فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و سوم / تابستان ۱۳۹۹

مقایسه گشتاوری مدل‌های توزیع حدی و تفاوت نسبت شکست الگوهای متفاوت زمانی شاخص کل بورس تهران

علی رضائیان[۱]
حمیدرضا وکیلی فرد[۲]
مریم خلیلی عراقی[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۸/۰۵/۲ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۰۶/۱۶

چکیده

ارزیابی ریسک حدی و استفاده از مدل‌های کارآتر برآورد ریسک حدی در دنیای متغیر مالی امروز از اهمیت مضاعفی برخوردار است. در مقاله حاضر با استفاده از روش نوین شاخص گشتاوری ال–مومنت برای مقادیر حدی مثبت و منفی شاخص کل بورس تهران (رویکرد ماکزیمم بلوک‌ها) و برآورد ریسک حدی شرطی در الگوهای متفاوت زمانی، نسبت به انتخاب مدل آماری حدی مناسب و الگوی مطلوب زمانی برای برآورد شاخص ریسک حدی ثابت و متغیر در زمان اقدام گردید. نتایج بررسی گشتاوری مدل‌های مهم توزیع حدی، هم در سری‌های حدی مثبت (حداکثر) و هم منفی (حداقل)، نشان داد که مدل مطلوب انطباقی با لگاریتم بازده حدی بورس تهران، غالباً مدل GEV و گاهاً مدل GL بوده و در بین الگوهای متفاوت زمانی نیز، الگوی روزانه و هفتگی در سطح اطمینان ۹۰٪ دارای خطای برآوردی کمتری می‌باشند.

کلمات کلیدی

مدل سازی گشتاوری، مدل‌های ریسک حدی، نسبت خطا، ماکزیمم بلوک‌ها.

۱-گروه مدیریت مالی، واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. alirezaian.ac@gmail.com
۲- گروه مدیریت مالی، واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)vakilifard.phd@gmail.com
۳ – گروه مدیریت مالی، واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. m.khaliliaraghi@gmail.com

مقدمه

افزایش سطح پیچیدگی بازارهای مالی و وقوع رویدادهای غیرمنتظره طی سال‌های اخیر در بازارهای سرمایه، مدل‌های ریسک حدی و شاخص‌های مربوط به ریسک حدی را جزئی لاینفک از مدیریت ریسک نموده است. در پژوهش‌های اخیر به وفور شاهد بررسی ریسک حدی و ساختار توزیع دارائی‌های مالی و بازارهای سرمایه در کشورهای مختلف بوده‌ایم. اما آنچه که در نتایج این تحقیقات قابل توجه است، مقایسه روش‌ها، ابزارها و مدل‌های متنوعی است که می‌تواند در بررسی دقیق مقادیر حدی در بازار سرمایه یک کشور مورد استفاده باشد (کریستوفرسن و دیگران، ۲۰۱۲). نتایج مطالعات گسترده بیان‌کننده عدم توانایی مدل‌های متفاوت توزیع حدی در برآورد دقیق ریسک حدی در شرایط عدم تناسب مدل توزیع با مقادیر حدی است. به عبارتی، تحقیقات نشان می‌دهد که رفتار هر مدل توزیع، وابسته به شرایط اقتصادی و رژیم رفتار قیمت سهام هر کشور قابل نوسان می‌باشد . به همین علت لازم است که با روشی روشن و تجربه‌شده، مدل‌های متفاوت توزیع حدی در نوسانات متفاوت زمانی مورد ارزیابی قرار گرفته تا بتوان مدلی منعطف و جامع در جهت برآورد پارامترهای مقادیر حدی و توضیح رفتار حدی بازده کلی بازار بر اساس آن انتخاب نمود. نوآوری پژوهش حاضر در آن است که برای اولین بار در حوزه بازار سرمایه، مدل‌های حدی شناخته‌شده که معمولاً در تحقیقات مرتبط با ریسک حدی مورد استفاده می‌باشند را با روشی نوین و پرکاربرد که در علوم مختلف امروزی استفاده می‌گردد – گشتاور ال–مومنت – برای مقادیر حدی مثبت و منفی و در الگوهای متفاوت زمانی مورد تحلیل و مقایسه قرار می‌گیرند. همچنین پس از مشخص شدن مدل مناسب و جامع، نسبت به برآورد خطای برآورد ریسک حدی در الگوهای زمانی چندگانه (روزانه، هفتگی، ماهانه، فصلی، نیم‌سالانه و سالانه) اقدام نموده تا خلاءهای تحقیقاتی، با ارائه مدل و الگوی زمانی مناسب توزیع مقادیر حدی بورس تهران رفع گردد. در پژوهش حاضر همچنین فرضیات زیر آزمون می‌گردند:

فرضیه اول– با استفاده از روش گرافیکی گشتاوری، مدل مناسب توزیع مقادیر حدی (مثبت و منفی) شاخص کل بورس قابل شناسایی است.

فرضیه دوم– با کاهش الگوهای زمانی بررسی ریسک حدی، خطای برآورد ریسک حدی نیز کمتر خواهد شد.

ساختار مقاله در ادامه به این شرح است که در بخش دوم و ادامه، مبانی نظری و پیشینه موضوع مرور می‌گردد. بخش سوم به روش‌شناسی تحقیق می‌پردازد. بخش چهارم تحقیق حاضر شامل گام‌ها و مراحل بررسی فرضیه‌ها بوده و بخش پنجم و پایانی نیز به نتایج تجربی به دست آمده و نیز نتیجه‌گیری

خواهد پرداخت.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

یکی از الزامات اصلی سرمایه‌گذاری امروز، آگاهی کامل از انواع ریسک‌های مرتبط با بازار مالی بوده و مرور تحولات و رویدادهای سال‌های گذشته نشان‌دهنده آن است که یکی از مهمترین ریسک‌ها و شاخص‌های قابل محاسبه، ریسک مرتبط با مقادیر حدی در هر بازار می‌باشد. تحقیقات گسترده قبلی نشان می‌دهد که توزیع بازده دارایی‌های مالی نرمال نبوده و نسبت به توزیع نرمال از تراکم بیشتری برخوردار است. بنابراین در چنین شرایط توزیعی، استفاده از مدل‌های سنتی به منظور برآورد ریسک دنباله‌های توزیع با واقعیت بازار انحراف عمده خواهند داشت. بنابراین شناسایی و اندازه‌گیری این ریسک مهم به ابزارها، مدل‌ها و شاخص‌های مناسبی نیازمند می‌باشد. تلاش گسترده محققان حوزه بازار سرمایه از دهه ۱۹۷۰ در جهت اندازه‌گیری ریسک، باعث معرفی و ارائه مفاهیم و روش‌هایی از جمله ریسک نامطلوب و شاخص‌های مناسب آن مانند نیم‌واریانس، VaR، CvaR و ES شده است. اهمیت رویدادها و مقادیر حدی و وقوع حوادث غیرمنتظره در اقتصاد و بازارهای مالی، باعث مطرح شدن مبانی تئوری مقادیر حدی[1] و مدل‌های آن گردید. این مدل‌های پویاتر و انعطاف‌پذیرتر باعث حصول نتایجی دقیق‌تر در برآورد ریسک حدی بازارهای مالی شد. بیشتر تحقیقات اخیر در حوزه مهندسی ریسک نشان می‌دهد که مدیریت مبتنی بر مقادیر حدی بازار که بر دنباله توابع توزیع تمرکز دارند، این پتانسیل را دارد که تخمین و برآورد بهتری از ریسک ارائه نماید. نکته قابل توجه در بررسی ادبیات موضوع نشان می‌دهد که به تناسب تغییرات ابزارهای ارزیابی ریسک نیز تغییر و تعدیل شده‌اند. علاوه بر این، با توجه به پیچیده‌تر شدن رویدادهای حدی در دنیای مالی امروز، ضرورت دارد تا کمّی‌سازی زیان‌های حدی (ریسک حدی) از طریق شناخت دقیق مدل‌های توزیع حدی، انتخاب مدل مناسب توزیع حدی و نیز انتخاب الگوی زمانی مطلوب بررسی ریسک حدی صورت گیرد. در بسیاری از کشورهای توسعه یافته و بازارهای مالی در حال رشد، تحقیقات گسترده‌ای برای کاربرد و مقایسه مدل‌های چند متغیره حدی و در الگوهای زمانی مختلف صورت پذیرفته و نتایج شاخص‌های ریسک حدی نیز در برخی تحقیقات با روش‌های مختلف مورد آزمون قرار گرفته است. این در حالی است که این خلاء در تحقیقات داخلی، نقیصه‌ای اساسی در ادبیات داخلی مرتبط با حوزه ریسک حدی به شمار می‌آید. در تحقیق کنونی به دلیل اهمیت مقادیر حدی (مثبت و منفی) در بورس تهران و لزوم تعیین دقیق مدلی آماری که بتواند ارزیابی دقیق‌تری از ریسک مبتنی بر این مقادیر به دست آورد، از یک روش علمی دقیق برای انتخاب مدل‌های مطلوب مقادیر حدی و در الگوهای متفاوت زمانی استفاده

شده است. از آنجا که بازارهای مالی و بازده دارایی‌های مالی از معیار VaR یا مدل شرطی آن (CVaR) برای ریسک حدی استفاده می‌نمایند، نگرانی اصلی در این مطلب است که چند مرتبه زیان واقعی بازار، از زیان پیش‌بینی شده توسط اینگونه معیارها بیشتر شده است.

به صورت کلی از زمان فراگیر شدن اثبات دنباله پهن بودن سری‌های زمانی مقادیر مالی در اکثر بازارهای مالی، استفاده و رجوع به مدل‌های توزیع حدی نیز بیشتر شده است. این امر، دانش مالی سرمایه گذاران، مجامع علمی و نهادهای مالی را نسبت به این مسیر تحقیقی بیشتر نموده است.

فلاح پور و یار احمدی (۱۳۹۱) با استفاده از مدل توزیع حدی تعمیم یافته (GEV) نسبت به برآورد شاخص ریسک حدی (VaR) چند شاخص بورس اوراق بهادار تهران اقدام نمودند. آن‌ها ریسک حدی را در دو دوره زمانی متفاوت بررسی نموده و نتایج حاکی از آن بود که در افق زمانی ۱۰۰ روزه، عملکرد مدل محاسباتی ریسک حدی (VaR) بهتر از افق زمانی ۵۰ روزه می‌باشد.

رودپشتی و غفاری (۱۳۹۲) با استفاده از روش مدل Risk Metrics، مدل ریسک حدی VaR را در دوره‌های زمانی ۱ و ۱۰ روزه و با استفاده از اطلاعات شرکت‌های عضو بورس اوراق بهادار تهران در دوره ۱۳۸۵ تا ۱۳۸۸ در سطح اطمینان ۹۵٪ مورد مقایسه قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که در دوره زمانی یک روزه، مدل VaR عملکرد مناسبی داشته و در سطوح اطمینان بالاتر برای بیشتر شرکت‌های مورد بررسی مناسب نیست.

سجاد و هدایتی (۱۳۹۳) مدل ارزش در معرض ریسک VaR را با استفاده از هفت روش متفاوت از جمله EVT و در سه سطح اطمینان، برای بازده لگاریتمی شاخص کل بورس تهران و نیز نرخ برابری دلار به یورو محاسبه نمودند. آن‌ها به این نتیجه دست یافتند که VaR با مدل‌های توزیع حدی بهتر ارزیابی می‌گردد. همچنین آن‌ها به منظور بررسی کیفیت مدل‌های به کار گرفته شده از آزمون‌های کوپیک (نسبت شکست)، کریستوفرسن و تابع زیان لوپز استفاده نمودند. نتیجه نهایی تحقیق آن‌ها بیان نمود که در برخی موارد، استفاده از مقادیر حدی و در نظر گرفتن نوسانات شرطی برای داده‌های مورد بررسی، نتایج بهتری ایجاد می‌نماید. نکته قابل توجه در بررسی پژوهش‌های داخلی این است که در زمینه استفاده از نمودار گرافیکی شاخص گشتاوری ال–مومنت در جهت انتخاب مدل توزیع حدی مناسب مقادیر حدی و نیز الگوی زمانی مناسب ریسک حدی، تا کنون تحقیقی انجام نشده است. می‌توان ادعا نمود که پژوهش حاضر اولین پژوهش ادبیات مالی مرتبط با حوزه تئوری مقادیر حدی در این زمینه در کشور به حساب می‌آید.

اولین فعالیت‌های تحقیقاتی دنیا در زمینه استفاده از مقادیر حدی به منظور برآورد ریسک و توسعه

مبانی آماری مقادیر حدی با استفاده از مقادیر حداکثر به دهه ۱۹۵۰ برمی‌گردد. گامبل[۲] (۱۹۵۸) اولین محققی بود که کاربرد آماری یک تئوری را در جهت تخمین مقادیر حدی مطرح نمود (مینکاه[۳]، ۲۰۱۶). پارکینسون (۱۹۸۰) جزء اولین محققانی بود که در علوم مالی از تئوری مقادیرحدی (EVT) استفاده نمود و به این نتیجه دست یافت که توزیع دنباله، حاوی اطلاعات مهم و ارزشمندی است که می‌تواند حتی در پیش‌بینی سقوط سهام نیز استفاده گردد (سایفال و لی، ۲۰۱۶).

لانجین[۴] (۱۹۹۶) نخستین محققی بود که توانست حرکات حدی بورس آمریکا را با استفاده از مدل‌های توزیع حدی مورد مطالعه قرار دهد و نشان داد که مقادیر بازده حدی در این بازار از مدل توزیع دنباله‌ای فریشه تبعیت می‌نماید. وی همچنین در تحقیق خود هم از مقادیر حدی مثبت و هم مقادیر حدی منفی استفاده کرد. در نهایت پیشنهاد این محقق این بود که بازارهای مالی هر کشور از الگوی خاص توزیعی در طول زمان برخوردار است و از آن زمان تا کنون، محققان مالی هر کشور تلاش نموده تا مدل توزیعی و الگوی ساختار توزیع مقادیر حدی بازار مالی خود را به منظور برآورد شاخص‌های ریسک مورد ارزیابی و مطالعه قرار دهند. مک‌نیل و فری[۵] (۲۰۰۰) مقدار سنجش VaR را با استفاده از مدل GARCH و به صورت پویا و سلسله مراحل مشخص، برای چندین شاخص، نرخ ارز و اوراق بهادار مورد محاسبه قرار دادند. هو، باریج، کدل و توبالد (۲۰۰۰) مدل‌های حدی را برای بازارهای سهام نوظهور به کار بردند و مدل تعمیم‌یافته پاره‌تو (GPD) را برای سنجش ریسک حدی این کشورها تشخیص داده و بکار بردند. آن‌ها بیان کردند که در کشورهای با مقادیر حدی بیشتر، این مدل عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. رمضان و همکاران[۶] (۲۰۰۳) نیز با بررسی شاخص کل بورس استانبول در دوره ۱۹۸۷ تا ۲۰۰۱ و برآورد شاخص ریسک حدی نشان دادند که مدل GPD از بقیه روش‌ها بهتر می‌تواند ریسک حدی را برآورده کند.

مقیره و الزوبی[۷] (۲۰۰۶) معیار VaR را برای برخی کشورهای خاورمیانه از جمله بحرین، مصر، اردن، مراکش، عمان، ترکیه و عربستان سعودی محاسبه نمودند. نتیجه تحقیق آن‌ها نشان داد که توزیع بازده این کشورها دنباله پهن بوده و VaR محاسبه شده با GARCH نتایج بهتری با سایر روش‌ها دارد.

در تحقیق مهم گیلی و کلیزی[۸] (۲۰۰۶) بازده روزانه ۵ شاخص مطالعه شده است. روش محاسبه مقادیر حدی شاخص‌های مطالعه شده، رویکرد حداکثر بلوک‌ها (ML) و مدل استفاده شده نیز مدل توزیع مقادیر حدی تعمیم‌یافته (GEV) بوده است. همچنین بلوک‌های در نظر گرفته شده نیز به صورت سالانه تعریف گردیده و VaR نیز با استفاده از روش فراتر از آستانه (POT) محاسبه شده است.

در برخی از تحقیقات، مدل توزیع حدی مورد استفاده برای کشورهای توسعه‌یافته مانند انگلیس، آمریکا و ژاپن، مدل توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) بوده است. این در حالی است که گتنبی و دیگران (۲۰۰۶) در تحقیقی علمی بیان کردند که استفاده از مدل توزیع تعمیم‌یافته لجستیک (GL) برای این کشورها، عملکرد و مطابقت بهتری خواهد داشت. همچنین تولیکاس و گتنبی[۹] (۲۰۰۹) به منظور مدلسازی توزیع مقادیر حدی بورس سنگاپور، بیان کردند که توزیع لجستیک، بهترین توزیع سازگار با مقادیر حدی بازده مقادیر مالی در این کشور می‌باشد.

عاصف[۱۰] (۲۰۰۹) با بررسی شاخص بورس کشورهای مصر، اردن، مراکش و ترکیه بین سال‌های ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۲ ضمن تائید دنباله پهن بودن بازار سهام این کشورها به این نتیجه دست یافت که با استفاده از رویکرد فراتر از آستانه (POT) و برآورد ریسک حدی به صورت ماهانه و با استفاده از روش GPD، ریسک حدی بورس این کشورها دقیق‌تر از مدل‌های گذشته محاسبه می‌گردد.

کراکسون و تس[۱۱] (۲۰۱۱) به بررسی شاخص دنباله توزیع بر روی شاخص بازار سهام کشورهای نوظهور آسیایی (۸ کشور) طی دوره زمانی ۱۹۸۹ تا ۲۰۰۹ پرداختند. آن‌ها هم مقادیر حدی مثبت و هم مقادیر حدی منفی را به صورت سالانه مورد مطالعه قرار دادند و به این نتیجه دست یافتند که محاسبه VaR به صورت شرطی در طول زمان بهتر از VaR با ثبات واریانس عمل می‌کند. نتایج تحقیقات آن‌ها همچنین نشان داد که توزیع مقادیر مالی در کشورهای مورد بررسی، علاوه بر دنباله پهن بودن، دارای نوسانات زیادی نیز می‌باشد (زمانی، اسلامی بیدگلی و کاظمی، ۱۳۹۲، ۱۲۰).

آلن، سینگ و پاول[۱۲] (۲۰۱۱) مقادیر حدی شاخص بورس استرالیا (ASX) و شاخص بین‌المللی S&P را بر پایه نگرش مقادیر حدی پویا و بر اساس معیار VaR روز بعد به صورت موفقیت آمیزی تخمین زدند. آن‌ها به این نتیجه مهم دست یافتند که در زمان بحران‌های مالی مانند بحران مالی جهانی ۲۰۰۷ و ۲۰۰۸، شاخص‌های ریسک حدی (مانند VaR و VaR شرطی) با بهره‌گیری از مدل‌های تئوری مقادیر حدی بهتر ارزیابی می‌شوند.

در راستای نتایج این تحقیق، موتو، بالوگ و مولدوان[۱۳] (۲۰۱۱) نیز عملکرد مدل‌های متفاوت ریسک را با استفاده از اطلاعات روزانه شاخص بورس‌های کشورهای اروپای مرکزی و شرقی مورد آزمون قرار دادند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که تنها مدل‌های پیشرفته محاسبه ریسک (VaR) از قبیل تئوری مقادیر حدی و یا مدل‌های خانواده GARCH، توان اندازه‌گیری مناسب ریسک حدی بازار را دارند.

حسن، رادی و کسیم[۱۴] (۲۰۱۲) توزیع مقادیر حدی بازده شاخص بورس مالزی را مدل‌سازی

نمودند. از آزمون‌های دیکی فولر، فیلیپس برون و من کندال تحقیق آن‌ها، روند توزیع مقادیر حدی به صورت یکنواخت نشان داده شد. آن‌ها به منظور انتخاب مدل توزیع مناسب مقادیر حدی سالانه شاخص کل مالزی از آزمون حداکثر درست‌نمایی (ML) استفاده نموده و بیان کردند که مدل توزیع GEV با ساختار توزیع مقادیر حدی سالانه، انطباق بهتری دارد.

سلطان و همکاران[۱۵](۲۰۱۲) با استفاده از اطلاعات شاخص بورس تونس، روش ترکیبی GARCH–EVT را با سایر روش‌ها مانند GARCH ایستا، EVT ایستا و شبیه‌سازی تاریخی مقایسه کردند. به منظور مقایسه مدل‌های توزیع حدی در مطالعه مقادیر حدی شاخص کل این کشور، محققان از آزمون بازخورد استفاده‌کرده و نتایج آن، عملکرد بسیارمناسب‌تر مدلGARCH–EVTرا تائید نمود.

برگرن و فردریک[۱۶](۲۰۱۴) به بررسی و انتخاب بهترین مدل گارچ به منظور برآورده VaRپرداختند. آن‌ها با استفاده از مدل‌های گارچ متقارن و گارچ نامتقارن (EGARCH و GJR–GARCH) نسبت به برآورد معیار VaR سهام و شاخص‌های نوردیک در فاصله ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۴ اقدام نمودند. سپس با استفاده از آزمون‌های کوپیک (LR) و کریستوفرسن، نسبت به انتخاب بهترین مدل اقدام کردند. نتایج تحقیق نشان داد که مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی نامتقارن عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های متقارن دارد.

کارماکار و شوکلا[۱۷](۲۰۱۵) عملکرد نسبی مدل‌های متفاوت محاسبه ریسک حدی (از جمله VaR) را بین سال‌های۲۰۰۰تا۲۰۰۹و با استفاده از داده‌های روزانه شاخص سهام شش کشور از آفریقا، اروپا و آمریکا مورد ارزیابی و مطالعه قرار دادند. آن‌ها در مدل‌سازی دنباله‌های توزیع حدی از مدل‌های تئوری حدی شرطی (CEVT) و نیز برآورد VaR استفاده کردند. آن‌ها در تحقیق خود و برای برآورد شاخص VaRاز فرآیند پیشنهادی مک‌نیل و فری(۲۰۰۰)استفاده‌کردند. نتایج تحقیق آن‌ها، معیار VaRمحاسبه شده با استفاده از رویکرد شرطی مقادیر حدی را کارآمدتر از سایرمدل‌های دیگر نشان داد. نورتی، آساره و متل[۱۸](۲۰۱۵) در یک مقاله تحقیقی، مقادیر حدی شاخص کل سهام بورس غنا را در فاصله زمانی ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۰ و با استفاده از تئوری و مدل‌های توزیع حدی مورد بررسی و مطالعه قرار دادند. آن‌ها به منظور محاسبه مقادیر حدی بازده کل از روش فراتر از آستانه (POT) و به منظور انتخاب مدل مناسب مقادیر حدی نیز از روش حداکثر درست‌نمایی (ML) استفاده کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که مدل توزیع GPD مطابقت بهتری با مقادیر حدی روزانه بازده کل بورس کشورغنا دارد.

سایفال و لی[۱۹] (۲۰۱۵) با بهره‌گیری از سه مدل برجسته مقادیر حدی GEV، GL و GPD به

مدل‌سازی و مطالعه بازده کل شاخص بورس شانگ‌های چین در فاصله زمانی ۱۹۹۱ تا ۲۰۱۳ و به صورت بلوک‌های متفاوت زمانی پرداختند. آن‌ها در برآورد پارامترهای مدل‌های توزیع حدی (α، β و k) برخلاف بیشتر تحقیقات این زمینه از روش قدرت موزون استفاده کردند. نتایج این تحقیق نشان داد که برای مقادیر حدی منفی (بلوک‌های حداقل) بهترین مدل، GL می‌باشد. همچنین مدل GEV نیز برای مقادیر حدی مثبت (بلوک‌های حداکثر) مناسب تشخیص داده شد.

در یک مقاله علمی، کلوین و مانگاتو[۲۰](۲۰۱۶) مقادیر حدی بازارهای سهام شرق آفریقا و به ویژه کنیا را بر اساس مدل‌های توزیع حدی در دوره زمانی ۲۰۰۸ تا ۲۰۱۵ مورد بررسی قرار دادند. رویکرد مورد استفاده در تحقیق آن‌ها به منظور محاسبه مقادیر حدی، رویکرد فراتر از آستانه (POT) بوده و پارامترهای مدل‌های توزیع نیز با روش حداکثر درست‌نمایی برآورد گردیدند. در مقایسه و ارزیابی مدل‌های توزیع حدی از روش گرافیکی Q–Q استفاده گردید و همچنین، نتایج نشان داد که بهترین مدل حدی قابل تطبیق در بازار سهام کنیا، مدل‌های نوع GARCH می‌باشند.

فرضیه‌های پژوهش

بر اساس مطالعات و تحقیقات گذشته، اهمیت اندازه‌گیری مناسب شاخص‌های ریسک حدی (VaR، CVaR و ES) محققان را بر آن داشته است که از طریق رویه‌ای علمی و دقیق، مدل‌های توزیع حدی بر اساس پارامترها و معیارهای خاصی مورد مقایسه و ارزیابی قرار گیرند تا بتوان ضمن انتخاب بهترین مدل چند متغیره منطبق با ساختار توزیع مقادیر مالی، از نتایج به دست آمده نیز اطمینان بیشتری پیدا کرد (دامینیسی و دیگران[۲۱]، ۲۰۱۵). همچنین، با مقایسه نتایج مطالعات گذشته در زمینه مدلسازی ریسک حدی متوجه می‌شویم که انتخاب مدل مناسب توزیع حدی در برآورد ریسک حدی و نیز الگوی زمانی مناسب در جهت محاسبه مقادیر حدی (مانند الگوهای روزانه، هفتگی و ...) از فرایندی منطقی و مستدل همراه نبوده است. به همین علت برای هر محققی در زمینه مطالعه مقادیر حدی در بورس تهران لازم است که نتایج معیارهای ریسک حدی (مانند VaR) در الگوهای متفاوت زمانی (روزانه، هفتگی، ماهانه، فصلی، نیم‌سالانه و سالانه) را در اختیار داشته و با مقایسه میزان خطای برآورد ریسک حدی در هر فاصله زمانی، از الگوی مطلوب با پشتوانه تحقیقی مناسب استفاده نماید. به همین دلایل اشاره شده، در تحقیق حاضر از فرضیه‌های زیر استفاده شده است:

فرضیه اول: با استفاده از روش گشتاوری گرافیکی می‌توان مدل مناسب توزیع مقادیر حدی مثبت و منفی شاخص کل بورس را مشخص نمود.

فرضیه دوم: با کاهش فاصله زمانی (الگوی زمانی) بررسی ریسک حدی، خطای برآورد ریسک حدی

نیز کمتر می‌شود.

روش شناسی پژوهش

پژوهش حاضر بر اساس هدف، ماهیتی کاربردی دارد و می‌تواند در اندازه‌گیری و کنترل بهتر ریسک حدی بازار به افراد کمک نماید. روش مورد استفاده پژوهش به لحاظ ماهیت و هدف، از نوع تحلیل وابستگی رفتار دنباله توزیع مقادیر حدی بازده سهام می‌باشد. در این تحقیق، خاصیت دنباله پهن بودن بازده لگاریتمی شاخص کل بورس تهران و در سری‌های زمانی و الگوهای متفاوت زمانی بررسی خواهد شد. بنابراین از بُعد زمانی، پژوهش طولی (سری زمانی) است. هدف اصلی در پژوهش حاضر، بررسی دقت مدل‌های انتخاب شده در برآورد پارامتر ریسک حدی فواصل زمانی مختلف می‌باشد. همچنین تحقیق کنونی از نظر فرایند اجرای پژوهش، از نوع کمّی به شمار می‌رود و به همین علت، از متغیرهای کمّی (بازده لگاریتمی روزانه و یا بازده روزانه شاخص کل بورس) استفاده شده است. در تحقیق حاضر به منظور تدوین مبانی و مفاهیم نظری و نیز جمع‌آوری داده‌های مورد مطالعه از روش بررسی کتابخانه‌ای و پایگاه‌های تخصصی اینترنتی و نیز گزارش‌های رسمی شرکت فناوری بورس تهران استفاده شده است. با توجه به هدف پژوهش که بررسی مقادیر حدی شاخص کل بورس می‌باشد، جامعه آماری پژوهش، داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEDPIX) می‌باشد. قلمرو زمانی پژوهش شامل دوره زمانی بیش از ۱۰ سال (از ابتدای سال ۱۳۸۴ تا انتهای شهریور ۱۳۹۵) می‌باشد که در مجموع ۱۳۸ ماه (۳۰۳۶ روز معاملاتی) را در برمی‌گیرد. پس از طبقه‌بندی بازده کل در الگوهای موردنظر تحقیق، داده‌ها بر اساس روش علمی و مدل‌های تحقیق در محیط نرم‌افزار R پیشرفته مورد آزمون و تحلیل قرار می‌دهیم. به منظور انجام برخی محاسبات مربوط به ریسک حدی نیز از محیط نرم‌افزار Eviews استفاده می‌گردد.

مدل‌های پژوهش، گام‌های اجرای آن و متغیرهای تحقیق

در تحقیق حاضر گام‌ها و رویکرد مشخصی به منظور انتخاب مدل مناسب مقادیر حدی مثبت و منفی شاخص کل بورس تهران انجام خواهد گرفت. همچنین مسیر پژوهش حاضر برای انتخاب معیاری قابل پذیرش در ارزیابی مقدار ریسک حدی مدل توزیع مقادیر حدی در بلوک‌های زمانی متفاوت، تکمیل خواهد گردید. لذا برای انتخاب مدل مطابق با مقادیر حدی، از روش گرافیکی گشتاوری ال–مومنت که روشی بسیار موثر در بسیاری از علوم به شمار می‌آید استفاده می‌گردد. این روش توسط محققی به نام هاسکینگ[۲۲](۱۹۹۰) مطرح گردید و امروزه کاربرد فراوانی پیدا کرده است. در این نمودار، بلوک‌های زمانی از قبل تعریف شده مقادیر حدی (هفتگی، ماهانه، فصلی، نیم‌سالانه و سالانه)

روی منحنی مدل‌های توزیع (بر اساس گشتاورهای مرتبه سوم و چهارم)، مشخص‌کننده مطابقت هر مدل با یکی از الگوهای زمانی مورد بررسی خواهد بود. در تحقیق کنونی به منظور ارزیابی ریسک حدی و مدل مطلوب محاسبه ریسک حدی، از متغیر لگاریتم بازده و یا بازده روزانه استفاده گردیده است:

$$R_t = Ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = Ln(P_t) - Ln\,(P_{t-1})$$

P_t شاخص کل بورس در زمان t، P_{t-1} شاخص کل بورس در زمان $t-1$ و R_t بازده کل بورس تهران است. پس از ترسیم الگوهای زمانی مقادیر حدی در نمودار گشتاوری (مقادیر مثبت و منفی)، پارامترهای سه‌گانه مدل‌های توزیع با آزمون اندرسون دارلینگ مقایسه می‌گردند:

Shape: پارامتر شکل توزیع (k) است که نشان‌دهنده میزان پهن بودن شکل توزیع است.

Scale: مشابه معیار انحراف معیار مقادیر است و با $(\propto)$ نشان داده می‌شود.

Location: مشابه معیار میانگین مقادیر است و با (β) نشان داده می‌شود.

پارامترهای نمودار گشتاور ی ال–مومنت، بر اساس فرمول محاسباتی زیر محاسبه می‌شوند:

$$\lambda_r = r^{-1}\sum_{k=0}^{r-1}(-1)^k\binom{r-1}{k}EX_{(r-k:r)}\,,\ r = 1,2,\ldots$$

در معادله فوق، عبارت $EX_{(r-k:r)}$ انتظار $(r-k)$امین آمار حدی است. λ_1 و λ_2 نشان‌دهنده معیارهای موقعیت و مقیاس و پارامترهای π_3 و π_4 معیارهای چولگی و کشیدگی هستند.

نکته مهم این است که در تحقیق حاضر برای محاسبه مقادیر حدی مثبت و منفی از رویکرد ماکزیمم بلوک‌ها (BM) استفاده شده است. استفاده از این رویکرد به دلیل آن است که با توجه به اینکه هدف تحقیق، ارزیابی ریسک حدی و مدل‌های آن در فواصل زمانی متفاوت است، لذا بهترین رویکرد در شرایط فعلی نیز همین روش خواهد بود.

پس از الگوسازی و انتخاب مدل، به منظور بررسی توان و کارایی مدل توزیع حدی در ارزیابی ریسک مقادیر حدی، از رهیافت باکس–جنکینز به منظور ارزیابی میزان خطای برآورد ریسک حدی (VaR و CVaR) هر بلوک زمانی استفاده می‌کنیم. به همین علت، پس از برآورد معیار ریسک حدی در هر الگوی زمانی، معیار به دست آمده را بر اساس نسبت کوپیک (LR) مورد آزمون و مقایسه قرار می‌دهیم. در نهایت، الگوی زمانی مطلوب از بین الگوهایی انتخاب می‌گردد که کمترین خطای برآورد VaR (معیار ریسک حدی) را دارا باشد. به صورت کلی، استفاده از رهیافت باکس–جنکینز بر اساس پیشنهادی است که مک‌نیل و فری (۲۰۰۰) در مورد سری‌های مالی ارائه کردند و به این صورت عمل می‌کنیم که نخست، بازده‌های شاخص کل بورس را در الگوهای زمانی مورد نظر طبقه‌بندی می‌کنیم،

سپس مدلسازی میانگین را با رفع خود همبستگی جزئی و سریالی با مدل ARMA مناسب انجام داده و پس از آن، ناهمسانی واریانس مقادیر شاخص را در هر بلوک زمانی و با انتخاب مدل مناسب GARCH رفع می‌کنیم. دوم، معیار ارزش در معرض ریسک (VaR) را با بررسی فرض عدم ثبات واریانس (واریانس شرطی) در طول زمان برآورد نموده و در نهایت مقادیر VaR در طول دوره زمانی بلوک مورد بررسی را با نسبت شکست (LR) مقایسه و الگوی زمانی مناسب را انتخاب می‌کنیم.

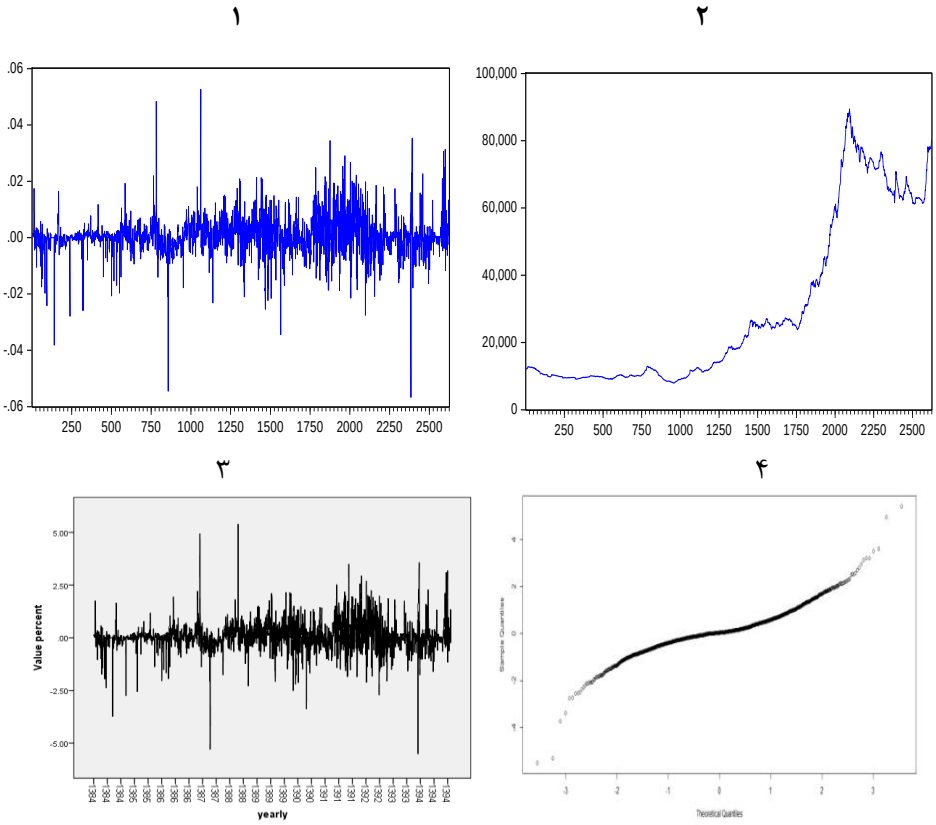
دلیل استفاده از نسبت خطا (شکست) در مقایسه معیار ارزش در معرض ریسک هر بلوک زمانی این است که بررسی شود چند مرتبه مقدار زیان واقعی از مقدار زیان پیش‌بینی شده با معیار VaR متفاوت است. محققان مختلف از سال ۱۹۹۵ جهت بررسی این موضوع، آماره نسبت خطا (LR) که دارای توزیع دو جمله‌ای است را به شکل زیر مطرح نموده‌اند:

$$LR = 2Ln\left[\frac{V^F(1-V)^{T-F}}{\propto^F (1-\propto)^{T-F}}\right]$$

در معادله فوق، F نشان‌دهنده تعداد شکست، V نسبت شکست (تعداد شکست به تعداد پیش‌بینی)، $\propto$ سطح اطمینان در مدل VaR و T نیز تعداد کل پیش‌بینی‌ها در مدل VaR است.

تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج پژوهش

در این بخش بر اساس گام‌های انجام تحقیق، ابتدا جداول تحلیل توصیفی شاخص کل و سپس تحلیل مقادیر حدی (مثبت و منفی) در بلوک‌های متفاوت زمانی بر اساس روش گشتاوری ال–مومنت انجام می‌گیرد و سپس مراحل انتخاب مدل توزیع و برآورد شاخص توزیع حدی بر اساس رهیافت باکس–جنکینز ارائه می‌گردد.



نمودار (۱) تا (۴): روند تغییر شاخص کل و لگاریتم شاخص کل بورس

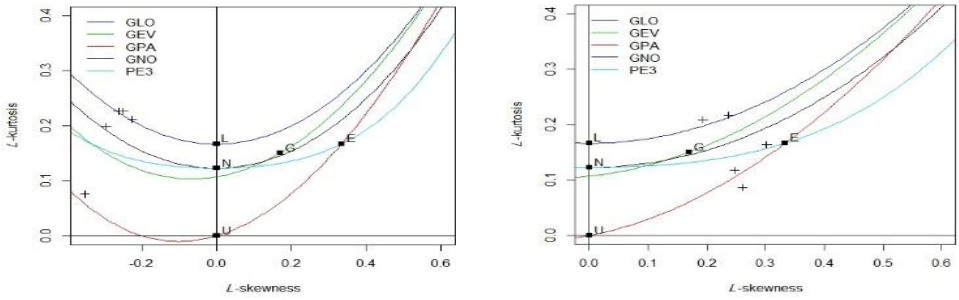
در نمودارهای ۱ تا ۳، روند تغییر قیمت سهام در طول دوره مورد بررسی نشان داده شده است. بر اساس ترسیم لگاریتم بازده سالانه (نمودار ۲)، این نکته مشخص است که روند پراکنش بازده لگاریتمی به سمت کاهش متمایل است. این امر می‌تواند نشانه‌ای از وجود بازده‌های حدی منفی (بیشتر از بازده‌های حدی مثبت) در بورس باشد. نمودار شماره ۴ نیز نشان می‌دهد که الگوی ترسیم شده برای بازده کل بورس، بر خلاف توزیع نرمال است. خارج از خط نرمال بودن مقادیر ترسیمی، پدیده دنباله پهن بودن داده‌های شاخص کل را نشان می‌دهد.

جدول ۱: آمار توصیفی داده‌های بازده کل بورس در سری‌های زمانی مختلف

فاصله زمانی	N	Min (%)	Max (%)	Mean (%)	SD (%)	Skew	Kurt	J–B	p–value
بازده روزانه	۲۶۵۴	−۵,۵۱	۵,۴۰	.۰۷۴۴	.۶۸۵۱۸	.۱۸۵	۸,۱۵۹	۷۲۹۳,۰۶۶	۰,۰۰۰۱
سری‌های حداقل									
هفتگی	۵۵۶	−۵,۵۱	۱,۰۰	−.۴۸۴۵	.۶۶۶۶۶	−۲,۴۲۶	۱۲,۰۳۰	۳۸۹۷,۶۹۲	۰,۰۰۰۱
ماهانه	۱۳۱	−۵,۵۱	.۰۱	−۱,۰۸۷۴	.۸۹۵۰۰	−۲,۰۲۰۵	۷,۳۹۱	۴۰۴,۳۰۲۳	۰,۰۰۰۱
فصلی	۴۴	−۵,۵۱	−.۲۳	−۱,۷۵۴۳	۱,۱۳۵۳۶	−۱,۵۶۱	۳,۳۴۴	۳۸,۳۶۷۷	۰,۰۴۱۹
شش ماهه	۲۲	−۵,۵۱	−.۶۷	−۲,۲۷۳۹	۱,۲۷۴۸۶	−۱,۳۴۹	۱,۷۴۴	۹,۴۶۱۵۹۹	۰,۰۱۰۰
سالانه	۱۱	−۵,۵۱	−۱,۷۷	−۳,۰۲۴۳	۱,۳۲۹۵۷	−۱,۱۳۳	.۰۶۱	۲,۳۵۶۷۵	۰,۰۱۲۳
سری‌های حداکثر									
هفتگی	۵۵۶	−.۶۰	۵,۴۰	.۶۰۷۵	.۷۱۵۰۸	۱,۹۸۳	۶,۸۰۲	۱۴۳۶,۱۴۵	۰,۰۰۰۱
ماهانه	۱۳۱	.۰۰	۵,۴۰	۱,۱۲۶۷	.۹۴۰۸۰	۱,۶۲۸	۴,۱۵۸	۱۵۲,۲۳۹	۰,۰۰۸۹
فصلی	۴۴	.۱۶	۵,۴۰	۱,۷۴۷۲	۱,۱۳۲۴۰	۱,۲۸۴	۲,۳۵۳	۲۲,۲۴۵۴۱	۰,۰۰۱۸
شش ماهه	۲۲	.۴۶	۵,۴۰	۲,۲۰۱۴	۱,۲۷۹۸۹	۱,۱۱۵	۱,۰۶۹	۵,۶۰۲۲۵۸	۰,۰۰۰۴
سالانه	۱۱	۱,۱۸	۵,۴۰	۲,۸۵۶۶	۱,۳۶۶۷۳	.۸۵۷	−.۳۲۰	۱,۳۹۳۳۳۳	۰,۰۰۲۴

در جدول شماره ۱، تحلیل توصیفی جامعی از بازده روزانه شاخص کل بورس در دوره زمانی تحقیق و در فواصل متفاوت زمانی (بلوک‌های زمانی) و برای مقادیر حدی مثبت و منفی انجام شده است. در جدول فوق مقدار کشیدگی ۸,۱۵۹ به دست آمده است که با توجه به اینکه به طور قابل توجهی بیشتر از ۳ می‌باشد، این امر نشان‌دهنده آن است که سری‌های زمانی مختلف از توزیع بلند و کشیده با دنباله‌های پهن برخوردار می‌باشند. آزمون جارکو برا (JB) نیز نشان‌دهنده غیرنرمال بودن توزیع سری‌های زمانی شاخص کل است. همانگونه که مورد انتظار است، میانگین به دست آمده در بلوک‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد که این پارامتر با افزایش فواصل زمانی (افزایش طول بلوک زمانی) بیشتر شده است. در سری‌های حداقل (مقادیر حدی منفی) و حداکثر (مقادیر حدی مثبت)، مقدار کشیدگی بلوک هفتگی بیشتر از سایر بلوک‌ها است و این امر نشان می‌دهد که در بلوک زمانی هفتگی، دنباله توزیع مقادیر حدی منفی و مثبت، غیرنرمال‌تر و چاق‌تر (پهن‌تر) می‌باشد. آزمون جارکو برا برای فواصل زمانی کوتاه‌تر، مقدار کمتری را نشان می‌دهد که این امر دلالت بر دنباله پهن‌تر بودن مقادیر در فواصل زمانی کوتاه‌تر است. البته مقدار این آزمون برای مقادیر حدی منفی، بیشتر از مقادیر حدی مثبت می باشد، بنابراین وجود این نتایج می‌تواند تائیدی دیگر بر وجود بازده حدی منفی در بازار سهام کشور باشد.

۵ ۶



نمودار ۵ و ۶: ترسیم نمودار L–moment برای سری‌های زمانی متفاوت (منفی و مثبت)

همانگونه که در نمودارهای بالا مشاهده می‌گردد، مقادیر حدی مثبت و منفی روی نمودار گشتاوری ال–مومنت ترسیم شده است. اما با توجه به اینکه نتایج جدول قبل نشان دهنده وجود مقادیر حدی منفی بیشتر در بازار سهام بود، از خروجی نمودار ال–مومنت مربوط به مقادیر حدی منفی (بلوک‌های زمانی منفی) به منظور انتخاب مدل توزیع مناسب ساختار توزیع حدی بورس تهران استفاده می‌کنیم. بر اساس این نمودار، مدل‌های توزیع GEV و GL برای محاسبه پارامترهای سه‌گانه ($\propto$، β و k) و مقایسه بر اساس آزمون اندرسون دارلینگ انتخاب می‌گردد.

جدول ۲: برآورد پارامترهای مدل‌های توزیع GEV و GL بر اساس روش ML

	Shape		Scale		Location		AD	
فاصله زمانی	GEV	GL	GEV	GL	GEV	GL	GEV	GL
حداقل								
هفتگی	۰,۰۷۴۱	-۰,۳۶۲۸	۰,۰۲۹۳	۰,۲۷۷۸	۰,۰۸۴۳	-۰,۳۶۱۶	۰,۴۱۴۶	۴,۳۴۲
ماهانه	-۱,۱۸۶۷	-۰,۳۷۲۱	۰,۹۰۶۹	۰,۳۹۱۱	-۰,۷۵۳۰	-۰,۸۷۶۱	۰,۶۹۳۶	۴,۱۸۶
فصلی	-۱,۹۰۷۷	-۰,۳۲۳۲	۱,۲۰۷۹	۰,۵۱۵۰	-۰,۷۰۳۷	-۱,۴۶۵۲	۰,۳۹۳۲	۰,۸۰۹۸
شش‌ماهه	-۲,۴۰۸۷	-۰,۲۸۱۰	۱,۳۵۳۶	۰,۶۱۲۰	-۰,۷۶۱۹	-۱,۹۷۸۶	۰,۳۳۹۱	۰,۷۸۴۹
سالانه	-۲,۸۹۷۷	-۰,۲۶۷۰	۱,۱۷۱۶	۰,۷۱۰۲	-۱,۰۳۸۸	-۲,۷۳۳۸	۱,۴۳۷	۰,۸۲۳۳
حداکثر								
هفتگی	۰,۲۷۳۹	۰,۱۲۵۲	۰,۴۳۳۸	۰,۲۷۷۰	۰,۱۶۱۵	۰,۴۰۴۰	۲,۹۳۰۵	۳,۷۸۵۱
ماهانه	۰,۶۳۳۹	۰,۱۸۷۷	۰,۵۵۱۰	۰,۲۸۳۵	۰,۲۸۵۳	۰,۸۲۵۲	۱,۲۲۹۳	۳,۱۲۰۷
فصلی	۱,۲۳۰۹	۰,۱۷۴۵	۰,۸۲۷۳	۰,۳۷۵۸	۰,۰۴۵۴	۱,۳۲۲۸	۰,۳۷۲۸	۰,۶۷۲۷
شش‌ماهه	۱,۶۱۲۹	۰,۲۱۲۵	۰,۹۱۳۱	۰,۴۱۷۰	۰,۰۶۲۸	۱,۶۲۶۹	۰,۲۶۱۱	۰,۷۱۵۹
سالانه	۲,۱۶۸۵	۰,۲۲۹۸	۰,۸۸۵۸	۰,۴۸۷۰	۰,۱۸۷۵	۰,۰۶۸۰	۰,۳۱۸۴	۰,۶۱۷۴

در ترسیم و تحلیل پارامترهای محاسبه شده، نتایج قابل توجهی به دست آمده است. پارامتر شکل (k) در سری‌های مربوط به مقادیر حدی منفی (حداقل) با افزایش فاصله زمانی، کمتر و در سری‌های مربوط به مقادیر حدی مثبت (حداکثر) با افزایش فاصله زمانی، بیشتر شده است. این امر نشان می‌دهد که در سری‌های حداقل، با کاهش فاصله زمانی، دنباله توزیع پهن‌تر و در سری‌های حداکثر، دنباله توزیع باریک‌تر است. در سری‌های زمانی ماهانه حداقل، پارامتر شکل توزیع بیشتر از فواصل زمانی دیگر است. پارامتر نوسان‌پذیری ($\propto$) در فواصل زمانی بلندمدت‌تر، هم در مدل GEV و هم مدل GL مقدار بیشتری را نشان می‌دهد.

همچنین تحلیل این پارامتر نشان می‌دهد که در بورس تهران، بازده‌های حدی در فواصل زمانی بلندمدت‌تر، نوسان‌پذیری بیشتری دارد.

بر اساس آزمون AD، سری‌های زمانی مدل GL نشان می‌دهد که در بین بلوک‌های زمانی مربوط به مقادیر حدی مثبت، فاصله زمانی سالانه و در بین بلوک‌های زمانی مقادیر حدی منفی، فاصله زمانی شش‌ماهه از سایر فواصل زمانی مورد بررسی، عملکرد مناسب‌تری دارند. نتایج این جدول هم‌راستا با سایر تحقیقات مشابه مانند تحقیقات فلاح‌پور و یاراحمدی (۱۳۹۱)، فلاح طلب و عزیزی (۱۳۹۲)، راعی و نبی‌زاده (۱۳۹۲) و فلاح شمس و غضنفری (۱۳۹۵)، مؤید این مطلب است که توزیع بازده و لگاریتم بازده شاخص کل بورس تهران، دنباله پهن می‌باشد. ولی، این پدیده در سری‌های مربوط به مقادیر حدی منفی نمود بیشتری دارد.

بررسی الگوهای زمانی متفاوت مقادیر حدی (مثبت و منفی) بر اساس آزمون اندرسون دارلینگ و بر اساس پارامترهای محاسبه شده مدل توزیع GEV، نشان می‌دهد که در هر دو نوع سری زمانی حدی، فاصله زمانی شش‌ماهه عملکرد بهتری دارد. اما به صورت کلی، می‌توان به این نتیجه رسید که در سری‌های بلوک‌های حداقل (مقادیر حدی منفی) به غیر از فاصله زمانی سالانه، مدل GEV نسبت به مدل GL عملکرد و نتایج بهتری را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، به منظور بررسی و مدلسازی مقادیر حدی در بورس اوراق بهادار اگر بخواهیم از مقادیر سالانه استفاده کنیم، مدل مناسب توزیع حدی، مدل لجستیک تعمیم‌یافته (GL) می‌باشد. نتایج این بخش با نتایج تحقیقات رمضان (۲۰۰۴) در بازار سهام ترکیه، گتنبی و دیگران (۲۰۰۶) در بازار آمریکا، انگلیس و ژاپن، تولیکاس و گتنبی (۲۰۰۹) در بازار سهام سنگاپور، حسن و دیگران (۲۰۱۲) در بازار مالزی و کلوین و مانگاتو (۲۰۱۶) در بورس‌های شرق آفریقا مغایرت دارد.

نتایج نشان می‌دهد که با کاهش فاصله زمانی بررسی توزیع مقادیر حدی، عملکرد مدل‌های توزیع حدی (بر اساس مقایسه پارامترهای مدل‌ها) نیز بهبود می‌یابد. همچنین در فواصل زمانی کمتر از یک سال، عملکرد مدل GEV بهتر از سایر مدل‌ها می‌باشد. نتیجه این بخش از تحقیق با تحقیقات جنسی و سلکاک (۲۰۰۱) در بازار آمریکا و سایفال و لی (۲۰۱۵) در بازار سهام چین مشابه می‌باشد. با توجه به نتایج بدست آمده در بخش قبل، یکی از فرضیات اصلی تحقیق حاضر که با استفاده از شاخص گشتاوری گرافیکی می‌توان مدل مناسب توزیع مقادیر حدی بورس تهران را مشخص نمود، مورد تائید قرار می‌گیرد.

در ادامه، مراحل تحلیل آماری فرضیه دوم به منظور بررسی شاخص ریسک مقادیر حدی در بلوک‌های زمانی مختلف مورد بررسی و آزمون قرار می‌گیرد. می‌خواهیم به این سوال پاسخ دهیم که آیا با کاهش فاصله زمانی، خطای برآورد معیار ریسک حدی تغییر خواهد کرد؟ بدین منظور با استفاده از مدل انتخاب شده در مرحله قبل (GEV) و با استفاده از رهیافت باکس–جنکینز و در نظر گرفتن مراحل پیشنهاد شده مک‌نیل و فری (۲۰۰۰) برای محاسبه شاخص‌های ریسک حدی (VaR)، محاسبات و تحلیل مربوط صورت می‌گیرد. بنابراین نخست آزمون ریشه واحد (مانایی) برای مدلسازی میانگین و آزمون ناهمسانی واریانس برای بررسی شرایط واریانس در طول زمان انجام گرفته و سپس مدل نهایی برای بررسی سری‌های زمانی انتخاب می‌گردد. بعد از این مرحله، معیار ریسک حدی (VaR) هر بلوک زمانی و خطای برآورد آن بر اساس نسبت LR مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه مستقل و هم توزیع بودن سری‌های زمانی مالی مورد بررسی، یکی از مهمترین فرضیه‌ها در تئوری مقادیر حدی است، به منظور محاسبه شاخص VaR با واریانس غیرثابت در طول زمان، ابتدا آزمون مانایی داده‌ها در فواصل زمانی مختلف انجام می‌گیرد:

جدول ۳: مقادیر احتمال آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته مقادیر شاخص کل (ریشه واحد)

مقادیر دیکی فولر تعمیم‌یافته	t–statistic	احتمال
فاصله زمانی		
روزانه	−۱,۴۶۶۶	۰,۸۴۰۸
هفتگی	−۱,۸۰۴۶	۰,۷۰۱۵
ماهانه	−۲,۱۰۰۵	۰,۵۴۰۵
فصلی	−۲,۰۵۳۶	۰,۵۵۶۸
نیم‌سالانه	−۲,۶۱۹۶	۰,۲۷۶۵
سالانه	−۲,۵۳۶۷	۰,۳۰۹۱

با توجه به احتمالات به دست آمده برای سری‌های مختلف، می‌توان به این نتیجه رسید که فرضیه مانا نبودن برای همه الگوهای زمانی پذیرفته شده و بنابراین فرایند مدلسازی روی بازدهی در هر بلوک زمانی انجام می‌گیرد. با استفاده از رهیافت باکس جنکینز، مرحله اول تشخیص است که باید به توابع خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی رجوع نموده و در مورد عناصر خودهمبستگی و میانگین متحرک (AR و MR) تصمیم‌گیری نمود. با استفاده از نمودار همبسته‌نگار هر بلوک زمانی از مدل ARMA مناسب برای مدلسازی میانگین استفاده گردیده تا زمانی که نمودار نشان دهد که هیچ عنصر سیستماتیک دیده شده‌ای در مدل وجود ندارد (عدم وجود جزء سیستماتیک در اجزاء باقیمانده مدل). در ادامه تحقیق، آزمون ناهمسانی واریانس به منظور بررسی ثابت بودن واریانس در طول زمان برای سری‌های زمانی مختلف انجام گرفت.

جدول ۴: آزمون ناهمسانی واریانس

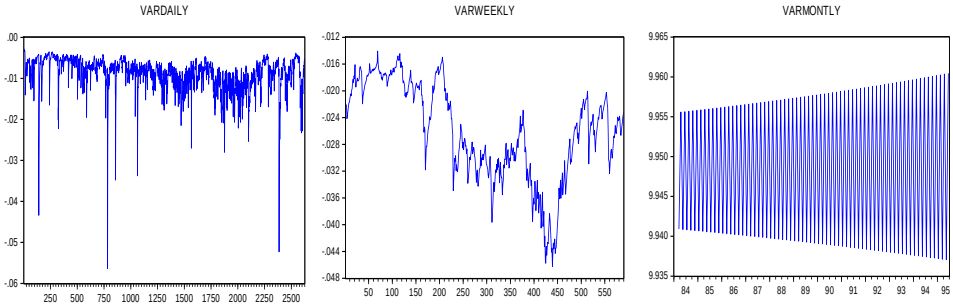
مقادیر دیکی فولر تعمیم‌یافته	Test: ARCH	Heteroskedasticity
الگوی زمانی	Prob	F–statistic
روزانه	۰,۰۰۰۰	۱۱۰,۴۵۸۱
هفتگی	۰,۰۰۱۴	۱۰,۳۰۱۶
ماهانه	۰,۰۴۱۷	۵,۲۱۱۰
فصلی	۰,۹۱۳۴	۰,۰۱۱۹
نیم‌سالانه	۰,۹۶۴۱	۰,۰۰۲۰
سالانه	۰,۴۱۱۴	۰,۷۷۹۰

با توجه به احتمال بدست آمده برای آزمون ARCH در الگوهای زمانی روزانه، هفتگی و ماهانه که کوچکتر از ۵٪ می‌باشد، فرض ثابت بودن واریانس برای این سری‌های زمانی رد شده و بنابراین امکان استخراج واریانس به شکل غیرثابت و شرطی وجود دارد. همچنین به منظور تعیین مدل نهایی برای مدلسازی واریانس در هر کدام از سری‌های زمانی با استفاده از انواع مدل‌های GARCH در جهت برآورد شاخص VaR از معیار آکائیک استفاده شده است. بر اساس این معیار، مدل گارچ آستانه‌ای نمائی به دلیل این که کمترین مقدار آکائیک را داراست، انتخاب شده است.

جدول ۵: انتخاب مدل مناسب GARCH بر اساس معیار آکائیک

Variable	Coefficient	std.error	Z–statistic	Prob
GARCH	۲۹,۴۹۹۹	۴,۴۳۱۴	۶,۶۵۶۹	۰,۰۰۰۰
C	–۰,۰۰۰۷	۰,۰۰۰۲	۲,۶۴۵۶–	۰,۰۰۸۲
AR (1)	۰,۹۸۴۴	۰,۰۰۲۶	۳۷۷,۶۳۳۰	۰,۰۰۰۰
MA (1)	–۰,۶۲۵۴	۰,۰۱۵۸	۳۹,۴۵۴۲–	۰,۰۰۰۰
MA (2)	۰,۳۲۶۱	۰,۰۱۶۷	۱۹,۴۳۸۹–	۰,۰۰۰۰
		Akaike info	Criterion	۷,۵۲۳۵–
		Schwardz	Criterion	۷,۵۰۳۴–
		Hannan–Quinn	Criter.	۷,۵۱۶۲–

در نمودارهای زیر، ارزش در معرض ریسک محاسبه شده برای الگوهای زمانی روزانه، هفتگی و ماهانه ترسیم شده است.



نمودار ۷: ارزش در معرض ریسک محاسبه شده برای الگوهای روزانه، هفتگی و ماهانه

همانگونه که در جدول ۴ مربوط به برآورد آزمون ناهمسانی واریانس (ARCH) نیز مشخص شد، مقدار احتمال بدست آمده برای الگوهای زمانی فصلی، نیم‌سالانه و سالانه نشان می‌دهد که در محاسبه شاخص VaR برای این الگوها باید از واریانس ثابت استفاده نمود:

سالانه	VaR = –۰/۳۴۶۱۶
نیم‌سالانه	VaR = –۰/۲۵۰۴
فصلی	VaR = –۰/۱۷۸۹۷

در ادامه تحقیق، به منظور مقایسه کیفیت ارزش در معرض ریسک‌های محاسبه شده از نسبت شکست به کل مشاهدات الگوهای زمانی مختلف (LR) استفاده می‌گردد. در این روش، درصد خطای

پیش‌بینی VaR بر کل مشاهدات هر سری زمانی تقسیم شده و از این تقسیم، نسبت شکست آن سری زمانی خاص بدست می‌آید. لازم به ذکر است که بالاترین احتمال (Prob) به معنی داشتن بیشترین مقدار خطا به نسبت کل مشاهدات آن سری زمانی می‌باشد.

جدول ۶: نسبت شکست (LR) سری‌های زمانی مختلف

روزانه LR	هفتگی LR	ماهانه LR	فصلی LR	نیم‌ماهه LR	سالانه LR
۰/۰۲	۰/۰۶	۰/۵۰	۰/۲۴	۰/۳۲	۰/۲۷

با توجه به بررسی‌های انجام شده و محاسبات مربوط به شاخص ریسک حدی و نیز مقادیر آزمون‌ها و معیارهای بدست‌آمده، نتایج قابل توجهی برای بررسی فرضیه دوم تحقیق به دست آمد. بر اساس نسبت شکست محاسبه شده برای هر الگوی زمانی، تنها مقدار ارزش در معرض ریسک داده‌های روزانه در سطح اطمینان ۹۵ درصد و همچنین ارزش در معرض ریسک الگوی زمانی هفتگی در سطح اطمینان ۹۰ درصد معنی‌دار می‌باشد. سایر الگوهای زمانی بررسی شده در تحقیق حاضر، ارزش در معرض ریسک معنی‌داری را از نظر آماری ایجاد نمی‌کنند.

اطلاعات جدول بالا همچنین نشان می‌دهد که هر چه مقدار فاصله زمانی (الگوی زمانی) کمتر می‌شود، مقدار آماره LR نیز کمتر می‌شود. در بین الگوهای زمانی مختلف بررسی شده، بیشترین مقدار شکست (مقدار زیان واقعی بیشتر از مقدار زیان پیش‌بینی شده) مربوط به داده‌های ماهانه می‌باشد. هرچند که انتخاب و مقایسه سری‌های زمانی که از نظر آماری قابل پذیرش نمی‌باشند، معنی‌داری خاصی ندارد ولی از نظر مقام مقایسه بر اساس نسبت شکست (LR) ترتیب سری‌های زمانی عبارتند از: روزانه – هفتگی – فصلی – سالانه – نیم‌سالانه و ماهانه.

با توجه به ترتیب الگوهای زمانی از نظر نسبت خطای برآورد VaR، به نظر می‌رسد که هرچه به سمت داده‌های با فرکانس بیشتر (داده‌های پربسامد) حرکت کنیم، نتیجه محاسبات شاخص VaR، ارزنده‌تر و خطای پیش‌بینی ریسک مقادیر حدی نیز کمتر خواهد شد. این نتایج می‌تواند تائیدی بر اثبات فرضیه دوم تحقیق حاضر به شمار آید. بنابراین به غیر از فواصل زمانی ماهانه و نیم‌سالانه، در سایر فواصل زمانی (الگوهای زمانی) با کاهش فاصله الگوی زمانی، نتایج برآورد نسبت خطای محاسباتی ریسک حدی نیز کمتر شده است.

خلاصه نتایج آزمون‌های آماری نشان می‌دهد که با توجه به محاسبات و تجزیه و تحلیل داده‌های مورد استفاده در تحقیق حاضر، انتخاب مدل توزیع مقادیر حدی بر اساس ترسیم گشتاوری الگوهای

زمانی مقادیر حدی (مثبت و منفی) بر اساس شاخص گشتاوری ال–مومنت و نیز کاهش خطای برآورد ریسک حدی در الگوهای زمانی کوتاه‌تر و فواصل زمانی کمتر، مورد تائید قرار می‌گیرد.

نتیجه گیری و بحث

در تحقیق حاضر، دو فرضیه اصلی در ارتباط با موضوع ریسک حدی بازار سهام کشور مورد بررسی دقیق علمی قرار گرفت. در فرضیه اول بیان گردید که می‌توان با استفاده از روش شاخص گشتاوری ال–مومنت، مدل مناسب توزیع مقادیر حدی (مثبت و منفی) شاخص کل بورس تهران را مشخص نمود. نتایج بدست آمده از ترسیم مقادیر حدی محاسبه شده نشان داد که مدل مطلوب بیشتر فواصل زمانی روی نمودار، مدل لجستیک تعمیم‌یافته (GL) و در برخی فواصل نیز مدل توزیع تعمیم‌یافته مقادیر حدی (GEV) می‌باشد که این یافته‌ها با بیشتر تحقیقات و نیز مبانی نظری تحقیق و ادبیات موضوع نیز مطابق است. بعد از برآورد پارامترهای مدل‌های انتخاب شده ($\propto$، β و k) با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی و در بلوک‌های زمانی متفاوت و نیز استفاده از آزمون اندرسون دارلینگ، مشخص گردید که در فواصل زمانی کمتر از سال، مدل GEV و در فواصل زمانی سالانه، مدل GL عملکرد بهتری از خود نشان دادند. نتایج شکل توزیع مقادیر حدی روی نمودار شاخص گشتاوری و قبل از برآورد پارامترهای سه‌گانه، مشابه تحقیق تولیکاس و گتنبی (۲۰۰۹) در کشور سنگاپور می‌باشد. پس از محاسبه پارامترهای مدل‌های انتخاب شده نتیجه بدست آمده هم‌راستا با تحقیقات جنسی و سلکاک (۲۰۰۱) در کشور آمریکا و سایفال و لی (۲۰۱۵) در کشور چین است. در صورتی که برای بررسی مقادیر حدی شاخص کل بورس از فواصل زمانی سالانه استفاده کنیم، بر اساس نتایج تحقیق حاضر، مدل مناسب توزیع حدی، مدل لجستیک تعمیم‌یافته (GL) می‌باشد. این نتیجه مغایر با تحقیقات کلوین و مانگاتو (۲۰۱۶) در بورس‌های شرق آفریقا و نیز تحقیق حسن، رادی و کسیم (۲۰۱۲) در بازار سهام مالزی است. تحقیق نشان داد که در فواصل زمانی کمتر از سال (روزانه، هفتگی، ماهانه، فصلی و نیم‌سالانه)، مدل توزیع حدی GEV از نظر مقایسه پارامترها (شکل، موقعیت و مقیاس) عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌ها دارد. این نتیجه هم‌راستا با نتایج تحقیق جنسی و سلکاک (۲۰۰۴) در بازار سهام آمریکا، تحقیق تسی و چن (۲۰۱۱) در بازار سهام کشورهای آسیایی و تحقیق سایفال و لی (۲۰۱۵) در بازار سهام کشور چین می‌باشد. البته نتایج این بخش از تحقیق با تحقیق رمضان (۲۰۰۴) در کشور ترکیه، گتنبی و دیگران (۲۰۰۶) در بازار سهام کشورهای آمریکا، انگلیس و ژاپن، تحقیق تولیکاس و گتنبی (۲۰۰۹) در بازار سهام سنگاپور و تحقیق حسن و دیگران (۲۰۱۲) در بازار سهام کشور مالزی مغایر است.

نتایج بررسی فرضیه اول نشان داد که با کاهش فاصله زمانی، عملکرد پارامترهای شکل، موقعیت و مقیاس برای مدل‌های توزیع حدی نیز بهبود می‌یابد. همچنین پارامتر شکل توزیع (k) در سری‌های حداقل (بلوک‌های زمانی مقادیر حدی منفی) نشان می‌دهد که با کاهش فواصل زمانی، دنباله توزیع مقادیر حدی بورس تهران پهن‌تر می‌شود. بنابراین نتایج این تحقیق، اطلاعات جدیدی در اختیار محققان حوزه بازار سرمایه و مدیران قرار می‌دهد که بر اساس آن بتوانند با استفاده از داده‌ها و الگوی زمانی مناسب، ریسک حدی بازار سهام را بهتر ارزیابی نمایند. نتایج این بخش با تحقیق عاصف (۲۰۰۹) در بازار سهام کشورهای مصر، اردن، مراکش و ترکیه و نیز بیشتر تحقیقات انجام شده در داخل کشور مانند تحقیق فلاح طلب و عزیزی (۱۳۹۲)، فلاح شمس و غضنفری (۱۳۹۵) و فلاح‌پور و ثمینه (۱۳۹۵) هم‌راستا می‌باشد.

با توجه به نتایج به دست آمده، فرضیه اول این تحقیق در مورد امکان انتخاب مدل مناسب توزیع مقادیر حدی شاخص کل بورس و بر اساس روش نوین شاخص گشتاوری ال–مومنت مورد تائید قرار می‌گیرد.

نتایج بدست آمده از آزمون فرضیه دوم که بررسی خطای برآورد ریسک حدی در الگوی‌های مختلف زمانی بود نشان داد که ارزش در معرض ریسک داده‌های روزانه در سطح اطمینان ۹۵ درصد و همچنین ارزش در معرض ریسک داده‌های هفتگی در سطح اطمینان ۹۰ درصد معنی‌دار می‌باشد. سایر الگوهای زمانی مورد بررسی، ارزش در معرض ریسک (VaR) معنی‌داری را ایجاد نمی‌کنند و خطای پیش‌بینی آن‌ها بالاتر از سطح اطمینان است. نتایج بدست آمده در این بخش از تحقیق نشان داد که هرچه فاصله زمانی (الگوی زمانی) مورد بررسی کمتر شود، مقدار احتمال نسبت شکست نیز کمتر می‌شود. این نتیجه هم‌راستا با نتایج تحقیق کارماکار و شوکلا (۲۰۱۵)، سایفال و لی (۲۰۱۵) در کشور چین و نیز ولاسکو و لوپز (۲۰۱۸) در کشور فیلیپین است. این امر نشان‌دهنده این منطق و واقعیت است که محاسبه شاخص‌ها و معیارهای ریسک حدی در داده‌های با فراوانی بالا (پربسامد) دارای خطای محاسباتی کمتری خواهد بود. نتایج همچنین نشان داد که در بین الگوهای زمانی مورد بررسی، الگوی زمانی ماهانه دارای بیشترین مقادیر شکست بوده و استفاده از الگوهای زمانی نیم‌سالانه و سالانه نیز – بر اساس نتایج احتمال خطای برآورد – می‌تواند انحراف زیادی در نتایج ایجاد نماید. نتیجه این بخش از تحقیق با تحقیق سایفال و لی (۲۰۱۵) در کشور چین هم‌راستا و با تحقیق تولیکاس و گتنبی (۲۰۰۹) در کشور سنگاپور مغایر می‌باشد.

نتیجه کلی آزمون فرضیه دوم تحقیق نشان می‌دهد که با کوتاه شدن فاصله الگوهای زمانی مورد بررسی، درصد خطای پیش‌بینی و نسبت شکست کمتر می‌شود. با توجه به حصول این نتیجه، فرضیه دوم تحقیق حاضر در مورد بهبود شاخص‌های ریسک با کاهش فواصل زمانی نیز مورد تائید قرار می‌گیرد. با توجه به نتیجه‌گیری و آزمون فرضیه‌های تحقیق کنونی و در نظر گرفتن این نکته که کمتر موردی از سری‌های مقادیر حدی (مثبت و منفی) با مدل توزیع GPD هم‌خوانی داشت، بهتر است که محققان آتی حوزه مالی در برآورد ریسک مقادیر حدی، در استفاده از رویکردهای محاسبه مقادیر حدی از جمله رویکرد فراتر از آستانه (BOT) محتاط باشند. البته پیشنهاد بر آن است که نتایج علمی این دو روش در الگوهای زمانی متفاوت بررسی گردد. به مدیران مالی و ریسک حوزه بازار سرمایه نیز پیشنهاد می‌گردد که در ارزیابی ریسک حدی از الگوهای زمانی و مدل‌های پیشنهادی تحقیق حاضر استفاده نمایند. سایر محققان می‌توانند از معیارهای دیگر ریسک حدی مانند معیار ریزش مورد انتظار (ES) در مقایسه الگوهای متفاوت زمانی و مدل‌های توزیع حدی استفاده نمایند. همچنین شناخت بیشتر ساختار توزیع مقادیر حدی بورس تهران در سطح مقایسه‌ای تطبیقی با چند کشور منتخب، نتیجه تحقیق را توسعه بیشتر خواهد داد.

منابع

۱) راعی، رضا و احمد بنی‌زاده. ۱۳۹۲. آزمون توزیع بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران بین سال‌های ۹۰-۱۳۸۰. فصلنامه راهبرد مدیریت مالی. سال اول، شماره ۱، ۱۸-۱.

۲) رهنمای رودپشتی، فریدون و سید رضا میرغفاری. ۱۳۹۰. ارزیابی عملکرد پورتفوی در بورس اوراق بهادار تهران: کاربرد ارزش در معرض خطر (Value at Risk). مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، دوره ۲ شماره ۸، ۷۶-۵۱.

۳) زمانی، شیوا، اسلامی بیدگلی، سعید و معین کاظمی. ۱۳۹۲. محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین. فصلنامه بورس اوراق بهادار، سال ششم، شماره ۲۱، ۱۵۲-۱۳۶.

۴) سجاد، رسول، هدایتی، شراره و شهره هدایتی. ۱۳۹۳. برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از نظریه ارزش فرین در بورس اوراق بهادار تهران. دانش سرمایه‌گذاری. دوره ۳، شماره ۹.

۵) فلاح‌پور، سعید و ثمینه فیض‌اله. ۱۳۹۵. انتخاب پورتفوی سهام با استفاده از وابستگی دنباله پائینی و تئوری مقدار حدی. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، سال ۴ شماره ۳۰، ۵۴-۳۳.

۶) فلاح‌پور، سعید و مهدی یاراحمدی. ۱۳۹۱. برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار حدی در بورس اوراق بهادار تهران. مهندسی‌مالی و مدیریت‌اوراق‌بهادار، دوره ۴ شماره ۱۳، ۱۲۲-۱۰۳.

۷) فلاح شمس، میرفیض و سمیرا غضنفری. ۱۳۹۵. بررسی ریسک نامطلوب (مقدار ارزش حدی) و بازده در بورس اوراق بهادار تهران با رویکرد تئوری ارزش حدی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پورتفوی). دوره ۷ شماره ۲۷، ۱۵۴-۱۳۷.

۸) فلاح طلب، حسین و محمدرضا عزیزی. ۱۳۹۳. کاربرد تئوری مقادیر فرین در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک. دانش سرمایه‌گذاری، دوره ۳ شماره ۱۲، ۱۸۰-۱۵۹.

9) Assaf, A, (2009). Extreme observations and risk assessment in the equity markets of MENA region: tail measures and Value-at-Risk. Journal of international review of financial analysis. 18 (3), 109-116.

10) Christoffersen P, Errunza V, Jacobs K, Longlois H (2012). Is the potential for international diversification disappearing? A dynamic copula approach. *The Review of financial studies*. 25(12), 3711-3751.

11) Dominicy Y, Ilmonen P, Veredas D. (2015). Multivariate Hill estimators. *International statistical Review banner*. 85(1), 108-142.

12) Gency, Ramazan, and Faruk Selcuk (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets Ramazan. International Journal of Forecasting 21, 287-303.
13) Gencay, R., Selcuk, F., (2004). Extreme Value Theory and Value-at-risk: relative performance in emerging markets. *International Journal of Forecasting*.20 (2), 284-303.
14) Gettinby, G., Sinclair, C., Power, D., Brown, R., (2006). An analysis of the distribution of extreme share returns in the UK from 1952 to 2000. *Journal of Business Finance and Accounting*. 31(5-6), 607-646.
15) Gilli, Manfred and Evis Kellezi. 2006. An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. Computational Economics, vol. 27, issue 2, 207-228.
16) Gumbel, E.J. (1954). *Statistical theory of extreme values and some practical applications*. Applied Mathematics series. 33 (1st ed.). U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards.
17) Hasan, H. Ahmad Radi, N. F., & Kassim, S. (2012). Modeling the distribution of extreme share return in Malaysia using generalized extreme value (GEV) distribution. The 5th international conference on research and education in mathematics. Volume 1450, 82-89 (2012); doi: 10.1063/1.4724321.
18) Hosking, J. R., (1990). L-moments: analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics. *Journal of Royal statistical society*. 52(1), 105-124.
19) Hussain, Saiful I. 2016. Modelling Extreme Returns in Chinese Stock Market Using Extreme Value Theory and Copula Approach. PhD Thesis of Actuarial Science. College of Business, Universiti Kebangsaan Malaysia.
20) Karmakar, M., & Shukla, G, K. (2015). Managing extreme risk in some major stock markets: An extreme values approach. International Review of Economics & Finance, 35, 1-25.
21) Kelvin, A.K, Mung'atu, J.K., (2016). Extreme Values Modelling of Nairobi Securities Exchange Index. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*. 5(4), 234-241.
22) Kittia karasakun, J. & Tse, Y. (2011). Modeling the Fat Tails in Asian Stock Markets. International review of economics and finance, 20(3), 430-440.
23) Longin, F. M., (1996). The asymptotic distribution of extreme stock market returns. *Journal of Business*. 69(3), 383-408.
24) Maghyerch, A. & Al-Zoubi, H. 2006. Value-at-Risk under Extreme Values: The Relative Performance in MENA Emerging Stock Markets. International journal of managerial finance. 154-172.

25) Matu, S., Balogh, P., Moldovan, D., (2011). The Efficiency of at Risk models on Central and Eastern European stock markets. International journal of mathematics and computers in Simulation. Issue 2, Vol. 5, 110-117.
26) McNeil A, Frey R. (2000). Estimation of Tail-Related Risk Measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value Approach. *Journal of Empirical finance*. 7(3-4), 271-300.
27) Minkah, R. 2016. An application of extreme value theory to the management of a hydroelectric dam. Springerplus. 5: 96.
28) Nortey, Ezekiel N. N., Kwabena Asare, and Felix Okoe Mettle (2015). Extreme value modelling of Ghana stock exchange index. Springerplus 4: 696.
29) Saiful, IH, Li, S, (2015). Modeling the distribution of extreme returns in the Chinese stock market. *Journal of international Financial Markets, institutions and money*. 34(2015) 263-276.
30) Singh, A.K., Robert, P. J., (2013). Extreme market risk and extrene Value theory. Mathematics and computers in Simulation, VOL. 94, 310-328.
31) Soltane, H.B., Karna, A., Bellah, m. (2012). Conditional VaR using GARCH-EVT approach: forecasting Volatility in Tunisian Financial market. Journal of Computational & modelling, VoL2, no. 2, 95-115.
32) Tasi M, Chen L. (2011). The calculation of capital requirement using extreme value theory. *Economic Modelling*. 28(1-2), 390-395.
33) Tolikas, K., Gettinby, G. D., (2009). Modelling the distribution of the extreme share returns in Singapore. *Journal of Empirical Finance*. 16(2), 254-263.
34) Velasco, AAF., Lapuz, Dkp (2018). Extreme value modelling for measuring financial risk with application to selected Philippine stocks. A journal of computational mathematics. 7(3), 404.

یادداشت‌ها :

۱ EVT
۲ Gumbel
۳ Minkah
۴ Longin
۵ MCNeil & Frey
۶ Ramazan
۷ Magyerch & AL-Zoubi
۸ Gilli & Kellezi
۹ Tolikas & Gettinby
۱۰ Assaf
۱۱ Karasakun & Tse
۱۲ Allen, Singh & Paul
۱۳ Matu, Balogh & Moldovan
۱۴ Hasan, Radi & Kassim
۱۵ Soltane
۱۶ Berggren & Fredrik
۱۷ Karmakar & Shukla
۱۸ Nortey, Asare & Mettle
۱۹ Saiful & Li
۲۰ Kelvin & Mangatu
۲۱ Dominicy
۲۲ Hosking