



محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون: استفاده از مدل قیمت‌گذاری

دارایی‌های سرمایه‌ای شرطی با بتای متغیر نسبت به زمان

مهدی ثابتی^۱

تاریخ دریافت مقاله : ۱۴۰۰/۰۴/۰۸ تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۰/۰۵/۱۳ غلامرضا زمردیان^۲

میرفیض فلاح^۳

مهرداد مینویی^۴

چکیده

موضوع این پژوهش پیش‌بینی احتمال نکول ۶۰ شرکت از دو صنعت خودرو و صنعت مواد غذایی با استفاده از مدل ساختاری مرتون و بر اساس تخمین بتای بازدهی سهام شرکت‌ها با بازدهی شاخص بازار سهام با روش گارچ چند متغیره می‌باشد. اطلاعات مربوط به شاخص بازار سهام و ارزش بازار سهام شرکت‌های مذکور به صورت روزانه از ۱۰ مرداد ۱۳۹۷ تا ۹ شهریور ۱۳۹۸ جهت مدل‌سازی استفاده شده است. در این پژوهش مدل‌سازی احتمال نکول بر اساس تخمین ارزش دارایی، نوسان دارایی و نرخ رانش صورت می‌گیرد. تخمین ارزش دارایی و نوسان دارایی بر اساس رویکرد تکرار شونده مدل ارزش دارایی بلک شولتز انجام می‌گیرد. برای تخمین نرخ رانش یا بازدهی مورد انتظار ارزش دارایی از مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای CAPM استفاده می‌کنیم. بر اساس نتیجه آزمون‌های انجام شده پیش‌بینی احتمال نکول با بتای حاصل از گارچ چند متغیره به نرخ واقعی نکول در یک سال آتی نزدیک‌تر می‌باشد. لذا با توجه به قدرت پیش‌بینی بهتر احتمال نکول با بتای محاسبه شده از روش گارچ چند متغیره، استفاده از این مدل در پیش‌بینی احتمال نکول شرکت‌های حقوقی که سهام آنها در بورس معامله می‌شود دقت بالاتری ارائه می‌دهد.

کلمات کلیدی

ریسک اعتباری، مدل‌های ساختاری، احتمال نکول، گارچ چند متغیره

۱- گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. mehdi.sabeti@yahoo.com

۲- گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران و عضو گروه پژوهشی مخاطرات مالی مدرن. (نویسنده مسئول) gh.zomorodian@yahoo.com

۳- گروه مدیریت مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران و عضو گروه پژوهشی مخاطرات مالی مدرن. fallahshams@gmail.com

۴- گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. meh.minouei@iauctb.ac.ir

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

مقدمه

بعد از بحران مالی سال ۲۰۰۸، اغلب بانک‌ها و موسسات مالی در جهان به اندازه‌گیری و مدیریت ریسک اهمیت زیادی داده‌اند. یکی از مولفه‌های اصلی در مدیریت ریسک محاسبه احتمال نکول (PD) می‌باشد. امروزه PD در فرآیند تخصیص سرمایه، قیمت‌گذاری ریسک اعتباری، انتخاب مشتری و پایش کیفیت اعتباری مورد استفاده قرار می‌گیرد. (بن و استین، ۲۰۰۹: ۳۴) محاسبه احتمال نکول یکی از اولین قدم‌ها در ارزیابی ریسک اعتباری می‌باشد. محاسبات مربوط به ریسک پورتفوی اعتباری بر پایه محاسبات صورت گرفته برای احتمال نکول شرکت‌ها انجام می‌گیرد. مدل‌های مختلفی برای محاسبه احتمال نکول وجود دارد که شامل مدل‌های مالی (مدل‌های ساختاری، مدل‌های جریان وجوه و مدل‌های ضمنی بازار)، مدل‌های آماری تجربی (مدل‌های رگرسیونی، مدل‌های مبتنی بر هوش مصنوعی و مدل‌های یادگیری ماشینی) و مدل‌های خبرگی می‌باشد. مدل مورد استفاده در این تحقیق مدل مرتون می‌باشد. مدل مرتون یکی از مدل‌های ساختاری می‌باشد که ارزش دارایی در آن بر اساس مدل بلک-شولتز ایجاد می‌شود. یکی از ویژگی‌های مهم مدل‌های ساختاری این است که بر پایه مفاهیم مالی ایجاد شده‌اند. این مدل‌ها برای شرکت‌های سهامی قابل معامله در بورس می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. این رویکرد، آینده نگر بوده و دارای زیر ساخت تئوریک قدرتمندی از لحاظ مالی می‌باشد. در مقایسه با رتبه‌بندی‌های سنتی که توسط ارزیابی‌های بنیادی بدست می‌آید و به صورت ذهنی می‌باشند، مدل‌های ساختاری به صورت عینی، دقیق، پیوسته و پویا می‌باشند. (باندیوپادی، ۲۰۱۶: ۱۰۰).

در محاسبه احتمال نکول با مدل مرتون نیازمند محاسبه بتا مربوط به سهام شرکت‌ها می‌باشیم. در این تحقیق با توجه به ایراداتی که برای محاسبه بتا به روش حداقل مربعات معمولی وجود دارد از مدل گارچ چند متغیره برای محاسبه بتا استفاده می‌کنیم.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

قبل از سال ۱۹۷۷ عمده مدل‌های پیش‌بینی ورشکستگی بر پایه مدل‌های متمایزگر^۱ خطی بوده است. این مدل‌ها با مدل خطی تک متغیره بی‌ور (۱۹۶۶) آغاز و سپس با مدل Zeta آلتمن (۱۹۷۷) تکمیل شد. بعد از میانه دهه ۱۹۷۰ مطالعاتی توسط مناش (۱۹۸۴)، میچوکسی (۱۹۸۴) جهت بهبود مدل‌های پیش‌بینی کننده با بهینه کردن متغیرهای پیش‌بینی کننده انجام شد. اولین مدل از مدل‌های ساختاری مربوط به مقاله مرتون (۱۹۷۴) می‌باشد. بر اساس مدل مرتون اگر در سررسید بدهی شرکت از دارایی آن بالاتر باشد، نکول انجام خواهد شد. در این مدل یک بنگاه با کل ارزش دارایی $A \geq 0$ تصور

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

می شود که با سهام $E \geq 0$ تأمین مالی شده است و بقیه تأمین مالی از طریق اوراق قرضه به قیمت اسمی F می باشد، که سررسید آن T می باشد. در زمان t معادله (۱) را خواهیم داشت:

$$(۱) \quad A_t = E_t + D_t$$

در زمان 0 تا T بنگاه با فرصت‌ها و تهدیدهایی دست و پنجه نرم می کند، که می تواند ارزش دارایی شرکت را تحت تأثیر قرار دهد. این وضعیت های عدم اطمینان با فرآیند تصادفی براونی^۲ دارایی A به صورت رابطه (۲) خواهد بود.

$$(۲) \quad dA_t = \mu A_t dt + \sigma_A dz$$

که σ_A نوسان دارایی و dz فرآیند واینبری است و $dz = \sqrt{t} \varepsilon$ می باشد. در پایان دوره ارزش دارایی A مطابق رابطه زیر خواهد بود.

$$(۳) \quad \log A_t = \text{Log} A_0 + \left(\mu - \frac{\sigma_A^2}{2} \right) T + \sigma_A \sqrt{T} \varepsilon$$

درمدل فوق نکول زمانی صورت می گیرد، که ارزش دارایی کمتر از ارزش اسمی بدهی باشد. PD یا احتمال این که بنگاه در سررسید T قادر به پرداخت بدهی به ارزش اسمی F نباشد، مطابق معادله (۴) است:

$$(۴) \quad p[A_T < F] = \Phi_N(-d_2) = \Phi_N\left(-\frac{\ln\left(\frac{A_0}{F}\right) + \frac{\sigma_A^2 T}{2}}{\sigma_A \sqrt{T}}\right)$$

با توجه به معادلات فوق با افزایش اهرم و نوسانات دارایی، ریسک نکول افزایش می یابد. (ونجستل و بیزنس، ۲۰۰۹: ۱۶۸).

در مدل ارائه شده توسط بلک و کوکس (۱۹۷۶) شرکت زمانی نکول خواهد کرد که دارایی آن به کمتر از یک مقدار آستانه برسد. بر خلاف مدل مرتون، در این مدل ها نکول در هر لحظه از زمان ممکن است اتفاق بیفتد. در مدل بلک و کوکس (۱۹۷۶) نکول زمانی اتفاق می افتد که برای اولین مرتبه ارزش دارایی شرکت به یک مقدار آستانه برسد. مقدار آستانه V در برخی از مدل ها مانند بلک و کوکس (۱۹۷۶) و لائق استف و شوارتز (۱۹۹۵) به صورت برونزا تعیین می شود. در برخی دیگر از مدل ها به صورت درونزا و در نتیجه تلاش سهامداران برای انتخاب مقدار آستانه به نحوی که ارزش شرکت را بیشینه نماید، تعریف می شود. (هنشر و جونز: ۲۰۰۸: ۱۵۶)

در مدل های ساختاری اولیه نرخ های بهره را به صورت معین (مانند گسک (۱۹۷۹)، لاند (۱۹۹۴)) یا نرخ بهره را به صورت تصادفی (مانند نیلسن و دیگران (۱۹۹۳)، لانگ استف و شوارتز (۱۹۹۵) و اچ سو و همکاران (۲۰۰۴) در نظر می گیرند. در مدل های ساختاری اولیه به محض نکول، دارایی های شرکت

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

تبدیل به نقد می‌شود، اما در مدل‌های اخیر نکول به صورت سریع منجر به نقد شدن دارایی‌های شرکت نمی‌شود؛ بلکه نکول، شروع فرآیند نقد شدن و تسویه شرکت می‌باشد. دافی و وانگ (۲۰۰۴) در پژوهش خود به این نتیجه می‌رسند که مدل‌های ساختاری KMV-Merton دارای توان پیش‌بینی نسبتاً خوبی در خصوص احتمال نکول می‌باشند. (هنشر و جونز: ۲۰۰۸: ۱۵۶). خلاصه مشخصات مدل‌های ساختاری اعتباری در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱- خلاصه مدل‌های ساختاری

مشخصات	مدل
$E(V, \tau) = Ve^{-D\tau}N(d_1) - Be^{-r\tau}N(d_2)$	مرتون (۱۹۷۴)
آستانه نکول برونزا- نرخ بهره ثابت	بلک و کوکس (۱۹۷۶)
آستانه نکول برونزا - نرخ بهره تصادفی	لانگ استف و شوارتز (۱۹۹۵)
آستانه نکول برونزا	للاتد و تاف (۱۹۹۶)
مدل مخاطره با تئوری مرتون	هل جیست و همکاران (۲۰۰۴)
فاصله تا نکول	مدل KMV
مرتون KMV بدون حل معدلات همزمان	باراث و شوموای (۲۰۰۵)

(هنشر و جونز، ۲۰۰۸: ۱۷۰)

آفیک و گالیل (۲۰۱۵) در مطالعه‌ای حساسیت پیش‌بینی نکول مدل مرتون را نسبت به تصریح پارامترها مورد آزمون قرار دادند. در پایان به این نتیجه می‌رسند که مدل ساده مرتون با توجه به حجم محاسبات آماری کمتر نتایج قابل قبول ارائه می‌کند. خوانساری و فلاح شمس (۱۳۸۹) با بکارگیری مدل ساختاری KMV جهت پیش‌بینی ریسک نکول مشتریان بانک‌های ایران طی سال‌های ۱۳۸۶ تا ۱۳۸۷ نشان می‌دهند که مدل مذکور دارای قابلیت پیش‌بینی احتمال نکول می‌باشد. در یک مطالعه دیگر میلن (۲۰۱۴) با مدل‌های ساختاری، پیش‌بینی ورشکستگی بانک‌ها را مورد آزمون قرار داد. وی به این نتیجه رسید که فاصله تا نکول به اطلاعات جدید به سرعت واکنش نشان می‌دهد و می‌تواند به عنوان یک شاخص هشدار سریع در خصوص ورشکستگی‌های قریب الوقوع باشد. (باندیوپادپای، ۲۰۱۶: ۱۰۱)

شمس قارنه و جنتی (۱۳۹۱) با استفاده از مدل پویای مرتون احتمال نکول شرکت‌های صنعت ساخت فلزات اساسی را مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌های بهبود یافته مرتون همزمان با در نظر گرفتن توزیع مناسب برای ارزش بازار دارایی موجب بهبود دقت برآوردها در خصوص نرخ نکول شرکت‌ها می‌شود. قالیباف و افشار (۱۳۹۲) در پژوهش خود در خصوص شرکت‌های بورسی از سال ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۴ مدل‌های ساختاری KMV و مدل آلتمن را از لحاظ پیش‌بینی

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

ورشکستگی شرکت‌ها مورد آزمون قرار داده و به این نتیجه می‌رسند که مدل ساختاری KMV دارای قدرت پیش بینی بالاتری می‌باشد. فلاح پور و طادی (۱۳۹۵) با بکارگیری مدل‌های مرتون و مدل توسعه یافته آن در خصوص شرکت‌های بورسی در سال‌های ۱۳۹۰ و ۱۳۹۱ به این نتیجه می‌رسند که بر اساس آزمون مقایسه زوجی ویلکاکسون تفاوت معناداری بین دو مدل مذکور وجود دارد. آکونرو و همکاران (۲۰۱۷) در مطالعه خود از مدل ساختاری چند عاملی که توسط دولمان و ماچلین (۲۰۰۶) توسعه پیدا کرده‌است، استفاده نمودند. یافته‌های پژوهش نشان می‌دهد که بخش املاک نسبت به سایر بخش‌ها دارای ریسک نکول بالاتری می‌باشد. میائو و وانگ (۲۰۱۷) با استفاده از مدل فاصله تا نکول متغیر مرتون و بکارگیری نوسان ضمنی و هزینه سرمایه ضمنی برای پیش‌بینی نکول این نتیجه می‌رسند که مدلی که شامل دو پروکسی عنوان شده می‌باشد نسبت به مدل‌های دیگر دارای دقت پیش‌بینی بالاتری می‌باشد. لی و فاف (۲۰۱۹) در پژوهش خود از مدل تلفیقی مبتنی بر اطلاعات بازار و اطلاعات حسابداری برای پیش‌بینی احتمال نکول استفاده نمودند. بر اساس پژوهش مذکور به این نتیجه رسیدند که برای بررسی احتمال نکول شرکت‌های بزرگ و نقدشونده و همچنین در زمان وقوع بحران بهتر است از رویکرد مبتنی بر اطلاعات بازار استفاده نمود. در مطالعه دیگری آبینزانو، موگا و سانچز (۲۰۲۰) قدرت پیش‌بینی مدل‌های ریسک اعتباری که در مطالعات دانشگاهی و همچنین در محیط‌های کاربردی مورد استفاده قرار می‌گیرد مورد مقایسه قرار داده‌اند. بر اساس مطالعه فوق مدل‌های مبتنی بر بازار دارای عملکرد بهتری می‌باشند، هر چند درستی آن‌ها به طول دوره پیش‌بینی و نوع رخداد نکول بستگی دارد.

مدل‌سازی نوسان در سری‌های مالی از زمان معرفی مدل ناهمسانی شرطی خودرگرسیون (ARCH) در مقاله انگل (۱۹۸۲) مطرح شد و سپس مدل‌های تکمیلی مانند GARCH ارائه شد. مدل‌های MGARCH تغییر پذیری همزمان دو یا چند متغیر را مدل‌سازی می‌کنند. در این حالت ممکن است تغییرپذیری متغیرها بر یکدیگر اثر بگذارند. (سوری، ۱۳۹۴: ۸۲۹)

در GARCH چند متغیره مدل‌سازی معادله CAPM بر پایه بازدهی دارایی i (R_i) و بازدهی بازار (R_M) صورت می‌گیرد. هر دو سری از داده‌ها ناهمسانی واریانس متغیر با زمان^۳ دارند که فرآیند مشترک را به شکل زیر تصریح می‌کنیم:

$$(۵) \quad \begin{aligned} R_{i,t} &= \alpha_i + u_{i,t} \\ R_{M,t} &= \alpha_M + u_{M,t} \\ E \left[\begin{pmatrix} R_{M,t} \\ R_{i,t} \end{pmatrix} \middle| \Omega_{t-1} \right] &= \text{Var} \left[\begin{pmatrix} u_{M,t} \\ u_{i,t} \end{pmatrix} \middle| \Omega_{t-1} \right] = \begin{pmatrix} \sigma_{11,t}^2 & \sigma_{12,t}^2 \\ u_{21,t} & \sigma_{22,t}^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

در این حالت β شرطی طبق مدل زیر خواهد بود.

$$(۶) \quad \beta_{i,t} = \frac{\sigma_{12,t}^2}{\sigma_{11,t}^2}$$

توزیع مشترک در مدل بالا بر اساس تصریح مدل ARCH یا GARCH برای گشتاورهای دوم مدل‌سازی می‌شود. با توجه به این که پارامترهای توزیع را داریم می‌توانیم به صورت مستقیم $\beta_{i,t}$ را استنباط نماییم. با تصریح مدل‌های GARCH برای $\sigma_{11,t}^2$ ، $\sigma_{22,t}^2$ و $\sigma_{12,t}$ چارچوبی را خواهیم داشت که حرکت‌های کوتاه مدت حول مقادیر تعادلی بلندمدت را نشان می‌دهد که یک شوک بزرگ به بازدهی در دوره جاری واریانس و کوواریانس شرطی بازدهی را در دوره آتی تغییر می‌دهد. (رابرتسون، ۲۰۱۸) فلاح پور و همکاران (۱۳۹۷) پژوهشی را در خصوص ۳۰ شرکت بورسی و برای سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۲ جهت یافتن مدل مناسب برای تبیین بازده مورد انتظار سهام انجام داده‌اند. نتایج آزمون فرضیه‌ها نشان می‌دهد که مدل‌های CAPM شرطی چه بر مبنای مدل BEKK قطری و چه بر مبنای مدل BEKK مرتبه کامل نسبت به مدل CAPM استاندارد عملکرد بهتری دارند.

روش شناسی پژوهش

پژوهش حاضر شامل ۶۰ شرکت از دو صنعت خودرو و مواد غذایی می‌باشد. قلمرو زمانی و داده‌های تحقیق جهت محاسبه ارزش دارایی، نوسان دارایی و بتا شامل ۲۶۲ داده مربوط به قیمت سهام شرکت‌های فوق و شاخص بورس می‌باشد که به صورت روزانه از ۱۰ مرداد ۱۳۹۷ تا ۹ شهریور ۱۳۹۸ از نرم افزار ره‌آورد نوین استخراج شده است. نرخ سود بدون ریسک از قیمت‌های اسناد خزانه اسلامی در بازه زمانی ۱۳۹۷/۵/۱۰ تا ۱۳۹۸/۶/۹ محاسبه شده است که اطلاعات مربوط به آن از سامانه ره‌آورد نوین اخذ شده است. برای ارزیابی احتمال نکول پیش‌بینی شده با نکول محقق شده از داده‌های مربوط به شرکت‌های صنعت خودرو و قطعات و صنعت مواد غذایی در دوره ۱۳۹۸/۰۶/۱۱ تا ۱۴۰۰/۰۷/۱۰ که در سامانه کدال وجود دارد، استفاده شده است. در این پژوهش متغیر نکول از اطلاعات ترازنامه شرکت‌ها و بر اساس تعریف قانون تجارت در خصوص شرکت‌های ورشکسته محاسبه شده است. مطابق ماده ۱۴۱ قانون تجارت اگر بر اثر زیان‌های وارده حداقل نصف سرمایه شرکت از بین برود، هیئت مدیره مکلف است بلافاصله مجمع عمومی فوق‌العاده صاحبان سهام را تشکیل دهد تا موضوع انحلال یا بقاء شرکت مورد شور و رأی واقع شود. مزیت این روش نسبت به تعاریف نکول در خصوص داده‌های سیستم بانکی در این است که داده‌های بورسی شفافیت بیشتر و تعداد شرکت‌های بیشتری دارند و همچنین این داده‌ها برای مدت زمان طولانی در دسترس می‌باشند. جهت مدل‌سازی احتمال نکول با روش مرتون بایستی ارزش دارایی، نوسان

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

دارایی و نرخ رانش یا نرخ بازدهی مورد انتظار تخمین زده شوند. از رویکرد تکرار شونده زیر برای محاسبه ارزش دارایی و نوسان دارایی استفاده می‌کنیم. فرمول ارزش دارایی بر اساس مدل بلک-شولتز به شکل ذیل است:

$$(۷) \quad A_t = [E_t + L e^{-r(T-t)} \Phi(d_2)] / \Phi(d_1)$$

اگر در طول زمان به عقب برگردیم و T را یک سال در نظر بگیریم سیستمی از معادلات به شکل زیر خواهیم داشت:

$$(۸) \quad A_t = [E_t + L e^{-r_t} \Phi(d_2)] / \Phi(d_1)$$

$$A_{t-1} = [E_{t-1} + L_{t-1} e^{-r_{t-1}} \Phi(d_2)] / \Phi(d_1)$$

$$A_{t-260} = [E_{t-260} + L_{t-260} e^{-r_{t-260}} \Phi(d_2)] / \Phi(d_1)$$

سیستم معادلات (۸) شامل ۲۶۲ معادله است که در آن ۲۶۲ متغیر نامشخص (ارزش دارایی) می‌باشد. همچنین در سیستم معادلات بالا نوسان دارایی (σ) نیز متغیر نامشخص می‌باشد، اما با مشخص شدن ارزش دارایی می‌توان متغیر مذکور را محاسبه نمود. سیستم معادلات بالا با تکرار زیر بدست می‌آید: برای شروع مقادیر اولیه برای ارزش دارایی در دوره‌های فوق را بر اساس ارزش بازار سهام و ارزش دفتری تعهدات تعیین می‌کنیم. مقدار نوسان دارایی یا (σ) را بر اساس ارزش دارایی های اولیه حساب می‌کنیم. فرآیند فوق را تا k تکرار می‌کنیم. در تکرار k ام (σ) و A_{t-a} را که از محاسبات قبلی ایجاد شده است در معادله های d_1 و d_2 فرمول بلک-شولتز قرار می‌دهیم؛ این کار را تا زمانی ادامه می‌دهیم که فرآیند مذکور همگرا شود. (لوفلر، پوش، ۲۰۱۱: ۳۰)

از مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه ای CAPM برای تخمین بتای بازدهی سهام شرکت‌ها با شاخص بازار سهام استفاده می‌شود. در تخمین پارامترهای مدل CAPM از روش رگرسیون ساده و همچنین از مدل مناسب GARCH چند متغیره (MGARCH) استفاده می‌کنیم. از شاخص بازار سهام، به عنوان متغیر جایگزین بازدهی بازار استفاده می‌شود. در انتها احتمال نکول بر اساس مدل مرتون برای شرکت‌ها محاسبه می‌شود. جدول (۲۹) خلاصه فرآیند مدل‌سازی پژوهش را نشان می‌دهد.

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

جدول ۲- خلاصه مدل‌سازی انجام شده در این پژوهش

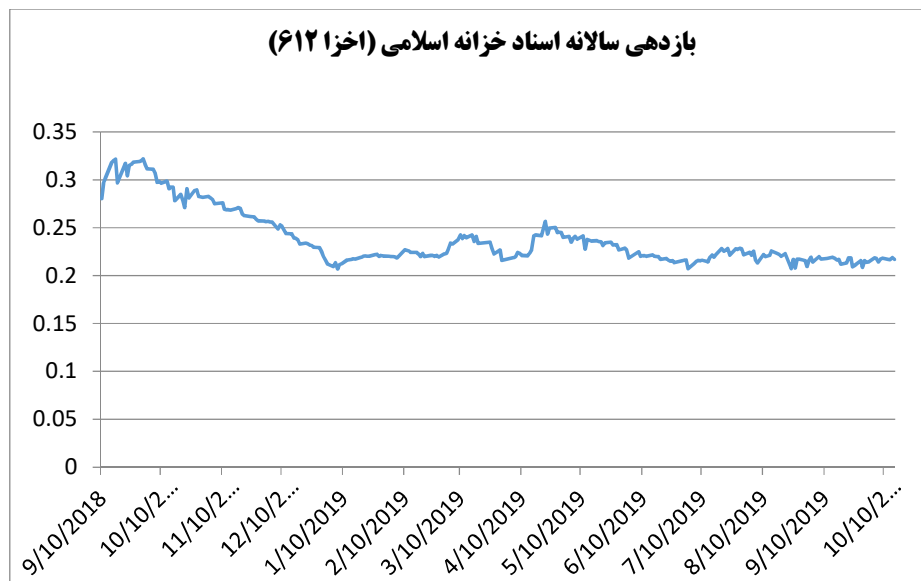
مراحل مدل‌سازی پژوهش	محاسبه و تخمین	رویکرد و روش محاسبات
مرحله ۱	محاسبه نرخ سود بدون ریسک	بر اساس داده‌های روزانه قیمت اسناد خزانه در دوره ۱۳۹۸/۰۶/۱۱ تا ۱۴۰۰/۰۷/۱۰
مرحله ۲	محاسبه ارزش دارایی و نوسان دارایی	بر اساس فرمول اختیار خرید بلک شولتز و استفاده از رویکرد تکرار شونده برای محاسبه ارزش دارایی و نوسان دارایی
مرحله ۳	تخمین بتای بازدهی دارایی شرکت با شاخص بورس	استفاده از مدل های گارچ چند متغیره و رگرسیون معمولی بر اساس آزمون های تشخیصی انجام شده
مرحله ۴	تخمین نرخ رانش شرکت	بر اساس حاشیه سود سهام شرکت، بتای محاسبه شده و ارزش دارایی شرکت
مرحله ۵	محاسبه احتمال نکول	بر اساس مدل مرتون و بر اساس مقادیر بدست آمده برای پیش‌بینی نوسان دارایی، پیش‌بینی ارزش دارایی و نرخ رانش، مقدار فاصله تا نکول و سپس احتمال نکول را بدست می آوریم.
مرحله ۶	ارزیابی احتمال نکول محاسبه شده بر اساس بتای رگرسیون معمولی و بتای گارچ چند متغیره	استفاده از تابع حداکثر درست‌نمایی

مدل‌سازی مربوط به این پژوهش با استفاده از نرم افزار ایویوس و کد نویسی ویژوال بیسیک در اکسل انجام شده است.

یافته‌های پژوهش

نرخ سود بدون ریسک

از نرخ بازدهی اسناد خزانه برای محاسبه نرخ سود بدون ریسک در این پژوهش استفاده می‌کنیم. برای این منظور، بازدهی سالانه اسناد خزانه اسلامی با نماد اخزا ۶۱۲ را در بازه زمانی ۱۳۹۷/۵/۱۰ تا ۱۳۹۸/۶/۹ محاسبه می‌کنیم که در نمودار (۱) نشان داده شده است.



نمودار ۱- بازدهی سالانه اسناد خزانه اسلامی (اخزا ۶۱۲)

متوسط نرخ بازدهی سالانه اسناد خزانه اسلامی ۲۳ درصد می‌باشد که به عنوان نرخ سود بدون ریسک مورد استفاده قرار می‌گیرد.

محاسبه ارزش دارایی با مدل بلک - شولتز

با استفاده از مدل بلک شولتز و رویکرد تکرار شونده، ارزش دارایی شرکت‌ها را محاسبه می‌کنیم. در جدول زیر محاسبات ارزش دارایی برای شرکت بهمن نشان داده شده است. این روش را برای ۵۹ شرکت دیگر نیز انجام می‌دهیم.

جدول ۳- محاسبه ارزش دارایی با مدل بلک شولتز برای شرکت بهمن

تاریخ	ارزش بازار دارایی (میلیون ریال)	ارزش تعهدات (میلیون ریال)	نرخ بهره بدون ریسک	ارزش دارایی (میلیون ریال)	تکرار k+1	تکرار k (درصد)
	E	L	rate	تکرار k		
1397/05/10	7,650,000	2,267,210	23.0%	9,451,372	9,451,372	
1397/05/13	7,400,000	2,267,210	23.0%	9,201,372	9,201,372	-2.68%
1397/05/14	7,520,000	2,267,210	23.0%	9,321,372	9,321,372	1.30%
1397/05/22	7,200,000	2,267,210	23.0%	9,001,371	9,001,371	3.49%
1397/05/20	7,780,000	2,267,210	23.0%	9,581,373	9,581,373	6.24%

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

1397/05/21	7,800,000	2,267,210	23.0%	9,601,373	9,601,373	0.21%
1397/05/24	7,740,000	2,267,210	23.0%	9,541,373	9,541,373	0.63%
1397/05/23	7,830,000	2,267,210	23.0%	9,631,373	9,631,373	0.94%
1397/05/17	7,880,000	2,267,210	23.0%	9,681,373	9,681,373	0.52%
1397/05/27	7,780,000	2,267,210	23.0%	9,581,373	9,581,373	1.04%
1397/05/15	7,790,000	2,267,210	23.0%	9,591,373	9,591,373	0.10%
1397/05/16	7,900,000	2,267,210	23.0%	9,701,373	9,701,373	1.14%
1397/06/11	8,040,000	2,267,210	23.0%	9,841,373	9,841,373	1.43%
1397/05/28	8,180,000	2,267,210	23.0%	9,981,373	9,981,373	1.41%
1397/06/12	8,520,000	2,267,210	23.0%	10,321,374	10,321,374	3.35%
1397/06/10	8,890,000	2,267,210	23.0%	10,691,374	10,691,374	3.52%
1397/06/03	9,270,000	2,267,210	23.0%	11,071,374	11,071,374	3.49%
...
1398/06/09	18,000,000	3,623,346	23.0%	20,878,870	20,878,870	0.95%

تخمین بتا با مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای

برای محاسبه بتا اقدامات زیر را انجام می‌دهیم. ابتدا بازدهی سهام شرکت‌های مذکور را به صورت روزانه بدست می‌آوریم. از بازدهی شاخص بازار سهام به عنوان جایگزین بازدهی بازار استفاده می‌کنیم. با برازش بازدهی مزاد سهام شرکت‌ها و شاخص بازار بورس بتای هر شرکت را محاسبه می‌کنیم. بازدهی مزاد با توجه به نرخ سود بدون ریسک محاسبه می‌گردد. محاسبه بتا با دو روش حداقل مربعات معمولی و گارچ چند متغیره انجام می‌گیرد. نتایج بدست آمده در خصوص شرکت الکتریک خودرو شرق مطابق جدول زیر می‌باشد.

جدول ۴- محاسبه بتا شرکت الکتریک خودرو شرق با روش حداقل مربعات معمولی

متغیر وابسته	X			
روش رگرسیونی	حداقل مربعات	انحراف استاندارد	آماره t	احتمال
متغیر مستقل	ضریب			
C یا عرض از مبدأ	۰/۰۰۰۴۶۲	۰/۰۰۱۲	۰/۳۸۰	۰/۷۰
y	۰/۲۵۱۹	۰/۸۵۲۵	۲,۹۵۴۹	۰/۰۰۳۴
R-squared	۰/۰۳۲۶۱			
دوربین واتسون	۱,۹۷۷			

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

با توجه به ضریب R^2 رگرسیون مذکور تنها سه درصد از تغییرات قیمت سهم مذکور ناشی از تغییرات بازار می‌باشد و ۹۷ درصد از ریسک شرکت مذکور مرتبط با عوامل خاص شرکت می‌باشد. بتای مربوط به سهام شرکت در این حالت ۲۵٪ می‌باشد.

تست واریانس ناهمسانی شاخص بازار سهام

اولین قدم در خصوص کار با سری های زمانی بررسی پایایی^۴ متغیرها می‌باشد. (الجاندالی، تاتالی، ۲۰۱۸: ۳۸) برای این منظور آزمون ریشه واحد را در خصوص بازدهی شاخص بازار سهام انجام می‌دهیم که نتیجه آزمون در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول ۵- آزمون ریشه واحد بازدهی شاخص بازار سهام

متغیر وابسته	تغییرات شاخص	آماره t	احتمال
آماره آزمون دیکی فولر		-۶,۹۸۱۰	۰,۰۰۰
مقادیر بحرانی آزمون	سطح ۱٪	-۳,۴۵۵۵	
	سطح ۵٪	-۲,۸۷۲۵	
	سطح ۱۰٪	-۲,۵۷۲۷	

بر اساس آزمون دیکی فولر، متغیر بازدهی شاخص بازار سهام پایا می‌باشد. برای بررسی اثر ARCH در شاخص بازار سهام ابتدا معادله میانگین را تشکیل می‌دهیم. معادله میانگین برای متغیر مذکور بر اساس تابع همبسته نگار و کمترین مقدار آماره آکائیک (AIC) در بین ۲۵ حالت ARIMA به صورت ARIMA (2,3) می‌باشد. (الجاندالی، تاتالی، ۲۰۱۸: ۳۸)

جدول ۶ - انتخاب معادله مناسب میانگین برای شاخص سهام

متغیر وابسته	شاخص سهام	logL	AIC	BIC	HQ
مدل (۲و۳)		۹۹۰,۹۴	-۷,۵۳۹۸	-۷,۴۴۴۲	-۷,۵۰۱۴
(۰و۴)		۹۸۹,۵۸	-۷,۵۳۷۰	-۷,۴۵۵۰	-۷,۵۰۴۰
(۴و۰)		۹۸۸,۹۹۰	-۷,۵۳۲۴	۷,۴۵۰۵	-۷,۴۹۹۵
(۲و۴)		۹۹۰,۹۵	-۷,۵۳۲۲	-۷,۴۲۲۹	-۷,۴۸۸۲
(۳و۳)		۹۹۰,۹۵	-۷,۵۳۲۲	-۷,۴۲۲۹	-۷,۴۸۸۲

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

بعد از تصریح مدل به شکل فوق اقدام به آزمون واریانس ناهمسانی باقیمانده ها می‌کنیم. در آزمون واریانس ناهمسانی باقیمانده ها اقدام به بررسی اثرات ARCH می‌کنیم که نتایج مطابق جدول زیر می‌باشد.

جدول ۷- بررسی ناهمسانی واریانس باقیمانده ها توسط ARCH

نوع آزمون واریانس ناهمسانی	ARCH		
آماره F	۳,۶۱۸۶	Prob.F(12,236)	۰/۰۰۰۱
R-squared	۳۸,۶۹۵۷	Prob .Chi-Square(12)	۰/۰۰۰۱
متغیر وابسته	RESID^2		

با توجه به این که prob مربوط به آماره F آزمون مذکور کمتر از ۵٪ می باشد، شاخص بازار سهام دارای اثرات ARCH تا ۱۲ وقفه می‌باشد. با وجود ناهمسانی واریانس در داده‌های مربوط به بازدهی شاخص بازار سهام در مقطع مورد بررسی، استفاده از مدل‌های MGARCH برای بتا که تغییر پذیری همزمان دو یا چند متغیر را مدل‌سازی می‌کنند، می‌تواند منجر به نتایج بهتری شود.

محاسبه β با استفاده از GARCH چند متغیره

برای محاسبه بتا در این پژوهش از مدل معرفی شده انگل و کرومر (۱۹۹۵) BEKK استفاده شده است که شرط مثبت معین بودن ماتریس کوواریانس در آن محقق شده است. نتایج مدل‌سازی صورت گرفته برای شرکت الکترونیک خودرو شرق مطابق جدول زیر است.

جدول ۸- ضرایب محاسبه شده با روش BEKK

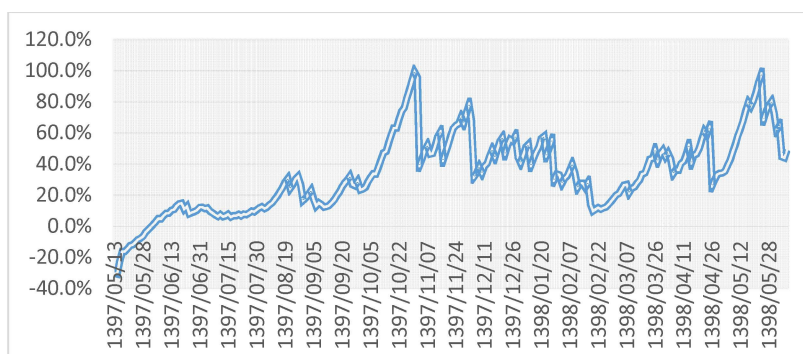
روش آزمون	ضریب	انحراف استاندارد	آماره Z	Prob.
شخص c1	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۰۲	۳,۸۷	۰/۰۰۰۱
الکترونیک خودرو c2	۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۰۳	۱,۴۳	۰/۱۵۰۶

جدول ۹- معادلات واریانس و کوواریانس از روش GARCH چند متغیره

معادلات واریانس و کوواریانس
$GARCH1 = 8.07e-07 + 0.1267 * RESID1(-1) ^2 + 0.8606 * GARCH1(-1)$
$GARCH2 = 8.0764e-07 + 2.098e-06 * RESID2(-1) ^2 + 0.9766 * GARCH2(-1)$
$COV1_2 = 8.076e-07 - 0.00051 * RESID1(-1) * RESID2(-1) + 0.916 * COV1_2(-1)$

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

با توجه به مقادیر واریانس و کوواریانس محاسبه شده بر اساس مدل مذکور مقادیر β کوتاه مدت محاسبه گردیده و نمودار آن به شکل زیر می‌باشد.



نمودار ۲ - مقادیر β کوتاه مدت بر اساس مدل‌سازی GARCH چند متغیره

مقدار β بلندمدت بر اساس مقادیر جدول فوق مساوی ۱۵,۱ درصد می‌باشد. بر اساس روش مذکور مقادیر بلند مدت β را برای سایر شرکت‌ها محاسبه می‌کنیم.

محاسبه احتمال نکول

احتمال نکول بدست آمده با روش مرتون و با استفاده از بتا محاسبه شده بر اساس رگرسیون ساده و بتا محاسبه شده بر اساس گارچ چند متغیره برای شرکت‌ها مطابق جدول‌های (۱۰) و (۱۱) می‌باشد.

جدول ۱۰- میانگین احتمال نکول برای شرکت‌های خودرو سازی

احتمال نکول محاسبه شده	
۱۷,۲۶٪	بتا محاسبه شده با گارچ چند متغیره
۱۴,۰۸	بتا محاسبه شده با رگرسیون معمولی

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۱۱- میانگین احتمال نکول برای شرکت‌های صنعت غذایی

احتمال نکول محاسبه شده	
۱۱,۰۳۱٪	بتا محاسبه شده با گارچ چند متغیره
۸,۰۰۶٪	بتا محاسبه شده با رگرسیون معمولی

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

مقایسه احتمال نکول محاسبه شده با میانگین نکول انجام شده

از تابع درست‌نمایی به شکل زیر برای مقایسه کالیبره بودن دو مدل مختلف بر اساس مقایسه میانگین احتمال نکول و نکول انجام شده واقعی استفاده می‌کنیم.

$$b(k;n,p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

که n تعداد کل شرکت‌ها و k تعداد نکول شرکت‌ها می‌باشد. (بن و استن، ۲۰۰۹: ۳۸۱)

در شرکت‌های خودروسازی در یک سال پس از تاریخ پیش‌بینی احتمال نکول از بین ۳۰ شرکت مورد بررسی ۶ شرکت دچار نکول می‌باشند.

جدول ۱۲- مقدار درست‌نمایی نرخ نکول برای خودرو سازی

احتمال نکول محاسبه شده	درست‌نمایی میانگین احتمال نکول
۱۷,۲۶٪	$p(\mu = 0/1726) = \binom{30}{6} (0/1726)^6 (0/8274)^{24} = 0/1663$
۱۴,۰۸٪	$p(\mu = 0/1408) = \binom{30}{6} (0/1408)^6 (0/8592)^{24} = 0/1211$

بتا محاسبه شده با
گارچ چند متغیره
بتا محاسبه شده با
رگرسیون معمولی

جدول ۱۳- مقدار درست‌نمایی نرخ نکول برای مواد غذایی

احتمال نکول محاسبه شده	درست‌نمایی میانگین احتمال نکول
۱۱,۰۳۱٪	$p(\mu = 0/1003) = \binom{30}{4} (0/1003)^4 (0/8997)^{26} = 0/1776$
۸,۰۶٪	$p(\mu = 0/806) = \binom{30}{4} (0/806)^4 (0/919)^{26} = 0/130$

بتا محاسبه شده با
گارچ چند متغیره
بتا محاسبه شده با
رگرسیون معمولی

در شرکت‌های مواد غذایی در یک سال پس از پیش‌بینی احتمال نکول از بین ۳۰ شرکت مورد بررسی ۴ شرکت دچار نکول می‌باشند. در هر دو صنعت تابع درست‌نمایی بر اساس بتا محاسبه شده از روش گارچ چند متغیره نسبت به تابع درست‌نمایی بر اساس بتا محاسبه شده از روش رگرسیون معمولی بالاتر می‌باشد، که نشان می‌دهد احتمال نکول بر اساس بتای محاسبه شده از روش گارچ چند متغیره به نرخ واقعی نکول در یک سال آتی نزدیک‌تر می‌باشد.

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و دو، پائیز ۱۴۰۱

همانگونه که نتایج پژوهش نشان می‌دهد احتمال نکول شرکت‌های فعال در صنعت خودرو و قطعات با روش گارچ چند متغیره ۱۷,۲۶٪ است که از احتمال نکول شرکت‌های فعال در صنعت مواد غذایی که دارای احتمال نکول ۱۱,۰۳٪ می‌باشد، بسیار بیشتر می‌باشد. با توجه به اینکه کشور در دوره مورد بررسی و پس از آن با شرایط تحریمی مواجه بوده است و صنعت خودرو و قطعه‌سازی بیشتر از صنعت مواد غذایی به واردات وابستگی دارد، نتایج مذکور قابل پیش‌بینی می‌باشد. مطابق تقسیم‌بندی‌های استاندارد جهانی، رتبه اعتباری صنعت خودرو و مواد غذایی بین ۱۷ تا ۱۸ بوده و بر این اساس، صنایع مذکور با ریسک بالا ارزیابی می‌شوند. (جوزف، ۲۰۱۳ : ۱۷۹)

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

محاسبه احتمال نکول یکی از اولین قدم‌ها در ارزیابی ریسک اعتباری می‌باشد. مدل مرتون یکی از مدل‌های ساختاری می‌باشد که ارزش دارایی در آن بر اساس مدل بلک-شولتز ایجاد می‌شود. یکی از نقاط قوت این مدل‌ها این است که برای هر شرکت سهمی قابل معامله در بورس می‌تواند به کار برده شود. این رویکرد، آینده‌نگر بوده و دارای زیر ساخت تئوریک قدرتمندی می‌باشد. هدف اصلی این پژوهش مقایسه پیش‌بینی احتمال نکول شرکت‌های صنعت خودرو و صنعت مواد غذایی بر اساس مدل مرتون و بر اساس تخمین بتای بازدهی دارایی شرکت‌ها و شاخص بازار سهام با دو روش رگرسیون حداقل مربعات معمولی و گارچ چند متغیره می‌باشد. آزمون‌های این پژوهش نشان داد که شاخص بازار سهام در ایران در مقطع مورد بررسی دارای ناهمسانی واریانس می‌باشد که از تخمین بتا با روش گارچ چند متغیره حمایت می‌کند. برای انجام این پژوهش ۶۰ شرکت به صورت تصادفی شامل ۳۰ شرکت از صنعت خودرو و ۳۰ شرکت از صنعت مواد غذایی انتخاب شده و احتمال نکول آنها محاسبه گردید. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد با توجه به شرایط تحریمی حاکم بر کشور شرکت‌های صنعت خودرو و مواد غذایی به صورت میانگین دارای احتمال نکول بالایی می‌باشند و بر این اساس ریسک صنایع مذکور بالا ارزیابی می‌شود. ریسک نکول صنعت خودرو و قطعه‌سازی بالاتر از صنعت مواد غذایی می‌باشد. در هر دو صنعت خودرو و مواد غذایی تابع درست‌نمایی نرخ نکول بر اساس بتا محاسبه شده از روش رگرسیون معمولی بالاتر می‌باشد که نشان می‌دهد احتمال نکول بر اساس بتای محاسبه شده از روش گارچ چند متغیره به نرخ واقعی نکول در یک سال آتی نزدیک‌تر می‌باشد. لذا با عنایت به موارد فوق مدل ارائه شده در این پژوهش با تعدیلات مربوط به محاسبه بتا و بکارگیری تعریف نکول ارائه شده بر اساس مفاد قانون تجارت یک مدل کاربردی برای پیش‌بینی احتمال نکول مشتریان حقوقی بانک‌های کشور یا سایر موسسات مالی ارائه می‌دهد.

محاسبه احتمال نکول شرکت‌ها بر اساس مدل مرتون.../ثابتی، زمردیان، فلاح و مینویی

منابع

- ۱) جهانگیر م (۱۳۹۷). قانون تجارت، تهران: نشر دیدار.
- ۲) خوانساری، ر، فلاح شمس، م، (۱۳۸۸). ارزیابی کاربرد مدل ساختاری KMV در پیش‌بینی نکول شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، مجله تحقیقات مالی، شماره ۲۸.
- ۳) سوری علی، (۱۳۹۴). اقتصاد سنجی همراه با کاربرد Eviews و Stata، چاپ چهارم، تهران: نشر فرهنگ شناسی.
- ۴) عامری سیاهویی شادانلو، حمیدرضا کردلوی و سید محمد عبداللهی، (۱۴۰۰). برآورد احتمال نکول تسهیلات اعطایی به اشخاص حقوقی در موسسات سپرده پذیر غیر بانکی، نشریه دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، شماره ۴۹
- ۵) شمس قارنه ناصر، جنتی سیما، (۱۳۹۱). ارائه مدلی پویا جهت پیش‌بینی نرخ نکول شرکت‌های لیست شده در بورس ایران، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۱۳.
- ۶) فلاح‌پور سعید، محمدی شاپور و محمد صابونچی، (۱۳۹۷). مقایسه مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای شرطی با بتای متغیر نسبت به زمان، از طریق مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای استاندارد، فصلنامه پژوهش‌های مالی، دوره ۲۰، ۱۷-۳۲
- ۷) فلاح‌پور سعید، طادی مسعود، (۱۳۹۵). پیش‌بینی ریسک نکول با استفاده از مدل ساختاری توسعه یافته در بورس اوراق بهادار تهران، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۸.
- ۸) قالیباف اصل حسن، افشار منیژه، (۱۳۹۲). بررسی کاربرد استفاده از مدل KMV در پیش‌بینی ریسک ورشکستگی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران و مقایسه مدل با نتایج مدل رتبه Z آلمن، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۱.
- ۹) ون جستل تونی و بیزن بارن و علیزاده پریسا (مترجم)، (۱۳۹۱). مدیریت ریسک اعتباری، چاپ اول، تهران: پژوهشکده پولی و بانکی.

10) binzano, I., S, Sanchez (2020),” Performance of Default Risk Measures: the sample matters”, Journal of Banking and Finance

11) Accornero, M., G, Cascarini, and Parlapiano, (2017),” Credit risk in banks’ exposures to non-financial firms”, Journal of European Financial Management. vol 24,PP: 775-791

12) Afik, Z.,K, Galil, (2015),” Using Merton Model for default prediction: an empirical assessment of selected alternatives”, Journal of Emprical Finance

13) Bandyopadhyay, A, (2016),”Managing Portfolio Credit Risk in Banks “India: Cambridge.

- 14) Basel Committee on Banking Supervision (2010) Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems, Bank for International Settlements, BCBS publications
- 15) Basel Committee on Banking Supervision, (2011) Basel: A Global Regulatory Framework for More Resilient Banks and Banking Systems (revised), Bank for International Settlements,
- 16) Black, F., and Cox, J. C., (1976), “valuing corporate securities: some effects of bond indenture provisions”, Journal of Finance, vol: 31, PP: 351–67.
- 17) Bohn. R., R., Stein (2009),” Active Credit Portfolio Management in Practice” USA: John Wiley & Sons.
- 18) Castermans, G., D, Martens and Van Gestel (2010), “An Overview and Framework for PD Backtesting and Benchmarking”, Journal of Operational Research Society, vol 61, PP: 359-371.
- 19) Duffie, D. and Ke Wang, (2004), “Multi-period corporate failure prediction with stochastic covariates”, Working Paper, Stanford University.
- 20) Hensher, D., S, Jones (2008),”Advances in Credit Risk Modeling and Corporate Bankruptcy Prediction”USA: Cambridge University Press.
- 21) Hsu, J., Saa’-Requejo, J. and Santa-Clara, P, (2004), “Bond Pricing with Default Risk”, Working Paper, UCLA.
- 22) Leland, H. E., (1994), “Corporate debt value, bond covenants, and optimal capital structure”, Journal of Finance, vol: 49, PP: 987–1019.
- 23) Loffler, G., P, Posch (2011),”Credit Risk Modeling Using Excel and VBA”, 2thed, England: John Wiley & Sons.
- 24) Li, L., R, Faff (2019),” Predicting corporate bankruptcy: What matters?”, International Review of Economic and Finance, vol 62, PP: 1-19
- 25) Miao, H., T, Wang (2018),” Default Prediction Models: The Role of Forward-Looking Measures of Return and Volatility”, Journal of Empirical Finance.
- 26) Van Gestel, T.,B, Baesens (2009),”Credit Risk Management”, Oxford: Oxford University Press

یادداشت‌ها

-
- ۱) Discriminant analysis
 - ۲) Stochastic Brownian motion
 - ۳) Time Varying Heteroscedasticity
 - ۴) stationary