_{13}) = \min(140, 150, 130) = 130$$

$$f_{34} = M_3 + k(I_3) = 130 + 1.2 * 30 = 166$$

$$\Rightarrow N_3 = \min(f_{31}, f_{32}, f_{33}, f_{13}, f_{23}) = \min(192, 128, 140, 130, 150) = 130$$

دوره٤ :

$$f_{41} = A + \sum_{i=1}^{3} \pi * D_i * (4 - i) = 60 + 20 * 3 + 30 * 2 + 40 = 220$$

$$f_{42} = A + N_1 + 2 * \pi * D_2 + \pi * D_3 = 60 + 60 + 2 * 30 + 40 = 220$$

$$f_{43} = A + N_2 + \pi * D_3 = 60 + 80 + 40 = 180$$

$$f_{44} = N_3 + A = 130 + 60 = 190$$

$$\Rightarrow N_4 = \min(f_{41}, f_{42}, f_{43}, f_{44}, f_{14}, f_{24}, f_{34}) = \min(300, 166, 190, 180, 220, 220) = 166$$

حل نهایی :

با توجه به اینکه مقدار مینیمم بدست آمده در مرحله آخر مربوط به دوره ۳ (f_{34}) می باشد بنابرین در دوره ٤ سفارش نداریم و دوره ٤ را در دوره ۳ سفارش می دهیم پس $Q_4 = 0$ می باشد.

در دوره ۳ مقدار مینیمم قبلی ($N_3 = 130$)برابر ۱۳۰ و مربوط به حالتی است که دوره ۱ و۲ را در دوره ۳ سفارش دهیم بنابرین جواب نهایی برابر است با:

$$Q_3 = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 = 120$$

این نتایج در جدول ۵ خلاصه شده است .

T	۱	۲	۳	٤
۱	٦۰	۹٦	۱۹۲	۳۰۰
۲	۸۰	۱۲۰	۱۲۸	۲۰۰
۳	۱۳۰	۱۵۰	۱٤۰	۱٦٦
٤	۲۲۰	۲۲۰	۱۸۰	۱۹۰

جدول۵-جواب نهایی مثال بیان شده با روش جدید بیان شده

۳- بهبود روش پیشنهادی :

در این قسمت مـی خـواهیم محـدودیتی را جهـت کاهش محاسبات روش بالا بیان کنیم. در این قـسمت از

دو محدودیت استفاده می کنیم، یکی از آنها برای دوره های که موجودی بزرگتر از صفر می باشد و دومی برای حالت کمبود می باشد . این محدودیتها را به صورت زیر بیان می کنیم.

محدودیت ۱:

برای داده های بالای قطر اصلی(موجودی بزرگتر از صفر) جدول مذکور تقاضای هر پریود در صورتی به مقدار سفارش دوره مورد نظر افزوده می شود که در آن دوره مقدار GPP (قطعه پریود تولید شده) تجمعی بیشتر از DPP (قطعه پریود بدست آمده) نشود .

$$GPP_T = GPP_{T-1} + D_T \quad (۱)$$

$$GPP_0 = 0 \quad (۲)$$

$$DPP = \frac{\text{هزینه هر بار سفارش}}{\text{هزینه نگهداری هر واحد}} = \frac{A}{H} \quad (۳)$$

محدویت ۲:

برای داده های زیر قطر اصلی تقاضای هر پریود در صورتی به مقدار سفارش دوره مورد نظر افزوده می شود که رابطه زیر برقرار باشد.

فرض کنید می خواهیم بررسی کنیم که آیا می توان تقاضای دوره i را به صورت پس افت در دوره j که j > i را سفارش داد. برای بررسی این مهم باید رابطه زیر را بررسی کرد.

$$D_i \leq \frac{A}{\pi * (j-i)} \quad (٤)$$

بنابرین با به کاربردن محدوریت بالا (٤) جواب مثال ارائه شده به صورت زیر تغییر می کند

حل مثال بالا با در نظر گرفتن محدودیتها:

$$\frac{A}{H} = 60/1.2 = 50 DDP =$$

دوره ۱:

$$٦٠ = A = f_{11}$$

$$D_2 = 30 < DPP = 50$$

$$۹٦ = ۱.۲ \times ۳۰ + ٦۰ = k_i(x_i + I_i) + f_{11} = f_{12}$$

$$D_2 + D_3 = 30 + 40 = 70 > DPP = 50$$

چون محدودیت (۳) برقرار نمی باشد از ادامه محاسبات دوره ۱ صرفه نظر کرده و به دوره دوم می رویم.

دوره۲ :

$$D_i \leq \frac{A}{\pi * (j-i)}$$

$$D_1 = 20 \leq \frac{60}{1}$$

$$f_{21} = A + \pi * D_1 = 60 + 1 * 20 = 80$$

$$f_{22} = N_1 + A = 60 + 60 = 120$$

$$D_3 = 40 \leq DPP = 50$$

$$f_{23} = M_2 + k(I_2) = 80 + 1.2 * 40 = 128$$

$$D_3 + D_4 = 40 + 30 = 70 > DPP = 50$$

چون محدودیت (۳) برقرار نمی باشد از ادامه محاسبات دوره ۲ صرفه نظر کرده و به دوره سوم می رویم.

دوره۳ :

$$D_i \le \frac{A}{\pi * (j-i)}$$

$$D_1 = 20 \le \frac{60}{2} = 30$$

$$f_{31} = A + \pi * D_2 + 2 * \pi * D_1 =$$
$$60 + 30 + 2 * 20 = 130$$

$$D_2 = 30 \le \frac{60}{1} = 60$$

$$f_{32} = A + N_1 + \pi * D_2 = 60 + 60 + 30 = 120$$
$$f_{33} = N_2 + A = 60 + 80 = 140$$
$$D_4 = 30 \le DPP = 50$$
$$f_{34} = M_3 + k(I_3) = 130 + 1.2 * 30 = 166$$

دوره٤ :

$$\frac{A}{\pi} = 60/1 = 60$$
$$D_3 = 40 \le \frac{60}{1}$$
$$f_{43} = A + N_2 + \pi * D_3 =$$
$$60 + 80 + 40 = 180$$
$$D_3 = 30 < \frac{60}{2} = 30$$

$$f_{42} = A + N_1 + 2 * \pi * D_2 + \pi * D_3 =$$
$$60 + 60 + 2 * 30 + 40 = 220$$
$$D_3 = 30 \le \frac{60}{2} = 30$$
$$f_{41} = A + \sum_{i=1}^{3} \pi * D_i * (4-i) =$$
$$60 + 20 * 3 + 30 * 2 + 40 = 220$$

$$f_{44} = N_3 + A = 130 + 60 = 190$$

T	١	٢	٣	۴
١	۶٠	٩۶		
٢	٨٠	١٢٠	١٢٨	
٣	١٣٠	١۵٠	١۴٠	١۶۶
۴			١٨٠	١٩٠

جدول ٦- : جواب نهایی مثال بیان شده با روش جدید بهبود داده شده

نتیجه گیری :

در این مقاله ملاحظه کردیم که با ارائه یک آلگوریتم جدید تا حدودی از محاسبات خسته کننده برنامه ریزی پویا در مسائل برنامه ریزی تولید جلوگیری کردیم و در ادامه مقاله با ارائه دو محدودیت روش بیان شده را بهبود دادیم . و با ارائه یک مثال روش بیان شده را با روش موجود برای حل چنین مسائلی مقایسه شده است . ولی باید اذعان داشت که آلگوریتم بیان شده برای حالتی می باشد که محدودیت در ظرفیت تولید نداشته باشیم. اگر در ظرفیت تولیدی محدودیت داشته باشیم این آلگوریتم کارایی ندارد.

موضوعات تحقیقی خصوصاً ارایه راه حل کارا برای حالت با محدودیت در ظرفیت تولید در مجلات علمی دنیا رایج است و هنوز یک راه حل سیستماتیک و جا افتاده ای عرضه نشده است . لذا به علاقمندان توصیه می شود که برای بدست آوردن یک شرط کافی برای بهینه بودن جواب در حالت با محدودیت در ظرفیت تولید و همچنین ارایه یک راه حل کاراتر برای بدست آوردن جواب بهینه به تحقیق بپردازند.

Reference

[1] Wagner, H. M., Whitin, T.M., “**A dynamic version of the economic lit size model**”, Management Science, 5, 1958, pp. 89-96.

[2] Evans, J. R. (1985), “**An Efficient Implementation of the Wagner-Whitin Algorithm for Dynamic Lot-Sizing,**” Journal of Operations Management, 5, 2, 229-235.

[3] Ronald B. Heady and Zhiwei Zhu ,(Winter 1994), “AN IMPROVED IMPLEMENTATION OF THE WAGNER-WHITIN ALGORITHM” , Production and operations management. 3, No. I, Winter 1994.

[4] Wagelmans, A., Van Hoesel, S., Kolen, A., “**Economic lot-sizing: An O(n log n)- algorithm that runs in linear time in the Wagner-Whitin case**”, Operations Research, 40, 992, pp. 145-156.

[5] Aggrawal, A., Park, J.K., "**Improved slgorithms for economic lot-size problem**", Operations Research, 41(3), 1993, pp. 549-571.

[6] Federgruen, A., Tzur, M., "**A simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with n periods in O(n log n) or O(n) time**", Management Sciecne, 37(8), 1991,pp. 909-925.

[7] Stadtler, H., "**Improved rolling schedules for the dynamic single-level lot-sizing problem**", Management Science, 46(2), 2000, pp. 318-326.

[8] Aryanezhad, M.B., "**An algorithm based on a new sufficient condition of optimality in dynamic lot size model**", European Journal of Operational Research, 59, 1992. pp. 425-433.

[9] Bitran, G.R., Magnanti, T.L., Yanasse, H.H., "**Approximation methods for the uncapacitated dynamic lot size problem**", Management Science, 30(9), 1984, pp. 1121-1140.

[10] Aryanezhad, M.B., Kiany. H., "**Dynamic lot sizing with backlogging**", Iranian Journal of Science & Technology, 16, 1992, pp. 43-56.

[11] کریمی، ب.، فاطمی قمی، س.م.ت.، "**روشهای ابتکاری جدید برای مسایل تعیین اندازه انباشته پویای تک مرحله ای چند محصولی چند محصولی با محدودیت ظرفیت، همراه با امکان انتقال راه اندازی به پریودهای آتی**". ارایه شده جهت به نشریه دانشکده فنی دانشگاه تهران، جلد ۳۶، شماره ۳، آذر ماه ۱۳۸۱، صفحات ۴۷۶-۴۶۷.

[12] Karimi, B., Fatemi Ghomi, S.M.T., "**A new heuristic for the CLSP with backlogging and setup carry-over**", International Journal of Advanced Manufacturing Systems, 5(2), 2002, pp. 66-77.