

# *Optimum modeling of buying and selling in Gold and S&P 500 markets based on optimal stop theory*

Amir Mahmoudian<sup>1</sup>, Maryam Khalili Araqi<sup>2\*</sup>, Hamidreza Vakili Fard<sup>3</sup>

1. Ph. D student in financial engineering, Department of Financial Management, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Email: amirmahmoudian@yahoo.com
2. Associate Professor in Management, Department of Financial Management, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Corresponding Author, Email: m.khaliliaraghi@srbiau.ac.ir
3. Assistant Professor in Accounting, Department of Accounting, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Email: h-vakilifard@srbiau.ac.ir

---

## Article Info

Received: 20/11/2023

Accepted: 30/01/2024

Pages: 151-170

### Keywords:

*Functional possibilities; Theory of optimal stopping; Branch processes- Simulated models; Forecasting financial markets*

### JEL Classification:

C60; G17

---

## ABSTRACT

Throughout history, predicting price in financial markets has always been of high interest to financial activists and analysts. Recently, various methods have been proposed and adopted to predict the dynamism of financial markets using time series of records of prices. However, high-precision predication of financial prices is still a deemed long-term challenge that constantly call for state-of-the-art approaches. Thus, the purpose of the current study was to examine the efficacy of optimal stopping, also known as early stopping, and use its connection with branching processes to predict the optimal buying and selling prices in several financial markets. To this end, gold ounce market and S&P 500 index have been predicted in short term and long term frameworks on the basis of fixed horizon. And for each. frame work, different time frames have been selected. Closing price data from 1995 to 2022 have been used for every time frame. The results indicate that by optimal stopping for short term framework, S&P 500 index indicates %67 success and gold ounce shows %53 success in the prediction of prices. In long term framework, S&P 500 index's success equals to %68 and gold ounce equals to %85 in prediction of prices.

---

## COPYRIGHTS

©2023 by the authors. Published by the Islamic Azad University, West Tehran Branch. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>



### **Extended Abstract**

Throughout history, predicting price in financial markets has always been of high interest to financial activists and analysts. Recently, various methods have been proposed and adopted to predict the dynamism of financial markets using time series of records of prices. However, high-precision predication of financial prices is still a deemed long-term challenge that constantly call for state-of-the-art approaches.

### **Purpose**

Thus, the purpose of the current study was to examine the efficacy of optimal stopping, also known as early stopping and use its connection with branching processes to predict the optimal buying and selling prices in several financial markets. gold ounce market and S&P 500 index have been predicted in short term and long-term frameworks on the basis of fixed horizon. And for each. frame work, different time frames have been selected. Closing price data from 1995 to 2022 have been used for every time frame.

### **Methodology**

Advanced methods for optimal stopping include approximating the value function and then using that approximation in a policy. Although such policies can work very well, they are generally not guaranteed to be interpretable (Siokan and Mišić 2020). On the other hand, some researchers have proposed that the optimal stop models are too complicated to solve well and the strategies of buying at a low price and selling at a high price are not very practical in this theory (Liu and Mo 2022). According to the issues raised, the researcher intends to use the optimal stop theory and its connection with branch processes to implement and examine this theory in a number of prominent international financial markets. In this research, we are going to use the optimal stop statistical theory to predict the time of buying and selling in these markets in an optimal way.

### **Finding**

The optimal stopping algorithm seeks to determine the maximum value from a set of random variables that are exhibited in the order they are generated. Each variable should either be selected when exhibited or be skipped in favor of the next variable, and if all the variables till the  $n$ th variable are skipped, this variable is selected automatically. It should be borne in mind that the theory of optimal stopping first examines the previous data and finds out whether there is a divergence, according to which it determines which market cannot be predicted based on this theory. In general, these random variables are considered as independent and co-distributed. Yet, due to the complexity of this theory, even in this case, solving problems directly proves to be very difficult, and hence the correlation between this theory and branch processes are employed to simplify solution. The steps of this process are as follows:

<b>Step 1</b>	The analyst finds the planning horizon (20 - horizon in the present paper)
<b>Step 2</b>	Determine the statistical distribution of values using statistical tests, including the goodness of fit, chi-square, Chebyshev's inequality, and Q-Qplot (Moud et al. 1973)
<b>Step 3</b>	Transforming it to a normal distribution using Box-Cox Transformations (Cox-Box 1964), and converting to the standard normal distribution (minus mean value divided by standard deviation) (Moud et al. 1973)
<b>Step 4</b>	Using inverse distribution function (using probability integral transform theorem) (Moud et al. 1973) and transforming it to considered distribution in branching process and determining convergency or divergence of data (Ross 1983; Shishebor et al. 2004)
<b>Step 5</b>	Predicting the best point for optimal buy or sell at a determined horizon (Assaf et al. 2000)
<b>Step 6</b>	Reversing all transforms and predicting real values (Assaf et al. 2000)

### Conclusion

The results indicate that by optimal stopping for short term framework, S&P 500 index indicates %67 success and gold ounce shows %53 success in the prediction of prices. In long term framework, S&P 500 index's success equals to %68 and gold ounce equals to %85 in prediction of prices. The obtained results show that the optimal stop theory has performed better in predicting the gold price in the long-term time frame and the S&P 500 in the short-term time frame.

The S&P 500 market and the gold market have obtained the most predictability based on the optimal stop theory. This can be confirmed by market traders because the S&P 500 and gold market are interesting markets from a technical and trading point of view. The number of transactions and high liquidity and the difference in spread and commission in these two markets compared to other markets can be indicative of this. Also, the high volatility in the two mentioned markets due to the uncertainty regarding the continuation of prices and key economic indicators presents countless opportunities to traders. According to the obtained results, the optimal stopping can be used as a trading and analytical indicator. Also, the characteristic of optimal stopping is that based on historical data, it shows the prediction as the optimal point (buying and selling price) in the future. Due to the fact that examining the financial markets both from the study and analytical point of view and from the trading point of view by using a variety of forecasting patterns and indicators requires understanding the possibilities of market behavior, choosing a time frame and having a strategy.



فصلنامه آمار حسابداری

شماره ۴۳۳-۲۸۲۱

## مدلسازی بهینه خرید و فروش در بازارهای انس طلا و اس اند پی ۵۰۰ بر اساس تئوری ایست بهینه

امیر محمودیان<sup>۱</sup>، مریم خلیلی عراقی<sup>۲</sup>، حمیدرضا وکیلی فرد<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی دکتری مهندسی مالی، گروه مدیریت مالی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، پست الکترونیکی: amirmahmoudian@yahoo.com
۲. دانشیار مدیریت، گروه مدیریت مالی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، نویسنده مسئول، پست الکترونیکی: m.khaliliaraghi@srbiau.ac.ir
۳. استادیار حسابداری، گروه حسابداری، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، پست الکترونیکی: h-vakilifard@srbiau.ac.ir

### اطلاعات مقاله

### چکیده

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

صفحات ۱۷۰-۱۵۱

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۸/۲۹

تاریخ پذیرش نهایی: ۱۴۰۲/۱۱/۱۰

### واژگان کلیدی:

احتمالات کاربردی؛ تئوری ایست بهینه؛ فرایندهای شاخه‌ای؛ مدل‌های شبیه‌سازی شده؛ پیش بینی بازارهای مالی

### طبقه‌بندی JEL:

C60; G17

پیش‌بینی قیمت در بازارهای مالی همواره مورد توجه فعالان و تحلیل‌گران مالی بوده است. اخیراً روش‌های مختلفی برای پیش‌بینی حرکات بازارهای مالی با استفاده از سری‌های زمانی تاریخی قیمت‌ها اتخاذ شده‌اند. با این حال، پیش‌بینی دقیق قیمت‌های مالی هنوز یک چالش طولانی مدت است که همیشه رویکردهای جدید را می‌طلبد. در این مقاله قصد داریم با استفاده از تئوری آماری ایست بهینه و ارتباط آن با فرآیندهای شاخه‌ای به پیش‌بینی زمان خرید و فروش بر اساس قیمت‌های بهینه خرید و فروش در دو بازار مالی مطرح پردازیم. برای این منظور بازارهای اونس طلا و شاخص اس اند پی ۵۰۰ در چارچوب‌های زمانی کوتاه و بلند مدت بر مبنای یک افق ثابت ۲۰ پیش بینی شده و برای هر یک از چارچوب‌های زمانی تایم فریم‌های مختلفی انتخاب شده است. داده‌های بسته شدن قیمت در هر تایم فریمی بنابر مدت زمان خود از سال ۱۹۹۵ تا ۲۰۲۲ مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد با استفاده از تئوری ایست بهینه در چارچوب زمانی کوتاه مدت، شاخص اس اند پی با ۶۷٪ و اونس طلا با ۵۳٪ موفقیت در پیش‌بینی قیمت‌ها را به دست آورده است. در چارچوب زمانی بلند مدت انس طلا به میزان ۸۵٪ و شاخص اس اند پی ۵۰۰ به میزان ۶۸٪ موفقیت در پیش‌بینی قیمت‌ها را داشته است.

## ۱. مقدمه

پیش‌بینی پویایی بازارهای مالی مدت‌هاست که مورد توجه حوزه‌های دانشگاهی بوده است لیو<sup>۱</sup> همکاران (۲۰۱۶). در بازارهای مالی، پردازش و تجزیه و تحلیل داده‌ها از اهمیت بالایی برخوردار است، زیرا معاملات بالادرنگ با حاشیه سود ارتباط زیادی دارد. در عمل، تصمیماتی که متأثر از تجارب متخصصان تحلیل بنیادی و تکنیکی است، نقش اساسی در دوام مالی شرکت‌ها ایفا می‌کند. اقتصاد منابع واقعی اقتصادی را انتقال می‌دهد، سود سهام یا سود را به فعالان بازار ارائه می‌دهد، نقدینگی ایجاد می‌کند و تجارت بین سرمایه‌گذاران در بازار را تسهیل می‌کند. حتی اگر مدیران فعالی که تعدیل‌های عجولانه پرتفوی انجام می‌دهند و تنها با برخی تخمین‌های تقریبی و پیش‌بینی ضعیف پشتیبانی می‌شوند، ممکن است عملکرد برنامه‌ریزی بازار خود را برای سود در زمان‌های آشفتنه بهبود بخشند، ساده‌سازی بیش از حد از طرف آنها ممکن است منجر به ناتوانی در کسب سود در بازارهای آرام‌تر شود.

بسیاری از سرمایه‌گذاران از منابع اطلاعاتی متعددی برای پیش‌بینی و ارزش‌گذاری شاخص هدف و توسعه استراتژی‌هایی برای به دست آوردن دست برتر استفاده می‌کنند. با توجه به پیشرفت‌های اخیر در زمینه محاسبات، چندین مدل داده کاوی پیشنهاد شده است و داده‌های مالی پیچیده اکنون برای انجام تجزیه و تحلیل عمیق‌تر مورد استفاده قرار می‌گیرند. در حال حاضر، بازارهای مالی قادر به تولید داده‌های بزرگ در زمان واقعی هستند و رقابت در ظرفیت پردازش انواع مختلف داده‌های بالادرنگ که توسط بازار مالی به عنوان داده محور شناخته می‌شوند، منجر به دستورالعمل‌های بهینه‌تر برای تصمیم‌گیرندگان تجاری می‌شود. همچنین پیش‌بینی سری‌های زمانی بازارهای مالی مساله‌ای چالش برانگیز در حوزه مطالعات تخصصی سری‌های زمانی است. تئوری ایست بهینه مشکل تصمیم‌گیری در مورد زمان توقف یک سیستم تصادفی برای به دست آوردن بیشترین پاداش است که در زمینه‌های کاربردی متعددی مانند مالی، مراقبت‌های بهداشتی و بازاریابی ایجاد می‌کند. روش‌های پیشرفته برای توقف بهینه شامل تقریب تابع مقدار و سپس استفاده از آن تقریب در یک خط مشی است. اگرچه چنین سیاست‌هایی می‌توانند بسیار خوب عمل کنند، اما عموماً قابل تفسیر بودن آنها تضمین نمی‌شود. (سیوکان و میشیچ<sup>۲</sup> ۲۰۲۰)

از طرفی برخی از محققین مطرح کرده‌اند که مدل‌های توقف بهینه پیچیده‌تر از آن هستند که به خوبی حل شوند و استراتژی‌های خرید در قیمت پایین و فروش در قیمت بالا در این تئوری چندان کاربردی نیست. (لیو و مو<sup>۳</sup> ۲۰۲۲). با توجه به موارد مطرح شده در این پژوهش برای اولین بار با استفاده از تئوری ایست بهینه و ارتباط آن با فرایندهای شاخه‌ای به پیاده‌سازی و بررسی این تئوری در تعدادی از شاخص‌ها و بازارهای مالی مطرح بین‌المللی پردازد. در این پژوهش قصد داریم با استفاده از تئوری آماری ایست

<sup>1</sup> Liu

<sup>2</sup> Ciocan & Mišić

<sup>3</sup> Liu & Mu

بهینه<sup>۱</sup> به شکل بهینه به پیش بینی زمان خرید و فروش در این شاخص‌ها پردازیم در این پژوهش پیشنهادهای قیمت چه در سطح خرید و چه در سطح فروش نه به صورت محدوده‌ای بلکه به صورت قیمت‌های نقطه‌ای در هر بازار بر مبنای افق مورد نظر پیشنهاد می‌شود از این جهت کاربرد موثری خصوصاً در قراردادهای اختیار معامله فراهم می‌نماید.

از آنجا که نظریه توقف بهینه پیچیده است، از ارتباط بین این نظریه و فرآیندهای شاخه‌ای که توسط آصف و همکاران (۲۰۰۰) و شیشه بر و همکاران (۲۰۰۴) توسعه داده شده است، استفاده می‌شود.

## ۲. ادبیات موضوع

### ۲-۱. مبانی نظری تحقیق

#### ۲-۱-۱. تئوری ایست بهینه

توقف بهینه یا ایست زمان بهینه که در سال‌های اخیر به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است، کاربردهایی در علم مالی و سایر علوم، به دلیل وجود عدم قطعیت یا ریسک، هزینه فرصت و عدم تقارن اطلاعاتی، دارد. انتخاب استخدام، یافتن اجاره مناسب، بازار سهام و تجارت و سرمایه‌گذاری در زندگی واقعی، همیشه مسائلی هستند که رویدادهای تصادفی، عدم قطعیت و غیرقابل پیش بینی بودن جز لاینفک آن‌ها بوده و بنابراین انتخاب مناسب و بهینه غیر قابل انکار و ضروری است. چن و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۲۲) بازار مالی مملو از عدم قطعیت است و بسیاری از مطالعات به بررسی چگونگی آن می‌پردازند برای شناسایی و کنترل خطرات زمانی که عدم اطمینان وجود دارد، به عنوان مثال، کو و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۱۴) و لوکورسیو و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۲۱) بیان می‌دارند که عدم اطمینان باعث می‌شود که سرمایه‌گذاران با تردید تصمیمات سرمایه‌گذاری را اتخاذ کنند. معرفی روش توقف بهینه برای کمک به سرمایه‌گذاران در تصمیم‌گیری منطقی در زمان مواجهه با عدم قطعیت است. روش توقف بهینه در سرمایه‌گذاری مهم است. این روش از مدل تصادفی برای توصیف روند بازار و تنظیم یک چارچوب تحلیلی برای مشاهده و درک منطق پشت تغییرات بازار به روش علمی استفاده می‌کند. پس از استفاده از داده‌های واقعی بازار برای توصیف چگونگی تغییر بازار در یک مدل تصادفی، سرمایه‌گذاران حرکت بازار را در آینده پیش بینی می‌کنند و سرمایه‌گذاری نسبی انجام می‌دهند. مدل‌های توقف بهینه پیشنهاد می‌کند که سرمایه‌گذاران چه زمانی باید خرید و فروش کنند.

والد، ولفویترز، ارو و بلک ول اولین نتایج را برای تئوری توقف بهینه در سال ۱۹۴۰ و سپس اسنل (۱۹۵۲) به دست آوردند. در این نظریه، یک مقدار ثابت ( $n$ ) در افق مسئله در یک نمونه تصادفی  $n$  عضوی

<sup>1</sup> optimal stopping time theorem

<sup>2</sup> Chuen et al

<sup>3</sup> Kou et al.

<sup>4</sup> Locurcio et al

$(X_1, X_2, \dots, X_n)$  با توزیع شناخته شده  $(F)$  در نظر گرفته می شود. مقادیر این نمونه گیری تصادفی در یک ردیف مشاهده می شود. هدف نهایی انتخاب بزرگترین ارزش ممکن است. بر این اساس، در هر مرحله تصمیم می گیریم متغیری را که مشاهده می کنیم انتخاب کنیم یا روند را ادامه دهیم. در نهایت یک متغیر باید انتخاب شود. همانطور که قرار است بزرگترین مقدار را انتخاب کند، متغیرهای قبلی بزرگتر از متغیرهای موجود نیستند. علاوه بر این، متغیر  $X_n$  به طور خودکار انتخاب می شود اگر توقف قبل از زمان  $n$  رخ ندهد. (هریس، ۱۹۶۳).

### ۲-۱-۲. فرایندهای شاخه ای

توسعه اولیه نظریه احتمالات ناشی از مشکلات در قمار بود، سپس به زودی متوجه شدند می توانند از احتمالات برای بقای نژاد نیز استفاده کرد. تولید مثل، یک تجارت پیچیده است، اما بینش قابل توجهی در مورد رشد جمعیت را می توان از ساده سازی به دست آورد. فرآیند شاخه ای یک فرآیند ساده اما ظریف است مدل رشد جمعیت فرآیند گالتون واتسون نیز نامیده می شود، جمعیت متشکل از افراد در حال تولید مثل را در نظر بگیرید. به عنوان مثال: موجودات زنده (حیوانات، گیاهان، باکتری ها، خانواده های سلطنتی)؛ بیماری ها؛ ویروس های کامپیوتری؛ شایعات، شایعات، دروغ ها (یک دروغ همیشه به دروغ دیگر منجر می شود!)

در نظریه احتمال، فرآیند انشعاب نوعی شیء ریاضی است که به عنوان فرآیند تصادفی شناخته می شود که از مجموعه ای از متغیرهای تصادفی تشکیل شده است. متغیرهای تصادفی یک فرآیند تصادفی با اعداد طبیعی نمایه می شوند. هدف اولیه از فرایندهای شاخه بندی یا شاخه ای این بود که به عنوان یک مدل ریاضی از جمعیتی که در آن هر فرد در نسلی تعدادی تصادفی از افراد را در نسل تولید  $n$  می کند. فرایندهای شاخه ای برای مدل سازی تولید مثل استفاده می شود. برای مثال، افراد ممکن است با باکتری هایی مطابقت داشته باشند که هر کدام  $1, 0$  یا  $2$  فرزند با احتمال کمی در یک واحد زمانی تولید می کنند. فرایندهای شاخه بندی را می توان برای مدل سازی سیستم های دیگر با دینامیک مشابه، به عنوان مثال، گسترش نام های خانوادگی در تبارشناسی یا انتشار نوترون ها در یک راکتور هسته ای، استفاده کرد.

### ۲-۱-۳. شاخص اس اند پی ۵۰۰

شاخص 500 s & p محصول شرکت Standard & Poor's است که به مخفف نام همین شرکت است. این شرکت توسط هنری ورنام پور (Henry Varnum Poor) در سال ۱۸۶۰ میلادی تاسیس شد و کار آن جمع آوری اطلاعات و تحلیل دیتاهای مالی شرکت ها است. شاخص 500 s & p عملکرد شرکت های فعال در بازار سرمایه را بررسی می کند. این شاخص فهرستی از ۵۰۰ شرکت سهامی برتر در بازار را همواره

مورد بررسی قرار می‌دهد. همچنین این فهرست ۸۰ درصد از ارزش بازار سهام آمریکا را شامل می‌شود. از این شاخص عموماً برای سنجش نحوه عملکرد معامله‌گران در مقایسه با روند بازار استفاده می‌شود. فهرست شاخص S & P 500 ثابت نیست و همواره در حال تغییر است. یک کمیته اجرایی مسئولیت انتخاب این فهرست را بر عهده دارد که بر اساس شایستگی شرکت‌ها را مورد ارزیابی قرار می‌دهند. برای سنجش این شایستگی مواردی همچون ارزش بازار، نقدینگی، مقدار سهام شناور آزاد، صورت‌های مالی، مدت و سابقه تجارت عمومی و... مورد بررسی قرار می‌گیرند که در هر یک، شرکت مورد نظر باید الزاماتی خاص را برآورده سازد. شرکت‌های غیر آمریکایی که در بازار بورس نیویورک حضور دارند نیز در این لیست قرار دارند. همان‌طور که گفته شد، شرکت سهامی که در فهرست S&P500 قرار دارد، محدود به داخل آمریکا نیست. بر همین اساس حدود ۳۰٪ شرکت‌های حال حاضر در این فهرست، غیر آمریکایی و در خارج از خاک آمریکا مشغول به فعالیت هستند.

#### ۴-۱-۲. شاخص انس طلا

طلا به عنوان یک فلز گرانبها سهم بزرگی در تبیین سیاست‌های پولی و بانکی دارد و عمدتاً به عنوان پشتوانه پول‌های ملی و چاپ اسکناس از آن یاد می‌گردد. این نقش مهم طلا باعث می‌گردد که ارزش طلا در طول زمان نسبت به همه ارزهای رایج در کلیه بازارهای دنیا همواره رو به افزایش باشد، زیرا مرجع اصلی ارزش همه ارزها در واقع میزان طلاهای بانک‌های مرکزی دولت‌ها می‌باشد، لذا جنبه روانی اثرات قیمت طلا علاوه بر جایگزینی به عنوان یک بازار سرمایه گذاری، می‌تواند ناشی از قدرت طلا در تعیین سیاست‌های پولی و بانکی کشورها نیز باشد. این نقش مهم طلا باعث می‌گردد که ارزش طلا در طول زمان نسبت به همه دارایی‌های رایج در کلیه بازارهای دنیا همواره رو به افزایش باشد. قیمت طلا طی سال‌های اخیر همواره افزایش یافته است. در حال حاضر طلا به عنوان یک بازار بزرگ اقتصادی در کنار بازارهای سرمایه دیگر، پیش رو سرمایه‌گذاران قرار دارد و نوسانات قیمت آن بیش از پیش در متغیرهای اقتصادی، رونق و رکورد سایر بازارها مؤثر است.

#### ۲-۲. پیشینه پژوهش

آصف و همکاران (۲۰۰۰) در مقاله خود با عنوان "ارتباط غیرمنتظره بین فرآیندهای انشعاب و توقف بهینه" مطرح کردند: ارتباط عجیبی بین تئوری توقف بهینه برای متغیرهای تصادفی مستقل و فرآیندهای انشعاب وجود دارد. به طور خاص، برای فرآیند انشعاب  $Z_n$  با توزیع فرزندان  $Y$ ، یک متغیر تصادفی  $X$  وجود دارد به طوری که احتمال  $p(z_n=0)$  انقراض نسل  $n$  در فرآیند انشعاب برابر با مقدار به دست آمده با توقف بهینه دنباله است.  $X_1, \dots, X_n$ ، که در آن این متغیرها i.i.d هستند. به عنوان  $X$  توزیع شده است. تعمیم به موارد افق ناهمگن و نامتناهی نیز در نظر گرفته شده است. این تطابق یک روش ساده «قاعده توقف»



را برای محاسبه ویژگی‌های مختلف فرآیندهای انشعاب، از جمله نرخ‌های همگرایی احتمال انقراض نسل نهم به احتمال انقراض نهایی، برای فرآیند فوق بحرانی، بحرانی و زیر بحرانی گالتون-واتسون ارائه می‌کند. مثال‌ها، مرزها، تعمیم‌های بیشتر و ارتباط با نابرابری‌های پیامبر کلاسیک ارائه شده‌اند. در کل، هدف این است که نشان دهیم چگونه می‌توان از این اتصال غیرمنتظره برای ترجمه روش‌ها از یک حوزه احتمال کاربردی به حوزه دیگر استفاده کرد.

شیشه بر و همکاران (۱۳۸۳) در پایان نامه کارشناسی ارشد با عنوان "همبستگی غیر منتظره بین فرآیندهای شاخه ای و تئوری ایست بهینه" بیان کردند: فرآیندهای شاخه ای و تئوری ایست بهینه دو قسمت از احتمال کاربردی می‌باشند که در ظاهر هیچ همبستگی بین آنها وجود ندارد. در این پایان نامه نشان داده می‌شود که چطور نتایج در یک سطح می‌تواند برای اثبات نتایج در سطح دیگر مورد استفاده قرار گیرد. تئوری ایست بهینه بدلیل پیچیدگی به غیر از بعضی موارد در همه مسائل قابل استفاده نیست اما فرآیندهای شاخه ای در همه حالات قابل استفاده هستند. در این پایان نامه همبستگی میان این دو موضوع نشان داده می‌شود و سپس مسائل تئوری ایست بهینه توسط فرآیندهای شاخه‌ای حل می‌شود.

فتان و دیلیج (۲۰۲۱) در مقاله خود تحت عنوان "یادگیری تقویتی عمیق برای توقف بهینه با کاربرد در مهندسی مالی" بیان نمودند:

توقف بهینه مشکل تصمیم‌گیری در زمان مناسب برای انجام یک عمل خاص در یک سیستم تصادفی، به منظور به حداکثر رساندن پاداش مورد انتظار است. کاربردهای زیادی در زمینه‌هایی مانند مالی، بهداشت و درمان و آمار دارد. در این مقاله، ما از یادگیری تقویتی عمیق برای یادگیری سیاست‌های توقف بهینه در دو کاربرد مهندسی مالی استفاده می‌کنیم: یعنی قیمت‌گذاری گزینه، و تمرین گزینه بهینه. ما برای اولین بار یک ارزیابی تجربی جامع از کیفیت خط‌مشی‌های توقف بهینه شناسایی شده توسط سه الگوریتم پیشرفته ارائه می‌کنیم: یادگیری عمیق دوگانه، توزیعی طبقه‌ای و شبکه‌های چندگانه ضمنی. در مورد قیمت‌گذاری گزینه، یافته‌های ما نشان می‌دهد که در یک محیط نظری، مدل بلک شولز با موفقیت قیمت‌های تقریباً بهینه را شناسایی می‌کند. از سوی دیگر، در مواجهه با حرکات داده‌های سهام واقعی در مشکل اعمال اختیار معامله که شامل دارایی‌های شاخص S&P500 است، نسبت به توزیع طبقه ای کمی بهتر عمل می‌کند. مهمتر از آن، الگوریتم توزیع طبقه ای قادر به شناسایی یک خط‌مشی توقف بهینه است.

روتوندی (۲۰۲۰) مطالعه ای با عنوان "نظریه توقف بهینه و اختیار معامله‌های آمریکایی" انجام داد و توضیح داد که مسئله توقف بهینه یک مسئله کلاسیک در تئوری حساب تصادفی است. به طور رسمی، با توجه به یک فرآیند افزایش، مسئله توقف بهینه در مورد یافتن زمان توقف است که سود مورد انتظار را به حداکثر برساند. در زمان گسسته، این مشکل با استفاده از تکنیک برنامه نویسی پویا و تنظیم یک بازگشت به عقب حل می‌شود. این هم قانون توقف بهینه و هم فرآیند ارزش بهینه را ارائه می‌دهد. نظریه توقف بهینه ارتباط نزدیکی با مشکل ارزش‌گذاری مشتقات آمریکایی دارد. مشتقات آمریکایی، قراردادهای مالی

هستند که با فرآیند بازدهی مشخص می‌شوند که به یک فرآیند تصادفی اساسی (معمولاً قیمت دارایی معامله شده) بستگی دارد. دارنده یک مشتق آمریکایی انتخاب می‌کند که چه زمانی بازده را نقد کند و سعی می‌کند این کار را با بهینه سازی سود انجام دهد. بنابراین قیمت منصفانه این مشتق به زمان توقف بهینه آن بستگی دارد.

شاه (۲۰۲۰) مطالعه ای با عنوان "مشکلات توقف بهینه انجام داد او با انجام معاملات خودکار در یک افق زمانی نامحدود توضیح داد که آربیتراژ آماری (StatArb) از زمان ظهور خود در دهه ۱۹۸۰ شروع به کار کرده است و به طور فزاینده ای توسط صندوق‌های تأمین و بانک‌های سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود. برای تولید استراتژی‌های تجاری سودآور و کمی. با فشار شرکت‌های مالی برای حجم بیشتری از اتوماسیون، ما به بررسی روش‌های معاملاتی می‌رویم که به‌طور بهینه از طرف ما تصمیم می‌گیرند. در هسته استراتژی‌های StatArb مدل‌های معاملاتی قرار دارد که با بهره برداری از اختلاف قیمت‌های بازار کار می‌کنند. این پایان نامه به مطالعه یک مسئله توقف دوگانه بهینه که با زمان ورود و خروج بهینه مشخص می‌شود، اختصاص دارد.

وانگ و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۲۱) در مقاله خود با عنوان "پیش‌بینی شاخص سهام و تحلیل عدم قطعیت با استفاده از الگوی مجموعه غیرخطی چند مقیاسی استخراج ویژگی بهینه، یادگیری عمیق دو مرحله‌ای و رگرسیون فرآیند گاوسی" بیان کردند: پیش‌بینی قابل اعتماد شاخص‌های سهام می‌تواند برای تصمیم‌گیری مالی و مدیریت ریسک بسیار ارزشمند باشد. بازار سهام یک سیستم غیرخطی بسیار پیچیده است که ارائه پیش‌بینی‌های دقیق را دشوار می‌کند. در این مقاله، یک پارادایم مجموعه غیرخطی چند مقیاسی ابتکاری برای پیش‌بینی شاخص سهام و تحلیل عدم قطعیت پیشنهاد شده است که شامل یک استخراج ویژگی بهینه شامل تجزیه حالت متغیر و رمزگذار خودکار، یک یادگیری عمیق دو مرحله‌ای مبتنی بر شبکه عصبی بازگشتی و حافظه کوتاه مدت بلند مدت و رگرسیون فرآیند گاوسی استخراج ویژگی بهینه برای استخراج ویژگی‌های بهینه نوسانات شاخص سهام و حذف اختلالات مؤلفه‌های توهم پیشنهاد شده است. یادگیری عمیق دو مرحله‌ای برای انجام پیش‌بینی هر یک از سیگنال‌های فرعی و پیاده‌سازی ادغام غیرخطی آن ایجاد شده است. رگرسیون فرآیند گاوسی برای ساخت پیش‌بینی فاصله سیگنال اصلی سهام و تحلیل عدم قطعیت‌های بازار سهام استفاده می‌شود. اعتبار مدل توسعه‌یافته با داده‌های S & P500 شاخص داو جونز و NASDAQ تأیید می‌شود.

لیو و مو (۲۰۲۲) در مطالعات خود با عنوان "روش‌های توقف بهینه برای تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری: مروری بر ادبیات" به این نتیجه رسیده‌اند که بسیاری از پژوهش‌ها، مدل‌های توقف بهینه را مطالعه کرده و راه‌حل‌های مربوطه را ارائه کرده‌اند. سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی همچنین باید بدانند چه زمانی خرید و فروش کنند، بنابراین زمان بندی بسیار مهم است. این مقاله مروری طبقه‌بندی شده از

<sup>۱</sup> Wang

پژوهش هاو ادبیات مدل های توقف بهینه را ارائه می کند، می توان دریافت که در پنج استراتژی توقف سرمایه گذاری، استراتژی صرفاً خرید پایین و فروش بالا چندان کاربردی نیست، از آنجایی که تغییر مدل ها بسیار پیچیده است، راه حل تحلیلی موجود این نوع مدل توقف بهینه نمی تواند یک استراتژی عملی ارائه دهد مسئله پیش بینی بهینه می تواند راه حل های تحلیلی ارزشمندی را به دست آورد، اما برای سرمایه گذاری بلندمدت مناسب نیست. چندین مشکل تحقیقاتی مرتبط توسط ادبیات فعلی ناشناخته باقی مانده است. یکی از مشکلات احتمالی استراتژی های توقف بهینه موجود این است که تابع هدف باید با مسائل عملی ترکیب شود. گزینه های مختلف جدید با استفاده از روش توقف بهینه برای قیمت، ایده هایی را برای انتخاب تابع هدف مناسب مدل توقف بهینه ارائه می دهد. گزینه های جدید شامل ریسک هایی مانند بازگشت حداکثر به محدوده پوشش ریسک است، در حالی که سرمایه گذاران نه تنها باید بازده را به حداکثر برسانند در حالی که سرمایه گذاران نه تنها باید بازده را به حداکثر برسانند بلکه هنگام تصمیم گیری، ریسک کاهش سرمایه را نیز کاهش دهند. همچنین مشکل دیگر در این است که نمی توان از آنها برای تصمیم گیری چند دارایی استفاده کرد. مدل های توقف بهینه با ابعاد بالا بسیار پیچیده تر از آن هستند که به خوبی حل شوند. تابع هدف باید با مسائل عملی ترکیب شود. مطالعات اندکی در مورد تصمیم گیری چند دارایی در ادبیات موجود وجود دارد، بنابراین این مشکل نیاز به بررسی بیشتر دارد.

محمدابراهیم سماوی و همکاران (۱۴۰۱) در پژوهش خود با استفاده از مدل سازی پویای با نام مدل امتیاز خود برارشی تعمیم یافته (GAS) در جهت برآورد ارزش در معرض ریسک بیت کوین و طلا با استفاده از داده های روزانه از سال ۲۰۱۰ تا ۲۰۲۰ میلادی با فرض توزیع تی استیودنت انجام دادند و نتایج آن با نتایج مدل های شناخته شده AR و GARCH مقایسه گردیده است. یافته ها نشان داد که برای انس جهانی طلا مدل های GAS، GARCH و AR در سطح خطای ۵ درصد قابلیت تخمین ارزش در معرض ریسک را داشتند که از این بین مدل GAS بهترین عملکرد را داشت. برای رمز ارز بیت کوین تنها دو مدل GAS و GARCH تخمین زننده مناسب ارزش در معرض ریسک می باشند که مدل GARCH ارجح تر است.

راحله باقری و همکاران (۱۴۰۱) اظهار می دارند که امروزه سرمایه گذاری در بازارهای طلا، بخش مهمی از اقتصاد هر کشور را تشکیل می دهد، به همین دلیل برآورد قیمت طلا یکی از مهم ترین موضوعات مطالعاتی اقتصاددانان و تحلیلگران مالی است که رویکردهای متفاوتی را پدید آورده است. به طور طبیعی روش هایی کاربرد مناسب را دارند که کمترین خطا و ریسک سرمایه گذاری را در خود داشته باشند. در این تحقیق آن ها با استفاده از دو مدل هستون و مرتون به پیش بینی قیمت قراردادهای آتی با استفاده از قیمت تسویه قراردادهای آتی از تاریخ ۱۳۹۰/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۷/۰۶/۱۱ پرداخته و نتایج حاصل از آن را مقایسه کرده اند.

این مقاله برای پیش‌بینی قیمت‌ها از تئوری ایست بهینه استفاده می‌کند. تئوری ایست بهینه همان طور که گفته شد پیدا کردن بهینه نقطه ماکزیمم یا مینیمم در روند قیمتی متغیر مالی می‌باشد در تعداد روز معینی که به آن افق مسئله می‌گویند. بعنوان مثال فرض کنید می‌خواهید سهام شرکتی را حداکثر تا ۲۰ روز بفروشید. صبح هر روز قیمت داده می‌شود. که باید تصمیم بگیرید که آنرا قبول یا رد کنید. وقتی پیشنهادی را رد می‌کند آن پیشنهاد فراموش می‌شود. فرض کنید پیشنهادات متوالی مستقل تعیین شده است. طبیعی است که می‌خواهید سهام خود را به بالاترین قیمت بفروشید. تئوری ایست بهینه برای رسیدن به این هدف طراحی شده است (آصف و همکاران، ۲۰۰۰). در حل مسائل ایست بهینه تعدادی متغیر تصادفی و عدد  $n$  را بعنوان افق مسئله (سقف دوره‌ای که خرید یا فروش باید انجام شود) داریم. متغیرهای تصادفی به ترتیب مشاهده می‌شوند و هدف ما انتخاب بیشترین مقدار برای فروش (کمترین مقدار برای خرید) مقدار است. هر متغیر را در آن لحظه‌ای که مشاهده می‌کنیم یا باید انتخاب کنیم یا متغیر بعدی را در نظر بگیریم و اگر تا زمان  $n$  ام انتخاب نکنیم بطور خودکار این متغیر انتخاب می‌شود (چاو و همکاران، ۱۹۷۱). لازم به توضیح است که در تئوری ایست بهینه ابتدا با بررسی داده‌های قبلی و در صورت داشتن واگرایی مشخص می‌کند که چه بازاری قابلیت پیش‌بینی براساس این تئوری را ندارد (آصف و همکاران، ۲۰۰۰). در حالت کلی این متغیرهای تصادفی را مستقل و هم‌توزیع در نظر می‌گیریم. اما بدلیل پیچیدگی این تئوری حتی در این حالت حل مستقیم مسائل بسیار دشوار است بنابراین از همبستگی که بین این تئوری و فرآیندهای شاخه ای وجود دارد استفاده می‌کنیم (آصف و همکاران، ۲۰۰۰). حالت خاص همبستگی بین تئوری ایست بهینه و فرآیندهای شاخه ای حالتی است که اعداد از توزیع یکنواخت  $[0,1]$  پیروی کنند یا با استفاده از قضیه تبدیل انتگرال احتمال به توزیع یکنواخت  $[0,1]$  تبدیل شوند (شیشه‌بر و همکاران، ۱۳۸۳) مراحل بیشتر این روش در پیوست آمده است. بطور کلی با داشتن یک مسئله ایست بهینه مراحل زیر را برای حل آن در نظر می‌گیریم:

ابتدا توزیع متغیرهای تصادفی ایست بهینه  $X_1, X_2, \dots$  و  $n$  افق مسئله را مشخص می‌کنیم.

برای استفاده از ایست بهینه باید توزیع آماری اعداد را بوسیله تغییر متغیر توزیع آنها بصورت یک توزیع روی بازه  $[0,1]$  تبدیل کرد. در حالت کلی ایست بهینه واقعی وقتی است که توزیع متغیرهای  $X_1, X_2, \dots$  دارای توزیع یکنواخت  $U[0,1]$  باشد که با استفاده از تبدیلات خاص انجام می‌شود. با انجام عکس تغییر متغیر مقدار ایست بهینه را برای متغیرهای تصادفی واقعی محاسبه می‌کنیم. برای حل مسائل فرآیندهای شاخه ای ابتدا باید همگن یا نا همگن بودن آن مشخص شود. در ابتدا بایستی توزیع تعداد فرزندان یا تابع مولد احتمال تعداد فرزندان را داشته باشیم. سپس از روی آن با در نظر گرفتن فرضیات فرآیندهای شاخه ای تابع مولد احتمال و توزیع تعداد افراد هر نسل را بدست می‌آوریم سپس بر حسب موضوع با استفاده فرمول‌های بدست آمده امید ریاضی، واریانس، احتمال انقراض نسل  $n$  ام:

$$\tilde{q}_n = P(Z_n = 0) = g^{(n)}(0)$$

و احتمال از بین رفتن کل جامعه:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{q}_n = \tilde{\pi}$$

با حل معادله  $g(s) = s$  و پیدا کردن کوچکترین ریشه آن می توانیم پیدا کنیم. بطور کلی برای حل یک مسئله فرآیند شاخه ای مراحل زیر را باید طی کنیم:

۱- با فرض دانستن توزیع یا تابع مولد احتمال تعداد فرزندان  $Y$  تابع مولد احتمال اندازه نسل  $n$ ،  $Z_n$ ، را بدست می آوریم با استفاده از روابط زیر:

$$Z_{n+1} = \sum_{i=1}^{Z_n} Y_i$$

$$g^{(n+1)}(s) = g^{(n)}(g(s))$$

$$= g(g(\dots(g(s)))) \quad . \quad n = 1, 2, \dots$$

۲- در این مرحله مشخص می کنیم فرآیند در چه حالتی قرار دارد. برای این منظور  $E(Y)$  را محاسبه کرده سپس با توجه به تعاریف قبل اگر  $E(Y) < 1$  باشد فرآیند در حالت نیمه بحرانی، اگر  $E(Y) = 1$  باشد فرآیند در حالت بحرانی و اگر  $E(Y) > 1$  باشد فرآیند را در حالت فوق بحرانی قرار دارد.

۳- احتمال انقراض هر نسل  $q_n$  را با توجه به رابطه:  $q_n = P(Z_n = 0) = g^{(n)}(0)$  می توانیم برای تمام نسل ها بدست آوریم.

۴- برای بدست آوردن احتمال انقراض کل فرآیند  $\pi$  ابتدا برحسب اینکه فرآیند در چه حالتی قرار دارد اگر در حالت نیمه بحرانی یا بحرانی باشد بدون هیچگونه محاسبه ای احتمال انقراض فرآیند شاخه ای  $\pi = 1$  است و اگر در حالت فوق بحرانی فرآیند شاخه ای باشیم ابتدا معادله  $g(s) = s$  را حل کرده و ریشه های آنرا بدست می آوریم سپس کوچکترین ریشه را بعنوان احتمال انقراض در نظر می گیریم.

مراحل کلی این فرآیند بصورت زیر است:

تعیین افق مسئله (در این مقاله در تایم فریم های ۱ و ۵ و ۱۵ و ۳۰ و ۶۰ دقیقه برای کوتاه مدت و تایم فریم های روزانه، هفتگی و ماهانه برای بلند مدت در نظر گرفتیم) که توسط تحلیل گر تعیین می شود.	گام اول
تعیین توزیع آماری اعداد (با استفاده از آزمون های آماری مثل آزمون goodness of fit test کاسکوو و نامساوی چبیشف و نمودار Q-Qplot (مود و همکاران، ۱۹۷۳)	گام دوم
تبدیل آن به توزیع نرمال با استفاده از تبدیلات باکس-کاکس (کاکس - باکس، ۱۹۶۴) و تبدیل به توزیع نرمال استاندارد (منهای میانگین و تقسیم بر انحراف معیار) (مود و همکاران، ۱۹۷۳)	گام سوم
استفاده از معکوس تابع توزیع (با استفاده از قضیه تبدیل انتگرال احتمال) (مود و همکاران، ۱۹۷۳) و تبدیل به توزیع مورد نظر در فرآیندهای شاخه ای و تعیین همگرا یا واگرا بودن داده ها (شیشه بر و همکاران، ۱۳۸۳) (راس، ۱۹۸۳)	گام چهارم

گام پنجم	پیش‌بینی بهترین نقطه خرید و فروش بهینه در افق تعیین شده (آصف و همکاران، ۲۰۰۰)
گام ششم	انجام عکس همه تبدیلات و پیش‌بینی برای اعداد واقعی (آصف و همکاران، ۲۰۰۰)

نکته مهم با وجود اینکه در تئوری ایست بهینه هدف بدست آوردن بیشترین مقدار ممکن است اما به راحتی می‌توان با انجام یک تبدیل کمترین مقدار ممکن را هم در نظر گرفت. چون فرض کردیم متغیرهای ایست بهینه دارای توزیع یکنواخت صفر و یک هستند کفایت تبدیل  $X^* = 1 - X$  را انجام بدهیم تا مقدار کمترین را بیابیم.

#### ۴. یافته‌ها

در چارچوب زمانی کوتاه مدت تایم فریم‌های زمانی ۱ و ۵ و ۱۵ و ۳۰ و ۶۰ دقیقه و در چارچوب زمانی بلند مدت تایم فریم‌های زمانی روزانه، هفتگی و ماهانه مورد بررسی قرار گرفته است. در چارچوب زمانی کوتاه مدت حداقل ۷۰۰۰ رکورد ثبت شده از قیمت پایانی (بسته شدن) در هر تایم فریم استخراج شده است. در چارچوب زمانی بلند مدت در روزانه و هفتگی حداقل ۱۰۰۰ رکورد و در تایم فریم ماهانه نیز حداقل ۳۰۰ رکورد از قیمت پایانی بازار استخراج شده است. یک افق ثابت ۲۰ برای هر تایم فریم در نظر گرفته شده است. همچنین در هر تایم فریم موقعیت‌های خرید و فروش هر کدام ۱۰ بار و در مجموع ۲۰ بار تکرار شده است (به طور مثال در تایم فریم هفتگی آخرین هفته بعد از بررسی پیش بینی و تعیین پیروزی، یک هفته دیگر به عقب برگشته و به عنوان هفته آخر مورد بررسی قرار گرفته است) تا موقعیت پیروزی یا به وقوع پیوستن پیش بینی بررسی شود.

#### ۱-۴. پیش بینی طلا در چارچوب زمانی کوتاه تا بلند مدت:

جدول (۱): مقایسه پیش بینی طلا در چارچوب زمانی کوتاه مدت

بازار	تایم فریم	موقعیت	موفقیت	درصد موفقیت
طلا	۱ دقیقه	فروش	۲	۲۰٪
		خرید	۲	
	۵ دقیقه	فروش	۴	۳۵٪
		خرید	۳	
	۱۵ دقیقه	فروش	۷	۶۵٪
		خرید	۶	
	۳۰ دقیقه	فروش	۸	۷۰٪
		خرید	۶	

%۷۵	۸	فروش	۶۰ دقیقه
	۷	خرید	

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول (۲): مقایسه پیش بینی طلا در چارچوب زمانی بلند مدت

بازار	تایم فریم	موقعیت	موفقیت	موفقیت (تاج قیمت و کندل تثبیتی)
طلا	روزانه	فروش	۸	%۸۰
		خرید	۸	
	هفتگی	فروش	۹	%۸۵
		خرید	۸	
	ماهانه	فروش	۹	%۹۰
		خرید	۹	

منبع: یافته‌های تحقیق

## ۲-۴. پیش بینی اس اند پی ۵۰۰ در چارچوب زمانی کوتاه تا بلند مدت

جدول (۳): مقایسه پیش بینی اس اند پی ۵۰۰ در چارچوب زمانی کوتاه مدت

بازار	تایم فریم	موقعیت	موفقیت	درصد موفقیت
S&P	۱ دقیقه	فروش	۴	%۴۵
		خرید	۵	
	۵ دقیقه	فروش	۵	%۵۰
		خرید	۵	
	۱۵ دقیقه	فروش	۷	%۸۵
		خرید	۱۰	
	۳۰ دقیقه	فروش	۷	%۸۰
		خرید	۹	
	۶۰ دقیقه	فروش	۸	%۷۵
		خرید	۷	

منبع: یافته‌های تحقیق

جدول (۴): مقایسه پیش بینی اس اند پی ۵۰۰ در چارچوب زمانی بلند مدت

بازار	تایم فریم	موقعیت	موفقیت	موفقیت (تاج قیمت و کندل تثبیتی)
S&P	روزانه	فروش	۷	%۶۰

۷۰٪	۵	خرید	هفتگی
	۸	فروش	
۷۵٪	۶	خرید	ماهانه
	۷	فروش	
	۸	خرید	

منبع: یافته‌های تحقیق

### ۳-۴. مقایسه پیش بینی طلا و اس اند پی ۵۰۰ در کوتاه مدت

برای مقایسه پیش بینی طلا و اس. اند. پی ۵۰۰ در کوتاه مدت از تایم فریم‌های ۱ دقیقه، ۵ دقیقه، ۱۵ دقیقه، ۳۰ دقیقه و ۶۰ دقیقه استفاده می‌کنیم. جهت آزمون از آزمون دوجمله ای استفاده می‌کنیم.

جدول (۵): مقایسه پیش بینی طلا و اس.اند. پی ۵۰۰ در کوتاه مدت

نتیجه	p-value	تعداد پیروزی	متغیر
تفاوت معنی دار است	۰.۰۴۱	۵۳	طلا
		۶۷	اس.اند. پی ۵۰۰

منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به نتایج جدول بالا در کوتاه مدت (تایم فریم‌های ۱ دقیقه، ۵ دقیقه، ۱۵ دقیقه، ۳۰ دقیقه و ۶۰ دقیقه) تفاوت معنی داری بین تعداد پیش بینی درست دو متغیر طلا و اس. اند. پی ۵۰۰ وجود دارد و تعداد پیش بینی درست در شاخص اس. اند. پی ۵۰۰ بطور معنی داری بیشتر است یعنی این روش در تایم فریم‌های کوتاه مدت برای شاخص اس.اند. پی ۵۰۰ بهتر از طلا عمل می‌کند. هرتایم فریم دو موقعیت (خرید و فروش) به میزان ۱۰ بار تکرار شده است و لذا جمع موقعیت‌های بررسی ۱۰۰ موقعیت می‌باشد. بنابراین درصد پیش بینی‌های به وقوع پیوسته (پیروزی) در طلا به میزان ۵۳٪ و اس اند پی به میزان ۶۷٪ است.

### ۴-۴. مقایسه پیش بینی طلا و اس.اند. پی ۵۰۰ در بلند مدت

برای مقایسه پیش بینی طلا و اس.اند. پی ۵۰۰ در بلند مدت از تایم فریم‌های روزانه، هفتگی و ماهیانه استفاده می‌کنیم. جهت آزمون از آزمون دوجمله ای استفاده می‌کنیم:

جدول (۶): مقایسه پیش بینی طلا و اس.اند. پی ۵۰۰ در بلند مدت

نتیجه	p-value	تعداد پیروزی	متغیر
تفاوت معنی دار است	۰.۰۲۸	۵۱	طلا



اس.اند. پی ۵۰۰	۴۱		
----------------	----	--	--

منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به نتایج جدول بالا در بلند مدت (روزانه، هفتگی و ماهیانه) تفاوت معنی داری بین تعداد پیش بینی درست دو متغیر طلا و اس.اند. پی ۵۰۰ وجود دارد و تعداد پیش بینی درست در شاخص طلا بطور معنی داری بیشتر است یعنی این روش در تایم فریم‌های بلند مدت برای شاخص طلا بهتر از اس.اند. پی ۵۰۰ عمل می‌کند. هر تایم فریم دو موقعیت (خرید و فروش) به میزان ۱۰ بار تکرار شده است و لذا جمع موقعیت‌های بررسی ۶۰ موقعیت می‌باشد. بنابراین درصد پیش‌بینی‌های به وقوع پیوسته (پیروزی) در طلا به میزان ۸۵٪ و اس اند پی بیش از ۶۸٪ است.

## ۵. نتیجه‌گیری

بازار اس اند پی ۵۰۰ و بازار طلا با توجه به این که بیشترین قابلیت پیش بینی را بر مبنای تئوری ایست بهینه به دست آورده اند (۲۰۲۳)<sup>۱</sup>. این امر می‌تواند از طرف معامله‌گران بازاریز مورد تایید قرار بگیرد چراکه بازار شاخص اس اند پی ۵۰۰ و طلا از بازارهای مورد توجه از جنبه تکنیکال و معامله‌گری است. تعداد معاملات و نقدشوندگی بالا و تفاوت اسپرد و کمیسیون در این دوبازار نسبت به بازارهای دیگر می‌تواند گویای این امر باشد. همچنین نوسانات بالا در دو بازار مذکور به دلیل عدم قطعیت در مورد تداوم قیمت‌ها و شاخص‌های کلیدی اقتصادی فرصت‌های بیشماری را پیش روی معامله‌گران قرار می‌دهد.

با توجه به نتایج به دست آمده در این تحقیق این نتایج با نتایج تحقیق لیو و مو<sup>۲</sup> (۲۰۲۲) که مطرح می‌کنند مدل‌های توقف بهینه پیچیده‌تر از آن هستند که به خوبی حل شوند و استراتژی‌های خرید در قیمت پایین و فروش در قیمت بالا در این تئوری چندان کاربردی نیست و همچنین مشکل دیگر در این است که نمی‌توان از آنها برای تصمیم‌گیری چند دارایی استفاده کرد مغایرت دارد. نتایج این تحقیق با تحقیق چن و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۲۲) که عملکرد مدل زمان توقف بهینه را در بازار سرمایه‌گذاری تأیید می‌کنند ولی این مقاله یک روش رایج برای مطالعه بهترین زمان توقف در بازار صعودی برای طلا را برای دست آوردن سود بهینه ارائه می‌کند. مطابقت دارد. در همین خصوص تحقیقات کینلی<sup>۴</sup> (۲۰۲۳) در بررسی نوسانات کوتاه مدت در بازار اس اند پی ۵۰۰ مطرح می‌کند به دلیل این که چارچوب مدل GARCH دارای جلوه‌های حافظه طولانی است او در این تحقیق از مدل ARFIMA-GARCH استفاده کرده و به نوسانات بازده ۵ دقیقه‌ای در اس اند پی ۵۰۰ می‌پردازد در نهایت مطرح می‌کند این مدل می‌تواند تقریباً ۶۲ درصد مواقع جهت نوسانات را به درستی پیش‌بینی کند. این نتیجه با نتایج تحقیق حاضر مطابقت دارد چراکه با

<sup>1</sup> Mahmoudian et al

<sup>2</sup> Liu & Mu

<sup>3</sup> Chuen

<sup>4</sup> Kinlay

استفاده از تئوری ایست بهینه در بازار اس اند پی ۵۰۰، چارچوب زمانی کوتاه مدت بهتر از چارچوب زمانی بلند مدت عمل کرده است. ۵۰ درصد موقعیت‌ها در تایم فریم ۵ دقیقه‌ای به درستی پیش بینی شده است، البته در تحقیق حاضر به جای جهت نوسانات دقیقاً خود قیمت‌ها پیش بینی شده اند.

تجزیه و تحلیل تکنیکال روشی برای ارزیابی بازارها با تجزیه و تحلیل آمارهای تولید شده توسط فعالیت بازار، مانند قیمت‌ها و حجم گذشته است. تحلیلگران تکنیکال سعی نمی‌کنند ارزش ذاتی یک اوراق بهادار را اندازه‌گیری کنند، بلکه از نمودارها، مدل‌ها و ابزارهای دیگر برای شناسایی الگوهایی استفاده می‌کنند که می‌توانند فعالیت‌های آینده را نشان دهند. به لطف تجارت با فرکانس بالا و افزایش ماشین‌ها در بازارهای الکترونیکی و به دلیل پتانسیل بالای به کارگیری از الگوها و مدل‌ها در تایم فریم‌های مختلف و همچنین استفاده از ابزار اهرمی ورود سرمایه‌گذاران و معامله‌گران را در هر زمانی از بازار میسر کرده است. البته هیچ تضمینی وجود ندارد که این روش‌ها موفق باشد یا پیش بینی‌ها دقیق باشند ولی می‌توان با تحمل ریسک بالا و داشتن برنامه‌ای منظم در این بازارها موفق عمل نمود. امروز می‌توانید شاخص اس اند پی ۵۰۰ را با استفاده از CFDها (قراردادها برای تفاوت) معامله کرد. تقریباً تمام کارگزاری‌های بزرگ و شرکت‌ها نوعی از صندوق اس اند پی ۵۰۰ را ارائه می‌کنند.

از لحاظ تاریخی، اس اند پی ۵۰۰ در بلندمدت روند مثبتی را نشان داده است، اگرچه عملکرد آن در کوتاه مدت به دلیل عوامل مختلفی مانند شرایط اقتصادی، درآمد شرکت و جو بازار می‌تواند نوسان داشته باشد. از سوی دیگر، طلا یک دارایی مولد محسوب نمی‌شود گرچه برخی استدلال می‌کنند که قیمت طلا در دوران رکود و زمان بی ثباتی افزایش می‌یابد بنابراین طلا به عنوان یک ذخیره ارزش محسوب می‌شود. و سرمایه‌گذاران اغلب در زمان عدم اطمینان اقتصادی یا نوسانات بازار به طلا روی می‌آورند. قیمت طلا می‌تواند تحت تأثیر عواملی مانند شرایط اقتصادی جهانی، رویدادهای ژئوپلیتیکی، نرخ بهره و احساسات سرمایه‌گذار باشد.

در بررسی و پیش بینی قیمت در بازارها می‌توان تا حدودی از اندیکاتورها کمک گرفت گذشته از نقاط قوت و ضعف استفاده از آن‌ها، هریک با استفاده از داده‌های تاریخی، پیش بینی را به صورت یک محدوده تعریف می‌کنند که ممکن است در حال حاضر به آن محدوده نیز نرسیده باشد. اما ویژگی تئوری ایست بهینه در این است که بر مبنای داده‌های تاریخی، پیش بینی را به صورت نقطه بهینه (قیمت خرید و فروش) را در آینده نشان می‌دهد.

با توجه به این که بررسی بازارهای مالی چه از نقطه نظر مطالعاتی و تحلیلی و چه از نقطه نظر معاملاتی با بهره‌گیری از انواع الگوهای پیش بینی و اندیکاتورها مستلزم درک احتمالات از رفتار بازار، انتخاب چارچوب زمانی و داشتن یک استراتژی، و در نهایت راحتی کار با هریک از آن‌ها است، این که با استفاده از کدام یک از ابزارهای پیش بینی می‌توان درست‌تر عمل کرد.

## ۶. تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

### References

- Assaf, D., Goldstein, L. & Samuel-Chan, E. (2000). n unexpected connection between Branching Processes and Optimal Stopping. Journal of Applied Probability, 37, 613-626. doi.org/10.48550/arXiv.math/0510587
- Bagheri, R. Setayesh, R (2022). Comparison of price prediction and risk reduction of futures contracts by means of stochastic differential equations, journal of financial engineering and portfolio management,13(51),1-23(in persian). DOI:10.3390/jrfm13080181
- Ciocan Dragos Florin & Mišić Velibor V. (2020)," Interpretable Optimal Stopping" Management Science Vol. 68, No. 3 ,Published Online:15 Jul 2020
- Fathan, A. & Delage, E. (2021). Deep Reinforcement Learning for Optimal Stopping with Application in Financial Engineering. arXiv: 2105.08877v1 [cs.AI]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2105.08877>
- -Harris, T.E. (1963). The theory of branching processes, Berlin: Springer, chapter2, 34-49.
- Kim, M. (2021). A data mining framework for financial prediction. Expert Systems with Applications, 173, 114651.
- Kou, Gang, Yi Peng, and GuoxunWang. (2014). Evaluation of clustering algorithms for financial risk analysis using mcdm methods. Information Sciences 275: 1–12.
- Liu, Ch. & Wang, J. (2020). Forecasting of energy futures market and synchronization based on stochastic gated recurrent unit model. Energy, 213, 118787. DOI: 10.1016/j.energy.2020.118787
- Locurcio, Marco, Francesco Tajani, Pierluigi Morano, and Debora Anelli. (2021). A multi-criteria decision analysis for the assessment of the real estate credit risks. In Appraisal and Valuation. Berlin/Heidelberg: Springer, pp. 327–37.
- Rotondi, F. (2020). Optimal stopping theory and American options, Seminario Dottorato's, Università di Padova – Dipartimento di Matematica 'Tullio Levi-Civita', 92-104.
- Samavi, M. Nikumram, H. Madanchi, M. Yaqubnejad, A (1401) Dynamic modeling based on GAS to predict and evaluate the value at risk of bitcoin and gold, journal of financial engineering and portfolio management,13(51),241-264 (in persian) <https://doi.org/10.30495/afi.2022.1956046.1119>
- Shah, V. (2020). Optimal Stopping Problems: Autonomous Trading over an Infinite Time orizon, MSc thesis, Imperial College London Department of Mathematics, 1-75.
- -Shishebor Z, Nematollahi A, Sanjari N, Daneshmand H (2004) Unexpected connection between Branching Processes and Optimal Stopping. MSc Thesis, University of Shiraz, 10-70. (In persian) DOI:10.1017/S0021900200015850

- Wong, D. (2017). Generalised optimal stopping problems and financial markets, Chapman & Hall/CRC Research Notes in Mathematics Series.
- Liu Zhenya & Mu Yuhao (2022). " Optimal Stopping Methods for Investment Decisions: A Literature Review" International Journal of Financial Studies
- Kinlay, J, Forecasting Volatility in the S&P 500 Index (2023), " An Empirical Test of Option Market Efficiency"
- Chuen hiahao, Dong Yuning, Qiu Chenghao, Wang Ai (2022)" Optimal Trading Strategy for Gold Based on Optimal Stopping Time", Proceedings of the 2022 2nd International Conference on Business Administration and Data Science, Atlantis Highlights in Computer Sciences.