فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی، دانشگاه آزاد اسلامی
واحد سنندج – سال هفتم / شماره ۲۱ / پاییز ۱۳۹۱

طراحی مدل بهینه سازی پرتفولیو با استفاده از برنامه ریزی ریاضی فازی (موردکاوی : شرکت سرمایه گذاری بانک ملی ایران)

فرهاد وفائی
استادیار دانشگاه کردستان
Email: vafa408@yahoo.com
سبحان لطافتی
کارشناس ارشد مدیریت بازرگانی
امید اردلان
کارشناس ارشد مدیریت اجرایی

تاریخ دریافت: ۹۰/۱۲/۱۸ * تاریخ پذیرش: ۹۱/۶/۲۲

چکیده

مسأله بهینه سازی، همواره مد نظر بشر بوده است و او را بر آن داشته است که با توجه به محدودیت منابع در دسترس، به دنبال راهی باشد که بیشترین مزیت را برای او ایجاد کند و او را در تصمیمات پیش رو یاری نماید. در این تحقیق مسأله بهینه سازی پرتفوی، با توجه به اهمیت آن در بورس به عنوان محور اصلی نظام مالی هر کشور و نقش آن در تخصیص بهینه منابع، از یک طرف، و برای سرمایه گذاران که خواهان بازده بیشتر و ریسک مورد انتظار کمتری هستند، از طرف دیگر، مورد بررسی قرار می گیرد. سپس یک مدل در شرایط فازی به نحوی طراحی می شود که ضمن به حداقل رساندن ریسک، حداکثر بازده مورد انتظار را برای سرمایه گذاران به ارمغان بیاورد، در این راه از روشهای تصمیم گیری چند هدفه (MODM) کمک گرفته می شود. در این پژوهش پس از مدل سازی، به عنوان مورد کاوی، پرتفوی بورسی شرکت سرمایه گذاری بانک ملی مورد بررسی قرار می گیرد.

واژه‌های کلیدی: بهینه سازی، بازده، ریسک، سبد سهام (پرتفوی)، منطق فازی.

۱- مقدمه

در سال ۱۹۵۰ هری ماکوئیتز مدل اساسی پرتفولیو را ارائه کرد که مبنایی برای تئوری مدرن پرتفولیو گردید. او اولین کسی بود که مفهوم پرتفولیو و ایجاد تنوع را بصورت روشی رسمی بیان کرد. او به صورت کمی نشان داد که چرا و چگونه متنوع سازی پرتفولیو می تواند باعث کاهش ریسک پرتفولیو یک سرمایه گذار شود(Jones & Charles, 2008). مسأله بهینه سازی پرتفولیو، کمک می کند که مشخص شود چه مقدار منابع، به هر سرمایه گذاری تخصیص داده شود تا اینکه بازده مورد انتظار بزرگتر یا مساوی یک سطح خاص از بازدهی باشد یا اینکه، ریسک کلی کمتر یا مساوی یک سطح خاص از ریسک باشد (Khalifa &Ammar, 2003). بعد از مارکوویتز تحقیقات در این زمینه همچنان ادامه داشت تا اینکه در سال ۱۹۶۴ تئوری فازی توسط پروفسور لطفی زاده ارائه گردید. نظریه فازی نظریه ای برای اقدام در شرایط عدم اطمینان است. این نظریه قادر است بسیاری از مفاهیم، متغیرها و سیستم هایی را که نادقیق و مبهم هستند، چنانکه در عالم واقع در اکثر موارد چنین است، به شکل ریاضی درآورد و زمینه را برای استدلال، استنتاج، کنترل و تصمیم گیری در شرایط عدم اطمینان فراهم آورد. پس از ارائه تئوری فازی، و بسط آن، کاربرد این تئوری به مسائل مربوط به سرمایه گذاری هم گسترش یافت. و تحقیقاتی که با استفاده از نظریه فازی مسائل مربوط به سرمایه گذاری را بررسی می کردند، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران واقع شد.

Ammar و Khalifa در مقاله خود با استفاده از بازه های فازی، مدل سازی مربوط به بهینه سازی پرتفوی را به نحوی انجام دادند که ریسک سرمایه گذاری حداقل شود و بازدهی، بیشتر از یک مقدار مشخص باشد. آن ها مدل برنامه ریزی غیر خطی خود را با استفاده از ضریب لاگرانژ حل کردند. نتیجه این کار تخصیص وجوه لازم به هر سرمایه گذاری با توجه به محدودیت بودجه بود (Khalifa & Ammar, 2003, p. 15).

تاکاشی و همکاران(Takashi Ha Hi Hi., 2008)، نیز تغییر پذیری بازده فازی را استفاده از اعداد فازی توجیه کردند و مدل برنامه ریزی غیر خطی خود را با این فرض بنا نهادند. هوانگ (Xiaoxia Huang, 2007) هم در مقاله خود، نیمه واریانس فازی را به عنوان متغیر اصلی ریسک پرتفوی تعریف کرد و بر این اساس، مدل فازی میانگین-نیمه واریانس را ارائه کرد.

۲-مواد و روشها

در این تحقیق با استفاده از نظریه اعداد فازی و روش های تصمیم گیری چند هدفه، تئوری مارکوویتز مبنای مدل سازی قرار گرفته است. لذا با تمرکز بر نرخ بازده و تبدیل کردن آن به بازه های فازی، و استفاده از اصول FMODM، مدل پایه ای مارکوویتز مورد بسط واقع شده است. منطق فازی با استفاده ازمتغیرهای زبانی، قادر است مفاهیم کیفی را به کمی تبدیل کند. لذا با استفاده از این متغیرها می توان پارامترهایی مانند خوب، متوسط، ضعیف و ... را با استفاده از داده های فازی، کمی نمود و از این طریق، قضاوت های ذهنی را در تصمیم گیری لحاظ نمود. در این بخش، با توجه به ماهیت مسأله، مفاهیم کیفی در ارتباط با نرخ بازدهی، با توجه به نظر خبرگان و مقالات معتبر، بر اساس متغیر های زبانی تعیین و به صورت زیر بر اساس اندازه های فازی، کمی شده است (Tiryaki fa Me ah., 2005).

جدول شماره (۱): متغیر های زبانی و اعداد فازی متناظر با آن ها

محدوده بازده	متغیر زبانی	عدد (اندازه) فازی	بازه(فاصله) اطمینان
بازدهی منفی	خیلی ضعیف	(۰، ۰، ۱)	$[0,-\alpha+1]$
۰-۹	ضعیف	(۰، ۱، ۳)	$[\alpha,-2\alpha+3]$
۹-۱۴	نسبتا ضعیف	(۱، ۳، ۵)	$[2\alpha+1,-2\alpha+5]$
۱۴-۱۸	متوسط	(۳، ۵، ۷)	$[2\alpha+3,-2\alpha+7]$
۱۸-۲۳	نسبتا خوب	(۵، ۷، ۹)	$[2\alpha+5,-2\alpha+9]$
۲۳-۳۲	خوب	(۷، ۹، ۱۰)	$[2\alpha+7,-\alpha+10]$
بالاتر از ۳۲	خیلی خوب	(۹، ۱۰، ۱۰)	$[\alpha+9,10]$

لازم به یادآوری است که بازه های اطمینان فوق با استفاده از α برش از اعداد فازی مثلثی (a_1, a_2, a_3) و بر اساس رابطه زیر بدست آمده اند(Azar Ad Ho fa., 2008).

$$A^{(\alpha)} = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, a_3 - (a_3 - a_2)\alpha] \qquad ۱-۱$$

برای مدل سازی مسأله انتخاب پرتفوی بهینه، دو تابع هدف و دو محدودیت به شرح زیر لحاظ گردیده است:
بازده مورد انتظار هر پرتفوی به عنوان یک آرمان مد نظر سرمایه گذاران است. بنابراین، حداکثر کردن بازده پرتفوی، یک هدف برای سرمایه گذاران محسوب می شود. این هدف را به صورت زیر می توان نشان داد:

$$Max\, r_p = E(\sum_{i=1}^{N} x_i r_i) = \sum_{i=1}^{N} x_i E(r_i) \qquad ۲-۱$$

در تابع هدف فوق داریم:

r_p = بازده پرتفوی

r_i = بازده ورقه بهادار i

x_i = درصد وجوه قابل سرمایه گذاری که در اوراق بهادار i سرمایه گذاری شده است.

از طرفی، سرمایه گذاران (منطقی)، ریسک گریزند و آن را نامطلوب می دانند و همواره سعی در حداقل نمودن آن می کنند(البته با توجه به اینکه ریسک و بازده با هم رابطه مستقیم دارند، ریسک پایین، بازدهی پایین را هم به دنبال دارد و حداقل کردن ریسک بدون توجه به بازده، هزینه فرصت زیادی برای آنان دارد؛ به همین دلیل است که مارکوویتز و سایر صاحب نظران به ریسک و بازده به صورت توأم نگریسته اند). بنابراین حداقل کردن ریسک به عنوان یک هدف به صورت زیر مدل سازی می شود:

$$Min VAR(r_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 VAR(r_i) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j COV(r_i, r_j) \qquad ۳-۱$$

که در تابع هدف فوق داریم:

$VAR(r_p)$ = واریانس بازده پرتفوی

$VAR(r_i)$ = واریانس بازده اوراق بهادار i

$COV(r_i, r_j)$ = کوواریانس میان بازده های اوراق بهادار i و j

x_i = درصد وجوه قابل سرمایه گذاری که در اوراق بهادار i سرمایه گذاری شده است.

لازم به ذکر است برای محاسبه کوواریانس از معادله ۱-۴ استفاده می شود.

$$COV(r_i, r_j) = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} ([r_{ik} - E(r_i)][r_{jk} - E(r_j)]) \qquad ۴-۱$$

که در آن m تعداد دوره های مالی مورد مطالعه، r_{ik} نرخ بازده ورقه بهادار i در دوره k و r_{jk} نرخ بازده ورقه بهادار j در دوره k است.

اما در مورد محدودیت ها می توان گفت که محدودیت اول، عبارت است از این که مجموع نسبت سرمایه گذاری در پرتفوی باید برابر یک باشد که معادله زیر این محدودیت را نشان می دهد:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad ۵-۱$$

و محدودیت دوم، مثبت بودن نسبت سرمایه گذاری در اوراق بهادار است یعنی این که حداقل وزن هر سهم در پرتفوی برابر صفر است و این مفهوم که فروش استقراضی، منع شده است. در صورتی که فروش استقراضی مجاز باشد، محدودیت دوم حذف می شود.

$$x_i \geq 0 \qquad ۶-۱$$

این مدل را می توان بطور خلاصه به صورت زیر بیان کرد:

$$Max\, r_p = E(\sum_{i=1}^{N} x_i r_i) = \sum_{i=1}^{N} x_i E(r_i) \qquad ۷-۱$$

$$Min\, VAR(r_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 VAR(r_i) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j COV(r_i, r_j)$$

$$s.t:$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

همچنان که از ظاهر مدل پیداست، این مدل دارای دو تابع هدف است بنابراین سرمایه گذار با یک مسأله تصمیم گیری چند هدفه (MODM) روبرو است. در این تحقیق با تعریف یک مقدار(آرمان) برای سمت راست تابع هدف مربوط به بازده سرمایه گذاری می توان مسأله را به یک مدل با یک تابع هدف تبدیل کرد. در این راستا، اگر یک سطح حداقل(برای مثال، L) برای بازده تعریف کنیم که بازدهی از این سطح کمتر نشود، مدل به این صورت خواهد شد. (Raie Re Ta., 2004)

$$Min\, VAR(r_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 VAR(r_i) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j COV(r_i, r_j) \qquad ۸-۱$$

$$s.t:$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i E(r_i) \geq L$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

این مدل مربوط به شرایطی است که داده های آن قطعی هستند اما هدف این پژوهش، مدل سازی در شرایط فازی است. لذا، با توجه به این که نرخ بازده در آینده به درستی قابل پیش بینی نیست، آن را با استفاده از متغیرهای زبانی، تبدیل به فازی می کنیم. و سایر معادلات این مدل را با توجه به روش پردازش گروه داده ها به صورت فازی (Klir & Yuan, 2008) و نحوه تعامل اعداد فازی، بازنویسی می کنیم. و در مدلی که بر اساس بازه های اطمینان فازی، فرموله شده است، قرار می دهیم.

$$Min\, VAR(\tilde{r}_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 [VAR^-(r_i)_\alpha, VAR^+(r_i)_\alpha] + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j [COV^-(r_i, r_j)_\alpha, COV^+(r_i, r_j)_\alpha]$$

$$s.t:$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i [E^-(r_i)_\alpha, E^+(r_i)_\alpha] \geq [L_\alpha^-, L_\alpha^+]$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

مدل ۱-۸ را می توان با تفکیک به دو مدل جداگانه که از دو قسمت زیر خط و بالا خط بازه اطمینان تشکیل شده اند به صورت زیر نوشت:

$$MinVAR(\overset{-}{r}_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 VAR^-(r_i)_\alpha + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j COV^-(r_i, r_j)_\alpha \qquad ۹-۱$$

$$\begin{aligned} & s.t: \\ & \sum_{i=1}^{N} x_i E^-(r_i)_\alpha \geq L_\alpha^- \\ & \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

۱-۹ مدل مورد نظر است که از قسمت زیرخط بازه اطمینان گرفته شده است.

$$MinVAR(\overset{+}{r}_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 VAR^+(r_i)_\alpha + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j COV^+(r_i, r_j)_\alpha \qquad ۱۰-۱$$

$$\begin{aligned} & s.t: \\ & \sum_{i=1}^{N} x_i E^+(r_i)_\alpha \geq L_\alpha^+ \\ & \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

و ۱۰-۱ قسمت بالا خط مدل ۱-۸ است.

با حل مدل های ۱-۹ و ۱-۱۰، زیر خط و بالا خط جواب بهینه x_i ها به دست می آید. و با قرار دادن آن ها در بازه اطمینان مربوطه، یک بازه اطمینان برای هر x_i بدست می آید. بازه های اطمینان به دست آمده برای هر x_i بر اساس α برش است و با تعریف کردن مقدار برای هر α برش یک بازه اطمینان قطعی برای آن متغیر به دست می آید.

در این قسمت برای تشریح مدل نهایی، پرتفوی بورسی شرکت سرمایه گذاری بانک ملی بین سال های ۸۶-۸۳ مورد بررسی قرار گرفته است. نرخ بازده سهام شرکت های بورسی پرتفوی شرکت سرمایه گذاری بانک ملی بین سال های ۸۳ تا ۸۶ به شرح جدول زیر می باشد:

جدول شماره (۲): پرتفوی بورسی شرکت سرمایه گذاری بانک ملی

نام شرکت	نرخ بازده(درصد) سال ۸۴-۸۳	نام شرکت		
			سال ۸۴-۸۳	
بانک پارسیان	-۲۲/۹۷	بانک پارسیان	-۲۲/۹۷	بانک پارسیان
بسته بندی ایران	۲۷/۸۵	بسته بندی ایران	۲۷/۸۵	بسته بندی ایران
جوشکاب یزد	۲۷۷/۹۹	جوشکاب یزد	۲۷۷/۹۹	جوشکاب یزد
خاک‌چینی ایران	-۲۹/۴۷	خاک‌چینی ایران	-۲۹/۴۷	خاک‌چینی ایران
زغال سنگ نگین	۱۰۸/۴	زغال سنگ نگین	۱۰۸/۴	زغال سنگ نگین
سازه پویش	۱۲/۰۱	سازه پویش	۱۲/۰۱	سازه پویش
سایپا دیزل	-۲۲/۲۶	سایپا دیزل	-۲۲/۲۶	سایپا دیزل

سیمان بجنورد	-۲۲/۷۱	سیمان بجنورد	-۲۲/۷۱	سیمان بجنورد
سیمان تهران	-۲۹/۱۰	سیمان تهران	-۲۹/۱۰	سیمان تهران
سیمان سپاهان	-۲۴/۲۶	سیمان سپاهان	-۲۴/۲۶	سیمان سپاهان
شیمی داروپخش	۱۲۵/۷۵	شیمی داروپخش	۱۲۵/۷۵	شیمی داروپخش
فرآورده نسوز پارس	-۱۴/۸۳	فرآورده نسوز پارس	-۱۴/۸۳	فرآورده نسوز پارس
قند مرودشت	-۲۲/۷۲	قند مرودشت	-۲۲/۷۲	قند مرودشت
کارتن ایران	۱۰۷	کارتن ایران	۱۰۷	کارتن ایران
کمک فنر ایندامین	-۳۲/۲۳	کمک فنر ایندامین	-۳۲/۲۳	کمک فنر ایندامین
کیمیدارو	۱۹/۵۹	کیمیدارو	۱۹/۵۹	کیمیدارو
مارگارین	-۲۸/۰۵	مارگارین	-۲۸/۰۵	مارگارین
معادن روی ایران	۱۱۹/۵۹	معادن روی ایران	۱۱۹/۵۹	معادن روی ایران

حال، با بهره گیری از متغیرهای زبانی جدول۱ و رابطه ۱-۱، جدول فوق به صورت زیر مورد باز نویسی قرار می گیرد:

جدول شماره (۳): بازه های فازی مربوط به متغیرهای زبانی

t	نام شرکت	بازه فازی		
		سال ۸۴-۸۳	سال ۸۵-۸۴	سال ۸۶-۸۵
۱	بانک پارسیان	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$	$[\alpha+9,10]$
۲	بسته بندی ایران	$[2\alpha+7,-\alpha+10]$	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$
۳	جوشکاب یزد	$[\alpha+9,10]$	$[0,-\alpha+1]$	$[\alpha+9,10]$
۴	خاک‌چینی ایران	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$
۵	زغال سنگ نگین	$[\alpha+9,10]$	$[2\alpha+1,-2\alpha+5]$	$[\alpha,-2\alpha+3]$
۶	سازه پویش	$[2\alpha+1,-2\alpha+5]$	$[\alpha+9,10]$	$[\alpha,-2\alpha+3]$
۷	سایپا دیزل	$[0,-\alpha+1]$	$[2\alpha+7,-\alpha+10]$	$[0,-\alpha+1]$
۸	سیمان بجنورد	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$	$[\alpha,-2\alpha+3]$
۹	سیمان تهران	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$
۱۰	سیمان سپاهان	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$
۱۱	شیمی داروپخش	$[\alpha+9,10]$	$[0,-\alpha+1]$	$[\alpha+9,10]$
۱۲	فرآورده نسوز پارس	$[0,-\alpha+1]$	$[2\alpha+3,-2\alpha+7]$	$[0,-\alpha+1]$
۱۳	قند مرودشت	$[0,-\alpha+1]$	$[2\alpha+7,-\alpha+10]$	$[\alpha,-2\alpha+3]$
۱۴	کارتن ایران	$[\alpha+9,10]$	$[0,-\alpha+1]$	$[\alpha+9,10]$
۱۵	کمک فنر ایندامین	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$	$[\alpha,-2\alpha+3]$
۱۶	کیمیدارو	$[2\alpha+5,-2\alpha+9]$	$[2\alpha+3,-2\alpha+7]$	$[\alpha+9,10]$
۱۷	مارگارین	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$	$[0,-\alpha+1]$
۱۸	معادن روی ایران	$[\alpha+9,10]$	$[\alpha+9,10]$	$[\alpha+9,10]$

با در دست داشتن واریانس و کوواریانس فازی و با شرط $\alpha \in (0.5,1]$ می توان مدل ۱–۸ را به صورت زیر باز نویسی کرد:

$MinVAR(\tilde{r}_p) =$

$[1.23\, x_1^2\, \alpha^2 +1.99\, \alpha + 19.00\, ,1.22\, \alpha^2 +19]\alpha +2.01 +$

$[3.67\, x_2^2\, \alpha^2 +0.67\alpha +13.67\, , 2.79 +10.79\alpha -5.58\alpha^2]$

$+...+\ x_{18}^2\ [1.00\, \alpha^2 -2.00\, \alpha + 1.00, 1.00\, \alpha^2 -2.00\, \alpha +1.00]$

$+ x_1\, x_2\, [1.66\, \alpha^2 -4.33\, \alpha\ -7.33\ ,\ 1.45\, \alpha^2 -6.12\, \alpha\ -5.33]$

$+ x_1\, x_3\, [1.11\, \alpha^2 + 10.00\ ,\ 1.11\, \alpha^2 +10.00] +...+ x_{17}\, x_{18}\, [1.00\, \alpha^2 -2.00\, \alpha +1.00\ , 1.00\, \alpha^2 -2.00\, \alpha +1.00]$

$s.t:$

$x_1\, [0.33\, \alpha +3, -0.66\, \alpha +4] + x_2\, [0.67\alpha + 2.33, -\alpha +4] +\ldots+ x_{18}\, [\alpha +9, 10] \geq [2\alpha +5,-2\alpha +9]$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

مدل فوق را با استفاده از روابط۱–۹ و ۱–۱۰ به دو مدل پایین خط و بالا خط تبدیل می کنیم:

$MinVAR(\bar{r}_p) =$

$[1.23\, x_1^2\, \alpha^2 +1.99\, \alpha + 19.00\ ]++13.67\alpha +0.67\alpha^2\ [3.67\, x_2^2]$

$+...+\ x_{18}^2\ [1.00\, \alpha^2 -2.00\, \alpha + 1.00]$

$+\ x_1\, x_2\, [1.66\, \alpha^2 -4.33\, \alpha\ -7.33\ ]$

$+ x_1\, x_3\, [1.11\, \alpha^2 + 10.00] +...+ x_{17}\, x_{18}\, [1.00\, \alpha^2 -2.00\, \alpha +1.00]$

$s.t:$

$x_1\, [0.33\, \alpha\ +3\ ] +\ x_2\, [0.67\alpha\ + 2.33] +\ldots+\ x_{18}\, [\alpha +9] \geq [2\alpha\ +5\ ]$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

$MinVAR(\overset{+}{r}_p) =$

$[\, x_1^2\ 1.22\, \alpha^2 +19]\alpha +2.01 +\ [2.79\, x_2^2 +10.79\alpha -5.58\alpha^2]$

$$+\ldots+\ x_{18}^2\ [\ 1.00\ \alpha^2 -2.00\ \alpha +1.00]$$
$$+x_1 x_2\ [1.45\ \alpha^2\ -6.12\ \alpha\ -5.33]$$
$$+\ x_1 x_3\ [1.11\ \alpha^2\ +10.00] +\ldots+\ x_{17} x_{18}\ [1.00\ \alpha^2 -2.00\ \alpha +1.00]$$

$s.t:$

$$x_1\ [-0.66\alpha\ +4] + x_2\ [-\alpha\ +4] +\ldots+ x_{18}\ [10] \geq\ [-2\alpha\ +9]$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$
$$x_i \geq 0$$

مدل فوق، به گونه‌ای است که ضمن حداقل نمودن ریسک پرتفوی، حداقل بازده مورد انتظار "نسبتا خوب" را برای پرتفوی ارائه می دهد. با قرار دادن مدل در برنامه MAPLE و حل این مدل با فرض $\alpha = 1$.نتایج زیر بدست آمد:

$$x_1 = x_2 = x_4 = x_5 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{11} = x_{12} = x_{13} = x_{14} = x_{15} = x_{16} = x_{17} = 0$$
$$x_3 = 0.348$$
$$x_6 = 0.344$$
$$x_{18} = 0.307$$

و مقدار جواب بهینه برابر با ۴/۰۷۱- گردید.

برای محاسبه بازده مورد انتظار پرتفوی شرکت بر اساس مدل فوق، بایستی مطابق زیر عمل کرد:

$$E(r_p) = E(\sum_{i=1}^{N} x_i r_i) = \sum_{i=1}^{N} x_i E(r_i) \quad (۱۴-۱)$$
$$= (0.348 * 83.51) + (0.344 * 29.28) + (0.307 * 104.81) = 71.30$$

بنابراین نرخ بازده مورد انتظار پرتفوی بورسی شرکت سرمایه گذاری بانک ملی برابر ۷۱/۳۰ خواهد بود.

۴- منابع

1- Azar, A., & Hojat, F. (2008). Fuzzy Management Science, Iran Management and Productivity Study Center, Tehran.
2- Jones, Charles, P. (2008). Investment Management, Tehrani, Reza & Asgar Norbakhsh, Published at school, Tehran.
3- Raie, R. & Talangy, A. (2004). Advanced Investment Management. Tehran: Samt Publications.
4- Ammar, K. (2003).Fuzzy portfolio optimization a quadratic programming approach. Chaos, Solitons and Fractals, 18, 1045–1054.
5- Klir, G., & Bo Y. (2008). Fuzzy sets and fuzzy logic, Eastern Economy Edition, New Dehli, 105.
6- Takashi, H., Hideki, K., H. (2008). Portfolio selection problems with random fuzzy variable returns. Fuzzy Sets and Systems.

7- Tiryaki, F & Mehmat, A.U. (2005). Fuzzy stock selection using a new fuzzy ranking and weighting algorithm. Journal of Computational and Applied Mathematics 17.
8- Xiaoxia, H. (2007). Mean-semi variance models for fuzzy portfolio selection. Journal of Computational and Applied Mathematics, 217.