**فصلنامه رهبری و مدیریت آموزشی**
**دانشگاه آزاد اسلامی‌واحدگرمسار**
**سال هجدهم، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۳**
**صص ۲۶۶-۲۳۶**

# مقایسه‌ی نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان در حل مسائل تناسبی بر اساس نظریه پردازش دوگانه

**علی محمدیان خطیر[۱]، امیرعلی طباطبایی عدنانی[۲]، علی برهمند[۳]، محمدعلی فریبرزی عراقی[۴]**

**چکیده:**

**هدف**: هدف از این مطالعه بررسی نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هفتم براساس نظریه پردازش دوگانه در حل مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی و مقایسه آنها با یکدیگر است.

**روش**: روش این پژوهش، کمی- توصیفی و از نظر هدف کاربردی بود. داده‌ها از ۱۶ دانش‌آموز کلاس هفتم (۸ دختر و ۸ پسر) از دو مدرسه دولتی مختلف از دوره اول متوسطه در استان تهران جمع آوری شد. از دانش‌آموزان خواسته شد تا ۹ مساله باز پاسخ را حل کنند که شامل ۳ مساله تناسبی مستقیم و ۳ مساله تناسبی معکوس و ۳ مساله غیر تناسبی بود.

**یافته‌ها**: نتایج نشان داد که در مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی، دانش‌آموزان هر دو گروه تقریبا بطور یکسان به سئوالات بصورت درست پاسخ دادند. در بخش پاسخ‌های شهودی و استنتاجی مربوط به هر سه نوع مساله، گروه پسران بیشتر از گروه دختران به سوالات بصورت شهودی پاسخ دادند، ولی پاسخ‌های درست شهودی و استنتاجی گروه دختران بیشتر از گروه پسران بود. همچنین در مسائل غیر تناسبی اکثر پاسخ‌های شهودی و استنتاجی هر دو گروه بصورت نادرست بود. همچنین در بررسی ۹ سئوال مشخص شد که در سئوالات ۳ و ۴ اختلاف معنی داری وجود دارد و بیشتر دانش‌آموزان دو گروه از روش شهودی برای پاسخ‌گویی به مسائل استفاده کرده اند. علاوه بر این نتایج نشان داد که بطور کلی، اکثر دانش‌آموزان هر دو گروه که به مسائل غیر تناسبی پاسخ نادرست دادند، در تشخیص مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیر تناسبی از یکدیگر با مشکل مواجه بودند که معمولا به دلیل استفاده از استراتژی‌های تناسبی نادرست برای این نوع مسائل بود.

**نتیجه‌گیری**: می‌توان نتیجه گرفت که نوع استفاده از تفکر دانش‌آموزان دختر و پسر پایه‌ی هفتم در حل مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی بر اساس نظریه پردازش دوگانه می‌تواند به نتایج بهتری در آموزش بینجامد.

**کلیدواژه‌ها: نظریه پردازش دوگانه، تناسب مستقیم و معکوس، مسائل غیرتناسبی.**

---

[۱]. دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. amkhatir51@gmail.com

[۲]. استادیار گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول). a.t.adnani@gmail.com

[۳]. دانشیار گروه ریاضی، واحد همدان، دانشگاه آزاد اسلامی، همدان، ایران. ali.barahmand@iauh.ac.ir

[۴]. استاد تمام گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. Fariborzi.1400@gmail.com

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۱۰/۳ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۱۲/۳

**مقدمه**

آموزش ریاضی، یکی از اصلی‌ترین چالش‌های نظام‌های آموزشی است. و تفکر ریاضی، یکی از مهمترین اهداف آموزش ریاضی است که نقشی اساسی در ارتقای یادگیری مفهومی بازی می‌کند. برخی از توصیف‌های موجود از تفکر ریاضی بر روشهای حل مساله تأکید می‌کنند، در حالی‌که بعضی دیگر، بر توسعه درک مفهومی ریاضی تمرکز دارند (واتسون[۱]، ۲۰۰۱).

از نظر ریاضیدانان، ریاضیات یکی از مهمترین روش‌های تفکری است که انسان را به دانش معینی هدایت می‌کند(ییلدیریم[۲]، ۲۰۰۴). هدف از تدریس ریاضیات از یک سو این است که فرد را قادر به حل مساله و آموزش مراحل حل مساله کند و از سوی دیگر، به او اجازه دهد ریاضی‌وار فکر کند( اسن ارسوی، پینار گونر[۳]، ۲۰۱۵). بورتون[۴] (۱۹۸۴) بر این باور است که تفکر ریاضی در اکثر دانش-آموزان توسعه نیافته است. توسعه‌ی تفکر ریاضی در سطوح مختلف تحصیلی، تحت تاثیر مفاهیم مختلف ریاضی قرار دارد. یکی از مباحث مهم و در ریاضیات ابتدایی که درک و یادگیری آن در مقاطع بالاتر نیز بسیار مهم است، مبحث "نسبت وتناسب[۵]" است.

نسبت و تناسب دو مفهومی هستند که زیر چتر کلی استدلال تناسبی قرار می گیرند (پیشکین-تونچ[۶]، ۲۰۲۰). نسبت، مقایسه کمیت ها است و تناسب، برابری بین نسبت هایی است که همان رابطه را نشان می‌دهد(لامون[۷]، ۱۹۹۵). روابط بین کمیت ها در نسبت ها یا تناسب ها ماهیت ضربی دارند (کرامر، پست و کریر[۸]، ۱۹۹۳). برای درک این رابطه به استدلال تناسبی نیاز است. بنابراین، درک مفهومی در مفاهیم نسبت و تناسب مستلزم داشتن یک استدلال کننده تناسبی است (بن-

---

۱.Watson

۲. Yildirim

۳. Esen Ersoy, Pinar Guner

۴. Burton

۵. Ratio and Proportion

۶. Pişkin-Tunç

۷. Lamon

۸. Cramer, Post & Currier

چایم، فی، فیتزجرالد، بندتو و میلر[۱]، ۱۹۹۸؛ لو و واتانابه[۲]، ۱۹۹۷). لامون (۲۰۰۷) استدلال تناسبی را اینگونه تعریف می کند: ارائه دلایلی برای حمایت از ادعاهای مطرح شده در مورد روابط ساختاری بین چهار کمیت (مثلاً a، b، c، d) در یک زمینه‌ای که به طور همزمان شامل کوواریانس[۳](تغییرپذیری یکسان) مقادیر(کمیت‌ها) و عدم تغییر(تغییر ناپذیری - ناوردایی)[۴] نسبت‌ها یا حاصلضرب‌ها است؛ این شامل توانایی تشخیص یک رابطه ضربی بین دو کمیت و همچنین توانایی گسترش همان رابطه به جفت کمیت‌های دیگر است. همچنین تعریف لش، پست و بهر[۵](۱۹۸۸) از استدلال تناسبی اینگونه است؛ «مهم‌ترین بخش(سنگ بنای) ریاضیات عالی و بخش نهاییِ مفاهیم ریاضیات ابتدایی»[۶] است. بن چایم، کرت و ایلانی[۷](۲۰۱۲) نیز با عبارات دیگری همین تعریف را ارائه دادند، و اعلام کردند که، در سطح مدرسه ابتدایی، استدلال تناسبی «نقطه اوج اصول اساسی ریاضیات است». علاوه بر این، شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM)[۸] در گزارش برنامه آموزشی و استانداردهای ارزشیابی(۱۹۸۹) اشاره می‌کند که: «توانایی استدلال تناسبی در دانش‌آموزان از کلاس پنجم تا هشتم رشد می‌کند. این توانایی از چنان اهمیت زیادی برخوردار است که ارزش هرقدر وقت و تلاش را دارد که باید صرف اطمینان از رشد دقیق آن شود.»

مطالعات نشان داده اند که بطور کلی توانایی‌های استدلال تناسبی دانش‌آموزان مشکل‌ساز است (آیان و ایشکال بوستان[۹]، ۲۰۱۹؛ آتاباش و اونر[۱۰]، ۲۰۱۶؛ بن‌چایم، کرت، و ایلانی، ۲۰۱۲؛ کرامر[۱۱]،

---

۱. Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto & Miller

۲. Lo & Watanabe

۳. Covariance

۴. Invariance

۵. Lesh, Post, and Behr

۶. The cornerstone of higher mathematics and the capstone of elementary concepts

۷. Keret, & Ilany

۸. The National Council of Teachers of Mathematics

۹. Ayan & Işıksal-Bostan

۱۰. Atabaş & Öner

۱۱. Keramer

پست، و بهر، ۱۹۸۹؛ لامون، ۲۰۰۷؛ اوزکان-کوکا و کیهان آلتای[۱]، ۲۰۰۹؛ تولوک-اوچار و بوزکوش[۲]، ۲۰۱۸). علاوه بر این، دانش‌آموزان عموماً در تشخیص موقعیت‌های تناسبی از غیرتناسبی با مشکلاتی مواجه هستند (آیان و ایشکال بوستان، ۲۰۱۹؛ آتاباش و اونر، ۲۰۱۶؛ تولوک-اوچار و بوزکوش، ۲۰۱۸).

همچنین در سراسر چشم‌انداز وسیع آموزش ریاضی، دانش‌آموزانی وجود دارند که با وجود بهره‌مندی از دانش لازم در رشته ریاضی، بارها نشان داده‌اند که نمی‌توانند استدلال رسمی(استنتاجی یا تحلیلی)[۳] را در حل مسائل به کار ببرند. دانش‌آموزان اغلب، به جای استفاده از مبنای دانش رسمی خود، بر استراتژی‌های حل مسأله‌ی مبتنی بر درک شهودی تکیه می‌کنند که منجر به پاسخ‌های اشتباه می‌شوند. با توجه به تضاد بی‌اندازه موجود بین حل مسأله مبتنی بر درک شهودی و یادگیری و آموزش موثر، روز به روز بر اهمیت آموزشی چاره‌جویی برای اصلاح چنین سوگیری‌های سیستماتیک که در استدلال یادگیرندگان وجود دارد، از طریق چارچوبهای مورد تائید در حوزه‌ی تفکر افزوده می‌شود (اتریج و انگلیس[۴]، ۲۰۱۵؛ بابائی، شالو و استاوی[۵]، ۲۰۱۵؛ لرون و هازان[۶]، ۲۰۰۶). یکی از چارچوب‌های مرتبط در خصوص بررسی فرایند تفکر انسان، نظریه‌ی پردازش دوگانه است.

نظریه‌پردازان پردازش دوگانه برای اینکه ریشه‌های شناختی زیربنایی این چالش آموزشی را بررسی کنند سعی دارند تا توضیح دهند که چگونه استدلال انسان توسط تعامل دو نوع متمایز پردازش شناختی شکل می‌گیرد (استانوویچ و وست[۷]، ۲۰۰۰). درحالیکه معمولا از پردازش نوع ۱ به عنوان اکتشافی یا شهودی[۸] یاد می‌شود و گفته می‌شود که فرآیندهای شناختی اولین برداشت خودکار را

---

۱. Özgün-Koca & Kayhan-Altay

۲. Toluk-Uçar & Bozkuş

۳. formal reasoning (inferential or analytical)

۴. Attridge & Inglis

۵. Babai, Shalev, & Stavy

۶. Leron & Hazzan

۷. Stanovich & West

۸. heuristic or intuitive

ایجاد می کند، پردازش نوع ۲ به‌عنوان تحلیلی(استنتاجی)[۱] توصیف شده است که نیازمند تلاش شناختی است که حافظه فعال افراد نقش بسزایی در آن دارد(بورودین[۲]، ۲۰۱۶).

بطور کلی در ادبیات آموزش ریاضی دو دسته اصلی از انواع مسائل و استدلال های تناسبی توصیف شده‌اند(کرامر و پست، ۱۹۹۳؛ هلر[۳]، پست، بهر و لش، ۱۹۹۰؛ پارک، پارک و کوون[۴]، ۲۰۱۰). این مسائل عبارتند از: مسائل مقایسه عددی[۵] و مسائل مقدار مجهول[۶].

مسائل مقدار نامعلوم، مسائلی هستند که در آنها، سه تا از چهار مقدار و رابطه تناسبی بین این چهار مقدار داده می‌شود، که باید مقدار مجهول را پیدا کرد(لامون، ۱۹۹۳، ۲۰۰۷). همچنین، مسائل مقایسه عددی، شامل مسائلی است که در آن چهار مقدار (a، b، c، و d) داده می شوند و هدف، تعیین یک رابطه ترتیبی بین دو نسبت a/b و c/d است(لامون، ۱۹۹۳، ۲۰۰۷). به عبارت دیگر، مسائل مقایسه عددی نیاز به مقایسه دو نسبت دارند تا مشخص شود که آیا این دو نسبت مساوی هستند یا کدام نسبت بزرگتر یا کوچکتر از دیگری است (بن-چایم، کرت و ایلانی، ۲۰۱۲). لوباتو و الیس[۷] (۲۰۱۰) در کتابشان درباره اهمیت درک پایه‌ای از نسبت، تناسب و استدلال تناسبی چنین بیان می کند که وقتی دو کمیت با هم رابطه تناسبی داشته باشند، نسبتِ یک کمیت به دیگری ثابت است، چرا که مقادیر عددی هر دو کمیت با یک ضریب تغییر می‌کنند (ون دی وال،کارپ و بی-ویلیامز[۸]، ۲۰۱۶). بیکمن[۹](۲۰۱۱) نشان داد که دو نوع رابطه تناسبی بین کمیت‌ها وجود دارد: ۱)رابطه تناسبی مستقیم[۱۰] و ۲) رابطه تناسبی معکوس (غیرمستقیم)[۱۱]. بر اساس NCTM (۲۰۰۶)،

---

۱. analytical (inferential)

۲. Borodin

۳. Heller

۴. Park, Park, & Kwon

۵. numerical comparison problems

۶. missing-value problems

۷. Lobato and Ellis

۸. Van-de-Walle, Karp, & Bay-Williams

۹. Beckmann

۱۰. directly proportional relationship

۱۱. inversely (indirectly) proportional relationship

دانش‌آموزان کلاس هفتم باید روابط تناسبی مستقیم را از دیگر روابط، از جمله تناسب معکوس، تشخیص دهند.

تناسب مستقیم بین دو کمیت زمانی اتفاق می افتد که تغییرات کمّی روی آنها بطور یکنواخت اتفاق بیافتد. این یعنی، اگر کمیت a با ضریب(یا عامل) m ضرب می‌شود، کمیت b باید بطور مشابه با ضریب(یا عامل) m ضرب شود که ضریب ثابت است. در این مورد خارج قسمت(نسبت)[1] بین دو کمیت اول همانند خارج قسمت(نسبت) جفت دوم است(بن-چایم، کرت و ایلانی، ۲۰۱۲). بعنوان مثال، ماشینی ۸۰ کیلومتر را در یک ساعت با سرعت ثابت طی می‌کند. به عبارت دیگر، این ماشین با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت حرکت می‌کند. رابطه تناسبی بین مسافت پیموده شده و زمان مورد نیاز برای اینکه ماشین آن مسافت را طی کند مستقیم است. اگر این فاصله برای پیمودن با ضریب، m افزایش یابد، در این صورت زمان لازم برای پیمودنش (بدون تغییر سرعت) هم باید با ضریب m افزایش یابد(بن چایم، کرت و ایلانی، ۲۰۱۲).

تناسب معکوس بین دو کمیت زمانی اتفاق می افتد که تغییرات کمّی روی آنها بطور یکنواخت اما در جهت‌های مخالف اتفاق بیافتد(ضرب شده در مقابل تقسیم شده - ضرب در مقابل تقسیم). این یعنی، اگر کمیت a با ضریب(عامل) m (m مخالف صفر است) ضرب شود، آنگاه کمیت b باید بر m تقسیم شود(m ضریب ثابت است). در این مورد، حاصلضرب دو کمیت اول با حاصلضرب جفت دوم یکسان است(بن-چایم، کرت و ایلانی، ۲۰۱۲).

بعنوان مثال، برای هر شغلی، تناسب معکوسی بین تعداد کارگران (n) و تعداد روزهای (t) مورد نیاز برای انجام آن کار وجود دارد. اگر تعداد کارگران با ضریب m افزایش یابد، تعداد روزهای مورد نیاز برای انجام آن کار با ضریب m کاهش خواهد یافت؛ اگر تعداد کارگران با ضریب m کاهش یابد، زمان مورد نیاز با ضریب m افزایش خواهد یافت. به عبارت دیگر، حاصلضرب تعداد کارگران و تعداد روزها ثابت باقی می‌ماند. (بن چایم، کرت و ایلانی، ۲۰۱۲).

و اما غیر از انواع مسائل تناسبی که در بالا ذکر شد، مسائلی وجود دارند که تناسبی نیستند. مسائلی که روابط غیر تناسبی بین متغیرها دارند اما این تصور را ایجاد می کنند که نیاز به استدلال تناسبی

---

۱. quotient (ratio)

دارند، مسائل غیرتناسبی[۱] نامیده می شوند (ون دورن، دی بوک، هسلز، یانسنز، و ورسچافل، ۲۰۰۵)[۲]. برای حل مسائل غیرتناسبی، قطعاً استراتژی تناسبی نادرست است، اما می توان از استراتژی دیگری برای حل اینگونه مسائل استفاده کرد(پیشکین-تونچ، ۲۰۲۰). ون دورن و همکاران (۲۰۰۵) مسائل غیرتناسبی را به عنوان مسائل افزایشی(جمعی)[۳]، مسائل ثابت[۴] و مسائل خطی[۵] طبقه بندی کردند.

مسائل افزایشی(جمعی)، یک اختلاف ثابت بین دو متغیر دارند، بنابراین یک رویکرد صحیح، اضافه کردن این اختلاف به مقدار سوم است (پیشکین-تونچ، ۲۰۲۰). مساله‌ی مقابل را در نظر بگیرید: ژانت و ژینت[۶] داشتند به مدرسه می‌رفتند و هر دو با یک سرعت راه می‌رفتند. ژینت اول شروع کرد. وقتی ژینت ۶ بلوک طی کرده بود، ژانت ۲ بلوک طی کرده بود. وقتی ژینت در بلوک ۱۲ باشد، ژانت چه مسافتی طی کرده است؟ (ون دی وال،کارپ و بی-ویلیامز، ۲۰۱۶). بین تعداد بلوک‌های طی شده توسط ژانت و ژینت اختلاف ثابتی وجود دارد، لذا این موقعیت، جمعی است. ژانت هنوز هم ۴ بلوک عقب است، بنابراین ۸ بلوک طی کرده است. اما اگر این مسئله به شکل نادرست از طریق استدلال ضربی حل شود، به جواب ۴ بلوک می‌رسید (ون-دی-وال، کارپ و بی-جنیفر، ۲۰۱۶؛ کرامر و همکاران، ۱۹۹۳).

در مسائل ثابت، هیچ رابطه ای بین دو متغیر وجود ندارد. مقدار متغیر دوم تغییر نمی کند، بنابراین پاسخ صحیح در مساله کلامی[۷] ذکر شده است(پیشکین-تونچ، ۲۰۲۰). بعنوان مثال، مساله زیر را در نظر بگیرید: لیزا و لیندا[۸] در یک مزرعه ذرت (از یک نوع) می‌کارند. لیندا ۴ ردیف و لیزا ۶ ردیف می‌کارد. اگر ذرت لیندا ظرف ۸ هفته آماده چیدن باشد، آماده شدن ذرت لیزا چند هفته طول می‌کشد؟ (ون دی وال،کارپ و بی-ویلیامز، ۲۰۱۶). این موقعیت یک مساله‌ی ثابت است.

---

۱. non-proportional problems

۲. Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, & Verschaffel

۳. additive problems

۴. constant problems

۵. linear problems

۶. Janet and Jeanette

۷. word problem

۸. Lisa and Linda

هنوز هم رشد ذرت ۸ هفته طول می‌کشد و این زمان به تعداد ردیف‌های کاشته شده ربطی ندارد. در صورت حل این مسئله از طریق استدلال ضربی، جواب نادرست برابر با ۱۲ هفته خواهد بود(ون دی وال، کارپ و بی-جنیفر، ۲۰۱۶).

در مسائل خطی، تابع خطی زیربنای موقعیت مسئله به شکل $f(x)=ax+b$ ($b$ مخالف صفر) است. به عنوان مثال، به این مساله توجه کنید: یک راننده تاکسی برای دریافت کرایه، مبلغ ۱۰۰۰۰ ریال را بعنوان مبلغ ثابت و مبلغ ۵۰۰۰ ریال را به ازای هر کیلومتر دریافت می‌کند، تعیین کنید برای مسافت ۳ کیلومتر و ۴ کیلومتر چقدر کرایه دریافت خواهد کرد؟ در این مساله رابطه ریاضی بین کمیت ها، خطی است اما تناسبی نیست، زیرا این رابطه به صورت جبری به صورت (هزینه = ۵۰۰۰ * کیلومتر + ۱۰۰۰۰) بیان می شود؛ به عبارت دیگر، هم با ضرب و هم با جمع تعریف می شود(کرامر و همکاران، ۱۹۹۳). در موقعیت مساله، رابطه بین کمیت ها را می توان به صورت تابع آفین[۱] به شکل $f(x)=ax+b$ با ($b$ مخالف صفر) نشان داد، که بر یک رابطه ی خطی، اما غیر تناسبی، دلالت می کند؛ به جای آن تابعی به شکل $f(x)=cx$، که دلالت بر یک رابطه خطی و تناسبی دارد(پیشکین-تونچ، ۲۰۲۰).

استدلال تناسبی[۲] کاملا فراتر از مفهوم نوشتن یک تناسب برای حل یک مسئله است؛ آن راهی برای استدلال درباره موقعیت‌های ضربی است. تخمین زده می‌شود بیش از نیمی از جمعیت بزرگسال به شیوه تناسبی فکر نمی‌کنند(لامون، ۲۰۱۲). توانایی حل مسائل تناسبی، نشان دهنده وجود استدلال تناسبی است که منجر به تفکر انتزاعی می‌شود(بن چایم، کرت و ایلانی، ۲۰۱۲).

یک استدلالگر تناسبی می تواند تشخیص دهد که آیا کمیت ها در یک مساله در حالت جمعی، ضربی، یا به نحو دیگری مرتبط هستند(لامون، ۲۰۰۷). دانش‌آموزان باید قادر باشند موقعیت‌ها را مقایسه کرده و در مورد اینکه آیا این مقایسه ناشی از رابطه جمعی، ضربی و یا ثابت است بحث کنند(ون دورن،دی بوک، ولیوگلس[۳] و ورسچافل، ۲۰۱۰).

با این حال، مطالعات پژوهشی نشان داده‌اند که دانش‌آموزان در تشخیص روابط ریاضی نهفته در این دو رابطه و تمایز یک رابطه از دیگری مشکل داشتند. بنابراین، آنها تمایل داشتند که استراتژی

---

۱. affine function

۲. Proportional reasoning

۳. Vleugels

های تناسبی را در موقعیت های غیرتناسبی به کار گیرند(آتاباش و اونر، ۲۰۱۶؛ کرامر و همکاران، ۱۹۹۳؛ ون دورن و همکاران، ۲۰۰۵). برای نمونه، ون دورن و همکاران(۲۰۰۵) اظهار داشتند که دانش‌آموزان مایلند دامنه(محدوده) موقعیت‌هایی را که تفکر تناسبی در آنها قابل استفاده است بیش از حد بسط دهند. آنها سه نوع مسئله غیرتناسبی تعیین کردند که دانش‌آموزان اغلب وقتی ضرورتی ندارد به استدلال تناسبی روی می‌آورند: موقعیت‌های ثابت، خطی، و جمعی.

مطالعات نشان می‌دهد که طیف گسترده ای از استراتژی‌ها برای حل مسائل تناسب وجود دارد(بن-چایم و همکاران، ۲۰۱۲؛ کرامر و همکاران، ۱۹۹۳؛ لامون، ۲۰۱۲).

یکی از استراتژی‌های معمول(متداول) برای حل مسائل تناسبی، ضرب متقاطع[۱] است، اما در عین حال انتزاعی‌ترین و با کمترین جنبه شهودی هم هست(ون دی وال،کارپ، بی-ویلیامز، ۲۰۱۶). تحقیقات نشان می‌دهد که دانش‌آموزان برای حل مسائل تناسب تقریباً به الگوریتم ضرب متقاطع(طرفین وسطین) متکی هستند، و اغلب تشخیص نمی‌دهند که روش‌های بهتری برای حل این مسائل وجود دارد (سیگلر[۲] و همکاران ۲۰۱۰). متداول‌ترین استراتژی‌های حل موقعیت‌های تناسبی عبارتند از: فرآیند ایجاد(ساختن)[۳]، فرآیند ایجاد به اختصار[۴] فرآیند نرخ(عامل) واحد[۵]، و رویکرد مبتنی بر معادله۶(لامون، ۲۰۱۲؛ ون-دی-وال، کارپ و بی-جنیفر، ۲۰۱۶؛ بن-چایم و همکاران، ۲۰۱۲). پیشکین-تونچ (۲۰۲۰)، استراتژی راه حل دانش‌آموزان در مسائل تناسبی و غیرتناسبی در پایه‌های ششم و هشتم را مورد بررسی و مقایسه قرار داد. او اذعان داشت که استراتژی های راه حل دانش‌آموزان بر اساس نوع مسئله و سطح پایه متفاوت است. دانش‌آموزان کلاس هشتم از ضرب متقاطع به عنوان یک استراتژی پیشرو استفاده می کردند، در حالی که دانش‌آموزان کلاس ششم از استراتژی عامل تغییر استفاده می کردند. علاوه بر این، نتایج نشان داد که دانش‌آموزان معمولاً از استراتژی های تناسبی نادرست برای حل مسائل غیر تناسبی استفاده

---

۱. cross-multiplication

۲. Siegler

۳. The building–up process

۴. abbreviated building-up process

۵. unit rate (factor) approach

۶. The formal equation-based approach

می‌کردند. پارک، پارک و کوون(۲۰۱۰) در پژوهشی به شناسایی ویژگی های استدلال تناسبی دانش‌آموزان دوره راهنمایی پرداختند. آنها در پژوهش خود از آزمون کتبی برای تحلیل راهبردهای استدلال تناسبی دانش‌آموزان و مصاحبه برای بررسی افکار آنها استفاده کردند. در نتایج، تفاوت آماری معنی داری بین نمرات پایه‌ها وجود نداشت. همچنین دانش‌آموزان اغلب استراتژی‌های حل را بسته به زمینه مسائل انتخاب می‌کردند و آنها عدم درک ضربی را نشان دادند. بن چایم، فی، فیتزجرالد، بندتو و میلر(۱۹۹۸) در پژوهش خود، استدلال تناسبی در میان دانش‌آموزان پایه هفتم با تجارب آموزشی متفاوت را مورد بررسی قرار دادند. در پژوهش آنها، مسائل موضوعی شامل اعداد گویا و استدلال تناسبی به دانش‌آموزان پایه هفتم ارائه شد که تجارب آموزشی متفاوتی داشتند. نتایج نشان داد که عملکرد دانش‌آموزان در برنامه‌های آموزشی اصلاح‌شده، که تشویق می‌شوند تا از طریق فعالیت‌های دسته‌جمعیِ حلّ مسأله، دانش مفهومی و روندی مخصوص به خودشان را درباره تناسب شکل دهند، از عملکرد دانش‌آموزانی که به‌صورت سنّتی و با راهنمایی معلّم آموزش می‌بینند، بهتر است. دانش‌آموزان پایه هفتم، بویژه آنهایی که با برنامه‌های آموزشی جدید آموزش می‌بینند، می‌توانند مجموعه‌ای از ابزارهای معناسازی مخصوص به خودشان را تشکیل دهند که به آنها کمک می‌کند تا توضیحات و راه‌حل‌های خلاقانه ارائه دهند. هیلتون، هیلتون، دال و گاوس[1](۲۰۱۶) در پژوهشی به بررسی ارتقاء مهارت‌های استدلال تناسبی دانش‌آموزان دوره راهنمایی از طریق یک برنامه در حال توسعه حرفه‌ای برای معلمان پرداختند. یافته‌های آنها حاکی از آن است که پیشرفت حرفه‌ای و هدفمند معلمان و تدریس صریح آنها می‌تواند در استدلال تناسبی دانش‌آموزان تغییر ایجاد کند.

اخیرا نظریه‌ی پردازش دوگانه برای تفکر ریاضی نیز به کار رفته‌اند (به عنوان مثال گیلارد، ون دورن، شائکن و ورسچافل۲ ۲۰۰۹ الف، گومز-چیکُن، گارسیا-مادروگا، ویلا، اُلسوآ و رودریگز۳ ۲۰۱۴). در این نظریه‌ها دو مکانیزم پردازش مختلف برای تکالیف حل مسئله‌ای در نظر گرفته شده است و معمولا نوع۱ و نوع ۲ نامیده می‌شوند، که شامل رویه‌ها و فرآیندهای متفاوتی‌اند و ممکن است نتایج مغایر و متناقضی به همراه داشته باشند(فرانکیش، ۲۰۱۵). تفسیرهای زیادی از نظریه

2. Hilton, Hilton, Dole, & Goos

۲. Gillard, Van Dooren, Schaeken and Verschaffel

۳. Gómez-Chacon, García- Madruga, Vila, Elosúa and Rodríguez

پردازش دوگانه وجود دارد و در عین حال که این تفاسیر در جزئیات با هم متفاوتند در چند ویژگی مهم به یکدیگر شبیه هستند. همگی حداقل دو نوع پردازش را که به آنها پردازش نوع اول و پردازش نوع دوم می‌گوییم مطرح می‌کنند (اِوَنس۱ و استانوویچ، ۲۰۱۳).

پردازش نوع اول، که اصطلاحا به آن شهودی یا اکتشافی و یا بصری گفته می‌شود، معمولاً با عناوینی مثل سریع، بدون زحمت، خودکار، ناخودآگاه، انعطاف ناپذیر، دارای زمینه‌های فراوان و بدون نیاز به حافظه‌ی فعال توصیف می‌شوند و معمولاً باعث پاسخگویی‌های مغرضانه و کلیشه‌ای به تکالیف حل مسئله‌ای هستند (به عنوان مثال تشخیص چهره دوست). در مقابل، پردازش نوع دوم، که به آن استنتاجی یا تحلیلی نیز می‌گویند، با عناوینی مثل کند، پرزحمت، کنترل شده، خودآگاه، انعطاف‌پذیر، انتزاعی و نیازمند به حافظه‌ی فعال توصیف می‌شوند و ادعا شده است که منبع ظرفیت ما برای پاسخگویی هنجاری مطابق با قوانین منطقی هستند(مثلا حفظ کردن شماره تلفن).(استانوویچ، ۲۰۰۹؛ فرانکیش، ۲۰۱۵؛ اتریج و انگلیس، ۲۰۱۵). درحالیکه پردازش نوع اول به طور پیوسته در حال کار است و ما کنترلی بر آن نداریم پردازش نوع دوم را می‌توان بسته به فرد و موقعیت در سطوح مختلفی به کار گرفت. به عنوان مثال طرز تفکر افراد با یکدیگر متفاوت است همین امر باعث می‌شود که تمایل کمتر یا بیشتری به شرکت در تفکر نوع دوم که به طور کلی زحمت بیشتری دارد داشته باشند (استانوویچ، ۲۰۰۹).

همچنین ظرفیت افراد برای تفکر نوع دوم نیز متفاوت است به طوری که ممکن است این ظرفیت در بعضی افراد بیشتر و در بعضی دیگر کمتر به کار گرفته شود (استانوویچ، ۲۰۰۹).

عقیده بر این است که تفکر نوع اول از نظر تکاملی قدیمی است(اونس ۲۰۰۳)، همین امر باعث می‌شود که ما تفکر نوع اول را به خوبی به کار گیریم تا بتوانیم به بیشتر تکالیفی که با آنها مواجه هستیم به صورت رضایت‌بخش و ثمربخش بپردازیم. با اینهمه مواقعی هم هستند که تفکر نوع اول کافی نیست یا حتی ممکن است زیانبار باشد. در چنین مواردی مهم است که از برداشت ذهنی نوع اول ممانعت به عمل آید تا راه برای پردازش نوع دوم باز شود (آتریج و انگلیس، ۲۰۱۵).

اغلب ادعا می‌شود که پردازش نوع ۲ از نظر تکاملی جدید بوده و حتی منحصر به انسان است(مثل اونس، ۲۰۱۰)، و به نظر می رسد پردازش نوع ۲ قابلیت ایجاد شاهکارهای فکری فوق العاده را

---

۱. Evans

دارد. در واقع، به نظر می‌رسد این پردازش نقش چیزی شبیه یک مدیر اجرایی مرکزی را دارد که می‌تواند پاسخ‌های غریزی، تداعی و احساسی را با افکار و تصمیمات منطقی جایگزین کند (فرانکیش، ۲۰۱۵).

چندین حوزه در ریاضیات وجود دارد که در آن تفکر نوع دوم ضروری است اما ممکن است برداشت ذهنی(پردازش نوع اول) بر سر راه تفکر نوع دوم قرار گیرد. بعنوان مثال، یکی از این موارد که ممکن است برداشت ذهنی با پاسخ‌های ریاضی صحیح در تضاد باشد در استدلال تناسبی است (اتریج و انگلیس، ۲۰۱۵).

گیلارد، ون دورن، شائکن و ورسچافل (۲۰۰۹ ب) درباره تمایل بزرگسالان به دادن جواب‌های تناسبی به مسأله‌های ریاضی غیر تناسبی تحقیق کردند. به عنوان مثال آنها درباره پاسخ بزرگسالان به مسأله زیر تحقیق کردند: «الن و کیم[۱] در حال دویدن دور یک مسیر هستند. سرعت هر دو یکسان است، اما الن دیرتر شروع به دویدن کرده است. وقتی الن ۵ دور مسیر را می‌دود، کیم ۱۵ دور مسیر را طی می‌کند. اگر الن ۳۰ دور بدود، کیم چند دور می‌دود؟» جواب درست ۴۰ است (یعنی ۴۰=۳۰+۱۰ یا ۴۰=۲۵+۱۵) اما بیشتر پاسخ دهندگان به این مسئله تناسب می‌بندند و ۳۰ را در ۳ ضرب می‌کنند و به جواب اشتباه ۹۰ می‌رسند (ون دورن، دی باک، هسل، یانسنز و ورسچافل ۲۰۰۵). حتی کارآموزان دوره آموزگاری نیز مستعد این خطا هستند (کرامر، پُست و کاریر ۱۹۹۳). گیلارد و همکاران (۲۰۰۹) این بحث را مطرح کردند که از آنجایی که استدلال تناسبی ابزاری بسیار مهم در زندگی روزمره و اوایل تحصیل است دانش‌آموزان با آن بسیار آشنا و توانمند می‌شوند. این موضوع سبب می‌شود که از استدلال تناسبی در مواقع نادرست استفاده کنند و در این زمینه آسیب‌پذیر شوند. گیلارد و همکاران (۲۰۰۹) به شرکت‌کنندگان در تحقیق خود مسأله‌های تناسبی و غیر تناسبی تحت محدودیت زمان کوتاه یا تحت بار حافظه فعال[۲] دادند و نشان دادند که خطاهای تناسبی ریشه در تفکر نوع اول دارد در حالیکه فائق شدن بر این خطاها به تفکر نوع دوم بستگی دارد(فرانکیش، ۲۰۱۵). بورودین(۲۰۱۶) در پژوهشی به بررسی نیاز به کاربرد نظریه پردازش دوگانه برای آموزش ریاضیات پرداخت. او از طریق دو مطالعه تجربی به این کار مبادرت

---

۱. Ellen and Kim

۲. under a short time limit or under a working memory load

ورزید. اولین تحقیق تجربی نشان می‌دهد که چگونه استدلال احتمالاتی دانش‌آموزان دبیرستانی (۱۵ تا ۱۸ سال) توسط پاسخ‌های نامناسب ارزیابی می‌شوند. این پاسخ‌های نامناسب نتیجه ناگزیر پردازش‌های شناختی نوع اول هستند که وابسته به درک مستقیم هستند.

تحقیق تجربی دوم، تاثیر سودمندی که آموزش آمار بر استدلال آماری دامنه عمومی دانشجویان دوره کارشناسی دارد را توضیح می‌دهد. همچنین این پژوهش روش‌شناسی طراحی-تجربی را به عنوان راهی مناسب تعیین می‌کند که از طریق آن نظریه پردازش دوگانه می‌تواند تاثیر مداخلات کلاسی را افزایش دهد.

با توجه به اینکه براساس نظریه پردازش دوگانه، دو نوع پردازش(شهودی و استنتاجی) برای ذهن انسان وجود دارد. بررسی و مقایسه‌ی نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر بر اساس این نظریه(نظریه پردازش دوگانه) در مواجهه با مساله‌های ریاضی، بویژه در حل مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است و تاثیر غیر قابل انکاری بر عملکرد دانش‌آموزان در موقعیت‌های حل مساله و همچنین در امر آموزش معلمان در این نوع مسائل دارد. خصوصا اینکه در حوزه نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر و مقایسه ی پاسخ های آنها در حل مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی و بخصوص براساس نظریه پردازش دوگانه تحقیقات انگشت‌شماری(اندکی) انجام شده است؛ لذا این پژوهش به بررسی و مقایسه نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هفتم براساس نظریه پردازش دوگانه در پاسخگویی به مسائل تناسبی(مسقیم و معکوس) و مسائل غیرتناسبی می‌پردازد.

## سوالات تحقیق

۱) دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هفتم تا چه اندازه مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی را درست حل می‌کنند؟

۲) با توجه به نظریه پردازش دوگانه، عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هفتم در پاسخ‌گویی به مسائل تناسبی مسقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی چه تفاوتی دارد؟

## روش تحقیق

مطالعه حاضر با ۱۶ دانش آموز پایه‌ی هفتم (۸ پسر، ۸ دختر) از دو مدرسه مختلف متوسطه دوره اول در استان تهران بصورت مصاحبه‌ی رو در رو و انفرادی انجام شد. به منظور بررسی و مقایسه‌ی نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر پایه‌ی هفتم در حل انواع مسائل تناسبی(مستقیم و

معکوس) و مسائل غیرتناسبی براساس نظریه پردازش دوگانه (شهودی یا استنتاجی)، از طرح تحقیق توصیفی و استنباطی استفاده شد. هدف طرح تحقیق توصیفی، توصیف یک پدیده و ویژگی های آن در محیط طبیعی آن بدون هیچ گونه مداخله یا دستکاری متغیرها است. در واقع این روش به منظور کشف واقعیتهای موجود یا آنچه هست انجام می‌شود. به همین دلیل محقق درباره‌ی علت وجودی توزیع بحث نمی کند، بلکه تنها به "چگونگی" آن در جامعه ی مورد پژوهش می پردازد و آن را توصیف می کند. بنابراین، اغلب از ابزارهای مشاهده و نظرسنجی(بررسی) برای جمع آوری داده های توصیفی استفاده می شود (گال، گال، و بورگ، ۲۰۰۷). در این نوع تحقیق، داده‌ها ممکن است به صورت کیفی جمع‌آوری شوند، اما اغلب به صورت کمی و با استفاده از فراوانی‌ها، درصدها یا میانگین‌ها تحلیل می‌شوند (نساجی، ۲۰۱۵).

جامعه آماری شامل گروهی از افراد، اشیاء یا حوادث می‌باشد که حداقل دارای یک صفت یا ویژگی مشترک هستند. و نمونه گیری تصادفی به مفهوم انتخاب تعدادی از افراد، حوادث و اشیاء از یک جامعه آماری مشخص و بصورت تصادفی به عنوان نماینده آن جامعه است. در پژوهش حاضر، با توجه به محدودیت‌های محقق، شرکت کنندگان این پژوهش از نمونه های در دسترس انتخاب شدند. ۱۶ دانش آموز پایه هفتم شامل ۸ دختر و ۸ پسر از طریق همسان‌سازی از دو مدرسه مختلف انتخاب شدند، که در این تحلیل، کدهای G1 تا G8 برای دختران و B1 تا B8 برای پسران در نظر گرفته شد. کلیه دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این پژوهش، با مفاهیم نسبت و تناسب مستقیم و معکوس و همچنین مسائل غیرتناسبی بطور کامل آشنا بودند. در این تحقیق گروه های دختر و پسر بر اساس مصاحبه بالینی و کسب یک میانگین، انحراف معیار و واریانس از نمرات تحصیلی دانش‌آموزان و سایر متغیرهای مورد نظر در پژوهش همانندسازی شدند. جدول۱، بیان می کندکه در تمام مولفه ها اختلاف معناداری بین دختران و پسران وجود ندارد.

جدول ۱. نتایج توصیفی نمرات تحصیلی گروه های دختر و پسر

| گروه | تعداد | میانگین | انحراف معیار | واریانس |
|---|---|---|---|---|
| پسر | ۸ | ۱۶/۱۳ | ۲/۹۶ | ۸/۷۸ |
| دختر | ۸ | ۱۶/۳۵ | ۳/۰۰ | ۹/۰۲ |

برای انجام مصاحبه، تعداد ۹ مساله باز پاسخ به دانش‌آموزان هر دو گروه داده شد و از آنها خواسته شد که به این مسائل پاسخ دهند. این مسائل شامل، ۳ مساله تناسب مستقیم و ۳ مساله تناسب معکوس و ۳ مساله غیر تناسبی بودند. همزمان این مصاحبه توسط محقق ضبط شد.

هدف این ابزار، بررسی و مقایسه‌ی نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر پایه‌ی هفتم براساس نظریه پردازش دوگانه در پاسخ گویی به این ۳ نوع مسائل بود. برای اطمینان از روایی ابزار، از متخصصین آموزش ریاضی خواسته شد تا قضاوت کنند که آیا آیتم های موجود در سؤالات تحقیق با هدف مطالعه مطابقت دارند یا خیر. سپس، موارد(آیتم‌ها) مورد بازنگری قرار گرفت تا اینکه توافق حاصل شد. سپس، مسائل آزمایشی با ۱۰ دانش‌آموز آزمایش شد تا اطمینان حاصل شود که عبارات(بیان) مساله به راحتی قابل درک هستند و مسائل مرتبط هستند. اگرچه دانش‌آموزان از نظر مدت زمان پاسخگویی به آزمون محدودیتی نداشتند، ولی اکثر دانش‌آموزان در مدت زمان معقولی به مسائل پاسخ دادند. جدول زیر نسخه نهایی مسائل را نشان می‌دهد.

جدول ۲. انواع مسائل تناسبی مستقیم و تناسبی معکوس و مسائل غیر تناسبی مورد استفاده در مصاحبه

| مساله | نوع مساله |
|---|---|
| ۱) از یک شیر آب در هر ۳ ساعت ۲۴ لیتر آب چکه می‌کند. در ۶ ساعت چند لیتر آب از این شیر می‌چکد؟ | تناسبی مستقیم |
| ۲) محمد و رضا دور یک پیست در حال دویدن هستند. آنها با سرعت یکسان می‌دوند. هنگامی که محمد ۵ دور دویده است، رضا ۱۵ دور دویده است. اگر محمد ۳۰ دور دویده باشد، رضا چند دور خواهد دوید؟ | غیر تناسبی |
| ۳) کودکی با سرعت ثابتی می‌دود و دویدن او مدت زمان مشخصی طول می‌کشد. در صورتی که سرعت دویدن او دو برابر شود، مدت زمان دویدن او چقدر خواهد بود؟ | تناسبی معکوس |
| ۴) گروه سرودی که ۶ نفر عضو دارد، سرودی را در ۱۰ دقیقه می‌خوانند. اگر تعداد افراد این گروه سرود را دو برابر، (یعنی ۱۲ نفر) کنیم، خواندن همان سرود چه مدت طول خواهد کشید؟ | غیر تناسبی |
| ۵) اگر دوچرخه سواری در ۲ ساعت ۴۰ کیلومتر طی کند، این دوچرخه سوار با همان سرعت پس از ۵ ساعت چند کیلومتر طی خواهد کرد؟ | تناسبی مستقیم |

| | |
|---|---|
| ۶) ۳ نقاش، ساختمانی را در ۲۴ ساعت نقاشی می‌کنند. اگر سرعت نقاشی یکسان باشد، معلوم کنید ۶ نقاش این ساختمان را در چه مدت نقاشی می‌کنند؟ | تناسبی معکوس |
| ۷) مادر فاطمه ۴ حوله‌ی خیس را روی طناب پهن کرد، بعد از ۶ ساعت خشک شدند. مادر بزرگ فاطمه ۸ حوله‌ی خیس از همان جنس را روی طناب پهن کرد. چه مدت طول می‌کشد تا خشک شوند؟ | غیر تناسبی |
| ۸) اگر شخصی روزی ۵ صفحه از یک کتاب ۲۰۰ صفحه‌ای را بخواند ۴۰ روزه این کتاب را می‌خواند. اگر سرعت خواندن کتاب این شخص در هر روز ۲ برابر شود، این کتاب چند روزه توسط این شخص خوانده می‌شود؟ | تناسبی معکوس |
| ۹) روی نقشه، هر ۶ سانتی متر نشان دهنده ۹ کیلومتر است. ۱۸ سانتی متر نمایانگر چند کیلومتر است؟ | تناسبی مستقیم |

برای تجزیه و تحلیل داده های جمع آوری شده از روش های تحلیل توصیفی و استنباطی استفاده شد. در تجزیه و تحلیل داده های توصیفی، داده ها را می توان بر اساس مضامین از پیش تعیین شده مرتب کرد یا با در نظر گرفتن سؤالات یا ابعاد مورد استفاده در فرآیند مصاحبه یا مشاهده ارائه کرد. علاوه بر این، نساجی (۲۰۱۵) اظهار داشت که در تحقیق توصیفی، داده ها ممکن است به صورت کیفی جمع آوری شوند، اما اغلب به صورت کمی و با استفاده از فراوانی‌ها، درصدها یا میانگین‌ها برای تعیین روابط تحلیل می شوند. داده ها بر اساس برخی کدهای از پیش تعیین شده بر اساس ادبیات(نوشتجات) مرتب شده اند.

این کدها نوع تفکر دانش‌آموزان در حل مسائل تناسبی مستقیم و مسائل غیرتناسبی براساس نظریه پردازش دوگانه مشخص می‌کردند، که عبارت بودند از «شهودی درست»، «شهودی نادرست»[۱]، «استنتاجی درست» و «استنتاجی نادرست»[۲]. برای اینکه پاسخ‌های «شهودی درست»، «شهودی نادرست»، «استنتاجی درست» و «استنتاجی نادرست» را دقیقا شناسایی کنیم براساس پروتکل زیر (جدول ۳-۳) در نظر گرفتیم. علاوه بر این، برخی از مسائل بی پاسخ وجود داشت، که در گروه «استنتاجی نادرست» قرار گرفت. کدگذاری داده‌ها با همکاری محقق و یک متخصص آموزش

۱. "correct intuition", "incorrect intuition"

۲. "correct inference (inferential)" and "incorrect inference (inferential)"

ریاضی(آموزشگر ریاضی) انجام شد. که پس از مطالعه فراوان، اختلافات را مورد بحث قرار دادند تا اینکه به اجماع رسیدند. در ادامه پروتکل مورد استفاده برای شناسایی دقیق انواع پاسخ‌های شهودی و استنتاجی معرفی می شود

### ۱. پاسخهای شهودی

الف) پاسخ‌های شهودی درست

الف-۱: پاسخ سریع - درست - بدون استفاده از قلم و کاغذ- ناقص و رد شدن از مساله

الف-۲: پاسخ سریع - درست - بدون استفاده از قلم و کاغذ- کامل و رد شدن از مساله

الف-۳: ابتدا پاسخ سریع نادرست- تردید در پاسخ داده شده- اصلاح سریع پاسخ و رسیدن به پاسخ درست در مدت زمان کوتاه

ب) پاسخ‌های شهودی نادرست

ب-۱: پاسخ سریع نادرست-تردید در پاسخ داده شده- ویرایش سریع پاسخ و ارائه پاسخ نادرست دیگر در مدت زمان کوتاه

ب-۲: پاسخ سریع نادرست - بلافاصله رد شدن از مساله توسط دانش آموز

ب-۳: ابتدا پاسخ سریع درست-تردید در پاسخ داده شده- ویرایش سریع پاسخ و ارائه پاسخ نادرست در مدت زمان کوتاه

### ۲. پاسخ استنتاجی

ج) استنتاجی درست

ج-۱) ارائه پاسخ درست - بدون استفاده از قلم و کاغذ ( پاسخ شفاهی)، با صرف زمان زیاد جهت تفکر و تحلیل

ج-۲) ارائه پاسخ درست - با استفاده از قلم و کاغذ، با صرف زمان زیاد جهت تفکر و تحلیل

ج-۳) ابتدا پاسخ نادرست- تردید در پاسخ داده شده- ویرایش پاسخ و رسیدن به پاسخ درست با صرف زمان بیشتر

د) استنتاجی نادرست

د-۱) ارائه پاسخ نادرست- استفاده از تناسب مستقیم در مساله های تناسبی معکوس، با صرف زمان زیاد جهت تفکر و تحلیل

د-۲) ارائه پاسخ نادرست- استفاده از تناسب مستقیم در مساله های غیر تناسبی، با صرف زمان زیاد جهت تفکر و تحلیل

د-۳) ارائه پاسخ و راه حل نادرست با راه حلی غیرمنطقی و نادرست برای مساله‌های تناسبی مستقیم، با صرف زمان زیاد جهت تفکر و تحلیل

د-۴) ابتدا پاسخ سریع نادرست- تردید در پاسخ داده شده- ویرایش پاسخ و عدم رسیدن به پاسخ درست با صرف زمان بیشتر

د-۵) سئوالات "بدون پاسخ" یا سئوالاتی که دانش‌آموز پس از صرف زمان زیاد جهت تفکر و تحلیل از کلمه "نمی‌دانم" استفاده کرده است.

## یافته‌ها

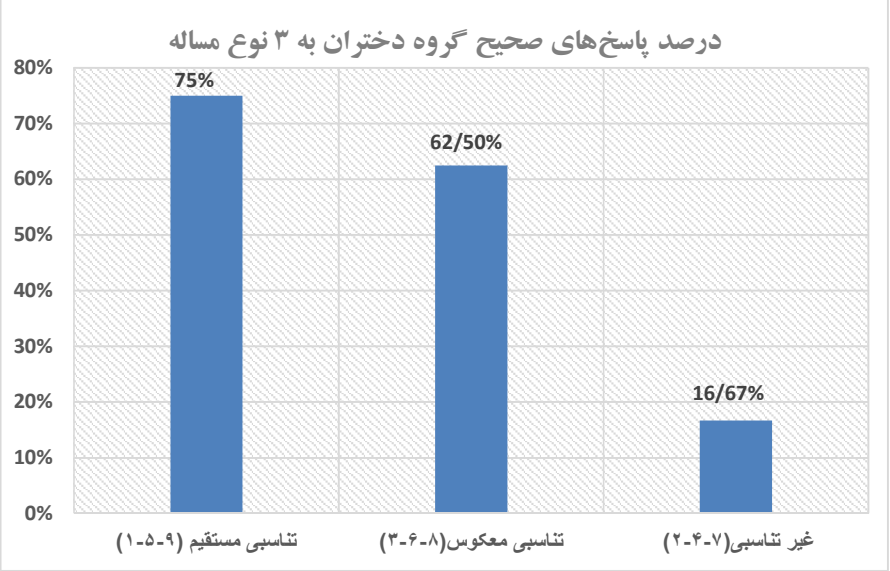
در این بخش، یافته‌های تحقیق بر اساس پاسخ‌های دو گروه از دانش‌آموزان دختر و پسر ارائه شده است.

فراوانی پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان گروه دختر به ۳ نوع مساله: این ابزار(پرسشنامه) دارای ۹ مساله از نوع تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی بود که در جدول ۳، مشاهده می‌شود، که فراوانی و درصد پاسخ‌های داده شده‌ی دانش‌آموزان دختر براساس نظریه پردازش دوگانه برای حل این مسائل را نشان می‌دهد.

جدول ۳. جدول فراوانی پاسخ‌های صحیح گروه دختران به ۳ نوع مساله

| دختران | شماره سئوالات | G۱ | G۲ | G۳ | G۴ | G۵ | G۶ | G۷ | G۸ | مجموع | درصد |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| تناسبی مستقیم | (۹-۵-۱) | ۲ | ۱ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۳ | ۰ | ۱۸ | ۷۵٪ |
| تناسبی معکوس | (۸-۶-۳) | ۰ | ۳ | ۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱۵ | ۶۲.۵۰٪ |
| غیر تناسبی | (۷-۴-۲) | ۰ | ۰ | ۰ | ۱ | ۰ | ۰ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱۶.۶۷٪ |

تجزیه و تحلیل داده‌های مسائل نشان داد که ۷۵ درصد دانش‌آموزان دختر به مسائل تناسبی مستقیم پاسخ درست داده‌اند. همچنین ۶۲,۵ درصد دانش‌آموزان دختر به مسائل تناسبی معکوس پاسخ درست داده‌اند. و همچنین ۱۶,۶۷ درصد دانش‌آموزان دختر به مسائل غیرتناسبی پاسخ درست داده‌اند. نمودار میله‌ای درصد پاسخ‌های درست داده شده گروه دختران به مسائل بصورت زیر است:




نمودار ۱. نمودار درصد پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان دختر به ۳ نوع مساله

به نظر می‌رسد که گروه دختران بیشترین پاسخ صحیح را به مسائل تناسبی مستقیم داده‌اند، و کمترین پاسخ صحیح را به مسائل غیرتناسبی داده‌اند.

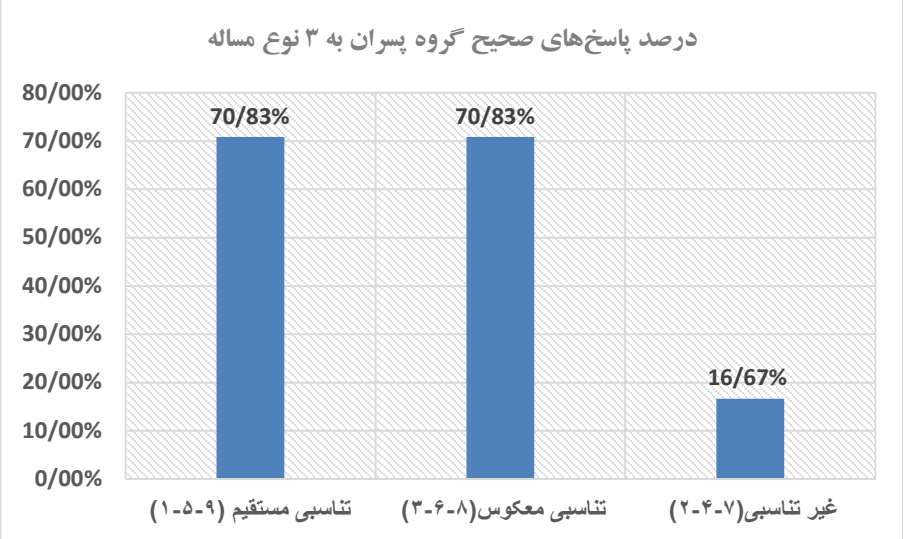
فراوانی پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان گروه پسر به سه نوع مساله: این ابزار(پرسشنامه) دارای ۹ مساله از نوع تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی بود که در جدول ۴، مشاهده می‌شود، که فراوانی و درصد پاسخ‌های داده شده‌ی دانش‌آموزان پسر براساس نظریه پردازش دوگانه برای حل این مسائل را نشان می‌دهد.

جدول ۴. جدول فراوانی پاسخ‌های صحیح گروه پسران به ۳ نوع مساله

| پسران | شماره سئوالات | B۱ | B۲ | B۳ | B۴ | B۵ | B۶ | B۷ | B۸ | مجموع | درصد |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| تناسبی مستقیم | (۹-۵-۱) | ۰ | ۳ | ۲ | ۲ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ | ۱۷ | ۷۰.۸۳٪ |
| تناسبی معکوس | (۸-۶-۳) | ۱ | ۳ | ۳ | ۳ | ۰ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱۷ | ۷۰.۸۳٪ |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| غیر تناسبی | (۷-۴-۲) | ۰ | ۰ | ۰ | ۲ | ۰ | ۲ | ۰ | ۰ | ۱۶.۶۷٪ |

تجزیه و تحلیل داده‌های مسائل نشان داد که ۷۰،۸۳ درصد دانش‌آموزان پسر به مسائل تناسبی مستقیم پاسخ درست داده‌اند. همچنین ۷۰،۸۳ درصد دانش‌آموزان پسر به مسائل تناسبی معکوس پاسخ درست داده‌اند. و همچنین ۱۶،۶۷ درصد دانش‌آموزان پسر به مسائل غیرتناسبی پاسخ درست داده‌اند. نمودار میله‌ای درصد پاسخ‌های درست داده شده گروه پسران به مسائل بصورت زیر است:




نمودار ۲. نمودار درصد پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان پسر به ۳ نوع مساله

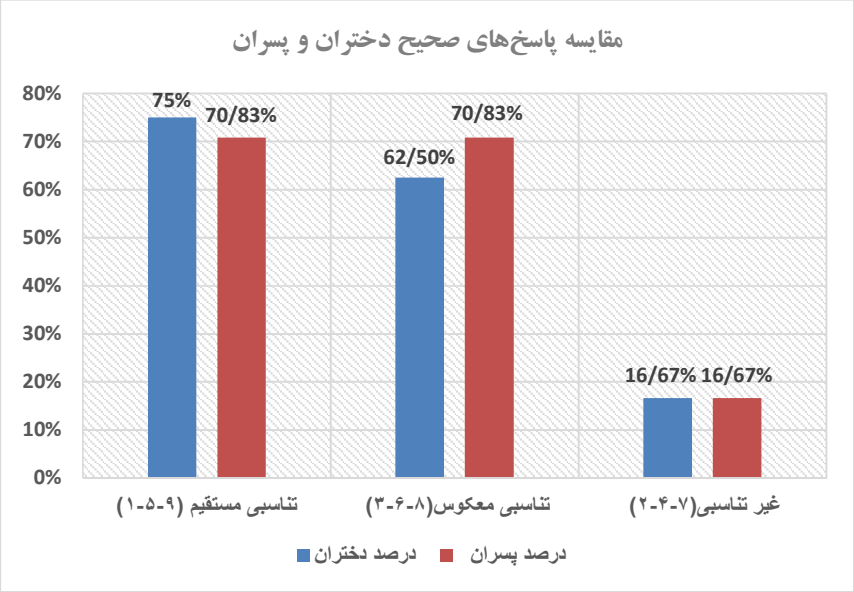
به نظر می‌رسد که درصد پاسخ‌های صحیح گروه پسران به مسائل تناسبی مستقیم و معکوس در حد قابل قبول و یکسان بوده است، و کمترین پاسخ صحیح را به مسائل غیرتناسبی داده‌اند.

جدول ۵. جدول مربوط به سطح معنی‌داری

| | مساله ۱ | مساله ۲ | مساله ۳ | مساله ۴ | مساله ۵ | مساله ۶ | مساله ۷ | مساله ۸ | مساله ۹ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| سطح معنی داری | ۰.۱۵۷ | ۰.۱۵۷ | ۰.۰۱۳ | ۰.۰۰۱ | ۰.۷۲۴ | ۱.۰۰۰ | ۰.۰۷۷ | ۰.۲۸۹ | ۰.۱۵۷ |

با توجه به سطوح معنی‌داری بدست آمده اختلاف معنی‌داری بین تعداد پاسخ شهودی و استنتاجی در سوالات ۱،۲،۵،۶،۷،۸،۹ وجود ندارد. در سوالات ۳ و ۴ اختلاف معنی‌دار است و دانش‌آموزان بیشتر از روش شهودی استفاده کرده‌اند.

مقایسه‌ی درصد پاسخ‌های صحیح گروه دختران و پسران: نمودار میله‌ای درصد پاسخ‌های دو گروه دختر و پسر بصورت زیر است:



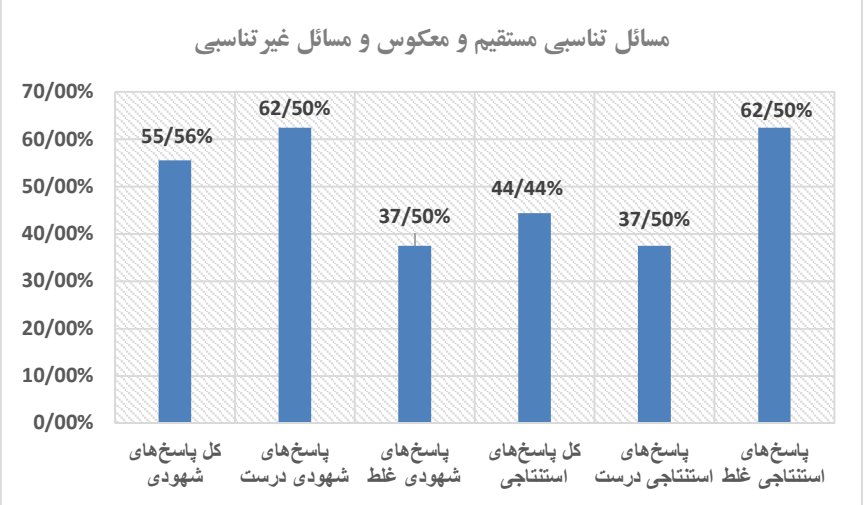

نمودار ۳. نمودار مقایسه درصد پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان دختر و پسر به ۳ نوع مساله

با توجه به نمودار ۳ به نظر میرسد که در مسائل تناسبی مستقیم درصد پاسخ‌های درست گروه دختران از گروه پسران بالاتر بوده است، و گروه دختران در این مسائل عملکرد بهتری داشتند. ولی در مسائل تناسبی معکوس درصد پاسخ‌های درست گروه پسران از گروه دختران بالاتر بوده است، و گروه پسران در این مسائل عملکرد بهتری داشتند. همچنین در مسائل غیرتناسبی، درصد پاسخ‌های درست دو گروه یکسان بوده است و هر دو گروه عملکرد ضعیفی در این نوع مسائل داشته‌اند.

در ادامه بررسی پاسخ‌های گروه دختران به هر سه نوع مساله از نظر شهودی و استنتاجی بررسی می شود.

جدول ۶. جدول فراوانی پاسخ‌های گروه دختران به هر سه نوع مساله از نظر شهودی و استنتاجی

| دختران | G۱ | G۲ | G۳ | G۴ | G۵ | G۶ | G۷ | G۸ | مجموع | درصد |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| تعداد کل پاسخهای شهودی | ۵ | ۹ | ۴ | ۵ | ۷ | ۱ | ۷ | ۲ | ۴۰ | ۵۵.۵۶٪ |
| تعداد پاسخهای شهودی درست | ۲ | ۴ | ۳ | ۳ | ۴ | ۱ | ۷ | ۱ | ۲۵ | ۶۲.۵۰٪ |
| تعداد پاسخهای شهودی غلط | ۳ | ۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۰ | ۰ | ۱ | ۱۵ | ۳۷.۵۰٪ |
| تعداد کل پاسخهای استنتاجی | ۴ | ۰ | ۵ | ۴ | ۲ | ۸ | ۲ | ۷ | ۳۲ | ۴۴.۴۴٪ |
| تعداد پاسخ استنتاجی درست | ۰ | ۰ | ۲ | ۲ | ۲ | ۴ | ۱ | ۱ | ۱۲ | ۳۷.۵۰٪ |
| تعداد پاسخ استنتاجی غلط | ۴ | ۰ | ۳ | ۲ | ۰ | ۴ | ۱ | ۶ | ۲۰ | ۶۲.۵۰٪ |
| تعداد کل پاسخهای درست | ۲ | ۴ | ۵ | ۵ | ۶ | ۵ | ۸ | ۲ | ۳۷ | ۵۱.۳۹٪ |
| تعداد کل پاسخهای نادرست | ۷ | ۵ | ۴ | ۴ | ۳ | ۴ | ۱ | ۷ | ۳۵ | ۴۸.۶۱٪ |



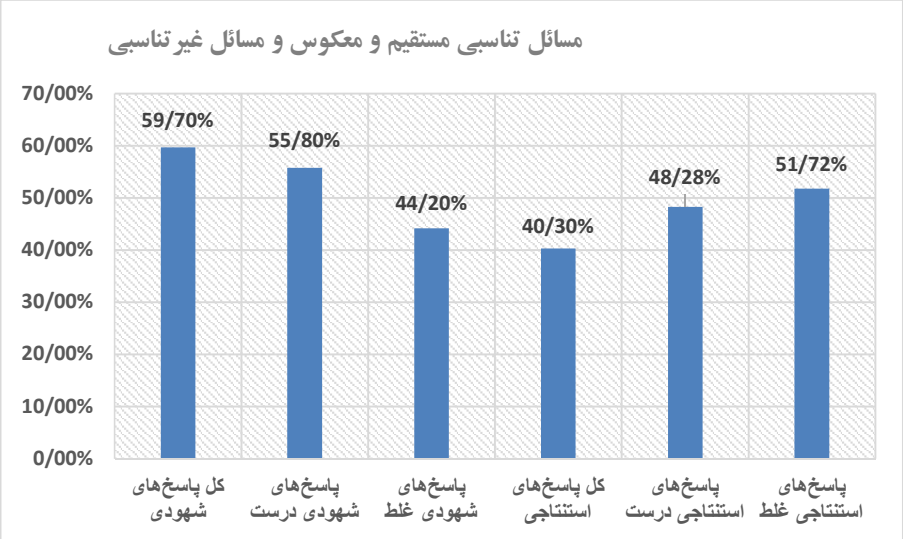

نمودار ۴. نمودار درصد پاسخ‌های گروه دختران به هر سه نوع مساله از نظر شهودی و استنتاجی

با توجه به جدول و نمودار بالا به نظر می‌رسد که گروه دختران به ۳ نوع مساله بیشتر بصورت شهودی پاسخ داده‌اند(۵۵,۵۶ درصد) تا استنتاجی(۴۴,۴۴ درصد). همچنین به میزان ۶۲,۵ درصد پاسخ‌های شهودی بصورت درست و ۳۷,۵ درصد آن بصورت نادرست بوده است. و همچنین به میزان ۳۷,۵ درصد درصد پاسخ‌های استنتاجی بصورت درست و ۶۲,۵ درصد آن بصورت نادرست بوده است. در ادامه بررسی پاسخ‌های گروه پسران به هر سه نوع مساله از نظر شهودی و استنتاجی بررسی می شود.

جدول ۷. جدول فراوانی پاسخ‌های گروه پسران به هر سه نوع مساله از نظر شهودی و استنتاجی

| پسران | B۱ | B۲ | B۳ | B۴ | B۵ | B۶ | B۷ | B۸ | مجموع | درصد |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| تعداد کل پاسخهای شهودی | ۸ | ۲ | ۶ | ۷ | ۵ | ۷ | ۳ | ۵ | ۴۳ | ۵۹.۷۰٪ |
| تعداد پاسخهای شهودی درست | ۱ | ۱ | ۴ | ۶ | ۱ | ۷ | ۱ | ۳ | ۲۴ | ۵۵.۸۰٪ |
| تعداد پاسخهای شهودی غلط | ۷ | ۱ | ۲ | ۱ | ۴ | ۰ | ۲ | ۲ | ۱۹ | ۴۴.۲۰٪ |

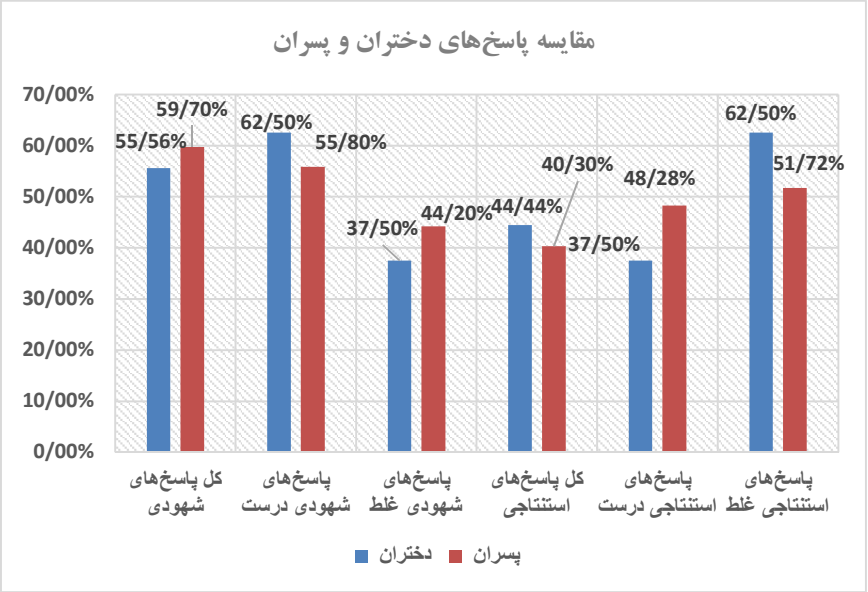
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| تعداد کل پاسخهای استنتاجی | ۱ | ۷ | ۳ | ۲ | ۴ | ۲ | ۶ | ۴ | ۲۹ | ۴۰.۳۰٪ |
| تعداد پاسخ استنتاجی درست | ۰ | ۵ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱۴ | ۴۸.۲۸٪ |
| تعداد پاسخ استنتاجی غلط | ۱ | ۲ | ۲ | ۱ | ۳ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱۵ | ۵۱.۷۲٪ |
| تعداد کل پاسخهای درست | ۱ | ۶ | ۵ | ۷ | ۲ | ۸ | ۴ | ۵ | ۳۸ | ۵۲.۷۸٪ |
| تعداد کل پاسخهای نادرست | ۸ | ۳ | ۴ | ۲ | ۷ | ۱ | ۵ | ۴ | ۳۴ | ۴۷.۲۲٪ |




نمودار ۵. نمودار درصد پاسخ‌های گروه پسران به هر سه نوع مساله از نظر شهودی و استنتاجی

با توجه به جدول ۷ و نمودار ۵ به نظر می‌رسد که گروه پسران به ۳ نوع مساله بیشتر بصورت شهودی پاسخ داده‌اند(۵۹,۷ درصد) تا استنتاجی(۴۰,۳ درصد). همچنین به میزان ۵۵,۸ درصد پاسخ‌های

شهودی بصورت درست و ۴۴,۲ درصد آن بصورت نادرست بوده است. و همچنین به میزان ۴۸,۲۸ درصد درصد پاسخ‌های استنتاجی بصورت درست و ۵۱,۷۲ درصد آن بصورت نادرست بوده است. در ادامه مقایسه‌ی درصد پاسخ‌های شهودی و استنتاجی گروه دختران و پسران ارائه می شود. نمودار میله‌ای درصد پاسخ‌های شهودی و استنتاجی دو گروه بصورت زیر است:




نمودار ۶. نمودار میله‌ای درصد پاسخ‌های شهودی و استنتاجی دو گروه

با توجه به نمودار بالا، مشاهده می‌شود که در بررسی پاسخ‌های شهودی دو گروه، درصد پاسخ‌های شهودی گروه پسران بیشتر از دختران بوده است. همچنین درصد پاسخ‌های درست شهودی گروه دختران بیشتر از گروه پسران بوده است. همچنین مشاهده می‌شود که در بررسی پاسخ‌های استنتاجی دو گروه، درصد پاسخ‌های استنتاجی گروه دختران بیشتر از پسران بوده است. ولی درصد پاسخ‌های درست استنتاجی گروه پسران بیشتر از گروه دختران بوده است.

## بحث و نتیجه‌گیری

این پژوهش به مقایسه‌ی نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر پایه‌ی هفتم بر اساس نظریه پردازش دوگانه در پاسخ به مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیر تناسبی پرداخت. نظریه فرآیند دوگانه، تفکر انسان را به عنوان تعامل یک سیستم سریع، خودکارتر و شهودی (سیستم یا نوع

۱) و یک سیستم کندتر، کنترل شده و مشورتی تر (سیستم یا نوع ۲) تصور می کند(باگو۱، ۲۰۱۸). بر اساس دیدگاه باگو (۲۰۱۸) غالب‌ترین دیدگاه در مورد فرآیندهای دوگانه، مدل پیش‌فرض مداخله‌گرایانه است. این یک تعامل سریالی بین دو سیستم را ایجاد می کند. هنگامی که شخصی با مساله‌ی استدلال مواجه می شود، در ابتدا یک پاسخ بصری(شهودی) سیستم ۱ شکل می گیرد. سپس، پس از آن، سیستم ۲ ممکن است درگیر فرآیند شود. نظریه پردازان برجسته فرآیند دوگانه استدلال می کنند که سوگیری استدلال در نتیجه شهود اشتباه سیستم ۱ رخ می دهد. تصور می‌شود که سیستم ۱ می‌تواند پاسخ‌هایی را براساس نشانه‌های "اکتشافی" مانند کلیشه‌ها به جای اصول منطقی ریاضی ایجاد کند. در مواردی که نشانه‌های اکتشافی با اصول منطقی-ریاضی در تضاد هستند، سیستم ۲ باید به منظور تصحیح شهودهای اولیه شکل‌گرفته شده (توسط) سیستم ۱، وارد عمل شود و بر اساس اصول منطقی قضاوت کند. نظریه پردازش دوگانه نشان می‌دهد که معمولاً استدلال‌کنندگان به‌طور پیشفرض پاسخ شهودی و سریع (نوع ۱) تولید می‌کنند، و سپس، ممکن است بار دیگر این پاسخ با پردازش‌های سنجیده‌تر (نوع ۲) رد شود(باگو، ۲۰۱۸).

با توجه به مشاهدات انجام شده در این پژوهش، بعضی از دانش‌آموزان به تعدادی از سئوالات ابتدا و بلافاصله پاسخ شهودی نادرست می‌دادند، ولی وقتی زمان کافی در اختیار آنها قرار می‌گرفت تا بیشتر تفکر و تحلیل کنند در اینصورت پس از مدتی تفکر و تجزیه و تحلیل به همان سئوال پاسخ درست می‌دادند که در گروه استنتاجی درست قرار می‌گیرد. نتیجه این قسمت از مطالعه با پژوهش باگو (۲۰۱۸) که درباره آزمون فرض اصلاحی نظریه پردازش دوگانه در استدلال با مدل پیش‌فرض مداخله‌گرایانه بود همخوانی دارد. و همچنین نتایج حاصل از مطالعه بورودین (۲۰۱۶) را تایید می کند.

با توجه به ۳ نوع مساله (مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی)، مشخص شد که تعداد و درصد پاسخ‌های شهودی دانش‌آموزان پسر کمی بیشتر از تعداد و درصد پاسخ‌های شهودی دختر بوده است. ولی میزان پاسخ های درست گروه دختران از گروه پسران بیشتر بوده است. با توجه به ۳ نوع مساله (مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیرتناسبی)، مشخص شد که گروه دختران در مسائل تناسبی مستقیم عملکرد بهتری را نسبت به تناسبی معکوس داشتند و همچنین در مسائل

---

۱. Bago

غیرتناسبی عملکرد بسیار ضعیفی داشتند. بطوریکه تعداد پنج نفر از دانش‌آموزان دختر به هیچکدام از مسائل غیرتناسبی پاسخ درست ندادند. همچنین مشخص شد که گروه پسران در پاسخگویی به مسائل تناسبی مستقیم و معکوس عملکرد یکسانی داشتند و بمانند گروه دختران در پاسخگویی به مسائل غیرتناسبی عملکرد بسیار ضعیفی داشتند بطوریکه شش نفر از آنها به هیچکدام از مسائل غیرتناسبی پاسخ درست ندادند. همچنین اغلب دانش‌آموزانی که به مسائل غیر تناسبی پاسخ نادرست داده‌اند تمایل داشتند که این نوع مسائل را با راهبردهای مسائل تناسبی مستقیم حل کنند.

در گروه دختران دانش‌آموز G1 و G8 ضعیف‌ترین عملکرد را نسبت به بقیه دختران داشته‌اند، بطوریکه فقط به ۲ مساله پاسخ درست داده‌اند. همچنین در گروه پسران دانش‌آموز B1 ضعیف‌ترین عملکرد را نسبت به بقیه پسران داشته است، بطوریکه فقط به یک مساله پاسخ درست داده است. همچنین این دانش‌آموز (B1) ضعیفترین عملکرد را نسبت به کل دانش‌آموزان هر دو گروه دختر و پسر در پاسخ‌گویی به سئوالات داشته است.

همچنین مساله ۲ دارای کمترین پاسخ درست بوده است که فقط ۳ نفر به آن پاسخ درست داده‌اند. اکثر دانش‌آموزان مساله ۲ را که یک مساله غیر تناسبی از نوع جمعی است را به اشتباه، تناسبی مستقیم در نظر می‌گرفتند، که منجر به پاسخ اشتباه می‌شد. نتایج این قسمت از پژوهش، نتایج حاصل از مطالعه گیلارد، ون دورن، شائکن و ورسچافل (۲۰۰۹ ب) که درباره تمایل بزرگسالان به دادن جواب‌های تناسبی به مسأله‌های ریاضی غیر تناسبی تحقیق کردند را تایید می‌کند.

علاوه بر این، بررسی‌ها نشان داد که زمینه مساله بر راهبردهای حل دانش‌آموزان هر دو گروه تأثیر گذاشت. مثلا؛ هر دو گروه زمانیکه با مسائل غیر تناسبی مواجه شدند، اغلب از استراتژی‌های افزودنی نادقیق(جمعی نادرست) و یا از راهبرد ضرب متقاطع استفاده می‌کردند، اگرچه آنها می‌توانستند از استراتژی‌های تناسبی درست در زمینه مسائل تناسبی مستقیم استفاده کنند. دلیل ممکن است این باشد که مسائل تناسبی مستقیم یک زمینه‌ای است که در کتاب‌های درسی تا پایه هفتم بیشتر مورد توجه قرار گرفته است.

به گفته هلر، اهلگرن، پست، بهر و لش (۱۹۸۹)، زمانی که دانش‌آموزان با زمینه مساله کمتر آشنا مواجه شدند، دشواری مساله افزایش یافت. به روشی مشابه، نتایج مطالعات هلر و همکاران (۱۹۸۹) و کرامر و پست (۱۹۹۳) نشان داد که زمینه مساله بر دشواری مساله تأثیر می‌گذارد.

با توجه به سطوح معنی‌داری بدست آمده اختلاف معنی‌داری بین تعداد پاسخ شهودی و استنتاجی در سوالات ۱،۲،۵،۶،۷،۸،۹ وجود ندارد. در سوالات ۳ و ۴ اختلاف معنی‌دار است و دانش‌آموزان بیشتر از روش شهودی استفاده کرده‌اند. همچنین این پژوهش نشان داد که بطور کلی، اکثر دانش‌آموزانی که به مسائل غیر تناسبی پاسخ نادرست دادند، در تشخیص مسائل تناسبی مستقیم و مسائل غیر تناسبی از یکدیگر با مشکل مواجه بودند. و اکثرا مایل بودند که مسائل غیر تناسبی را با روش تناسبی مستقیم حل کنند. نتایج این قسمت از پژوهش با نتایج حاصل از مطالعه بن‌چایم، کرت و ایلانی (۲۰۱۲) و کرامر، پست و کوریر(۱۹۹۳) و لیم(۲۰۰۹) و اوریل، آیزاک، کوهن، تمپلین و لوباتو(۲۰۱۰) مطابقت دارد.

محققان آموزش ریاضیات بیش از پیش از نظریه پردازش دوگانه به عنوان چارچوب تحلیلی ارزشمندی برای ارزیابی و بهبود استدلال ریاضی دانش‌آموزان آگاه هستند. درحالیکه نظریه پردازش دوگانه برای مطالعه آموزش ریاضی تنها در ابتدای راه خود است این مسیر تحقیق با سرعت و تاثیر زیاد شروع به پیشروی می‌کند (مورسانی، بوسدراقی و پریمی ، ۲۰۱۴).

در این مطالعه محقق به بررسی و مقایسه‌ی نوع تفکر و پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر پایه هفتم در حل مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیر تناسبی براساس نظریه پردازش دوگانه پرداخت، تا مشخص کند که اولا تا چه اندازه دانش‌آموزان دختر و پسر به سئوالات پاسخ درست می‌دهند. و ثانیا در حل این نوع مسائل از روش شهودی استفاده می‌کنند یا روش استنتاجی. نتایج پژوهش نشان داد که بطور کلی دانش‌آموزان هر دو گروه بیشتر بطور شهودی به مسائل پاسخ دادند. ولی درصد پاسخ‌های درست گروه دختران از پسران بیشتر بوده است. همچنین در مسائل غیر تناسبی اکثر پاسخ‌های شهودی و استنتاجی هر دو گروه بصورت نادرست بوده‌اند، که به نظر می‌رسد بدلیل عدم تشخیص درست این نوع مسائل از مسائل تناسبی (مستقیم و معکوس) و معمولا استفاده از استراتژی‌های تناسبی نادرست برای حل این نوع مسائل است. همچنین این پژوهش نشان داد که بطور کلی، اکثر دانش‌آموزانی که به مسائل غیر تناسبی پاسخ نادرست دادند، در تشخیص مسائل تناسبی مستقیم و معکوس و مسائل غیر تناسبی از یکدیگر با مشکل مواجه بودند. و اکثرا مایل بودند مسائل غیر تناسبی را با روش تناسبی حل کنند.

در پایان پیشنهاد می‌شود که محققان دیگر، اولا این موضوع را در دیگر پایه‌های تحصیلی و ثانیا در دیگر موضوعات و مباحث ریاضی نیز بررسی کنند. که اینکار می‌تواند اطلاعات بسیار مهمی از نحوه تفکر و پاسخگویی دانش‌آموزان در حل مسائل مختلف ریاضی در اختیار معلمان قرار دهد تا با تغییر و اصلاح روش‌های آموزش و تدریس خود، یادگیری دانش‌آموزان را بهبود بخشند.

## منابع


احمدی، غلامعلی، ریحانی، ابراهیم، نخستین روحی، ندا. (۱۳۹۴). تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان دوره ی متوسطه. **مجله ی روان شناسی مدرسه**، ۴(۱): ۲۲-۳۷.

اسکمپ، ریچارد. (۱۹۸۹). " فهم رابطه‌ای و فهم ابزاری، ترجمه رضا حیدری قزلجه، گویا، زهرا. (۱۳۸۱). **مجله رشد آموزش ریاضی**، ۱۵-۴.

بازرگان، عباس. (۱۳۸۷). **مقدمه‌ای بر روش‌های تحقیق‌های کیفی و آمیخته، رویکردهای متداول در علوم رفتاری**. تهران: انتشارات دیدار.

خاکی، غلامرضا. (۱۳۸۳). **روش تحقیق در مدیریت**، مرکز انتشارات علمی دانشگاه آزاد اسلامی، چاپ سوم.

شیخ الاسلامی، علی، امیدوار، عظیم. (۱۳۹۶). اثربخشی آموزش تفکر انتقادی بر سبک حل مساله‌ی (کارآمد و ناکارآمد) دانش‌آموزان. مجله‌ی روان‌شناسی مدرسه، ۶(۲): ۸۳-۹۹.

طاهرزاده بروجنی، نسترن و ربیعی، مهدی. (۱۳۹۰). مروری بر حل مساله ریاضی در دوره ابتدایی. **مجله آموزش ریاضی**، ۲۸(۴): ۲۸-۵۰.

گویا، زهرا (۱۳۷۷). نقش فراشناخت در یادگیری حل مساله ریاضی. **مجله رشد آموزش ریاضی**، ۱۱(۳): ۲۰-۳۲.

گویا، زهرا (۱۳۷۷). نقش فراشناخت در یادگیری حل مساله ریاضی. **مجله رشد آموزش ریاضی**، ۱۱(۳): ۲۰-۳۲.

Attridge, N., & Inglis, M. (2015). Increasing cognitive inhibition with a difficult prior task: **implications for mathematical thinking**, 47(5), 723-734.

Ayan, R., & Işıksal-Bostan, M. (2019). Middle school students' proportional reasoning in real life contexts in the domain of geometry and measurement. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 50(1), 65-81.

Bago, B. (2018). **Testing the corrective assumption of dual process theory in reasoning** (Doctoral dissertation, Sorbonne Paris Cité).

**Beckmann, S. (2011). From the common core to a community of all mathematics teachers. The Mathematics Educator**, 20(2), 100-124.

Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. **Educational Studies in Mathematics**, 36(3), 247-273.

Borodin, A. (2016). The need for an application of dual-process theory to mathematics education. Cambridge **Open-Review Educational Research e-Journal**, 3(4), 12-25.

Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. **Journal for research in mathematics education**, 15(1), 35-49.

Cramer, K., Post, T., & Behr, M. (1989). Interpreting proportional relationships. **Mathematics Teacher**, 82(6), 445-452.

Cramer, K. A., Post, T., & Currier, S. (1993). **Learning and teaching ratio and proportion: Research implications: Middle grades mathematics. In Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics** (pp. 159-178). Macmillan Publishing Company.

Cramer, K., Post, T., & Graeber, A. O. (1993). Connecting research to teaching: Proportional reasoning. **The Mathematics Teacher**, 86(5), 404-407.

Ersoy, E., & Guner, P. (2015). The place of problem solving and mathematical thinking in the mathematical teaching. **The Online Journal of New Horizons in Education-January**, 5(1), 120-130.

Evans, J. S. B. (2003). In two minds: dual-process accounts of reasoning. **Trends in cognitive sciences**, 7(10), 454-459.

Evans, J. S. B. (2010). **Thinking twice: Two minds in one brain**. Oxford University Press.

Evans, J. S. B., & Stanovich, K. E. (2013). Dual-process theories of higher cognition: Advancing the debate. **Perspectives on psychological science**, 8(3), 223-241.

Frankish, K. (2015). **Dennett's dual-process theory of reasoning. In Content and consciousness revisited** (pp. 73-92). Springer, Cham.

Gillard, E., Van Dooren, W., Schaeken, W., & Verschaffel, L. (2009a). Dual processes in the psychology of mathematics education and cognitive psychology. **Human Development**, 52(2), 95-108

Gillard, E., Van Dooren, W., Schaeken, W., & Verschaffel, L. (2009b). Proportional reasoning as a heuristic-based process: time constraint and dual task considerations. **Experimental Psychology**, 56(2), 92-99.

Gómez-Chacón, I. M., García-Madruga, J. A., Vila, J. Ó., Elosúa, M. R., & Rodríguez, R. (2014). The dual processes hypothesis in mathematics performance: Beliefs, cognitive reflection, working memory and reasoning. **Learning and Individual Differences**, 29, 67-73.

Heller, P. M., Ahlgren, A., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1989). Proportional reasoning: The effect of two context variables, rate type, and problem setting. **Journal of Research in Science Teaching**, 26(3), 205-220.

Lamon, S. J. (1995). Ratio and proportion: Elementary didactical phenomenology. **Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades**, 167-198.

Lamon, S.J. (2012). **Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers**. Routledge.

Leron, U., & Hazzan, O. (2006). The Rationality Debate: Application of Cognitive Psychology to Mathematics Education. **Educational Studies in Mathematics**, 62(2), 105–126.

Lim, K. H. (2009). Burning the candle at just one end. **Mathematics Teaching in the Middle School**, 14(8), 492-500.

Özgün-Koca, S. A., & Kayhan-Altay, M. (2009). An investigation of proportional reasoning skills of middle school students. **Investigations in Mathematics Learning**, 2(1), 26-48.

Park, J. S., Park, J. H., & Kwon, O. N. (2010). Characterizing the proportional reasoning of middle school students. Seoul National, **University Journal of Education Research**, 19(5), 119–144.

Pişkin-Tunç, M. (2020). Investigation of Middle School Students' Solution Strategies in Solving Proportional and Non-proportional Problems. **Turkish Journal of Computer and Mathematics Education** (TURCOMAT), 11(1), 1-14.

Watson, A. (2001). Instances of mathematical thinking among low attaining students in an ordinary secondary classroom. **The Journal of Mathematical Behavior**, 20(4), 461-475.

Quarterly Journal of Educational Leadership
& Administration
Islamic Azad University Garmsar Branch
Vol.18, No 3, Autumn 2024, No.69

# Comparing the type of thinking and answers of male and female students in solving proportional problems based on dual processing theory

**Ali Mohammadian Khatir[1], Amir Ali Tabatabaei Adnani[2], Ali Barahmand[3], Mohammad Ali Faribourzi Araghi[4]**

## Abstract:

**Purpose**: The purpose of this study is to investigate the type of thinking and responses of seventh grade male and female students based on dual processing theory in solving direct and inverse proportional problems and non-proportional problems and comparing them with each other.

**Method**: The method of this research was quantitative-descriptive and practical in terms of purpose. Data were collected from 16 seventh grade students from two different public schools from the first period of secondary school. Students were asked to solve 9 open-ended problems, which included 3 direct proportional problems, 3 inverse proportional problems, and 3 non-proportional problems.

**Findings**: The results showed that in direct and inverse proportional problems and non-proportional problems, the students of both groups answered the questions correctly. In the section of intuitive and inferential answers related to all three types of problems, the group of boys answered the questions more intuitively than the group of girls, but the correct intuitive and inductive answers of the group of girls were more than the group of boys. Also, in non-proportional problems, most of the intuitive and inferential answers of both groups were incorrect. Also, in the examination of 9 questions, it was found that there is a significant difference in questions 3 and 4, and most of the students of the two groups used the intuitive method to answer the questions.

**Conclusion**: It can be concluded that the type of thinking used by seventh grade male and female students in solving direct and inverse proportional problems and non-proportional problems based on dual processing theory can lead to better results in education.

**Keywords: dual processing theory, direct and inverse proportion, disproportion problems.**

---

[1] - Ph. D. Candidate in Mathematics Education, Department of Mathematics, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. amkhatir51@gmail.com

[2] - Assistant Professor of Mathematics, Department of Mathematics, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (Corresponding Author) a.t.adnani@gmail.com

[3] - Associate Professor of Mathematics, Department of Mathematics, Hamedan Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. Corsponding Author, ali.barahmand@iauh.ac.ir

[4] - Full Professor of Mathematics, Department of Mathematics, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. Fariborzi.1400@gmail.com