



## تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دوجمله‌ای در معاملات

### اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران

کوروش نصیری<sup>۱</sup>

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۱/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۲/۲۱

غلامرضا عسکرزاده<sup>۲</sup>

#### چکیده

بازارهای مالی هر کشور نشان دهنده پویایی نهادها و ابزارهای مالی آن کشور است. در بازارهای مالی توسعه‌یافته، ابزارهای نوینی جهت پوشش ریسک معاملات پدید آمده‌اند. اختیار معامله‌ها یکی از این ابزارها است که قیمت آن مانند سایر ابزارها تابع عرضه و تقاضا برای آن است. اما در این بازار مدل‌های قیمت‌گذاری وجود دارد که پرکاربردترین آن‌ها مدل بلک شولز و درخت دوجمله‌ای است. هدف از این مقاله سنجش کارایی دو روش مذکور در بازار اختیار معامله‌های خرید بورس اوراق بهادار تهران است. بدین منظور ۳۰ نماد پر معامله طی سال‌های ۹۵-۹۹ انتخاب و قیمت آن‌ها بر اساس هر دو مدل برآورد گشته است. جهت سنجش کارایی آن‌ها بر مبنای مدل‌های رگرسیونی حاصله، از  $R^2$  و بتای رگرسیونی استفاده شده است. نتایج حاکی از آن است که بر اساس متغیرهای  $R^2$  و بتا، تفاوت معناداری بین میانگین امتیازها در دو مدل وجود نداشته و این دو مدل عملکرد یکسانی در بازار داشته‌اند. همچنین قیمت‌های پیشنهادی هر دو مدل پایین‌تر از اختیارهای خرید در بازار قیمت‌گذاری شده است اما تفاوت عملکرد بلک شولز با درخت دوجمله‌ای اختلاف معنی‌داری ندارد.

#### کلمات کلیدی

مدل بلک شولز، مدل درخت دوجمله‌ای، کارایی، اوراق بهادار

۱- گروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران. Kourosh\_nasiri@outlook.com

۲- گروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران. (نویسنده مسئول) Askarzadeh1360@yahoo.com

اختیار معامله به عنوان یکی از ابزارهای مشتقه در بازارهای مالی جهانی و پیشرفته جایگاه خود را به عنوان بخشی مهم بدست آورده است به طوری که در اکثر بازارهای شناخته شده و معتبر دنیا از اختیار معامله‌ها به صورت گسترده‌ای استفاده می‌شود. اختیار معامله به معنای داشتن اختیار (حق) در انجام عمل خرید یا فروش است. در قبال اعطای اختیار از سوی فروشنده، قیمت اختیار معامله باید مورد پرداخت قرار گیرد. اما اختیارها چگونه قیمت گذاری می‌شوند؟ چه قیمتی برای یک قرارداد اختیار معامله معقول است؟ چه عواملی در قیمت گذاری این اختیارها دخیل است؟ این سوالها مباحثی هستند که سالها دانشمندان حوزه مالی برای تعیین روش درست قیمت گذاری اختیار در آن زمان صرف کرده‌اند و فرمولها و روشهای متعددی را آزموده‌اند. که به عنوان مثال می‌توان به مدل بلک شولز و درخت دوجمله‌ای اشاره نمود. با توجه به انجام معامله‌های اختیار در بورس و اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۹۵ این پرسش مطرح است که آیا مدل قیمت گذاری بلک شولز و یا درخت دوجمله‌ای در اختیارهای بازار ایران کارا بوده‌اند؟ آیا در بازار ایران که شرایط خاص و گاه‌آ متفاوت با سایر بازارهای جهانی دارد، مدل‌های مذکور می‌تواند راهنمای خوبی برای انجام معامله‌ها باشند؟ در این پژوهش سعی شده تا رابطه‌ی میان قیمت‌های معامله شده اختیارهای خرید در بازار بورس و اوراق بهادار تهران با قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز و نیز درخت دوجمله‌ای مورد مقایسه قرار گیرند. نتایج این پژوهش می‌تواند به معامله‌گران این ابزار کمک شایانی کند تا به درک درستی از روند قیمت گذاری این ابزار و نیز مدل برتر دست یابند.

### سیر تکاملی مدل‌های قیمت گذاری اختیار معامله

باچلیر<sup>۱</sup> - ۱۹۰۰ : اولین تلاش در جهت ایجاد یک مدل برای قیمت گذاری اختیار توسط لوئیس باچلیر در ۱۹۰۰ انجام گرفت. فرض اصلی در استنتاج یک مدل نظری برای قیمت گذاری اختیار، مربوط به فرایند آماری است که رفتار دارایی پایه را در طول زمان توصیف می‌کند. [۸] او حدس زد که در هر لحظه‌ای نمی‌توان انتظار داشت که بازار به طور کلی صعودی و یا نزولی باشد. وقتی که فرد در هر لحظه از زمان مجموع مشارکت کنندگان در بازار را در نظر بگیرد، انتظارات مثبت و منفی یکدیگر را خنثی می‌کنند. سپس به طور متوسط، تغییر قیمت مورد انتظار در هر واحد از زمان صفر فرض می‌گردد [۹]. او همچنین بیان کرد که زمانی که بازه زمانی که نوسان در آن اندازه گیری می‌شود افزایش یابد، نوسان قیمت سهام افزایش می‌یابد این امر او را بر آن داشت تا خواص ریاضی رفتار عوامل در معرض شوک‌های تصادفی را در حین حرکت در فضا بررسی کند که در فیزیک به عنوان حرکت براونی شناخته می‌شود، باچلیر نشان داد که انحراف معیار قیمت سهام به نسبت مربع ریشه زمانی افزایش می‌یابد.

## تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دو جمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

سپس او فرض نمود که حرکت قیمت سهام در طول زمان از حرکت براونی حسابی بدون رانش و با واریانس  $\sigma^2$  به ازای واحد زمانی تبعیت می‌کند. اگر فرآیند آماری که حرکت قیمت سهام را در طول زمان توصیف می‌کند، هیچ رانشی نداشته باشد، به‌طور متوسط قیمت سهام تمایل به افزایش یا کاهش نخواهد داشت. این فرض دلالت بر آن دارد که قیمت سهام یک متغیر با توزیع نرمال تصادفی است که در آن احتمال مساوی برای هر نتیجه‌ای وجود دارد و هر نتیجه مستقل از نتیجه قبلی است. اما اگر قیمت سهام از حرکت براونی حسابی بدون رانش تبعیت کند، احتمال افزایش یا کاهش قیمت به‌واسطه یک واحد قطعی (به‌عنوان مثال یک راند)، صرف‌نظر از سطح قیمت، برابر است. [۱۸]

اسپرنکل<sup>۲</sup> - ۱۹۶۴: اسپرنکل بیان می‌کند که این درصد تغییرات و نه تغییرات مطلق در قیمت سهام است که اهمیت دارد. او فرض می‌کند که قیمت‌های سهام از حرکت براونی هندسی با رانش مثبت تبعیت می‌کند. این بدان معناست که بدون توجه به سطح قیمت سهام، احتمال یک درصد افزایش در قیمت سهام برابر با احتمال یک درصد کاهش در قیمت یک سهم است [۱۸]. رانش مثبت به این معناست که قدم تصادفی به دنبال قیمت سهام یک روند افزایشی دارد. ضریب رانش را می‌توان به‌عنوان میانگین نرخ بازده سهام تفسیر کرد. فرض بر این است که نرخ میانگین بازده و واریانس قیمت سهام ثابت هستند. بنابراین مدل اجازه وجود نرخ بهره مثبت و رفتار ریسک‌گریز را می‌دهد.

بونس<sup>۳</sup> - ۱۹۶۴: مدل بونس بسیار شبیه به مدل اسپرنکل است. فرق اساسی این است که اسپرنکل ارزش زمانی پول را نادیده نمی‌گیرد. او همچنین اهمیت ریسک را تشخیص داد، و فرض نمود که تمام سهامی که اوراق اختیار معامله آن‌ها خریدوفروش می‌شوند دارای ریسک یکسان هستند، و برای سادگی فرض نمود که همه سرمایه‌گذاران نسبت به ریسک خنثی هستند و هیچ تمایزی بین نرخ‌های بازده مورد انتظار یا سطوح ریسک اوراق اختیار معامله و سهام اساسی ایجاد نمی‌شود. بازده مورد انتظار سهام به‌عنوان نرخ تنزیل در محاسبه ارزش کنونی ارزش نهایی مورد انتظار ورق اختیار معامله مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۱][۱۴]. در نهایت، در فرمولی که بونس ارائه کرد، مشاهده خواهد شد که تنها تفاوت میان این فرمول و فرمول بلک-شولز استفاده از نرخ بازده مورد انتظار سهام به‌عنوان نرخ تنزیل به‌جای نرخ بدون ریسک است.

ساموئلسون<sup>۴</sup> - ۱۹۶۴: ساموئلسون اولین فردی بود که مدلی ارائه داد که در آن به‌وضوح تشخیص داده شد سهام و اوراق اختیار معامله دارای مشخصات ریسکی متفاوتی هستند. فرض بر این است که نوسان بیشتر قیمت‌های اوراق اختیار معامله نرخ بازدهی بیشتری را برای آن‌ها دربردارد. او همانند اسپرنکل و بونس فرض کرد که توزیع قیمت سهام نرمال لگاریتمی است و از حرکت براونی هندسی با

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره پنجاه و چهار / بهار ۱۴۰۲

رانش مثبت تبعیت می‌کنند [۱۸]. ارزش یک برگ اختیار خرید به واسطه ارزش مورد انتظار داده شده آن در سررسید فرض می‌شود که به واسطه نرخ بازده مورد انتظار برگ اختیار معامله تنزیل می‌شود. ساموئلسون روندی برای محاسبه نرخ بازده مورد انتظار برگ اختیار معامله پیشنهاد نمی‌دهد و خود اعتراف می‌کند که این ضعف مدل اوست [۱۸]. علاوه بر این، تنزیل نرخ پایانی مورد انتظار برگ اختیار معامله در نرخ بازده مورد انتظار آن بدین معناست که این نرخ می‌تواند ثابت فرض شود.

بلک-شولز<sup>۵</sup>-۱۹۷۳ : بلک و شولز همانند اسپرنکل، بونس و ساموئلسون فرض کردند که توزیع قیمت‌های سهام نرمال لگاریتمی است و اینکه این قیمت‌ها از حرکت براونی هندسی با رانش مثبت ثابت تبعیت می‌کنند و واریانس ثابت  $\sigma^2$  است [۷]. دیگر مفروضات درباره شرایط بازار برای اوراق اختیار معامله و سهام پایه ایجاد شده در مدل به دست آمده شامل عدم وجود هزینه‌های معاملات، عدم توزیع سود، امکان وام‌گیری و وام‌دهی در نرخ بازده بدون ریسک، مجاز بودن فروش استقراضی و عدم وجود فرصت‌های آربیتراژی است. ایده اصلی مدل بلک-شولز احتمال ادغام یک برگ اختیار سهام (یا تعدادی برگ اختیار سهام) با سهام پایه در یک سبد سهام است، به گونه‌ای که بازده این سبد با نوسانات بازار تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد. ایجاد چنین سبدي نتیجه همبستگی میان نوسانات در قیمت برگ اختیار سهام و سهام پایه است. قیمت یک برگ اختیار خرید (فروش) به صورت مثبت (منفی) با قیمت سهام پایه همبستگی دارد [۱۰]

کاکس - روبینشتاین - راس<sup>۶</sup>-۱۹۷۹ : مدل دوجمله‌ای جایگزینی برای سایر مدل‌های قیمت‌گذاری مانند مدل بلک شولز است و نام آن از این واقعیت ناشی می‌شود که دو مقدار ممکن را برای یک اختیار معامله در هر زمان مشخص محاسبه می‌کند. این مدل ارتباط نزدیکی با مدل بلک شولز داشته و توسعه آن از فرمول ریاضی نشات می‌گیرد. با این حال، برخلاف مدل بلک شولز، این فرض که اختیار معامله فقط در نقطه انقضا اعمال می‌شود، را در نظر نمی‌گیرد. به عبارت دیگر، بزرگترین مزیت مدل دوجمله‌ای این است که در محاسبه مقادیر نظری اختیار معامله‌های آمریکایی نیز بسیار دقیق است. این روش شامل رسم درخت دوتایی است که این درخت‌ها مسیر حرکت قیمت سهم و قیمت اختیار معامله را در زمان‌های مختلف نشان می‌دهد. درخت دوتایی را می‌توان با گام‌های مختلف رسم کرد. در یک بازه زمانی ثابت (T) هرچه تعداد گام‌ها بیشتر باشد، درخت، مسیرها و حالت‌های بیشتری را بررسی می‌کند و دقت محاسبات بیشتر می‌شود. این مدل، یک مدل زمان‌گسسته است و برای محاسبه ارزش‌های اختیار معامله، ابتدا ارزش اختیار معامله را در انتهای درخت، یعنی زمان سررسید (T)، محاسبه کرده و سپس با حرکت به سمت عقب، ارزش اختیار معامله را در هر گره بدست آورده تا به اولین گره برسیم. مقدار بدست آمده در اولین گره همان ارزش فعلی اختیار معامله است. [۴]

## تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دوجمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

### پیشینه پژوهش

رینالنی باتاک کاکاتی<sup>۷</sup> [۱۵] دریافت که مدل بلک شولز اختیارها را بصورت قابل توجهی نادرست ارزیابی می‌کند. خطاهای قیمت‌گذاری به طور متوسط منفی و با صفر تفاوت دارند. او نشان داد این نادرستی قیمت با عمیق‌تر شدن در سود بودن یا در زیان بودن و افزایش نوسانات بدتر می‌شود طبق گفته وی مدل بلک شولز اختیارهای کوتاه‌مدت را گران‌تر و اختیارهای بلندمدت را ارزان‌تر نشان می‌دهد. جوردن و سیل<sup>۸</sup> [۱۳] با آزمون داده‌های قیمت‌های معاملات برای اختیار معامله‌های آتی اوراق قرضه روی اختیار معامله‌های قراردادهای آتی منتشر شده بر روی اوراق قرضه به این نتیجه رسیدند که اختلاف کمی بین قیمت‌های واقعی بازار و قیمت‌های پیش‌بینی شده از مدل بلک شولز وجود دارد.

رابینشتاین<sup>۹</sup> [۱۷] نوسانات ضمنی را در ۳۰ دسته اختیار معامله در بورس شیکاگو برای یک دوره ۱۹ ساله را مورد بررسی قرار می‌دهد و به این نتیجه می‌رسد که نوسانات ضمنی در اختیار معاملات با سررسیدهای کوتاه‌مدت‌تر نسبت به اختیارهای با سررسید طولانی‌تر بیشتر بوده است.

مکبث و مرول<sup>۱۰</sup> [۱۶] با استفاده از نوسان ضمنی به جای نوسان تاریخی دریافتند که نوسان ضمنی برای اختیارهای در سود، زیاد است اما مدل بلک شولز آن‌ها را زیرقیمت ارزش‌گذاری می‌کند و نوسان ضمنی برای اختیارهای در زیان، کم است اما مدل بلک شولز آن‌ها را گران‌تر ارزش‌گذاری می‌کند.

نبوی و عبد‌اللهی [۵] به بررسی و مقایسه الگوهای سود اختیار معاملات آسیایی، اروپایی و آمریکایی سهام در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. آن‌ها قیمت اختیار معاملات اروپایی، آمریکایی و آسیایی سهام ۴۸ شرکت پس از برآورد نوسان‌پذیری را محاسبه و تحلیل کرده‌اند. نتایج تحقیق نشان داد که از آن‌جایی که قیمت سررسید در اعمال قراردادهای آسیایی فقط منحصر به قیمت پایانی در روز سررسید نمی‌باشد و یک میانگین از قیمت‌های پایانی در طول عمر قرارداد اختیار معامله هستند، لذا قیمت سررسید در اختیار معاملات آسیایی کمتر دستخوش دستکاری می‌شوند و دارنده‌ی آن ریسک کمتری را از این بابت متحمل می‌شود.

امیری و همکاران [۱] به بررسی قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله سکه در بورس کالای ایران بر اساس مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و شناسایی استراتژی‌های سود آور اختیار معاملات می‌پردازند. این پژوهش نشان می‌دهد که قیمت تخمینی حاصل از مدل بلک شولز هم برای اختیار خرید و هم برای اختیار فروش در دوره مورد بررسی بیشتر از قیمت بازار بوده است.

نبوی [۶] به بررسی راهبردهای ترکیبی نامتقارن در دادوستد اختیار فروش سهام و تحلیل فرصت‌های

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره پنجاه و چهار / بهار ۱۴۰۲

سوداگری در بورس اوراق بهادار تهران پرداخت. نتایج پژوهش که پس از محاسبه قیمت اختیار فروش سهام ۴۵ شرکت بدست آمده، نحوه مدیریت ریسک مواضع معاملاتی و دستیابی به بازده از سوی معامله‌گران را با توجه به نوسانات بازده و تغییرات قیمت سهام و با استفاده از راهبردهای ترکیبی نامتقارن، به تفصیل بیان می‌دارد.

قاسمی [۳] به بررسی ارائه مدلی برای قیمت‌گذاری قرارداد اختیار خرید در حوزه دین اسلام پرداخته است. برای ورود به بحث قیمت‌گذاری این قرارداد در مدل "بلک شولز" ابتدا به بررسی روش ریاضی استخراج "مدل بلک شولز" و فلسفه ورود نرخ بهره در این مدل پرداخته است. سپس مشخص گردید فرض پوشش کامل ریسک که در این مدل در نظر گرفته شده است، توجیهی برای ورود نرخ بهره بوده است. با نقض این فرض و بررسی مدل‌های قیمت‌گذاری قبل از بلک شولز، مدل مناسب قیمت‌گذاری برای این قرارداد مطابق با مدل بونس ارائه گردید.

کیمی‌گری و آفریده‌ثانی [۴] به بررسی قیمت‌گذاری اختیار معامله تحت مدل "بلک شولز" و درخت دوتایی پرداخته‌اند. آنالیز مدل‌ها در مقاله نشان می‌دهد که مدل "بلک شولز" مدلی مناسب جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله سهام‌هایی با نوسان‌پذیری پایین و مدل درخت دوجمله‌ای، مدلی مناسب جهت قیمت‌گذاری سهام‌هایی با نوسان‌پذیری بالا می‌باشد.

پورحیدری [۲] سه مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله اوراق بهادار، شامل مدل توزیع یکنواخت قیمت سهام، مدل توزیع دوجمله‌ای قیمت سهام و مدل توزیع نرمال لگاریتمی را بررسی نموده است، در این مقاله به تبیین و تشریح مدل‌های مذکور پرداخته است.

### **فرضیه‌های پژوهش**

- ۱) دقت قیمت‌گذاری مدل بلک شولز بالاتر از دقت قیمت‌گذاری مدل درخت دوجمله‌ای است.
- ۲) برآورد قیمت در مدل قیمت‌گذاری بلک شولز بالاتر از قیمت‌های معامله شده در بازار است.
- ۳) برآورد قیمت در مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای بالاتر از قیمت‌های معامله شده در بازار است.

### **روش شناسی تحقیق**

این تحقیق به لحاظ هدف، کاربردی و از آنجایی که به توصیف وضع موجود می‌پردازد، از نوع توصیفی به شمار می‌رود. همچنین به لحاظ موضوعی در حوزه مهندسی مالی قرار گرفته که داده‌های مورد استفاده آن مطابق جدول ۱ شامل اطلاعات ۳۰ قرارداد اختیار معامله پر معامله (از نظر تعداد روزهای معامله شده در طی دوره زمانی مورد نظر دارای حداقل ۷۰ روز معاملاتی بوده‌اند) طی یک دوره زمانی ۵ ساله از

### تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دو جمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

۱۳۹۵ تا انتهای سال ۱۳۹۹ و در مجموع، ۲۶۲۸ مشاهده روزانه خواهد بود. اطلاعات خام یاد شده از قراردادهای مذکور بطور کامل اخذ و بر اساس شاخص‌های تعریف شده پردازش شده است. لازم به ذکر است که تاریخ انقضا قراردادها مطابق تاریخ‌های مشخص شده توسط سازمان بورس در اطلاعیه معاملاتی اختیارها می باشد. برای سنجش میزان توضیح‌دهی و مقدار انحراف هر دو مدل نسبت به یکدیگر و نسبت به بازار از معادلات رگرسیونی آنها استفاده شده است. در نهایت جهت آزمون فرضیات از آزمون  $t$  برای بررسی میانگین ضرایب تعیین ( $R^2$ ) و میانگین بتاهای دو گروه با هم بهره گرفته‌ایم.

جدول ۱- اطلاعات مربوط به ۳۰ قرارداد اختیار معامله پر معامله

روز معامله	تاریخ انقضاء	قیمت اعمال	دارایی پایه	روز معامله	تاریخ انقضاء	قیمت اعمال	دارایی پایه
۷۹	۹۸/۱۰/۸	۶۰۰	تجارت	۱۳۰	۹۹/۸/۲۸	۴۷۵۱	فولاد
۷۹	۹۹/۸/۲۸	۱۷۷۷۵	فولاد	۱۲۷	۹۸/۱۰/۸	۵۰۰	تجارت
۷۹	۹۹/۷/۲۲	۲۸۰۰	تجارت	۱۲۱	۹۹/۸/۲۸	۸۷۷۵	فولاد
۷۹	۹۹/۸/۱۱	۲۸۰۰	وبصادر	۱۱۱	۹۹/۸/۲۸	۳۵۰۷	فولاد
۷۸	۹۸/۷/۷	۵۰۰	تجارت	۱۰۹	۹۹/۳/۲۱	۶۰۰	تجارت
۷۴	۹۹/۸/۱۱	۳۴۰۰	وبصادر	۱۰۸	۹۹/۳/۲۱	۵۰۰	تجارت
۷۴	۹۹/۳/۲۱	۳۰۰	تجارت	۹۸	۹۹/۷/۳۰	۴۷۵۰	اخبار
۷۴	۹۹/۸/۱۱	۲۰۰۰	وبصادر	۹۷	۹۹/۳/۲۱	۷۰۰	تجارت
۷۴	۹۹/۸/۲۸	۱۶۷۷۵	فولاد	۹۴	۹۹/۸/۲۸	۱۰۷۷۵	فولاد
۷۴	۹۹/۳/۲۱	۸۰۰	تجارت	۹۳	۹۹/۸/۲۶	۶۵۱۰	وغدیر
۷۳	۹۸/۱۱/۱۳	۱۵۰۰	خپارس	۸۷	۹۹/۳/۲۱	۴۰۰	تجارت
۷۲	۹۸/۱۰/۸	۴۰۰	تجارت	۸۶	۹۹/۸/۶	۱۴۷۵۰	فملی
۷۲	۹۹/۱۱/۲۶	۱۰۰۰۰	وغدیر	۸۴	۹۹/۸/۲۸	۱۳۷۷۵	فولاد
۷۱	۹۹/۸/۶	۲۹۷۵۰	فملی	۸۰	۹۹/۷/۲۲	۱۸۰۰	تجارت
۷۱	۹۹/۸/۲۶	۲۴۰۰	خسپا	۸۰	۹۹/۷/۲۸	۳۷۵۸	شپنا

منبع: یافته‌های پژوهشگر

### مدل‌ها، مفروضات و متغیرهای پژوهش

انجام هر پژوهش و پاسخ‌دادن به سوال‌های تحقیق و آزمون فرضیه‌ها مستلزم تشخیص، تعیین و تعریف دقیق هر یک از متغیرهای تحقیق می‌باشد. مدل‌ها و متغیرهای تحقیق به صورت زیر تعریف می‌شوند:

معادله بلک شولز جهت سنجش قیمت اختیارات خرید :

$$C = S N(d_1) - e^{-r(T-t)} X N(d_2) \quad (۱)$$

$$d_1 = \left( \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right) \quad (۲) \quad \text{و} \quad d_2 = \left( \frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right) \quad (۳)$$

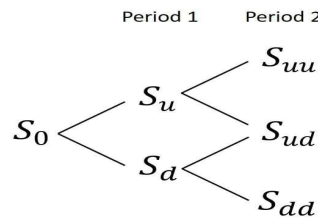
$t$  تاریخ کنونی ،  $T$  تاریخ سررسید ،  $C$  قیمت اختیار معامله در زمان  $(t)$  ،  $r$  نرخ بهره بدون ریسک ،  $S$  قیمت دارایی پایه در زمان  $(t)$  ،  $X$  قیمت اعمال اختیار ،  $\sigma$  انحراف معیار ،  $N$  تابع توزیع تجمعی برای توزیع نرمال استاندارد است.

مدل درخت دوجمله‌ای جهت سنجش قیمت اختیارهای خرید : با توجه به شکل ۱ با فرض آن که قیمت اولیه سهم برابر  $S$  باشد ، در هر مرحله قیمت سهم می‌تواند به اندازه  $u$  افزایش یا به اندازه  $d$  کاهش یابد. اگر نرخ بهره بدون ریسک برابر  $r$  ، طول بازه زمانی در هر گام  $p$  احتمال افزایش قیمت در هر مرحله و  $\Delta t$  نوسان‌پذیری سهم باشد در این صورت:

$$f_u = e^{-r\Delta t} [P f_{uu} + (1-P) f_{ud}] \quad (۴)$$

$$f_d = e^{-r\Delta t} [P f_{ud} + (1-P) f_{dd}] \quad (۵)$$

$$f = e^{-r\Delta t} [P f_u + (1-P) f_d] \quad (۶)$$



شکل ۱- نمایشی از مدل دوجمله‌ای دومرحله‌ای

با جایگزینی  $f(u)$  و  $f(d)$  از معادله ۴ و ۵ داریم

$$f_u = e^{-2r\Delta t} [P^2 f_{uu} + 2P(1-P) f_{ud} + (1-P)^2 f_{dd}] \quad (۷)$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (۸) \quad , \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad (۹) \quad , \quad P = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d} \quad (۱۰)$$

مفروضات مدل‌ها : ۱- در هر دو مدل هیچ گونه فرصت آربیتراژی وجود ندارد ۲- هزینه معاملات و مالیات در نظر گرفته نمی‌شود ۳- قیمت‌ها در مدل دوجمله‌ای از فرآیند گشت تصادفی و در مدل بلک شولز از یک حرکت براونی هندسی تبعیت می‌کنند. ۴- در محاسبه مدل دوجمله‌ای تعداد مراحل مدل یک مرحله در نظر گرفته شده است ۵- نرخ بازده بدون ریسک و نوسان‌پذیری در هر دو مدل ثابت در



## تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دو جمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

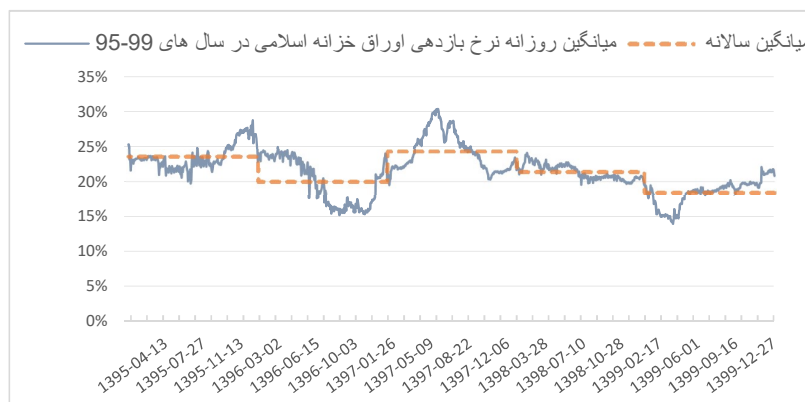
نظر گرفته شده و جزء مولفه‌های ورودی کاربر است.

نرخ بازده بدون ریسک : برای افزایش دقت مدل بجای استفاده از نرخ سود بانکی (که به صورت دستوری ثابت بوده است) از نرخ بازده بدون ریسک ارائه شده توسط شرکت پردازش مالی پویا که بر اساس بازدهی اوراق خزانه اسلامی موجود در بازار محاسبه می‌شود، بهره گرفته‌ایم. لازم به ذکر است که نرخ بازده بدون ریسک مذکور، به ازای هر روز منتشر شده که با میانگین‌گیری به سالانه تبدیل شده است و نتایج آن به شرح جدول ۲ و نمودار ۱ می‌باشد:

جدول ۲- نرخ بازده بدون ریسک

سال	مقدار
۹۵	۰.۲۳۵
۹۶	۰.۱۹۹
۹۷	۰.۲۴۲
۹۸	۰.۲۱۳
۹۹	۰.۱۸۴

منبع: یافته‌های پژوهشگر



نمودار ۱- نرخ بازده بدون ریسک

واریانس : محاسبه نوسان از داده‌های تاریخی قیمت سهام عبارت است از محاسبه نرخ میانگین بازده قیمت پایانی در طول یک دوره و محاسبه جمع مربع انحرافات بازده‌های مشاهده شده از این میانگین، تقسیم بر تعداد مشاهدات منهای یک. این میزان به ما  $\sigma^2$  را می‌دهد، که از این پس واریانس متعارف بازده‌ها است.

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \mu)^2 \quad (11) \quad \mu = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t \quad (12)$$

که  $\mu$  نرخ میانگین بازده است

$n$  تعداد مشاهدات در نمونه مورد استفاده جهت محاسبه برآوردهای نوسان است. انحراف معیار متعارف،  $\sigma_c$ ، مساوی است باریشه مربع واریانس.

### روش تجزیه و تحلیل داده‌ها

همان‌طور که در قسمت متودولوژی تحقیق بیان شد، برای درک رفتار قیمت‌های تئوریک حاصل از این مدل‌ها نسبت به قیمت بازار و درک میزان نزدیکی و همخوانی این دو مدل نسبت به یکدیگر و نسبت به قیمت‌های واقعی معامله شده در بازار برای همه قراردادهای یک رگرسیون ساده حداقل مربعات به صورت زیر برقرار گشته است:

$$C_a = \alpha + \beta C_{BS} + \varepsilon \quad (13) \quad C_a = \alpha + \beta C_{BN} + \varepsilon \quad (14)$$

$C_a$  نشانگر قیمت بازار واقعی برگ اختیار معامله،  $C_{BS}$  متغیر توضیحی در معادله ۱۳، قیمت برآورد شده توسط مدل بلک شولز است و  $C_{BN}$  متغیر توضیحی در معادله ۱۴، قیمت برآورد شده توسط مدل دو جمله‌ای است.  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\varepsilon$  به ترتیب نمایانگر عرض از مبدأ، ضریب متغیر توضیحی و یک خطای تصادفی هستند. با توجه به وجود خودهمبستگی سریالی در معادلات رگرسیون‌های انجام شده که از آماره دوربین-واتسون آنها مشخص شد، برای حل این مشکل در مدل‌های رگرسیونی به روش بالا که داری نتایج قابل اتکایی نیستند اتورگرسیو مرتبه اول  $AR(1)$  افزوده شده است:

$$C_a = \alpha + \beta C_{BS} + AR(1) + \varepsilon \quad (15) \quad C_a = \alpha + \beta C_{BN} + AR(1) + \varepsilon \quad (16)$$

ابتدا برای هر نماد اختیار معامله به صورت جداگانه، بتا و ضریب‌تعیین را با استفاده از معادله‌های رگرسیونی بالا محاسبه نموده و سپس میانگین متغیرهای مذکور را بدست آورده که خلاصه نتایج آن به شرح جدول ۳ است. در شرایط ایده‌آل در صورتی که قیمت‌های بازار به‌طور کامل توسط مدل‌ها مورد پیش‌بینی قرار گیرند  $\beta$  و  $R^2$  آن‌ها مساوی یک است. با توجه به جدول ۳ میانگین ضرایب تعیین در مدل‌های بلک شولز و دو جمله‌ای به ترتیب  $(0.8761)$  و  $(0.8769)$  و میانگین بتاها برای این مدل‌ها به ترتیب  $(1.0568)$  و  $(1.0528)$  شده است.

تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دوجمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

**جدول ۳- خلاصه نتایج حاصل از معادلات رگرسیونی مدل‌ها**

دارایی پایه	قیمت اعمال (ریال)	تاریخ انقضاء قرارداد اختیار معامله	تعداد (روز معامله)	ضریب بتا رگرسیون با مدل بلک شولز	ضریب بتا رگرسیون مدل دوجمله‌ای	ضریب تعیین رگرسیون با مدل بلک شولز	ضریب تعیین رگرسیون با مدل دوجمله‌ای
فولاد	۴۷۵۱	۱۳۹۹/۸/۲۸	۱۳۰	۰.۹۲۶	۰.۹۲۵	۰.۹۶۲	۰.۹۶۲
وتجارت	۵۰۰	۱۳۹۸/۱۰/۸	۱۲۷	۱.۱۸۲	۱.۲۶۴	۰.۹۲۷	۰.۹۲۷
فولاد	۸۷۷۵	۱۳۹۹/۸/۲۸	۱۲۱	۰.۹۳۹	۰.۹۳۸	۰.۹۲۸	۰.۹۲۸
فولاد	۳۵۰۷	۱۳۹۹/۸/۲۸	۱۱۱	۰.۹۰۶	۰.۹۰۶	۰.۹۳۶	۰.۹۳۶
وتجارت	۶۰۰	۱۳۹۹/۳/۲۱	۱۰۹	۰.۹۸۷	۰.۹۸۸	۰.۹۸۴	۰.۹۸۴
وتجارت	۵۰۰	۱۳۹۹/۳/۲۱	۱۰۸	۰.۹۵۴	۰.۹۵۴	۰.۹۷۹	۰.۹۷۹
اخبار	۴۷۵۰	۱۳۹۹/۷/۳۰	۹۸	۰.۸۸۹	۰.۸۸۹	۰.۹۵۲	۰.۹۵۲
وتجارت	۷۰۰	۱۳۹۹/۳/۲۱	۹۷	۰.۹۹۱	۰.۹۹۲	۰.۹۶۵	۰.۹۶۵
فولاد	۱۰۷۷۵	۱۳۹۹/۸/۲۸	۹۴	۱.۱۱۹	۱.۱۲۰	۰.۹۳۷	۰.۹۳۷
وغدیر	۶۵۱۰	۱۳۹۹/۸/۲۶	۹۳	۱.۰۹۸	۱.۰۹۸	۰.۹۱۸	۰.۹۱۸
وتجارت	۴۰۰	۱۳۹۹/۳/۲۱	۸۷	۰.۹۴۰	۰.۹۴۰	۰.۹۶۹	۰.۹۶۹
فملی	۱۴۷۵۰	۱۳۹۹/۸/۶	۸۶	۰.۹۲۷	۰.۹۲۷	۰.۸۹۸	۰.۸۹۸
فولاد	۱۳۷۷۵	۱۳۹۹/۸/۲۸	۸۴	۱.۲۶۲	۱.۲۶۸	۰.۸۸۵	۰.۸۸۵
وتجارت	۱۸۰۰	۱۳۹۹/۷/۲۲	۸۰	۱.۰۸۳	۱.۰۸۳	۰.۸۷۷	۰.۸۷۷
شینا	۳۷۵۸	۱۳۹۹/۷/۲۸	۸۰	۰.۸۳۶	۰.۸۳۶	۰.۹۱۶	۰.۹۱۶
وتجارت	۶۰۰	۱۳۹۸/۱۰/۸	۷۹	۱.۰۷۵	۰.۹۴۶	۰.۵۰۱	۰.۴۸۸
فولاد	۱۷۷۷۵	۱۳۹۹/۸/۲۸	۷۹	۱.۶۸۶	۱.۶۲۷	۰.۸۱۹	۰.۸۲۱
وتجارت	۲۸۰۰	۱۳۹۹/۷/۲۲	۷۹	۰.۸۶۵	۰.۸۷۱	۰.۹۴۰	۰.۹۳۹
وبصادر	۲۸۰۰	۱۳۹۹/۸/۱۱	۷۹	۰.۹۶۱	۰.۹۸۰	۰.۹۱۷	۰.۹۱۵
وتجارت	۵۰۰	۱۳۹۸/۷/۷	۷۸	۱.۲۹۰	۱.۳۰۹	۰.۹۰۱	۰.۸۹۹
وبصادر	۳۴۰۰	۱۳۹۹/۸/۱۱	۷۴	۱.۰۴۶	۱.۰۶۲	۰.۸۹۰	۰.۸۹۰
وتجارت	۳۰۰	۱۳۹۹/۳/۲۱	۷۴	۰.۹۸۲	۰.۹۸۲	۰.۹۴۹	۰.۹۴۹
وبصادر	۲۰۰۰	۱۳۹۹/۸/۱۱	۷۴	۱.۰۱۱	۱.۰۱۰	۰.۸۶۴	۰.۸۶۴
فولاد	۱۶۷۷۵	۱۳۹۹/۸/۲۸	۷۴	۱.۲۲۱	۱.۱۸۱	۰.۸۳۲	۰.۸۳۵
وتجارت	۸۰۰	۱۳۹۹/۳/۲۱	۷۴	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۷۸	۰.۹۷۸
خپارس	۱۵۰۰	۱۳۹۸/۱۱/۱۳	۷۳	۰.۶۷۵	۰.۶۹۷	۰.۴۹۶	۰.۴۹۳
وتجارت	۴۰۰	۱۳۹۸/۱۰/۸	۷۲	۱.۳۱۴	۱.۲۹۸	۰.۷۵۹	۰.۷۵۸
وغدیر	۱۰۰۰۰	۱۳۹۹/۱۱/۲۶	۷۲	۱.۱۰۱	۱.۱۰۰	۰.۹۵۷	۰.۹۵۵
فملی	۲۹۷۵۰	۱۳۹۹/۸/۶	۷۱	۱.۰۷۵	۱.۰۳۸	۰.۸۶۹	۰.۸۷۴
خسپا	۲۴۰۰	۱۳۹۹/۸/۲۶	۷۱	۱.۳۶۴	۱.۳۵۵	۰.۶۰۲	۰.۵۹۵
میانگین				۱.۰۵۶۸	۱.۰۵۲۸	۰.۸۷۶۹	۰.۸۷۶۱

منبع: یافته‌های پژوهشگر

### آزمون فرضیات تحقیق

دقت قیمت‌گذاری مدل بلک شولز بالاتر از دقت قیمت‌گذاری مدل درخت دوجمله‌ای است. با توجه به رگرسیون‌های انجام شده و گروه‌بندی نتایج هر دو مدل، برای بررسی میزان دقت و شناسایی میزان انحراف این دو مدل نسبت به بازار به آزمون و مقایسه میانگین  $R^2$  دو گروه و بتای آن‌ها پرداخته می‌شود. (جدول ۴). به عبارت دیگر جهت سنجش دقت مدل‌ها از دو معیار ضریب تعیین و بتا کمک گرفته شده است. در واقع با بررسی میزان  $R^2$  مدل به توانایی مدل‌ها در توضیح‌دهی قیمتی پرداخته و با مقایسه بتاهای آن‌ها می‌توان جهت و شدت انحراف یا عدم وجود انحراف را نسبت به بازار تشخیص داد. به این منظور از آزمون  $t$  دو نمونه مستقل برای بررسی میانگین  $R^2$  و بتا دو گروه با هم استفاده شده که نتایج به صورت جدول ۵ است.

جدول ۴- میانگین آماره‌های ضریب تعیین ( $R^2$ ) و بتا ( $\beta$ ) مربوط به رگرسیون‌های انجام شده با قیمت‌های پیشنهادی مدل‌های بلک شولز و درخت دوجمله‌ای

متغیر	گروه	تعداد	میانگین	انحراف معیار
$R^2$	BS	۳۰	۰.۸۷۶۰۹	۰.۱۳۰۲۵
	BN	۳۰	۰.۸۷۶۸۶	۰.۱۲۸۲۳
$\beta$	BS	۳۰	۱.۰۵۶۶۹	۰.۱۹۳۷۴
	BN	۳۰	۱.۰۵۲۷۵	۰.۱۸۷۷۲

آزمون  $t$  برای دو نمونه مستقل دو آزمون مختلف انجام می‌دهد. در آزمون نوع اول که به لوین معروف است فرض برابری واریانس‌ها از مومن می‌شود فرض صفر این آزمون این است که واریانس دو گروه با هم برابر است. اگر سطح معنی‌داری آزمون لوین کمتر از  $0/05$  بود فرض برابری رد می‌شود و آماره  $t$  در سطر دوم گزارش می‌شود ولی اگر از  $0/05$  بیشتر بود نمی‌توان فرض برابری واریانس‌ها را رد کرد و  $t$  در سطر اول گزارش می‌شود. و در آزمون دوم آزمون  $t$  برای برابری میانگین‌ها انجام می‌شود. استفاده از آزمون  $t$  برای دو نمونه مستقل که وجود تفاوت بین میانگین امتیازات در دو گروه را بررسی می‌کند با فرض صفر، برابری میانگین‌ها و فرض مقابل برابر نبودن میانگین‌ها را آزمون می‌کند. با توجه به آماره  $t$  و سطح معناداری برای متغیرهای  $R^2$  و بتا که بزرگتر از  $0,05$  می‌باشد. در نتیجه در سطح اطمینان  $95\%$  فرض صفر رد نمی‌شود. بنابراین در متغیرهای  $R^2$  و بتا تفاوت بین میانگین امتیازات در دو گروه معنادار نمی‌باشد. با عنایت به این آزمون و اعداد بدست آمده می‌توان گفت استفاده از هر یک از دو مدل

### تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دو جمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

بلک شولز و درخت دو جمله‌ای تفاوتی معنادار نداشته و این دو عملکرد یکسانی در بازار بورس اوراق بهادار تهران داشته‌اند. به عبارت دیگر دقت دو مدل دارای تفاوت معناداری نیست.

جدول ۵- نتایج حاصل از آزمون  $t$  دو نمونه مستقل

	آزمون لوین برای برابری واریانس‌ها		آزمون $t$ برای دو نمونه مستقل			
	سطح معناداری F	سطح درجه آزادی t	تفاضل میانگین	سطح معناداری آزادی	تفاضل میانگین	فاصله اطمینان ۹۵٪ برای تفاضل پایینی بالایی
$R^2$						
فرض برابری واریانس	.۰۰۰	.۹۸۵	۵۸	.۹۸۲	-.۰۰۰۷۶	.۰۳۳۳۷
فرض نا برابری واریانس			۵۷.۹۸۶	.۹۸۲	-.۰۰۰۷۶	.۰۳۳۳۷
$\beta$						
فرض برابری واریانس	.۰۰۰	.۹۹۷	۵۸	.۹۳۶	.۰۰۳۹۴	.۰۴۹۲۵
فرض نا برابری واریانس			۵۷.۹۴۲	.۹۳۶	.۰۰۳۹۴	.۰۴۹۲۵

منبع: یافته‌های پژوهشگر

#### برآورد قیمت در مدل قیمت‌گذاری بلک شولز بالاتر از قیمت‌های معامله شده در بازار

است. برای بررسی قیمت‌گذاری بیش از حد یا قیمت‌گذاری کمتر از حد این مدل می‌توان از شیب خطوط رگرسیون‌های انجام شده استفاده نمود به طوری که اگر بتا به صورت معنی‌داری بیشتر از یک بود، نشان‌دهنده قیمت‌گذاری کمتر از حد مدل است. در واقع اختیار معاملات در بازار بیشتر از قیمت‌های مدل معامله شده‌اند و در صورتی که بتا به صورت معنی‌داری کوچکتر از یک بود، می‌توان گفت که مدل قیمت‌گذاری بیش از حد کرده است. در واقع بتای کوچکتر از یک نشان می‌دهد که اختیار معاملات زیر قیمت‌های مدل در بازار مورد معامله قرار گرفته‌اند. با توجه به داده‌های جدول ۶ نتایج حاصل از آزمون  $t$  یک نمونه برای مقایسه میانگین بتاها با عدد یک، نشان داده شده است که با توجه به سطح معناداری بزرگتر از ۰/۰۵، فرض صفر رد نشده و بنابراین، میانگین بتاها اختلاف معناداری از عدد یک ندارد. البته با توجه به عدد میانگین برآورد شده (۱,۰۵۲۷) می‌توان نتیجه گرفت میانگین بتاها بزرگتر از یک بوده پس بنابراین قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز کمتر از اختیارهای خرید در بازار قیمت‌گذاری شده است اما تفاوت معنی‌داری بین آن‌ها به لحاظ آماری نیست.

جدول ۶- نتایج حاصل از آزمون t یک نمونه برای آماره بتا در رگرسیون‌های حاصله با مدل بلک شولز

متغیر	مقایسه میانگین مشاهده شده با مقدار ثابت صفر			
	میانگین برآورد شده	آماره t	درجه آزادی	سطح معناداری
$\beta$	۱.۰۵۲۷۵	۱.۵۳۹	۲۹	۰.۱۳۵
				تفاوت میانگین
				۰.۵۲۷۵

منبع: یافته‌های پژوهشگر

برآورد قیمت در مدل قیمت‌گذاری دوجمله‌ای بالاتر از قیمت‌های معامله شده در بازار است.

برای بررسی قیمت‌گذاری بیش از حد یا قیمت‌گذاری کمتر از حد این مدل بازهم از شیب خطوط رگرسیون‌های انجام شده استفاده شده است. در داده‌های جدول ۷، نتایج حاصل از آزمون t یک نمونه برای مقایسه میانگین بتاها با عدد یک، نشان داده شده است که با توجه به سطح معناداری بزرگتر از ۰/۰۵، فرض صفر رد نشده و بنابراین، میانگین بتاها اختلاف معناداری با عدد یک ندارد. البته با توجه به عدد میانگین برآورد شده (۱,۰۵۶۶) می‌توان نتیجه گرفت میانگین بتاها بزرگتر از یک بوده پس بنابراین قیمت‌های پیشنهادی مدل دوجمله‌ای پایین‌تر از اختیارهای خرید قیمت‌گذاری شده است اما تفاوت معنی‌داری بین آنها به لحاظ آماری نیست.

جدول ۷- نتایج حاصل از آزمون t یک نمونه برای آماره بتا در رگرسیون‌های حاصله با مدل دوجمله‌ای

متغیر	مقایسه میانگین مشاهده شده با مقدار ثابت صفر			
	میانگین برآورد شده	آماره t	درجه آزادی	سطح معناداری
$\beta$	۱.۰۵۶۶۹	۱.۵۳۹	۲۹	۰.۱۲۰
				تفاوت میانگین
				۰.۵۶۶۹۲

منبع: یافته‌های پژوهشگر

### تجزیه و تحلیل نتایج

در مدل‌های رگرسیونی مرسوم برای سنجش کارایی و دقت مدل‌های بلک شولز و دوجمله‌ای از آماره بتا به صورت یک معیار اصلی و مشخص‌کننده میزان کارایی و یا عدم کارایی استفاده می‌شود و همچنین در صورت عدم وجود کارایی مدل، می‌توان با استفاده از همین آماره بتا نشان داد که مدل بلک شولز یا

## تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دوجمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

مدل دوجمله‌ای نسبت به قیمت‌های واقعی معاملاتی دارای بیش ارزش‌گذاری است و یا کم ارزش‌گذاری. در اغلب تحقیقات در این زمینه از داده‌های اختیار معامله‌های منتشره بر روی شاخص S&P500 استفاده می‌شود که علت این امر وجود داده فراوان برای این اختیار معامله است. در این پژوهش سعی شد به علت کمبود نمادهای معاملاتی اختیار معامله با تعداد روز معاملاتی زیاد در بازار بورس تهران و همچنین برای بهبود توان تصمیم‌گیری در رابطه با فرضیات بجای استفاده از داده‌های یک نماد از ۳۰ نماد با بیشترین روزهای معاملاتی در طی سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۹ استفاده شود.

بدین ترتیب با توجه نتایج به دست آمده از فرضیه اول می‌توان مشاهده نمود که استفاده از مدل‌های شناخته شده بلک شولز و دوجمله‌ای برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات سهام عادی در بورس اوراق بهادار برای این ۳۰ نماد تفاوت معنی‌داری نسبت به یکدیگر نداشته به صورتی که این عدم تفاوت در هر دو معیار ضریب‌تعیین و بتا معادله‌های رگرسیون ناچیز و قابل چشم‌پوشی است.

در فرضیه دوم به بررسی این موضوع پرداختیم که آیا برآورد قیمت در مدل قیمت‌گذاری بلک شولز بالاتر از قیمت‌های معامله شده در بازار است یا خیر. نتایج حاصله نشان می‌دهد که میزان قیمت‌های برآوردی مدل بلک شولز نسبت به قیمت‌های معاملاتی واقعی تفاوت معنی‌داری ندارد که این واقعیت توسط سنجش و آزمون میزان تفاوت متغیر بتای معادله‌ها نسبت به بتای ایده‌آل که همان بتا با مقدار یک است بدست آمد. با توجه به استفاده قابل توجه فعالین بازار مشتقه از این مدل برای انجام معاملات خود این نتیجه دور از انتظار نبود.

در فرضیه سوم به این مهم پرداختیم که قیمت‌های تئوری ارائه شده توسط مدل دوجمله‌ای نسبت به قیمت‌های واقعی معامله شده در بازار چگونه هستند که نتایج حاصله نشان می‌دهد قیمت‌های برآوردی مدل با استفاده از مدل دوجمله‌ای نسبت به قیمت‌های معاملاتی واقعی تفاوت معنی‌داری ندارد همانند فرض قبل در سنجش این موضوع هم از سنجش و آزمون میزان تفاوت متغیر بتای معادله‌ها نسبت به بتای ایده‌آل استفاده کردیم.

لازم به ذکر است با توجه به نتایج رگرسیون‌های انجام شده که به‌طور خلاصه در جدول ۳ آمده است می‌توان رفتار قابل ملاحظه‌ای را بین زمان‌هایی که بیش ارزش‌گذاری یا کم ارزش‌گذاری در مدل‌ها روی داده است، مشاهده نمود. بدین گونه که در معادلاتی که با توجه به بتای آن‌ها بیش ارزش‌گذاری یا کم ارزش‌گذاری روی داده است، ضریب‌تعیین مدل دوجمله‌ای، اندکی بیشتر از مدل بلک شولز بوده است که می‌تواند در تحقیقات آینده به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار گیرد. همچنین مشاهده می‌شود، در اختیارهایی که قیمت معاملاتی آن‌ها تفاوت زیادی با قیمت‌های تئوری ارائه شده توسط مدل‌ها دارد،

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره پنجاه و چهار / بهار ۱۴۰۲

مدل دوجمله‌ای عملکرد بهتری می‌تواند از خود نشان دهد و می‌تواند مورد استفاده فعالان بازار قرار بگیرد. این حقیقت که بازار سهام صعود و نزول شدیدی را در طول دوره معاملات این قراردادهای اختیار معامله تجربه کرده است، احتمالاً بر عملکرد مدل‌ها و نتایج تأثیر گذاشته است. آنچه معمولاً در طول دوران صعود بازار رخ می‌دهد این است که بیشتر مشارکت‌کنندگان در بازار مایل به خرید هستند و تعداد کمی مایل به فروش اوراق بهادار هستند. همین امر باعث تغییر عرضه و تقاضا در بازار سهام می‌شود که مسلماً بر اختیارهای منتشر شده بر روی این سهام‌ها نیز تأثیر خواهد گذاشت. همان‌گونه که با توجه به جداول ۱ و ۳ مشخص است تراکم اصلی داده‌های مورد مطالعه در بازه زمانی سه ماه آخر سال ۱۳۹۸ و نه ماه اول سال ۱۳۹۹ بوده، با توجه به تغییرات شاخص کل بازار سهام به عنوان معیاری از صعودی و نزولی بودن بازار دوره زمانی مذکور شامل دو دوره صعودی و نزولی بوده است در نتیجه با توجه به این موضوع و نیز بررسی بتاهای معادله‌های رگرسیونی مترتب بر اختیار معامله‌ها، می‌توان دید که در نیمه اول این دوره، ضریب بتا رگرسیون‌های اعمال شده با هر دو مدل کوچکتر از یک بوده است، این موضوع بیانگر این واقعیت است که مدل‌ها در این دوره زمانی بیش‌ارزش‌گذاری کرده اند. اما با شروع ریزش بازار در میانه این بازه زمانی مشاهده می‌شود که، بتای مدل‌ها بزرگتر از یک بوده است که کم ارزش‌گذاری کردن مدل را نشان می‌دهد لذا برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود عملکرد مدل‌ها به تفکیک در بازارهای صعودی، نزولی و خنثی بررسی شود که می‌تواند نتایج مفیدی را ارائه دهد.

### نتیجه گیری

با توجه به رشد روز افزون ابزارهای نوین مالی و علی‌الخصوص معرفی ابزارهای مشتقه جدید در بازارهای جهانی نیاز به ایجاد، انتشار، حمایت و پژوهش در این زمینه در بازارهای مالی داخل کشور، بیش از پیش احساس می‌شود چرا که هرچه توانایی توضیح‌دهی قیمت این ابزارهای نوین در بین فعالین بازار زیادتر شود می‌تواند باعث جذب سرمایه در این بخش و جلب اعتماد بیشتر سرمایه‌گذاران و علاقه‌مندان به استفاده از آن شود. با توجه به نوپا بودن ابزار اختیار معامله در بازار مالی کشورمان، در این پژوهش سعی شد اصول اولیه مانند کارایی و تفاوت مدل‌های قیمت‌گذاری مشهور و پرکاربرد در بازارهای جهانی یعنی مدل بلک شولز و مدل دوجمله‌ای به شیوه تجربی مورد بررسی قرار گیرد که بر اساس مشاهدات، قدرت توضیح‌دهی این مدل‌ها در سطح قابل‌قبولی قرار دارد و تفاوت قیمت‌گذاری دو مدل بلک شولز و مدل دوجمله‌ای با یکدیگر بسیار ناچیز اندازه گیری شد. البته مقداری ارزش‌گذاری کمتر از حد در این مدل‌ها نسبت به قیمت بازار مشاهده شد که ناچیز و قابل چشم‌پوشی است. بدیهی است مقایسه میزان کارایی و تفاوت این مدل‌ها لزوماً هیچ ارتباطی با توانایی کسب سود با استفاده از این مدل‌ها ندارد و صرفاً



## تحلیل مقایسه‌ای کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و درخت دو جمله‌ای.../نصیری و عسکرزاده

می‌تواند در تصمیم‌گیری‌ها و نوع ارزیابی و تحلیل بازار توسط معامله‌گران و تحلیل‌گران این بازار اثر گذار بوده و دید شفاف‌تری نسبت به استفاده و میزان اتکا به این مدل‌ها ارائه دهد.

### منابع

- ۱) امیری، مهدیه، میرزاپورباباجان، اکبر، و اکبری‌مقدم، بیت‌اله. (۱۳۹۷). بررسی استراتژی سرمایه‌گذاری در قراردادهای اختیار معامله با روش قیمت‌گذاری بلک-شولز (مطالعه موردی: قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران). دانش مالی تحلیل اوراق بهادار (مطالعات مالی)، ۱۱(۴۰)، ۴۷-۶۳.
- ۲) پورحیدری، امید، "الگوی قیمت‌گذاری برگه‌های اختیار معامله"، تحقیقات مالی، بهار ۵۹۷۸، مقاله ۱، دوره ۲، شماره ۲
- ۳) قاسمی، فاطمه، رنجبر فلاح، محمد رضا، ابوالحسنی، اصغر، موسویان، سید عباس، ندی، کامران، "ارائه مدل قیمت‌گذاری قرارداد اختیار خرید در مالی اسلامی"، فصلنامه مطالعات اقتصادی، ۵۹۳۹، مقاله ۱ دوره ۷، شماره ۵۹، ص- ۵۱۵ ۵۲۵
- ۴) کیمیاگری، علی محمد، آفریده ثانی، احسان، "ارائه یک روش تلفیقی جهت قیمت‌گذاری اختیار معامله مبتنی بر دو مدل بلک شولز و درخت دوتایی مطالعه موردی بازار بورس سهام ایران"، فصلنامه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت
- ۵) نبوی چاشمی، سید علی، عبدالهی، فرهاد، "بررسی و مقایسه سود اختیار معاملات آسیایی، اروپایی و آمریکایی سهام در بورس اوراق بهادار تهران" بهار ۱۳۹۷، دوره ۹، شماره ۳۴ از صفحه ۳۵۹ تا صفحه ۳۸۰
- ۶) نبوی چاشمی، علی، "بررسی راهبردهای ترکیبی نامتقارن در دادوستد اختیار فروش سهام جهت مدیریت ریسک و تحلیل فرصت‌های سودآوری در بورس اوراق بهادار تهران"، فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، ۱۳۹۳، سال هفتم، شماره بیست و دوم، ص ۱۱۴.
- ۷) هال، جان، "مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک"، صالح آبادی، علی، سیاح، سجاد، گروه رایانه تدبیر. پرداز، ۵۹۸۲

8) Bachelier, Louis. "Theorie de la Speculation". PhD dissertation, l'Ecole Normale Superieure, 1900. (English translation in Paul Cootner, ed., The Random Character of Stock Market Prices. MIT Press, 1964, pp.17-78.)

- 9) Bernstein, Peter. Capital Ideas: The Improbable Origins of Modern Wall Street. The Free Press, 1992.
- 10) Black, Fischer. "How We Came Up with the Option Formula." Journal of Portfolio Management, Winter 1989, 15(2), pp. 4-8.
- 11) Boness, A.James. "Elements of a Theory of Stock-Option Value." Journal of Political Economy, April 1964, 72(2), pp.163-175.
- 12) Harris, David, "A Method of Pricing European Style Equity Options" Graduate Theses, Dissertations, (2014).
- 13) Jordan J V, and Seale, W E "Transaction Data Tests of Minimum Prices and Put Call Parity for Treasury Bond Future Options", Advances in Futures and Options Research, (1986), Vol. 1, pp 63-87.
- 14) Ingersoll, Jonathan. "Option Pricing Theory", in: Eatwell and Millgate, eds., The New Palgrave - Finance. The Macmillan Press, 1989, pp. 199-212.
- 15) K P Rinalini "Effectiveness of the Black-Scholes Model for Pricing Options in Indian Option Market", The ICFAI Journal of Derivatives Market, (2006), PP 6-19.
- 16) MacBeth, James and Merville, Larry. "An Empirical Examination of the BlackScholes Call Option Pricing Model." Journal of Finance, December 1979, 34(5), pp. 1173-1186.
- 17) Rubinstein M "Non-parametric Test of Alternative Option Pricing Models Using all Reported Trade and quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 Through August 31, 1978", Journal of Finance, Vol. 40, N0. 2, pp 445-480.
- 18) Smith, Clifford. "Option Pricing: A Review." Journal of Financial Economics, January-March 1976, 3(1-2), pp. 3-51.

یادداشت‌ها

- 
- 1 Bachelier
  - 2 Sprenkle
  - 3 Boness
  - 4 Samuelson
  - 5 Black-Scholes
  - 6 Cox-Ross-Rubinstein
  - 7 Rinalini Pathak Kakat
  - 8 James V Jordan; William E Seale
  - 9 Mark Rubinstein
  - 10 James D. Macbeth Larry J. Merville