



مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده از الگوی کاپولا-نوسان تصادفی

سعید شهریاری^۱

تاریخ دریافت مقاله : ۱۴۰۱/۰۲/۰۶ تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۱/۰۷/۲۵ پیمان ایمان زاده^۲

مهدی خوشنود^۳

چکیده

در این مطالعه، یک روش ترکیبی کاپولا نوسانات تصادفی مبتنی بر زنجیره مارکوف مونت کارلو، برای ارزیابی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار توسعه داده شده است. روش پژوهش حاضر توصیفی از نوع همبستگی می باشد. داده های مورد استفاده به منظور تخمین مدل ها شامل مقادیر شاخص کل بورس تهران از ابتدای سال ۱۳۹۹ تا ابتدای سال ۱۴۰۰ به صورت روزانه در تواتر ۳۰ دقیقه ای می باشد. همچنین به منظور تعیین خطا از داده های تاریخ (۱۴۰۰/۰۱/۰۷) الی (۱۴۰۰/۰۹/۳۰) در تواتر ۱۵ دقیقه ای استفاده شده است. در مطالعه حاضر توزیع لگاریتم مربعات بازده به عنوان معیاری از نوسانات تحقق یافته با استفاده از مدل نوسان تصادفی جهت به دست آوردن نوسانات نهفته شبیه سازی شده و سپس با به کارگیری آمیخته ای از توزیع های خانواده کاپولا و زنجیره مارکوف مونت کارلو مدل سازی و تخمین در فاز آموزش صورت پذیرفت و در نهایت در فاز آزمون با استفاده از داده های برون نمونه جهت تخمین مدل نوسانات تصادفی فاز آزمون بررسی گردید. نتایج نشان می دهد که از بین توابع کاپولای گامبل، گلامبوس، جو، کلایتون و فرانک در فاز آزمون، ۳ کاپولای گامبل، گلامبوس، جو عملکرد قابل قبولی داشته و از این بین مدل نوسان تصادفی-گامبل کاپولا مبتنی بر MCMC با کمترین میزان خطا در بین داده های برون نمونه عملکرد بهتری را ثبت کرده است.

کلمات کلیدی

توابع کاپولا، نوسانات تصادفی، بازده تحقق یافته طبقه بندی : JEL, G10, G17

۱- گروه مهندسی مالی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، رشت، ایران. saeed.shahriyari.ac.ir@gmail.com

۲- گروه حسابداری، واحد تالش، دانشگاه آزاد اسلامی، تالش، ایران. (نویسنده مسئول) p.imanzadeh@iautalesh.ac.ir

۳- گروه حسابداری، واحد رودسر و املش، دانشگاه آزاد اسلامی، رودسر، ایران. khoshnood.mehdi42@gmail.com

مقدمه

درک نوسان پذیری، پیش‌بینی دقیق آن و حفاظت از دارایی‌های پرتفوی در مقابل هزینه‌هایی که این متغیر به ارزش کل تحمیل می‌کند از اهمیت دوچندانی برخوردار می‌باشد (سعیدی و همکاران، ۱۳۹۰). برای انتخاب مناسب اوراق بهادار نیاز به یک ابزار پیش‌بینی احساس می‌شود. چنین سیستمی نیاز به ارائه اطلاعات دقیقی از چگونگی رفتار بازار سهام در روز بعد دارد (لیو و مرلی^۱، ۲۰۰۹). به همین دلیل است که مطالعات زیادی در مورد پیش‌بینی نوسان‌های بازار سهام انجام شده است (مرادی و همکاران، ۱۳۹۴). لئونگ^۲ و همکاران (۲۰۰۰) بیان می‌کنند که ابزارهای گوناگون برای پیش‌بینی شاخص‌های مالی همراه با رشد اقتصادی در چند سال گذشته افزایش یافته است، که این باعث گسترش فرصت‌های سرمایه‌گذاری جهانی برای سرمایه‌گذاران فردی و نهادی شده است. لوو مکینلی^۳ (۱۹۸۸) نیز با استفاده از داده‌های بازار سهام باثبات مانند ایالات متحده، اروپای غربی، و ژاپن، ادعا می‌کنند که شواهد قابل توجهی وجود دارد و نشان می‌دهند که بازده سهام تا حدودی قابل پیش‌بینی هستند. بنابراین پیش‌بینی نوسان شاخص‌های سهام برای توسعه استراتژی‌های تجاری مؤثر در بازار بسیار مهم است (مرادی و همکاران، ۱۳۹۴). پیش‌بینی وضعیت آینده بازار سهام با استفاده از مدل‌های متعارف خطی نتایج مناسبی نخواهد داشت (یو و همکاران^۴، ۲۰۰۹).

برای مدل‌سازی نوسانات بازده به‌طور مرسوم از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی خودرگرسیون (ARCH) استفاده می‌شود که این مدل‌ها از پایه‌های تئوریک مالی و اقتصادی برخوردارند. ولی به‌هرحال اجرای این مدل‌ها به‌خصوص در مطالعاتی که در ایران صورت گرفته، در مواردی با کارایی کامل همراه نشده است (عرب مازار یزدی و همکاران، ۱۳۸۸). بنابراین، بهره‌گیری از این پایه‌های نظری به همراه تلفیق آن با مدل‌های نوسانات تصادفی می‌تواند به‌دقت سیستم پیش‌بینی کننده بیفزاید.

توابع کاپولا مبتنی بر ارتباط و وابستگی غیرخطی بین متغیرها بوده و پیونددهنده توزیع توأم و توابع حاشیه‌ای است (حدادی و همکاران، ۱۳۹۹). مطالعات بسیار دیگری از جمله کاستینوت و دیگران (۲۰۰۰)، پاتون (۲۰۰۴)، کانلا و کولازو (۲۰۰۶) و دیگران^۵ که در این زمینه صورت گرفته است، موجب شده که این توابع از اهمیت بالایی در شناسایی ساختار وابستگی در بازارهای مالی برخوردار باشند (یو و همکاران، ۲۰۰۹). بدین ترتیب، در پژوهش حاضر ترکیبی از توابع کاپولا برای بررسی وابستگی سریالی در سری‌های زمانی ناهم‌واریانس در استفاده می‌شود و ویژگی‌های جدیدی از پایداری نوسان به دست خواهد آمد. برای بررسی

مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمان زاده و خوشنود

پایداری نوسانات نامتقارن از مدل پیشنهادی کاپولا-نوسان تصادفی استفاده شده است. به عبارت دیگر، هنگامی که بازارها آشفته هستند، انتظار می رود پایداری نوسانات افزایش یابد و هنگامی که بازارها در حالت آرام قرار دارند، پایداری نوسانات کاهش یابد (ویریکیته و همکاران، ۲۰۲۰). به صورت کلی، اهمیت پژوهش حاضر در دو عامل زیر قابل بیان است:

- استفاده از توابع کاپولا برای مدل سازی نوسان و همبستگی های آن
- استفاده از MCMC برای شبیه سازی رفتار مدل

بدین منظور مدل پیشنهادی پژوهش حاضر برای بازده روزانه شاخص بورس اوراق بهادار به کار خواهد رفت و با نتایج مدل مرسوم GARCH مقایسه خواهد شد. لذا پرسش اصلی پژوهش حاضر این است که آیا روش تخمین زنجیره مارکوف مونت کارلو^۱بر مبنای مدل کمکی کاپولا-نوسان تصادفی در پیش بینی نوسانات نهفته بازار بورس تهران کارایی لازم را دارد؟

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

دو نوع اصلی از نوسان، نوسان ضمنی و نوسان تحقق یافته^۸ (نوسان تاریخی) است. نوسان ضمنی اغلب در بحث قیمت گذاری اختیار مورد استفاده قرار می گیرد. نوسان ضمنی از قیمت بازاری اختیار و بر اساس مدل قیمت گذاری اختیار به دست آمده و به عنوان نظر بازار نسبت به نوسان آینده دارایی در نظر گرفته می شود. در سمت دیگر، نوسان تحقق یافته آنچه را که در گذشته اتفاق افتاده اندازه گیری می کند. این نوع نوسان از حاصل جمع توان دوم بازده های لگاریتمی با توجه به یک فرکانس خاص محاسبه می شود. با توجه به این تعریف، اگر فرکانس بالاتری استفاده شود (ام سیالیر و مدیور^۹، ۲۰۰۸)، می توان به اطلاعات بیشتری دست یافت (فلاح پور و همکاران، ۱۳۹۶).

بناکار و همکاران (۱۴۰۰) در پژوهشی به بررسی سرایت مالی یا سرریزی تلاطم از سوی بازارها و متغیرهای جهانی نظیر طلا، نفت و نرخ ارز بر شاخص قیمت سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش های توسعه یافته خانواده کاپولا پرداختند. نتایج نشان می دهد که اثرات سرریز این متغیرها بر شاخص صنایع منتخب معنی دار اما متفاوت می باشد. مدل های مختلف روش کاپولا نشان داد که مدل های کلاپتون و گامبل بیشترین تناسب را در انتقال اثرات سرریز در دامنه های بالا و پایین دارند.

حدادی و همکاران (۱۳۹۹) در پژوهش خود نتایج به دست آمده حاکی از آن بود که در افق‌های پیش‌بینی کوتاه‌مدت مدل کاپولای نرمال با توزیع حاشیه‌ای GARCH-t و در افق پیش‌بینی بلندمدت مدل کاپولای تی با توزیع حاشیه‌ای GARCH-t از عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های رقیب برخوردار بودند. مدل ترکیبی معرفی شده در این پژوهش دارای پتانسیل بالایی در جهت پیش‌بینی روند حرکت قیمت طلای جهانی می‌باشد. بلادت^{۱۰} و همکاران (۲۰۲۱)، در پژوهش خود تحت عنوان "مدل‌های سری زمانی کاپولا با استفاده از d-vines و v-transforms" رویکردی برای مدل‌سازی سری بازده مالی ناپایدار با استفاده از فرآیندهای ثابت کاپولا d-vine پیشنهاد نمودند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد این مدل‌ها می‌توانند با مدل‌های شناخته شده در گسترده GARCH رقابت کنند و گاهی اوقات برتری داشته باشند.

سی‌هادا^{۱۱} و همکاران (۲۰۲۰)، در پژوهش خود اظهار نمودند که پیش‌بینی VaR بازده با در نظر گرفتن وابستگی مبتنی بر کاپولا در بین بازده‌های مختلف، دارای دقت پیش‌بینی بالاتری نسبت به بازده تحت فرض وابستگی کامل به‌عنوان معیار دارد.

سوان^{۱۲} (۲۰۲۰)، در پژوهش خود ادعا نمود که درحالی که از مدل‌های چرخش رژیم برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب استفاده شده است مدل‌های تغییر رژیم برای پویایی نوسانات تصادفی محدود بوده و بنابراین اندازه‌گیری ریسک را محدود می‌کند. وی در پژوهش خود یک مدل چرخش رژیم ارائه کرده است که می‌تواند به‌صورت واقع بینانه تر ریسک را اندازه‌گیری نماید. وی اندازه‌گیری ریسک نامطلوب را همراه با مدل چرخش رژیم، برای اندازه‌گیری ریسک در شرایط ریسک جهش قیمت سهام ارائه نمود و ثابت نمود که مدل چرخش رژیم پیشنهادی وی به مدل قیمت‌گذاری دارایی مبتنی بر زمان پیوسته همگرا می‌شود، از این رو روش اندازه‌گیری ریسک وی استوار است.

چن و همکاران (۲۰۲۰)، در پژوهش خود نوسانات متغیر شرطی را برای مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسان قیمت آتی نفت بر اساس مدل HAR-RV و الحاقات مختلف آن در نظر گرفتند. نتایج تجربی آن‌ها چندین مشاهدات قابل توجه را نشان می‌دهد. اول، نتایج در نمونه نشان می‌دهد که باقیمانده مدل‌های HAR-RV از نوع ARCH اثر قابل توجهی را نشان می‌دهند. دوم، نتایج خارج از نمونه نشان می‌دهد که در مقایسه با مدل‌های خطی HAR-RV، مدل‌های نوع HAR-RV، از جمله مدل‌های ساختار FIGARCH، به‌طور کلی می‌توانند هنگام پیش‌بینی نوسانات افق کوتاه‌مدت، دقت پیش‌بینی بالاتری ایجاد کنند. سوم، هنگام

مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمان زاده و خوشنود

پیش‌بینی نوسانات میان‌مدت و بلندمدت، مدل پیشنهادی، یعنی HAR-S-RV-J-FIGARCH، می‌تواند توانایی پیش‌بینی بالاتری از خود نشان دهد.

تاکاشی^{۱۳} (۲۰۰۹)، در پژوهش خود تحت عنوان یک روش تطبیقی زنجیره مارکوف مونت کارلو برای مدل GARCH روشی را برای ساخت تراکم پیشنهادی الگوریتم Metropolis-Hastings در شبیه‌سازی‌های زنجیره‌ای مارکوف مونت کارلو (MCMC) مدل GARCH پیشنهاد نموده است. نتایج نشان می‌دهد که روش معرفی شده بسیار کارآمد است و شبیه‌سازی MCMC مدل GARCH به خوبی کار می‌کند.

پیشینه پژوهش‌ها نشان می‌دهد که عمدتاً استفاده از مدل‌های نوسان شرطی GARCH، SV، نرمال و مدل‌های خود رگرسیون ناهمگن رایج بوده است که فرض اولیه آن‌ها ساختار وابستگی خطی این مدل‌ها و نرمال بودن توزیع حاشیه‌ای است. باین حال، فرض وابستگی زمانی خطی در مدل‌های فوق با رفتار مشاهده شده نوسان‌ها مطابقت ندارد، زیرا در عمل بسیاری از سری‌های زمانی مالی نه تنها در میانگین بلکه اغلب در واریانس نیز عدم تقارن و چولگی را نشان می‌دهند. قابل تأمل است که مدل‌های ارائه شده در تحقیقات پیشین، توانایی پیش‌بینی نوسانات نهفته بورس اوراق بهادار را به دلیل مسئله مطرح شده ندارند، لذا جهت پرداختن به این خلأ مطالعاتی پژوهش حاضر شکل گرفته است و برای حل این موضوع از تکنیک زنجیره مارکوف مونت کارلو به عنوان یکی از تکنیک‌های احتمالی برآورد استفاده می‌نماییم خصوصاً اینکه قادر به شبیه‌سازی مدل با سهولت نسبی نیز هستیم. لذا این پژوهش از جهت مدل مورد استفاده در بررسی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار تهران با سایر مطالعات تفاوت دارد.

روش‌شناسی تحقیق

به منظور بررسی مدل‌های مدنظر و آزمون فرضیه‌های تحقیق، از جامعه شاخص‌های محاسبه شده در بورس تهران، به عنوان نمونه شاخص TEPIX به صورت قضاوتی و بر این اساس که نشان‌دهنده میانگین تغییرات بازار می‌باشد، انتخاب شده است. از آنجاکه در داده‌های بازده، نوسان مشاهده نمی‌شود، بهترین پراکسی که برای نوسانات استفاده می‌شود مربع بازده‌ها می‌باشد (چن و فان^{۱۴}، ۲۰۰۶). لذا داده‌های مورد استفاده به منظور تخمین مدل‌ها شامل مقادیر شاخص کل بورس تهران (TEPIX) طی ۱ سال اخیر (از ابتدای سال ۱۳۹۹ تا ابتدای سال ۱۴۰۰) به صورت روزانه در تواتر ۳۰ دقیقه‌ای از ساعت ۹ الی ۱۲:۳۰ می‌باشد. همچنین به منظور تعیین خطا و بررسی کارایی مدل‌ها داده‌های از تاریخ (۱۴۰۰/۰۱/۰۷) الی (۱۴۰۰/۰۹/۳۰) به مدت پنج ماه

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / دوره ۱۴ / شماره ۵۶ / پاییز ۱۴۰۲

در تواتر ۱۵ دقیقه‌ای از ساعت ۹ الی ۱۲:۳۰ استفاده شده است. (ام سیالیر و مدیور^{۱۵}، ۲۰۰۸). داده‌های اولیه در نرم‌افزار اکسل جمع‌آوری پردازش گردید و در ادامه جهت پیاده‌سازی مدل پژوهش کد نویسی در پایتون صورت پذیرفت. جدول ۱، تقسیم‌بندی داده‌های حین روز را نشان می‌دهد:

جدول ۱- تقسیم بندی داده‌ها

نوع داده	زمان شروع	زمان پایان	تعداد	فاصله زمانی
داده های آموزش (درون نمونه)	۱۳۹۹/۰۱/۰۵	۱۳۹۹/۱۲/۲۷	۱۹۳۶	۳۰ دقیقه ای
داده های آزمایش (برون نمونه)	۱۴۰۰/۰۱/۰۷	۱۴۰۰/۰۴/۲۸	۱۲۶۴	۱۵ دقیقه ای

(منبع: یافته‌های پژوهش)

معرفی توابع کاپولا

به‌طور کلی کاپولا یک تکنیک ریاضی انعطاف‌پذیر است که مجموعه‌ای از توابع احتمال حاشیه‌ای تک متغیره را به یکدیگر متصل و یک تابع احتمال تجمعی چند متغیره را تولید می‌کند. در واقع کاپولا مبتنی بر ارتباط و وابستگی غیرخطی بین متغیرها بوده و پیونددهنده توزیع توأم و توابع حاشیه‌ای است. کاپولاها اصولاً قادر به تشکیل هر شکلی از توابع احتمال تجمعی حاشیه‌ای می‌باشند. کاپولا قادر به تشریح تغییرات درجه همبستگی متغیرها در بخش‌های مختلف توزیع احتمال توأم می‌باشد، که این خصوصیت در سایر روش‌های شبیه‌سازی متغیرهای تصادفی مشاهده نمی‌شود (حدادی و همکاران، ۱۳۹۹). پیشنهاد می‌شود جهت معرفی و دریافت جزئیات در مورد توابع کاپولا، خواننده به کتاب‌های نلسن^{۱۶} (۲۰۰۶) و جو^{۱۷} (۲۰۱۵) برای کاربردهای کاپولا در زمینه سری‌های زمانی مالی، مراجعه نماید.

مدل کاپولا-نوسان تصادفی

I_t به‌عنوان بازده لگاریتمی برای روز t به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r_t = 100 \times \left(\log \frac{p_t}{p_{t-1}} \right), \quad t = 1, \dots, T \quad \text{رابطه ۱}$$

که در رابطه فوق p_t و p_{t-1} به ترتیب قیمت‌های شروع و پایان در دوره مالی مدنظر هستند. سپس مدل کلی برای لگاریتم بازده به شکل زیر می‌باشد که در آن پویایی نوسانات لگاریتمی^{۱۸} استاندارد x_t می‌تواند از طریق ویژگی‌های کاپولا مدل شود:

$$r_t = h_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim F_\lambda$$

مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمان زاده و خوشنود

$$\log h^2_t = \mu + \tau x_t, \quad x_t \sim N(0,1)$$

$$f(x_t|x_{t-1}) = c_\psi(\Phi(x_t), \Phi(x_{t-1})) \cdot \phi(x_t) \quad \text{رابطه ۲}$$

در رابطه فوق x_t تنها پارامتر مشاهده شده می باشد. μ و τ (که به آن ضریب همبستگی رتبه‌ای کندال^{۱۹} یا τ یا تای کندال می گویند) پارامترهای حاشیه نرمال برای نوسانات لگاریتمی هستند، در حالی که ψ پارامترهای مربوط به کاپولا هستند. لذا مجموعه کامل پارامترهای مدل $\Omega = (\mu, \tau, \psi)$ هستند. همان طور که چن و فان^{۲۰} (۲۰۰۶) نشان داده‌اند، اگر هر دو حاشیه نرمال داشته باشند و کاپولا از نوع گاوسی متغیر باشد، مدل سری زمانی کاپولا به فرآیند معروف AR(1)، یعنی مدل استاندارد SV کاهش می یابد. مدل موجود در رابطه (۲) یک مدل حالتی غیر خطی است.

شبیه سازی زنجیره مارکوف مونت کارلو

MCMC یک رهیافت بسیار مهم در آمار بییزی است زیرا امکان استنباط از توزیع‌های پسینی که نیاز به حل انتگرال‌های پیچیده دارند را فراهم می سازد. ایده اساسی این روش تولید یک زنجیر مارکف از طریق تکرار شبیه سازی مونت کارلو است. معروف ترین روش‌های MCMC نمونه گیر متروپلیس هستینگز و نمونه گیر گیبز هستند. در زنجیر مارکوف اگر θ^t به ازای $t=1, \dots, T$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی باشد، آنگاه این دنباله یک فرآیند مارکف است هرگاه (کانگدن، ۲۰۱۰):

$$P(\theta^{t+1}|\theta^t, \dots, \theta^0) = P(\theta^{t+1}|\theta^t) \quad \text{رابطه ۳}$$

به دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی تولید شده از فرآیند مارکف زنجیر مارکف گویند. در انتگرال گیری مونت کارلو فرض کنید هدف محاسبه انتگرال $\int_a^b h(\theta) d\theta$ است. برای حل این انتگرال اگر بتوان $h(\theta)$ را به یک تابع $f(\theta)$ و یک تابع چگالی $\pi(\theta)$ تعریف شده بر (a, b) تجزیه کرد، آنگاه می توان نوشت:

$$\int_a^b h(\theta) d\theta = \int_a^b f(\theta) \pi(\theta) d\theta = E_{\pi(\theta)}(f(\theta)) \quad \text{رابطه ۴}$$

به این معنی که حاصل انتگرال معادل است با محاسبه امید ریاضی از $f(\theta)$ تحت توزیع $\pi(\theta)$ ؛ بنابراین اگر نمونه θ^1 تا θ^T از این توزیع تولید شود آنگاه:

$$\int_a^b h(\theta) d\theta \approx \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f(\theta^t) \quad \text{رابطه ۵}$$

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / دوره ۱۴ / شماره ۵۶ / پائیز ۱۴۰۲

به این ترتیب انتگرال قابل محاسبه خواهد بود و هر چه T بزرگتر شود حاصل انتگرال به مقدار امید ریاضی نزدیکتر می شود (کانگدن، ۲۰۰۶).

پرسش پژوهش

پرسش اصلی پژوهش حاضر این است که آیا روش تخمین زنجیره مارکوف مونت کارلو بر مبنای مدل کمکی کاپولا-نوسان تصادفی در پیش بینی نوسانات نهفته بازار بورس تهران کارایی لازم را دارد؟

یافته‌های پژوهش

آمار توصیفی

جدول ۲ آمار توصیفی متغیرهای پژوهش شامل میانگین، میانه، بیشینه، کمینه، انحراف معیار، چولگی، کشیدگی را نشان می دهد، چنانچه از جدول ۱ مشخص است بازده در این دوره، کشیدگی بالاتر از ۳ را ایجاد نموده است که نشان می دهد این سری دنباله نسبتاً سنگین تری از توزیع عادی را نمایش می دهد.

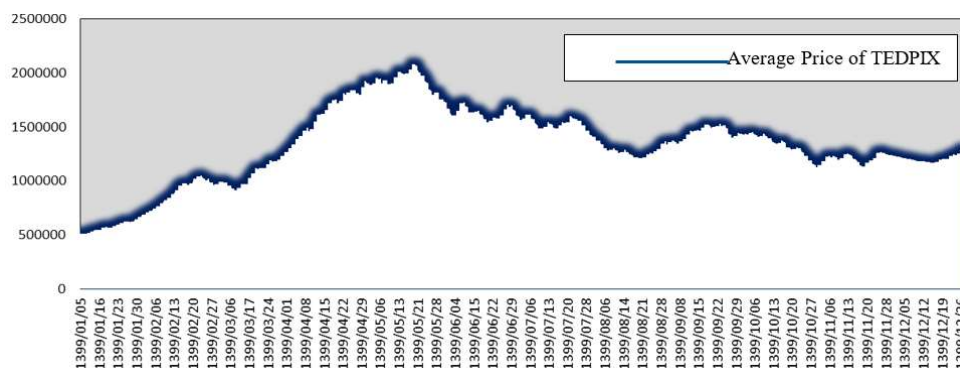
جدول ۲- آمار توصیفی متغیرهای پژوهش (داده‌های آموزش)

مقادیر شاخص بورس	بازده لگاریتمی	نوسانات لگاریتمی	
۱۳۲۵۵۸۷	۰.۰۲۰۷۰۹	۰.۰۹۸۳۲۹	میانگین
۱۳۰۵۸۹۹	.	.	میانه
۲۰۷۸۵۴۷	۲.۵۲۶۳۷	۶.۳۸۲۵۴۴	بیشینه
۵۰۸۵۳۳	-۱.۵۵۰۲۳۳	.	کمینه
۳۴۹۱۲۸.۲	۰.۳۱۲۹۷	۰.۳۸۸۷۶۹	انحراف استاندارد
-۰.۲۷۷۱۲۷	۱.۸۳۲۸۱۴	۶.۴۶۲۶۹۸	چولگی
۲۸۹۵۶۸۳	۱۶.۲۵۸۷	۶۲.۰۰۳۷۱	کشیدگی
۱۹۳۶	۱۹۳۶	۱۹۳۶	مجموع مشاهدات

(منبع: یافته‌های پژوهش)

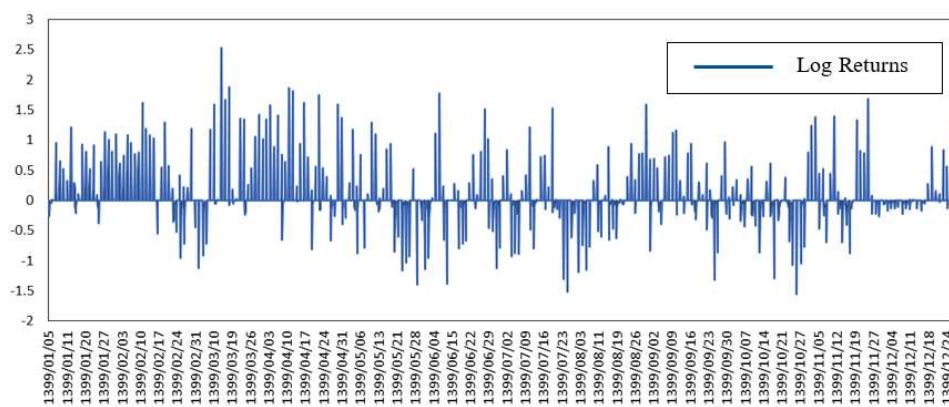
در ادامه جهت به تصویر کشیدن نمایشی بصری از داده‌ها، تغییرات شاخص، بازده و توان دوم بازده در ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ در شکل‌های ۳ الی ۵ ترسیم شده‌اند. شکل ۱ تغییرات شاخص کل اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ را نشان می دهد:

مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمانزاده و خوشنود

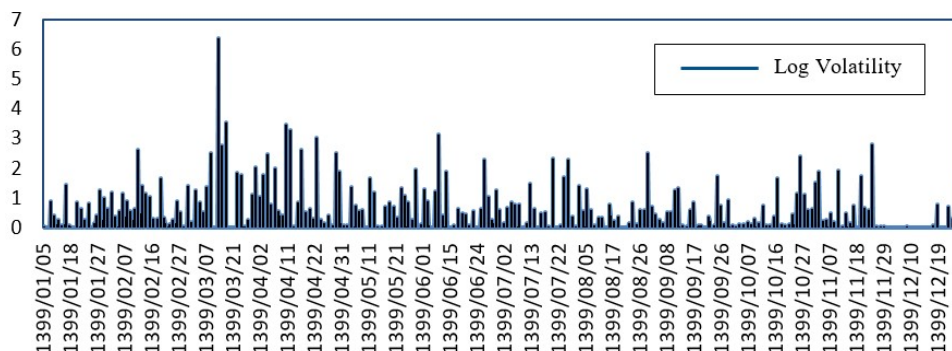


شکل ۱- تغییرات شاخص کل اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ (n=۱۹۳۶) (منبع: یافته‌های پژوهش)

در این مشاهده قابل توجه است که قیمت در دوره ۱۹ مرداد ۱۳۹۹ الی پایان اسفندماه به شدت کاهش یافته است. در طول این روند نزولی، بحران تقریباً ده ماه را تجربه می‌کند. در ادامه شکل های ۲ و ۳، نمودارهای بازده، نوسانات لگاریتمی در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ را نشان می‌دهد:



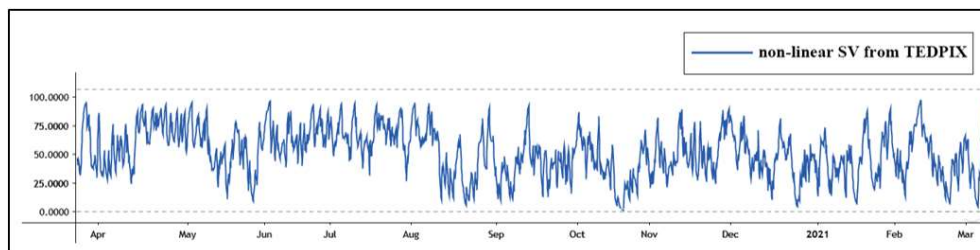
شکل ۲- نمودار بازده (لگاریتمی %) در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ (n=۱۹۳۶) (منبع: یافته‌های پژوهش)



شکل ۳- نمودار نوسانات لگاریتمی در بازه زمانی ۳۰ دقیقه‌ای ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ (n=۱۹۳۶)
(منبع: یافته‌های پژوهش)

پیاده‌سازی مدل

شکل ۴ مجموعه داده شبیه‌سازی شده با استفاده از مدل نوسانات تصادفی غیرخطی را نشان می‌دهد، در حالی که شکل‌های ۵ الی ۷ نتایج تخمین را ارائه می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، MCMC مبتنی بر SV-Copula قادر به تخمین تقریبی پارامترها است و قادر است حالت‌های نوسانات نهفته را پیش‌بینی نماید.



شکل ۴- شبیه‌سازی و ترسیم نوسانات با استفاده از مدل نوسانات تصادفی غیرخطی در بازه زمانی ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ (n=۱۹۳۶) (منبع: یافته‌های پژوهش)

در ادامه مدل رابطه (۲) را با $F_{\lambda} \equiv N(0,1)$ برازش می‌کنیم و پنج تابع کاپولا رایج، از جمله کلایتون، فرانک، گامبل، جو و گلامبوس، برای مدل‌سازی توزیع‌های احتمال دو متغیره X_t و X_{t-1} را در نظر می‌گیریم.

مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمان زاده و خوشنود

پارامتر بهینه با توجه به حداقل مقدار RMSE و حداکثر مقدار NSE تعیین می‌شود. جدول ۳ اطلاعات کمی در مورد پارامترهای برآورد شده را ارائه داده است.

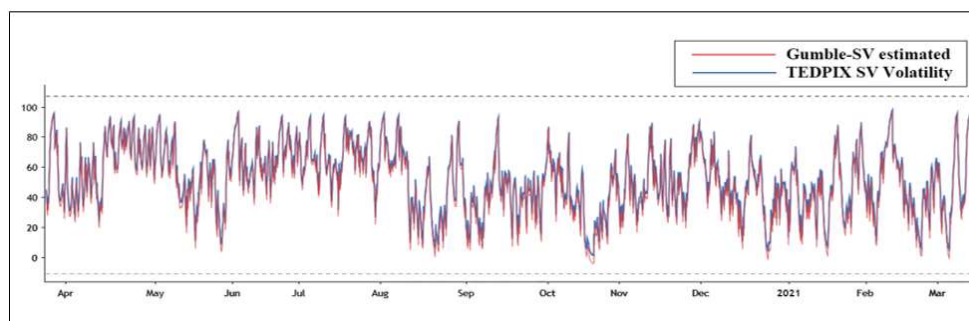
جدول ۳ - پارامترهای مدل‌های مختلف کاپولا و نتایج آماری

مدل‌های مختلف کاپولا					آزمون	
گلامبوس	جو	گامبل	فرانک	کلایتون		
۶,۹۹	۱۰,۰۸	۷,۷۶	۳۵,۰۰	۳۵,۰۰	Par-MCMC	فاز آموزش ۱
۰,۰۴	۰,۰۴	۰,۰۴	۰,۰۴۱	۰,۰۴۲	RMSE-MCMC	
۰,۰۷۶	۰,۰۸	۰,۰۶	۰,۰۴	۰,۱۰۴	RMSE-Local	
۰,۹۶	۰,۹۶	۰,۹۵	۰,۹۵	۰,۹۵۸	NSE	
۱۳۵,۸۲	۱۳۶,۱۵	۱۳۵,۸۲	۱۳۵,۶۸	۱۳۵,۶۱	M-Likelihood	
-۲۶۹,۶۴	-۲۷۰,۳۱	-۲۶۹,۶۴	-۲۶۹,۳۵	-۲۶۹,۲۲	AIC	
-۲۶۷,۷۷	-۲۶۸,۴۴	-۲۶۷,۷۷	-۲۶۷,۴۸	-۲۶۷,۳۵	BIC	
۹,۷۰	۱۵,۱۱	۱۰,۵۳	۳۳,۹۹	۱۹,۸۹	Par-MCMC	فاز آموزش ۲
۰,۱۲	۰,۰۱	۰,۰۱	۰,۰۱	۰,۰۱	RMSE-MCMC	
۰,۱۶	۰,۱۷	۰,۱۴	۰,۱۳	۰,۱۷	RMSE-Local	
۰,۵۸	۰,۵۸	۰,۵۸	۰,۵۸	۰,۵۸	NSE	
۷۶,۳۲	۷۶,۳۲	۷۶,۳۲	۷۶,۳۱	۷۶,۳۰	M-Likelihood	
-۱۵۰,۶۴	-۱۵۰,۶۳	-۱۵۰,۶۴	-۱۵۰,۶۲	-۱۵۰,۶۰	AIC	
-۱۴۸,۸۴	-۱۴۸,۸۳	-۱۴۸,۸۳	-۱۴۸,۸۱	-۱۴۸,۷۹	BIC	
۴,۴۶	۱۲,۲۹	۵,۱۷	۱۶,۱۸	۷,۵۹	Par-MCMC	فاز آموزش ۳
۰,۰۴	۰,۰۵	۰,۰۴	۰,۰۴	۰,۰۴	RMSE-MCMC	
۰,۰۶	۰,۰۵	۰,۰۶	۰,۰۴	۰,۰۹	RMSE-Local	
۰,۹۳	۰,۹۲	۰,۹۳	۰,۹۳	۰,۹۳	NSE	
۹۰,۹۱	۹۰,۱۵	۹۰,۹۱	۹۱,۰۳	۹۱,۵۲	M-Likelihood	
-۱۷۹,۸۱	-۱۷۸,۳۱	-۱۷۹,۸۱	-۱۸۰,۰۵	-۱۸۱,۰۳	AIC	
-۱۷۸,۲۶	-۱۷۶,۷۵	-۱۷۸,۲۵	-۱۷۸,۵۰	-۱۷۹,۴۸	BIC	

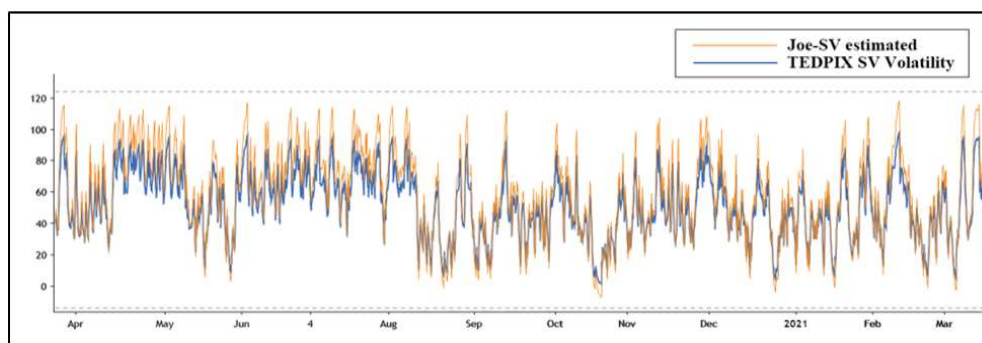
(منبع: یافته‌های پژوهش)

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / دوره ۱۴ / شماره ۵۶ / پائیز ۱۴۰۲

با توجه به جدول ۳، در فاصله اطمینان ۹۵ درصد، مقادیر AIC و BIC کاپولاهای گلامبوس، گامبل و جو مناسب بودن آن‌ها را در مدل‌سازی توزیع‌های احتمال مشترک نشان می‌دهد. به‌طور کلی، گلامبوس، گامبل و جو به دلیل ویژگی‌های آماری بهینه، به‌عنوان توابع کاپولای مناسب در بین ۵ نوع مختلف کاپولا در نظر گرفته می‌شوند. سایر کاپولاها از نظر تخمین پارامتر و نتایج بهینه مناسب نیستند. کاپولای کلایتون و فرانک هنگام مدل‌سازی دو متغیر وابسته X_t و وقفه آن یعنی X_{t-1} ناپایدار هستند، زیرا ویژگی‌های آماری آن‌ها در برآزش به‌طور قابل‌توجهی در فازهای مختلف آموزش متفاوت است. شکل‌های ۵ الی ۷ نتایج تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-گامبل کاپولا را نشان می‌دهد.

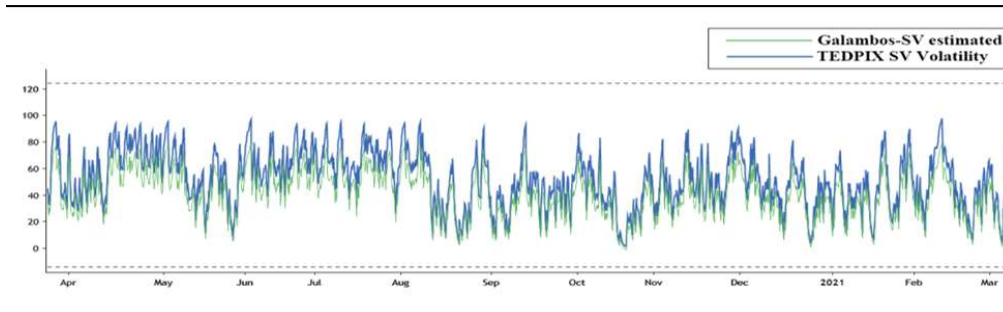


شکل ۵- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-گامبل کاپولا در بازه زمانی ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ (منبع: یافته‌های پژوهش)



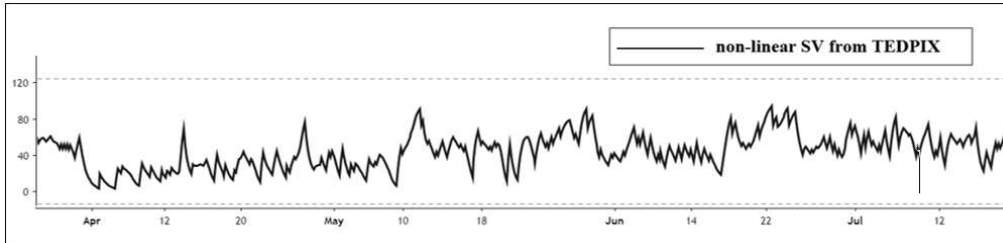
شکل ۶- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-جو کاپولا در بازه زمانی ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ (منبع: یافته‌های پژوهش)

مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمان زاده و خوشنود



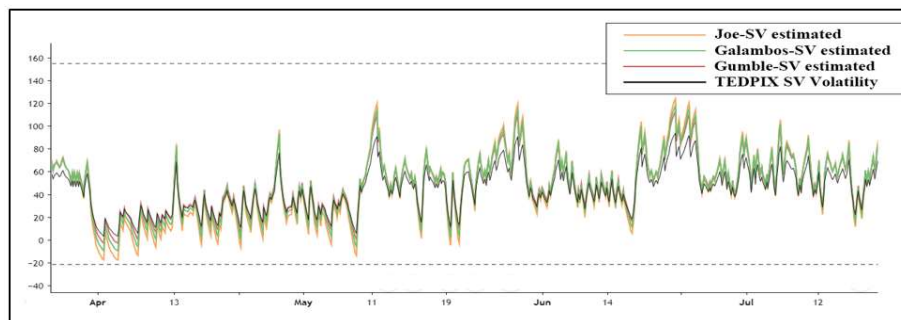
شکل ۷- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-گالامبوس کاپولا در بازه زمانی ۱۳۹۹/۰۱/۰۵ الی ۱۳۹۹/۱۲/۲۷ (منبع: یافته‌های پژوهش)

در ادامه به منظور بررسی جزئیات بیشتر جهت یافتن مناسب‌ترین مشخصات مدل، برازش خارج از نمونه ارزیابی شده است. شکل ۸ شبیه‌سازی و ترسیم نوسانات داده‌های برون نمونه با استفاده از مدل نوسانات تصادفی غیرخطی در فاصله اطمینان ۹۵٪ برای فواصل زمانی ۱۵ دقیقه‌ای در بازه زمانی ۱۴۰۰/۰۱/۰۷ الی ۱۴۰۰/۰۴/۲۸ را نشان می‌دهد:



شکل ۸- شبیه‌سازی و ترسیم نوسانات داده‌های برون نمونه با استفاده از مدل نوسانات تصادفی غیرخطی در فاصله اطمینان ۹۵٪، دوره زمانی ۱۵ دقیقه‌ای به رنگ سیاه در بازه زمانی ۱۴۰۰/۰۱/۰۷ الی ۱۴۰۰/۰۴/۲۸ (n=۱۲۶۴) (منبع: یافته‌های پژوهش)

شکل ۹ تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-کاپولا در دوره زمانی ۱۵ دقیقه‌ای ۱۴۰۰/۰۱/۰۷ الی ۱۴۰۰/۰۴/۲۸ با تعداد مشاهدات ۱۲۶۴ را نشان می‌دهد.



شکل ۹- تخمین نوسانات نهفته بر مبنای مدل نوسان تصادفی-کاپولا در بازه زمانی ۱۵ دقیقه‌ای
 ۱۴۰۰/۰۱/۰۷ الی ۱۴۰۰/۰۴/۲۸ ($n=1264$) (منبع: یافته‌های پژوهش)

جهت بررسی عملکرد مدل‌های پیشنهادی از معیار R^2 دو معیار خطای $RMSE$ ^{۲۱} و MSE ^{۲۲} استفاده شده است. چنانچه جدول ۵ نشان می‌دهد کاپولای گامبل با کمترین میزان خطا و بهترین مقدار R^2 بهترین مدل مناسب را ارائه می‌کند و مدل مبتنی بر کاپولا-گامبل امکان وابستگی سریال نامتقارن را در فرآیند نوسانات نهفته فراهم می‌کند. فقط با نگاه کردن به نمودار، واضح است که کاپولایی که بیشترین شباهت را به ویژگی‌های واقعی مشاهده‌شده بازده‌های مربع دارند، کاپولای گامبل می‌باشد.

جدول ۵- بررسی عملکرد مدل بر مبنای داده‌های خارج از نمونه

R^2	MSE_{RV15}	$RMSE_{RV15}$	نوع کاپولا
۰,۹۸۰۱	۰,۰۰۸۹	۰,۰۹۴۳	Gumble
۰,۹۱۷۰	۰,۰۱۹۷	۰,۱۴۰۳	Galambos
۰,۸۶۱۱	۰,۰۶۴۱	۰,۲۵۳۲	Joe

(منبع: یافته‌های پژوهش)

نتیجه‌گیری

در این مطالعه، یک روش ترکیبی کاپولا نوسانات تصادفی مبتنی بر زنجیره مارکوف مونت کارلو، برای ارزیابی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار در شرایط عدم قطعیت (بحران نزول شاخص بورس) توسعه داده شده است. در پژوهش حاضر توزیع لگاریتم مربعات بازده به‌عنوان معیاری از نوسانات تحقق‌یافته در ابتدا با استفاده از مدل نوسان تصادفی جهت به دست آوردن نوسانات نهفته شبیه‌سازی شده و سپس با به‌کارگیری

مدل‌سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمان‌زاده و خوشنود

آمیخته‌ای از توزیع‌های خانواده کاپولا و با استفاده از زنجیره مارکف مونت‌کارلو مدل‌سازی و تخمین در فاز آموزش صورت پذیرفت و در نهایت در فاز آزمون با استفاده از داده‌های برون نمونه جهت تخمین مدل نوسانات تصادفی فاز آزمون بررسی گردید. نتایج نشان می‌دهد که از بین توابع کاپولای گامبل، گلامبوس، جو، کلایتون و فرانک در فاز آزمون، ۳ کاپولای گامبل، گلامبوس، جو عملکرد قابل قبولی داشته و از این بین مدل نوسان تصادفی-گامبل کاپولا مبتنی بر MCMC با کمترین میزان خطا در بین داده‌های برون نمونه عملکرد بهتری را ثبت کرده است. این یافته‌ها با نتایج موجود در ادبیات نوسانات متغیر زمانی موجود در اقتصاد انرژی مرتبط است، به‌ویژه زمانی که غیرخطی بودن فرآیند نوسان در نظر گرفته شود. مدل‌های نوسان با جهش با مدل‌سازی چنین جهش‌هایی به‌عنوان متغیر پواسون گسسته، انحراف از فرآیند نوسانات خطی را امکان‌پذیر می‌کنند (دوفی^{۲۳} و همکاران، ۲۰۰۰). چنین مدل‌هایی توسط لارسون و نوسمن^{۲۴} (۲۰۱۱)، بروکس و پروکوپچوک (۲۰۱۳)، چان و گرانت (۲۰۱۶)، در میان دیگران، در نظر گرفته شدند، که دریافتند که مؤلفه جهش هنگام مدل‌سازی قیمت نفت خام همیشه از نظر آماری معنادار است. همچنین، مدل‌هایی که چنین جهش‌هایی را در فرآیند نوسانات ایجاد می‌کنند در مقایسه با سایر مدل‌ها در داخل و خارج از نمونه عملکرد بهتری دارند. به‌طور مشابه، مشخصات چرخش رژیم اجازه می‌دهد تا تغییرات در تداوم نوسانات در شرایط مختلف بازار از طریق یک فرآیند چرخش مارکوف مجزا ایجاد شود. برای مثال، فونگ و سی^{۲۵} (۲۰۰۲)، وو^{۲۶} (۲۰۰۹) چنین مدل‌هایی را در نظر گرفتند، که شواهد روشنی از تغییر رژیم در نوسانات قیمت نفت (چه در چارچوب SV یا GARCH) یافتند که منجر به بهتر شدن وضعیت داخلی و خارجی می‌شود. یافته‌های پژوهش حاضر می‌تواند برای شرکت‌های مالی و سرمایه‌گذاری جهت سبد گردانی و مدیریت پرتفوی در شرایط مختلف نوسانات بازار جهت اتخاذ تصمیمات لازم در جهت رسیدن به اهداف سرمایه‌گذار و افزایش ارزش سبد مفید باشد.

منابع

- ۱) ابراهیمی، محمد، طالب نیا، قدرت الله، وکیلی فرد، حمیدرضا، نیکو مرام، هاشم (۱۳۹۶)، به کارگیری شبیه سازی مونت کارلو-زنجیره مارکوف در تبیین استراتژی مدیریت سرمایه در گردش، فصلنامه حسابداری مالی، سال نهم، شماره ۳۳، صص ۱-۲۲
- ۲) بناکار، مهسا، قالیباف اصل، حسن، مینویی، مهرزاد (۱۴۰۰)، تبیین و آزمون مدل تلاطم و سرریز در بورس اوراق بهادار تهران (مبتنی بر مدل های خانواده کاپولا)، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۴۷، صص ۵۳۴-۵۶۳
- ۳) حدادی، محمدرضا، نادمی، یونس، فرهادی، حامد (۱۳۹۹)، پیش بینی روند حرکت قیمت جهانی طلا با رویکرد مدل سازی توزیع های حاشیه ای: کاربردی از مدل های گارچ کاپولای گوسی و تی، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۴۲.
- ۴) سعیدی، حسین، محمدی، شاپور (۱۳۹۰)، پیش بینی نوسانات بازده بازار با استفاده از مدل های ترکیبی گارچ-شبکه عصبی، فصلنامه بورس اوراق بهادار، شماره ۱۶، صص ۱۵۳-۱۷۴
- ۵) عرب مازار یزدی محمد، قاسمی مهسا (۱۳۸۸)، قیمت گذاری عرضه های عمومی اولیه: ترکیب شبکه های عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک، بررسی های حسابداری و حسابرسی، دوره ۱۶، شماره ۵۸، صص ۸۷-۱۰۲
- ۶) فلاح پور، سعید، مطهری نیا، وحید (۱۳۹۶)، مدل سازی و پیش بینی نوسان تحقق یافته با در نظر گرفتن پرش در بورس اوراق بهادار تهران، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۳۲
- ۷) مرادی، مهدی، صدوقی یزدی، هادی، عبدالهیان، جواد (۱۳۹۴)، رویکرد مهندسی جدید برای پیش بینی نوسان شاخص های بورس اوراق بهادار تهران، مجله پیشرفت های حسابداری دانشگاه شیراز، دوره هفتم، شماره دوم
- 8) Bladt, Martin., McNeil, Alexander.j (2021), Time series copula models using d-vines and v-transforms, *Econometrics and Statistics*, In Press, Corrected Proof
- 9) Brooks, C., Prokopczuk, M., 2013. The dynamics of commodity prices. *Quantitat. Fin.* 13 (4), 527–542.
- 10) Chan, J.C., Grant, A.L., 2016. Modeling energy price dynamics: GARCH versus stochastic volatility. *Energy Econ.* 54 (2), 182–189
- 11) Chen, X., Fan, Y., 2006. Estimation of copula-based semiparametric time series models. *J. Econ.* 130 (2), 307–335.
- 12) Corsi, F. (2009). A simple approximate long-memory model of realized volatility. *Journal of Financial Econometrics*, 7, 174–196.

مدل سازی نوسانات نهفته شاخص بورس اوراق بهادار با استفاده.../شهریاری، ایمانزاده و خوشنود

- 13) Duan, Y., Chen, W., Zeng, Q., & Liu, Z. (2018). Leverage effect, economic policy uncertainty and realized volatility with regime switching. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 493, 148–154.
- 14) Duffie, D., Pan, J., Singleton, K., 2000. Transform analysis and asset pricing for affine jumpdiffusions. *Econometrica* 68 (6), 1343–1376.
- 15) Fong, W.M., See, K.H., 2002. A Markov switching model of the conditional volatility of crude oil futures prices. *Energy Econ.* 24 (1), 71–95.
- 16) Larsson, K., Nossman, M., 2011. Jumps and stochastic volatility in oil prices: time series evidence. *Energy Econ.* 33 (3), 504–514.
- 17) Leung, Mark T., Daouk, H., & Chen, An-Sing (2000). Forecasting stock indices: A comparison of classification and level estimation models. *International Journal of Forecasting*, 16, 173-190.
- 18) Liu, Wei, & Morley, Bruce (2009). Volatility forecasting in the Hang Seng Index using the GARCH approach. *Asia-Pacific Finan Markets*, 4, 51-63.
- 19) Lo, A. W., & MacKinlay, A. C. (1988). Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test, *Review of Financial Studies*, 1, 41-66.
- 20) Müller, U., Dacorogna, M., Dave, R., Pictet, O., Olsen, R. and Weizsacker, J. (1993). Volatilities of different time resolutions - analyzing the dynamics of market components. *Journal of Empirical Finance*. Vol.4, 213-239
- 21) Swan. Mitra (2020), Downside risk measurement in regime switching stochastic volatility, *Journal of Computational and Applied Mathematics* (2020), doi: <https://doi.org/10.1016/j.cam.2020.112845>
- 22) Syuhada , Khreshna ., Hakim, Arief (2020), Modeling risk dependence and portfolio VaR forecast through vine copula for cryptocurrencies, *PLOS ONE*, Public Library of Science, vol. 15(12), pages 1-34, December.
- 23) Takaishi T. (2009) An Adaptive Markov Chain Monte Carlo Method for GARCH Model. In: Zhou J. (eds) *Complex Sciences. Complex 2009. Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering*, vol 5. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-02469-6_22
- 24) Virbickaite, A., Ausín, M.C., & Galeano, P. (2020). Copula stochastic volatility in oil returns: Approximate Bayesian computation with volatility prediction. *Energy Economics*, 92, 104961.
- 25) Vo, M.T., 2009. Regime-switching stochastic volatility: evidence from the crude oil market. *Energy Econ.* 31 (5), 779–788.

26) Yu, Lean, Wang, Shouyang, & Lai, K. K. (2009). Intelligent computational methods for financial engineering. Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences, Article ID 394731, doi:10.1155/2009/394731, 2 pages.

یادداشت‌ها :

1 Liu & Morley

2 Leung

3 Lo & MacKinlay

4 Yu et al

5 Costinot et al., 2000; Patton, 2004; Canela and Collazo, 2006; Kole et al., 2005; Jondeau and Rockinger, 2006; Hu, 2006; Rodriguez, 2007; de Melo Mendes and Kolev, 2008; Sun et al., 2009; Ignatievay and Platen, 2010; Aloui et al., 2011; Cholleet et al., 2011; Garcia and Tsafack, 2011

6 Virbickaite

7 Markov chain Monte Carlo (MCMC)

8 Realized volatility

9 McAleer and Medeiros

10 Bladt

11 Syuhada

12 Swan

13 Takaishi

14 Chen & Fan

15 McAleer and Medeiros

16 Nelson

17 Joe

۱۸ یک روش محاسبه نوسانات تاریخی که فرض می کند قیمت سهام به طور عادی و مداوم توزیع شده است.

19 Kendall's tau

20 Chen & Fan

21 Root Mean Squared Error

22 Mean Squared Error

۲۳ Duffie

۲۴ Larsson and Nossman

۲۵ Fong and See

۲۶ Vo