

Original Article

Coalition or non-coalition: Greedy scalar equilibrium in the semi-cooperative game with the role of speculators in the game between fiscal and monetary policy-makers

Davoud Foroutannia ^{*}, Davoud Mahmoudinia ^{**}

<https://sanad.iau.ir/Journal/eco/Article/1196175>

Received:
03/09/2024

Accepted:
11/01/2025

Keywords:
Game Theory, Coalition Game, Semi-Cooperative Game, Financial Policy, Speculators

JEL Classification:
O53 ·E6 ·E52·C72·C71

Abstract

This study examines the role of fiscal policymakers, monetary policymakers, and currency speculators in macroeconomic stability, focusing on Iran. Using a game-theoretic approach, it compares non-cooperative Nash equilibrium, where the government and central bank adopt contractionary policies and speculators remain passive, with a semi-cooperative coalition aimed at reducing speculator profits and minimizing losses for policymakers. The findings reveal that collaboration among players in a coalition achieves higher social welfare and better economic outcomes than non-cooperative strategies.

* Department of Mathematics, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran, foroutan@vru.ac.ir

** Department of Economics, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran, (Corresponding Author), d.mahmoudinia@vru.ac.ir

How to cite: Foroutannia, D., Mahmoudinia, D., (2025). .Coalition or non-coalition: Greedy scalar equilibrium in the semi-cooperative game with the role of speculators in the game between fiscal and monetary policy-makers. *Economic Modeling*, 18 (67): 53-86.



1. Introduction

Monetary policy, along with fiscal policy, is a crucial aspect of a country's economic strategy. The central bank employs various tools to achieve its monetary policy objectives, primarily focused on stabilizing inflation through interest rate adjustments. In parallel, governments implement fiscal policies to promote financial stability and economic growth using budgetary measures. On the other hand, to effectively coordinate monetary and fiscal policies, it is crucial to consider the role of foreign exchange market participants, particularly in the economies of developing countries. These participants serve as a third active actor in achieving the desired economic goals. Research on the Iranian economy has analyzed the influence of market speculators and foreign exchange market traders on the strategic decisions of policymakers. Research indicates that speculative activities exacerbate inequality, divert individuals from legitimate businesses, and fuel greed with the allure of quick wealth, putting inexperienced small investors at heightened risk of bankruptcy. In the Iranian economy, the significant reliance on oil revenues for the government's and Central Bank's total foreign exchange reserves means that negative shocks in the oil market can quickly impact the foreign exchange market. As a result of this, the Central Bank's ability to maintain a balance between supply and demand to support its target exchange rate is limited, especially due to the presence of multiple exchange rates. This imbalance between high foreign exchange demand and insufficient supply contributes to the divergence between official and unofficial (market) foreign exchange prices.

2. Research method and data

In this study, we assume that there are three key players in the game: the government, the central bank, and economic speculators in the foreign exchange market. The government aims to achieve the highest possible economic growth by implementing fiscal policies through the use of budgetary instruments. The central bank aims to control inflation in the economy by using monetary policies and interest rate tools. On the other hand, participants in the foreign exchange market seek to maximize their profits through trading foreign currencies in the unofficial market. They do this by taking advantage of the difference between the official exchange rates and the market prices of foreign currencies. In this game, we aim to explore what strategies and interactions among the three players can maximize their utility while minimizing social loss. Specifically, we will examine whether non-cooperation among these players, as described by Nash equilibrium, is more effective than forming coalitions for mutual benefit. We will also consider the effects of competing coalitions and whether they can implement a coordinated and combined policy among the three players within the context of a semi-cooperative game, which blends elements of both non-cooperative and cooperative gameplay. We want to determine if these different approaches yield more optimal outcomes.

3. Analysis and discussion

To simulate and derive the best response functions for each player, we construct an outcome matrix in normal form based on their welfare functions, first extracting

relevant parameters to numerically define the equations. The analysis focuses on equilibria in non-cooperative and semi-cooperative games, emphasizing coalition formation. Three players adopt distinct strategies aligned with specific policy instruments: the government employs budgetary strategies—contractionary, intermediate (equilibrium), and expansionary fiscal policies; the central bank uses the interest rate to implement contractionary, intermediate (equilibrium), and expansionary monetary policies; and speculators seek to profit from market-official currency price disparities through minimal, intermediate, or maximum intervention in the foreign exchange market. This framework facilitates understanding of strategic interactions and equilibrium outcomes under varying cooperative scenarios.

4. Conclusion

The results of this game indicate that the non-cooperative Nash equilibrium occurs when the government implements a contractionary fiscal policy, the central bank adopts a contractionary monetary policy, and participants in the foreign exchange market engage in minimal intervention. The results of the greedy scalar equilibrium in the coalition game indicate that the best outcome occurs when three players—the government, the central bank, and the speculator—cooperate and negotiate to achieve an optimal social result. In this scenario, the speculator's profit decreases to zero. Additionally, the losses for both the government and the central bank are minimized. In this situation, the government adopts a contractionary fiscal policy, the central bank implements an expansionary monetary policy, and the speculator takes an active role in the foreign exchange market. The most unfavorable scenario among these five coalitions occurs when there is a lack of coordination and cooperation among the players in forming a coalition. Additionally, when comparing the outcomes of the two Nash equilibria with the greedy scalar equilibrium in the coalition game, it becomes evident that the coalition equilibrium is superior to the non-cooperative Nash equilibrium.

Funding

There is no funding support.

Declaration of Competing Interest

The author has no conflicts of interest to declare that are relevant to the content of this article.

Acknowledgments

We thank anonymous reviewers for their useful comments greatly contributing to improve ourwork.

ائتلاف یا عدم ائتلاف: تعادل برداری حریصانه در بازی شبه‌همکارانه با نقش سفته‌بازان در بازی بین دو سیاستگذار پولی و مالی

داود فروتن‌نیا*، داود محمودی‌نیا**

<https://sanad.iau.ir/Journal/eco/Article/1196175>

چکیده

اهمیت چگونگی تعامل بین سیاستگذار پولی و مالی در تعیین ثبات متغیرهای کلان اقتصادی در طی دهه‌های اخیر توجه بسیاری از محققین اقتصادی را به خود جلب کرده است. با این حال در بسیاری از مطالعات به‌خصوص برای کشورهای درحال توسعه از جمله اقتصاد ایران، نقش فعالان بازار ارز یا سفته‌بازان در این هماهنگی سیاستی کمتر بررسی شده است. از این رو در این مطالعه با فرض اینکه سه بازیکن دولت (سیاستگذار مالی)، بانک مرکزی (سیاستگذار پولی) و سوداگران ارز (مداخله‌گران در بازار ارز) در بازی وجود دارند به دنبال دستیابی به یک سیاست بهینه بین سه بازیکن برای رسیدن به بالاترین سطح از رفاه اجتماعی جامعه هستیم. برای این منظور پس از استخراج قاعده بهینه سیاستی برای هر بازیکن در چارچوب دو تعادل غیرهمکارانه و تعادل شبه‌همکارانه ائتلافی برای منافع متقابل، به دنبال پاسخ به این سوال هستیم که با اجرای چه استراتژی توسط بازیکنان به‌طور همزمان، اقتصاد با پیامدهای مطلوب‌تری مواجه است. هدف از اجرای ائتلاف در طراحی بازی آن است که سود سفته‌باز را کاهش دهیم (این بخش را از اقتصاد حذف) و از طرف دیگر زیان دولت و بانک مرکزی را نیز به سمت صفر حرکت دهیم. نتایج حاصل از این بازی نشان می‌دهد که تعادل نش غیرهمکارانه جایی است که دولت و بانک مرکزی سیاست انقباضی و فعالان بازار ارز سیاست انفعالی را در پیش بگیرند. از طرف دیگر نتایج حاصل از تعادل برداری حریصانه در بازی شبه‌همکارانه ائتلافی نشان می‌دهد که بالاترین منفعت زمانی حاصل می‌شود که سه بازیکن برای دستیابی به بالاترین رفاه اجتماعی در جامعه با یکدیگر ائتلاف و مذاکره کنند و در این حالت پیامدهای حاصل از ائتلاف بزرگ و کلی بیش از پیامد تعادلی نش غیرهمکارانه است.

تاریخ دریافت:

۱۴۰۳/۰۶/۱۳

تاریخ پذیرش:

۱۴۰۳/۱۰/۲۲

واژگان کلیدی:

نظریه بازی، بازی ائتلافی، بازی شبه‌همکارانه، سیاست مالی، سفته‌بازان ارز

طبقه‌بندی JEL:

C7، C72، E52، E6، O53

foroutan@vru.ac.ir

d.mahmoudinia@vru.ac.ir

* دانشیار، گروه ریاضی دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، ایران،

** دانشیار، گروه اقتصاد دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، ایران (نویسنده مسئول)،

۱. مقدمه

سیاست پولی همراه با سیاست مالی، بخش مهمی از سیاست اقتصادی یک کشور را تشکیل می‌دهد. بانک مرکزی با سازوکارهای متعددی برای رسیدن به اهداف سیاست‌های پولی خود یعنی تثبیت تورم از طریق ابزار نرخ بهره تلاش می‌کند و به نوبه خود، دولت‌های مسئول اجرای سیاست‌های مالی نیز برای دستیابی به اهداف خود یعنی ثبات مالی و رشد اقتصادی با استفاده از ابزار بودجه‌ای، فعالیت‌های خود را اجرا می‌کنند. نتیجه تصمیمات مقامات مسئول سیاست پولی و مقامات مسئول سیاست مالی در یک دوره معین به‌عنوان بحث ترکیبی سیاست^۱ شناسایی شده است (استوسکا و همکاران^۲، ۲۰۲۳). مطالعات متعددی در طی سال‌های اخیر این تعامل استراتژیک سیاستی را در چارچوب نظریه بازی‌ها در چارچوب یک بازی دو نفره مدلسازی کرده‌اند و همچنین درجه استقلال یا وابستگی بین این دو نهاد برای دستیابی به اهداف مدنظر توجه بسیاری از سیاستگذاران اقتصادی را به خود جلب کرده است (استوسکا و همکاران^۳، ۲۰۲۳؛ ورونیکچکا-لسیجویچ^۴، ۲۰۱۰؛ آفونسو و همکاران^۵، ۲۰۱۹).

از طرف دیگر در راستای اجرای هماهنگی سیاست‌های پولی و مالی نقش فعالان بازار ارز به خصوص در اقتصادهای کشورهای در حال توسعه به‌عنوان بازیگر فعال سوم در چگونگی دستیابی به اهداف مد نظر حائز اهمیت است و مطالعاتی در اقتصاد ایران نقش سفته بازار و دلالتان بازار ارز در تحلیل استراتژیک دو سیاستگذار را بررسی کردند (عرفانی و همکاران، ۱۴۰۱؛ منصوری و همکاران ۱۳۹۶). به‌طور کلی تغییرات و نوسانات و چندنرخ شدن نرخ ارز یکی از عوامل موثر بر اجرای سیاست‌های اقتصادی کلان در کشورهای در حال توسعه از جمله ایران محسوب می‌شود و از این رو یک ترکیب مناسب و مطلوب از سیاست‌های هماهنگ پولی و مالی و ارزی نقش مهمی در روند ثبات اقتصاد کلان دارد. مقامات اقتصاد ایران به‌طور عمده در چارچوب تثبیت نرخ ارز در بازار ارز مداخله می‌نمایند و به جای انضباط مالی و برقرار یک سیاست پولی کارآمد از لنگر اسمی نرخ ارز استفاده و این موضوع سبب چندنرخ شدن بازار ارز و ورود سفته بازان به این بازار می‌شود.

در رابطه با نقش سفته‌بازان در بازارهای مالی و تأثیرات آن بر نوسانات قیمت، می‌توان دو دیدگاه متفاوت را بررسی کرد، دیدگاه سنتی و غیرسنتی. تئوری سفته‌بازی سنتی تأکید می‌کند که سفته‌بازی، که مستلزم خرید در زمانی که قیمت پایین است و فروش در زمانی که قیمت بالاست، یک اثر تثبیت‌کننده بر بازارهای مالی دارد. دلیل آن این است که دلالتان هنگام خرید، قیمت‌های کاهش‌یافته را افزایش می‌دهند، درحالی که هنگام فروش، قیمت‌های متورم را کاهش می‌دهند. در این چشم‌انداز، فعالیت سفته‌بازی روند قیمت را هموار می‌کند و در نتیجه نوسانات را کاهش می‌دهد (فریدمن^۶، ۱۹۵۳). در مقابل، تئوری غیرسنتی نشان می‌دهد که افزایش مشارکت سفته‌بازان در بازارهای آتی اثر زیان‌باری ایجاد کرده و به بی‌ثباتی بازارها کمک می‌کند. در این دیدگاه، سفته‌بازان می‌توانند قیمت‌ها را از ارزش‌های بنیادی دور کنند و در نتیجه باعث ایجاد «حباب» در بازار شوند و یا می‌توانند بازار را دستکاری کنند (الجیره^۷، ۲۰۱۶).

¹ Policy-mix

² Stawska et al.

³ Stawska et al.

⁴ Woroniecka-Leciejewicz

⁵ Afonso et al.

⁶ Friedman

⁷ Algieri



پسانی و روزلی^۱ (۲۰۲۰) نشان دادند که فعالیت‌های سفته‌بازی سبب افزایش نابرابری، فریب مردم از کسب‌وکار قانونی، تحریک طمع آنها با وعده ثروت سریع و همچنین به قرار دادن سرمایه‌گذاران کوچک بی‌تجربه در معرض خطر ورشکستگی منجر می‌شود. از طرف دیگر نیز در اقتصاد ایران با توجه به سهم بالای درآمدهای نفتی در ذخایر کل ارزی دولت و بانک مرکزی، از این رو شوک‌های منفی تسریع شده به بازار نفت به شیوع این شوک‌ها به بازار ارز منجر می‌شود و به دنبال آن با توجه به چندنرخ بودن نرخ ارز، قدرت بانک مرکزی برای حفظ توازن میان عرضه و تقاضا برای حمایت از نرخ ارز هدف محدود می‌شود و از این رو فشار بر تقاضای ارز و عدم عرضه متناسب با آن موجب چندنرخ شدن قیمت ارز رسمی و غیررسمی (بازاری) می‌شود و این امر موجب کسب بازده و منفعت از محل سفته‌بازی و شکل‌گیری یک بازار رقیب در جذب نقدینگی برای واسطه‌های مالی است (صادقی و همکاران، ۱۴۰۰).

از این رو در این مقاله فرض می‌شود سه بازیکن در بازی وجود دارد: دولت، بانک مرکزی و دلالان اقتصادی بازار ارز. هدف دولت دستیابی به بالاترین رشد اقتصادی از طریق به‌کارگیری سیاست‌های مالی با استفاده از ابزار بودجه‌ای است. همچنین فرض می‌شود که هدف بانک مرکزی نیز کنترل سطح تورم در اقتصاد با استفاده از سیاست‌های پولی و ابزار نرخ بهره است در حالی که فعالان بازار ارز به دنبال کسب منفعت و سود بالاتر از طریق خرید و فروش ارز در بازار غیررسمی ارزی و کسب منفعت از تفاوت قیمت رسمی و بازاری ارز در بازار هستند. همچنین با توجه به نبود بازار فعال اوراق مشارکت و چندنرخ شدن نرخ ارز در بازار، از این رو توانایی دولت در اجرای سیاست مالی مطلوب و تثبیت تراز بودجه و همچنین بانک مرکزی در کنترل ابزارهای سیاست‌های پولی و تعیین نرخ بهره مشخص در بازار با مشکلات متعددی مواجه است. همچنین با توجه به مداخله دولت در اقتصاد و تامین مالی کسری بودجه از طریق استقراض از بانک مرکزی و به دنبال آن بی‌ثباتی بازار ارز چالش‌های زیادی از جمله تورم، افزایش نرخ سود بانکی و رکود را در اقتصاد تشدید کرده است و از این رو یک نوع بازی استراتژیک بین بانک مرکزی، مدیریت صحیح بودجه‌ای بخش دولت و ثبات بازار ارز در جریان است. در این بازی ما به دنبال پاسخ به این سوال هستیم که اجرای چه نوع استراتژی و تعامل بین این سه بازیکن می‌تواند بالاترین مطلوبیت و کمترین زیان اجتماعی را برای آنان به همراه داشته باشد؟ به طوری که آیا عدم همکاری بین این سه بازیکن در چارچوب تعادل نش و یا تشکیل ائتلاف برای منافع متقابل در رقابت با سایر ائتلاف‌ها در جهت اجرای یک سیاست هماهنگ و ترکیبی بین این سه بازیکن در چارچوب بازی شبه همکارانه^۲ (با تلفیقی از بازی‌های غیرهمکاری و همکارانه) می‌تواند پیامدهای متفاوت و بهینه‌تری داشته باشد؟ از این رو در این مطالعه در تلاش هستیم تا بسط و توسعه مطالعاتی از جمله ورونیکچکا-لسیجویچ^۳ (۲۰۱۵؛ ۲۰۱۰)، بنت و لویاز^۴ (۲۰۰۰)، استوسکا و همکاران (۲۰۲۳) به بررسی و طراحی بازی بین سه بازیکن در اقتصاد شامل دولت، بانک مرکزی و دلالان بازار ارز در چارچوب بازی‌های غیرهمکارانه و ائتلافی شبه‌همکارانه در فرم استراتژیک پیردازیم و در این بازی به دنبال دستیابی به بهترین پیامد در بازی باشیم.

¹ Paesani & Rosselli

² Semi-cooperative game

³ Woroniecka-Leciejewicz

⁴ Bennett & Loayza

روند ادامه این مقاله به این صورت است که در بخش دوم مبانی نظری ارائه می‌شود. ادبیات مربوط به نظریه بازی و بازی‌های ائتلافی و تعادل نش در بخش سوم بررسی می‌شود. بررسی مدل پایه‌ای و نتایج تجربی حاصل از این تحلیل به ترتیب در بخش‌های چهارم و پنجم بررسی خواهد شد. در نهایت به ارائه جمع‌بندی و پیشنهادات خواهیم پرداخت.

۲. مروری بر ادبیات

۲-۱. ادبیات نظری

۲-۱-۱. بازی بین سیاستگذاران اقتصادی

در دهه‌های اخیر با توجه به بحران‌های مالی سپری شده ادبیات نسبتاً غنی درباره تعاملات سیاست‌های مالی و پولی وجود دارد. از این رو اهمیت هماهنگی سیاست‌های پولی و مالی افزایش یافته و به این مسئله منجر شده تا کشورها برای مقابله با آثار نامطلوب بحران‌های مالی همچون بی‌ثباتی مالی، تورم فزاینده، فشار نرخ ارز و اثر معکوس بر روند رشد اقتصادی، ترکیبات سیاستی منجسم و هماهنگی اتخاذ کنند (توکلیان و همکاران، ۱۳۹۸). سیاست پولی، همراه با سیاست مالی، بخش مهمی از سیاست اقتصادی یک کشور را تشکیل می‌دهد. بانک مرکزی با سازوکارهای متعددی برای رسیدن به اهداف خود تلاش می‌کند. به نوبه خود، دولت‌های مسئول اجرای سیاست‌های مالی برای دستیابی به اهداف خود یعنی ثبات مالی تلاش می‌کنند. نتیجه تصمیمات مقامات مسئول سیاست پولی و مقامات مسئول سیاست مالی در یک دوره معین به‌عنوان بحث ترکیبی سیاست شناسایی شده است (استوسکا و ریس موراو، ۲۰۲۳). کاتنر^۲ (۲۰۰۲) اشاره می‌کند که سطح تقاضای کل ممکن است توسط سیاست پولی، سیاست مالی یا ترکیبی از هر دو شکل بگیرد. تصمیمات هماهنگ دولت و بانک مرکزی ممکن است با تثبیت شرایط اقتصادی و بهبود شاخص‌های اقتصادی، تأثیر مثبت قابل توجهی بر توسعه اقتصادی کشور داشته باشد و از این رو هماهنگی سیاست‌های پولی و مالی به بهبود ثبات نظام مالی کشور نیز کمک می‌کند. در چارچوب نظریه بازی‌ها کیدلند و پرسکات (۱۹۷۷) و کالوو^۳ (۱۹۷۸) نشان دادند که اجرای سیاست پولی قاعده‌مند توسط بانک مرکزی به جای سیاست صلاحدید در یک بازی استراتژیک با کارگزاران اقتصادی و مقام مالی می‌تواند نتایج مطلوب برای اقتصاد داشته باشد. در چارچوب یک مدل ساده سیاست پولی، بارو و گوردون^۴ (۱۹۸۳) به این نتیجه مهم دست یافتند که در تعامل بین دو سیاستگذار مالی و پولی، اگر بانک مرکزی فاقد توانایی برای پیش‌تعهد یا اعتبار باشد نرخ تورم بیش از حد افزایش می‌یابد.

از طرف دیگر یکی از موضوعات که در ادبیات‌ها اقتصادی در ارتباط با هماهنگی بین بازیگران اقتصادی کمتر بررسی شده است نقش بازیگران بازار ارزی در این میان است به طوری که سیاست‌های پولی و مالی در کنار سیاست‌های اقتصادی خارجی از جمله بازار ارز برای رسیدن به اهداف با ثبات اقتصاد کلان نیازمند هماهنگی در جهت تقویت اثر همدیگر و یا جلوگیری از خنثی سازی آثار متقابل هستند (حسینی و همکاران، ۱۳۹۹). سفته‌بازان از سود سرمایه انگیزه کسب می‌کنند و از این رو از اطلاعات خود برای تعیین موقت یا دائمی بودن یک شوک استفاده می‌کنند تا

¹ Stawska & Reis Mourao

² Kuttner

³ Calvo

⁴ Barro & Gorden

بتوانند از طریق پیش‌بینی نسبت به آینده با خرید و فروش ارز در بازار منفعت کسب کنند. بانک مرکزی با توجه به اهداف مد نظر خود از جمله کنترل تورم یا ثبات مالی و تثبیت بازار ارز در مقابل حملات سفته بازی با دلایل مختلف در بازارهای ارز مداخله می‌کند و این اهداف عمدتاً در راستای ثبات پولی و مالی در اقتصاد است (مورنو^۱، ۲۰۰۵). مداخلات بانک مرکزی در بازار ارز جهت تثبیت آن و حضور سفته‌بازان در بازار ارز جهت کسب منفعت و نقش دولت به عنوان یکی از بازیگران مداخلات ارزی جهت تامین مالی مخارج دولتی سبب شکل‌گیری نوسانات بازار ارزی و شیوع این نوسانات به سایر بخش‌های عرضه و تقاضای کل اقتصاد می‌شود. با توجه به ساختاری اقتصاد کشورهای در حال توسعه از جمله ایران، از این رو تهاجم سوداگرانه در بازار ارز دامنه وسیعی از پیامدهای اقتصادی از جمله تضعیف رشد اقتصادی، تشدید کسری بودجه و افزایش سطح قیمت‌ها و عدم ثبات در عملکرد رقابت‌پذیری بین‌المللی را به همراه دارد.

۲-۱-۲. نظریه بازی و بازی‌های ائتلافی

امروزه اهمیت رفتار استراتژیک در دنیای انسانی و اجتماعی به‌طور چشمگیری در تئوری و عمل شناسایی شده است و در نتیجه نظریه بازی‌ها به‌عنوان ابزاری اساسی در تحقیقات محض و کاربردی مطرح شده است (یونگ و پتروسیان^۲، ۲۰۰۵؛ سامتی و همکاران، ۱۳۹۰). نظریه بازی مطالعه مدلسازی ریاضی رفتار استراتژیک تصمیم‌گیرندگان (بازیکنان) در بازی است، در شرایطی که تصمیمات یک بازیکن ممکن است بر سایر بازیکنان تأثیر بگذارد. فرض اساسی تئوری بازی‌ها این است که تصمیم‌گیرندگان، بازیگران منطقی و باهوش هستند و از این رو بازیکنان ضمن تعقیب اهداف کاملاً تعریف شده خود، عقلانیت تصمیم‌گیرندگان دیگر را در نظر می‌گیرند و بر این اساس، انتظارات را براساس رفتار آنها شکل می‌دهند (پارچینو و همکاران^۳، ۲۰۰۶). تصمیم‌گیرندگان در بازی می‌توانند فرد، گروه، اجتماع، دولت‌ها و .. باشند و تصمیم و رفتار هر فرد نه تنها به رفتارهای خودش، بلکه به رفتار و تصمیم‌گیری‌های رقیب نیز وابسته است (محمودی‌نیا و همکاران، ۱۳۹۵؛ محمودی‌نیا، ۱۴۰۲؛ بیاتی و همکاران، ۱۳۹۸) و کاربرد این نظریه با انتشار کتاب «نظریه بازی‌ها و رفتار اقتصادی» توسط فن نیومن و مورگن اشتاین در سال ۱۹۴۴ آغاز شد.

با این حال دو شاخه اصلی در نظریه بازی وجود دارد. یکی نظریه بازی‌های غیرهمکارانه^۴ و دومی نظریه همکارانه یا ائتلافی^۵ است. تمایز اصلی بین این دو این است که نظریه بازی‌های غیرهمکارانه موقعیت‌هایی را مدلسازی می‌کند که در آن بازیکنان فقط اهداف استراتژیک خود را می‌بینند و بنابراین توافق‌های الزام‌آور بین بازیکنان امکانپذیر نیست، در حالی که در بازی‌های همکارانه و ائتلافی عمدتاً براساس توافق‌هایی برای تخصیص منافع مشارکت شکل می‌گیرد (پارچینو و همکاران^۶، ۲۰۰۶). نظریه بازی همکارانه بین فعالان اقتصادی منشأ خود را از تحلیل اقتصادی می‌گیرد و اجورث^۷ و پارتو^۸ اولین تعاریف را از پیامد بازی همکارانه ارائه کردند. اجورث^۹ (۱۸۸۱) منحنی

¹ Moreno

² Yeung & Petrosyan

³ Parrachino et al.

⁴ Non cooperative game theory

⁵ Cooperative or Coalition game theory

⁶ Parrachino et al.

⁷ Edgeworth

⁸ Pareto

⁹ Edgeworth

قرارداد^۱ را به‌عنوان راه‌حلی برای مسئله تعیین پیامد تجارت بین افراد پیشنهاد کرد، درحالی که پارتو^۲ (۱۸۹۶) مفهوم تخصیص کارآمد^۳ را معرفی کرد. هر دو از فرم نظریه مطلوبیت ترتیبی^۴ استفاده کردند (انجورد، ۲۰۰۵).

از این رو یکی از شاخه‌های پرکاربرد نظریه بازی که در علوم انسانی و علم اقتصاد به‌طور فراوان استفاده می‌شود نظریه بازی‌های همکارانه یا بازی‌های ائتلافی است. نظریه بازی‌های ائتلافی را می‌توان یک روش مدلسازی برای تجزیه و تحلیل و توضیح اقدامات همه بازیکنانی که در موقعیت‌های رقابتی به هم می‌پیوندند در نظر گرفت (هاگ و همکاران^۵، ۲۰۲۰). فون نویمان و مورگنسترن (۱۹۴۴) بازی‌های همکارانه با ائتلاف‌ها را در نظر گرفتند که در آن بازیکنان درون یک ائتلاف برای منافع متقابل خود در رقابت با سایر ائتلاف‌ها همکاری می‌کنند. آنها مفهوم راه‌حل چنین بازی‌ای را به‌عنوان هسته^۶ تعریف کردند. سپس، شاپلی^۷ (۱۹۵۱) یک مفهوم راه‌حل جایگزین برای بازی‌های همکارانه ارائه کرد و ارزش شاپلی^۸ حاصل، راه‌حل‌های منصفانه‌تری نسبت به هسته اصلی ارائه می‌دهد (کورلی، ۲۰۲۳). با این حال تشکیل ائتلاف ابزار مهمی برای ایجاد امکان همکاری در وضعیت‌های مختلف در دنیای واقعی است. دانشمندان علوم اجتماعی و اقتصاددانان شرایطی را مطالعه کرده‌اند که افراد و کسب‌وکارها از پیوستن به ائتلاف منفعت کسب می‌کنند. روند تشکیل ائتلاف به‌طور گسترده در تئوری بازی مطالعه شده است و مجموعه‌ای از معیارهای ثبات را ایجاد کرده است که براساس آن بازیکنان هیچ انگیزه‌ای برای تغییر ائتلاف‌ها ندارند. تشکیل ائتلاف‌های پویا ممکن است به پیامدها کارآمدتر منجر شود. زیرا پیوستن به یک ائتلاف ممکن است برای یک گروه از بازیکنان سودمند باشد به‌طوری که به کارگیری از ظرفیت منابع دیگر اعضا ممکن است حل یک مشکل را تسهیل یا امکانپذیر کند.

۲-۲. ادبیات تجربی

الجیره (۲۰۱۶) نشان می‌دهد که انگیزه سفته بازی بیش از حد در بازار منجر به نوسان شرطی قیمت می‌شود و یک روابط دوجانبه اغلب بین نوسان قیمت و سفته بازی وجود دارد. کارفی و موسولینو^{۱۰} (۲۰۱۲) با طراحی بازی بین سه بازیکن یعنی بانک سفته‌باز، بانک مرکزی اروپا و یک دولت در وضعیت بحران به بررسی مدلی برای تثبیت سریع در تغییرات ارزش اوراق قرضه دولتی پرداختند. نتایج این تحقیق در چارچوب نظریه بازی نشان می‌دهد که سفته‌بازان بزرگ از طریق ایجاد فرصت‌های آربیتراژ برای کسب سود می‌توانند اثرات مهمی بر بحران‌های بازارهای مالی داشته باشند. استاوسکا و همکاران (۲۰۲۳) در چارچوب الگوی ریاضی به تحلیل یک بازی همکارانه بین دولت و بانک مرکزی در کشور غیر یورویی پرداختند و نشان دادند که دولت با در نظر گرفتن اهداف بانک مرکزی تأثیری بر تعادل کسری بودجه و نرخ سود ندارد. منصور و همکاران (۱۳۹۶) در چارچوب بازی غیرهمکارانه بین دولت، بانک

¹ Contract curve

² Pareto

³ Efficient allocation

⁴ Ordinal utility theory.

⁵ Engwerda

⁶ Haque et al

⁷ Core

⁸ Shapley

⁹ Shapley value

¹⁰ Carfi & Musolino

مرکزی و سفته‌باز در اقتصاد ایران نشان دادند که زمانی که بانک مرکزی در مقابل دولت از ابزار مستقل سیاستی استفاده نماید از این رو بانک مرکزی می‌تواند از ابزار سیاستی اوراق مشارکت به خوبی بهره‌گیرد و زیان اجتماعی نیز در این وضعیت به حداقل مقدار خود کاهش می‌یابد. عرفانی و همکاران (۱۴۰۱) به بررسی رویکرد بهینه تعاملی بین سیاستگذار پولی و مالی و سفته‌بازان بازار ارز در چارچوب نظریه بازی‌ها پرداختند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد زمانی که بانک مرکزی وزن بیشتری به تثبیت نرخ سود می‌دهد و از استقلال بیشتری برخوردار است، زیان اجتماعی به حداقل خود می‌رسد. محمودی‌نیا و فروتن‌نیا (۱۴۰۲) در چارچوب بازی بین دو سیاستگذار پولی و مالی به بررسی مقایسه تعادل نش و استاکلبرگ بین دولت و بانک مرکزی با وجود عدم اطمینان در بازی پرداختند. نتایج این بازی نشان می‌دهد که پیامد حاصل از بازی غیرهمکارانه و تعادل نش بسیار نزدیک به زمانی است که دولت به عنوان رهبر و بانک مرکزی به عنوان پیرو عمل می‌کند.

۳. مدل پایه‌ای

با پیروی از مطالعات استاویکا و همکاران (۲۰۱۹)، لامبرتی و روولی^۱ (۲۰۰۵)، محمودی‌نیا و فروتن‌نیا (۱۴۰۲) و عرفانی و همکاران (۱۴۰۱) در این بخش برای ارائه مدل پایه‌ای به بررسی توابع هدف و قید هر بازیکن در بازی خواهیم پرداخت. براساس فرض می‌شود سه بازیکن دولت، بانک مرکزی و دلالان بازار ارز (مردم) برای تعیین انتخاب بهینه در متغیرهای رشد اقتصادی، تورم و نرخ ارز در بازی وجود دارند. دولت مسئول مستقیم اجرای سیاست‌های مالی در این بازی است و در تلاش است به استفاده از ابزارهای بودجه‌ای دولت به دنبال افزایش رشد اقتصادی و حداقل کردن انحراف سطح بهینه محصول (تولید ناخالص داخلی) از سطح هدف باشد. بانک مرکزی نیز مسئول اجرای مستقیم سیاست‌های پولی در این بازی است و می‌کوشد تا با استفاده از ابزار سیاستی نرخ بهره، تورم را کنترل و شکاف بین نرخ تورم واقعی از سطح هدف را به حداقل خود برساند. همچنین دلالان بازار ارز در تلاش هستند تا با خرید و فروش ارز (تغییرات قیمت ارز) به دنبال حداکثر کردن سود خود در بازار و بهره‌گیری از تفاوت نرخ ارز رسمی و غیررسمی در بازار موازی باشند. در ابتدا فرض می‌شود هر سه بازیکن تصمیمات خود را به صورت مستقل از یکدیگر اجرا می‌کنند و به دلیل اهداف متفاوت خود، تأثیر متفاوتی بر عوامل کلان اقتصادی می‌گذارند و به طور غیرمستقیم بر سیاست‌های یکدیگر تأثیر می‌گذارند. سپس این بازیکنان می‌توانند ائتلافی بین خود برای دستیابی به بالاترین رفاه اجتماعی تشکیل دهند. از این رو در چارچوب یک بازی استراتژیک فرض می‌شود هر بازیکن با یک تابع هدف و یک محدودیت مواجه است و سعی دارد تا تابع هدف خود را نسبت به محدودیت پیش روی خود بهینه کند.

در اولین گام به بررسی تابع هدف و قید پیش روی مقام مالی خواهیم پرداخت. دولت در تلاش است تا با کمک ابزار سیاستی بودجه‌ای، شکاف محصول از سطح بهینه و همچنین کسری بودجه از سطح هدف را به حداقل برساند و از این رو تابع زیان درجه دوم دولت به صورت معادله (۱) ارائه می‌شود:

$$L_F = (y - \bar{y})^2 + \gamma(f - \bar{f})^2 \quad (1)$$

¹ Lambertini & Rovelli

در این معادله، L_F نشان‌دهنده تابع زیان دولت، y سطح محصول واقعی در اقتصاد، f سطح کسری بودجه واقعی، \bar{y} سطح محصول هدف، \bar{f} سطح هدف کسری بودجه، γ ضریب ثابت و وزن اهمیت کسری بودجه در تابع زیان دولت است. در این تابع دولت در تلاش است تا علاوه بر حداقل کردن شکاف رشد اقتصادی از رشد هدف، به دنبال حداقل کردن کسری بودجه از سطح هدف نیز می‌باشد. در یک بازی غیرهمکارانه سیاستگذار مالی ابزار سیاستی خود یعنی کسری بودجه را طوری انتخاب می‌کند تا تابع هدف خود یعنی معادله (۱) را نسبت به قید (۲) حداقل نماید. از این رو تابع قید پیش روی مقام مالی به صورت معادله زیر نشان داده می‌شود:

$$y = h_1(\pi, i, f, e) = y_0 + \varphi_1\pi + \varphi_2i + \varphi_3f + \varphi_4e \quad (2)$$

در این معادله، π نشان‌دهنده سطح تورم واقعی، i نیز ارائه‌دهنده نرخ بهره اسمی و e نیز قیمت ارز در بازار غیررسمی است. همچنین φ_1 ، φ_2 ، φ_3 و φ_4 به ترتیب نشان‌دهنده سهم نسبی تورم، نرخ بهره، کسری بودجه و نرخ ارز در تعیین سطح محصول است. تابع قید دولت نیز نشان می‌دهد که مقام مالی اهمیت خاصی به متغیر نرخ بهره، نرخ تورم و نرخ ارز در تعیین سطح محصول در اقتصاد می‌دهد. همچنین y_0 نیز نشان‌دهنده سطح محصول اولیه در اقتصاد است.

از طرف دیگر سیاستگذار پولی با در نظر گرفتن هدف ثابت قیمت به عنوان هدف اولیه، در تلاش است تا در فرآیند اتخاذ سیاست بهینه از طریق هدف‌گذاری تورم، نرخ بهره سیاستی کوتاه‌مدت را تعیین کند. همچنین فرض می‌شود که بانک مرکزی با تغییر در نرخ بهره با هزینه‌هایی مواجه می‌شود و با این فرض سازگار است که بانک مرکزی نرخ بهره را هموار می‌سازد (بوتی و همکاران، ۲۰۰۱). تابع زیان درجه دوم بانک مرکزی به صورت معادله (۳) نشان داده می‌شود به طوری که هدف بانک مرکزی این است تا انحراف تورم از سطح هدف و نرخ بهره از سطح بهینه را حداقل نماید:

$$L_i = (\pi - \bar{\pi})^2 + \varepsilon(i - \bar{i})^2 \quad (3)$$

در رابطه بالا، L_i نشان‌دهنده تابع زیان بانک مرکزی، $\bar{\pi}$ نرخ تورم هدف، \bar{i} و \bar{e} به ترتیب نشان‌دهنده نرخ بهره سیاستی و نرخ بهره هدف و ε نیز وزن نسبت داده شده به هدف سیاستی ثابت نرخ بهره از نگاه بانک مرکزی است. همچنین تابع قید بانک مرکزی به صورت معادله (۴) نشان داده می‌شود:

$$\pi = h_2(y, i, f, e) = \pi_0 + \delta_1y + \delta_2i + \delta_3f + \delta_4e \quad (4)$$

در این معادله π_0 نشان‌دهنده نرخ تورم در ابتدای دوره است. همچنین δ_1 ، δ_2 ، δ_3 و δ_4 نشان‌دهنده وزن‌های مربوط به سطح محصول، نرخ بهره، کسری بودجه و نرخ ارز در تابع قید بانک مرکزی است. تابع قید نشان‌دهنده اهمیت کسری بودجه، محصول و نرخ ارز توسط بانک مرکزی در اهداف خود است.

از طرف دیگر سفته‌بازان بازار ارز نیز با یک تابع هدف و یک محدودیت سروکار دارند. با این حال تابع هدف این بازیگر یک تابع هدف حداکثرساز است به طوری که در این تابع سفته‌بازان به دنبال دستیابی به افزایش شکاف سود از نرخ هدف و همچنین افزایش شکاف نرخ ارز بازاری از نرخ ارز رسمی هستند و از این رو تابع هدف سفته‌بازان به صورت معادله (۵) نشان داده می‌شود:

$$L_e = (b - \bar{b})^2 + \alpha(e - \bar{e})^2 \quad (5)$$

¹ Buti et al.

بر اساس این معادله b نشان‌دهنده سود قابل دستیابی توسط مردم، \bar{b} سود انتظاری و e نرخ ارز بازاری و \bar{e} نرخ ارز رسمی اعلام شده توسط دولت است. همچنین α اهمیت شکاف نرخ ارز توسط دلالتان اقتصادی را نشان می‌دهد. از طرف دیگر تابع قید نیز به صورت زیر است:

$$b = h_3(\pi, y, i, f, e) = b_0 + \mu_1\pi + \mu_2i + \mu_3e + \mu_4f + \mu_5y \quad (6)$$

در این معادله b_0 نشان‌دهنده سود سفته‌باز در ابتدای دوره است. همچنین $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ و μ_5 نشان‌دهنده وزن‌های مربوط به سطح تورم، نرخ بهره، نرخ ارز و کسری بودجه و سطح محصول در تابع قید فعالان بازار ارز است.

۱-۳. تابع بهترین واکنش بین سه بازیکن

در این بخش به دنبال یافتن تابع بهترین واکنش هر بازیکن زمانی که هر بازیکن به‌طور غیرهمکارانه و مستقل از یکدیگر رفتار می‌کنند خواهیم پرداخت. برای استخراج توابع بهینه در ابتدا مسئله وابستگی درونی بین سه قید بودجه یعنی معادلات (۲)، (۴) و (۶) بررسی قرار می‌کنیم. در ابتدا قید بودجه مالی را به صورت معادله (۷) استخراج می‌شود:

$$y = \Lambda_1 y_0 + \Lambda_2 \pi_0 + \Lambda_3 i + \Lambda_4 f + \Lambda_5 e \quad (7)$$

بر اساس این معادله قید محصول مقام مالی با وزن‌های متفاوت تابعی از نرخ سطح محصول اولیه، نرخ تورم اولیه، نرخ بهره، کسری بودجه و نرخ ارز بازاری است. همچنین در این معادله پارامترها وزن Λ_1 تا Λ_5 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Lambda_1 = \frac{1}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (8)$$

$$\Lambda_2 = \frac{\varphi_1}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (9)$$

$$\Lambda_3 = \frac{\varphi_1 \delta_2 + \varphi_2}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (10)$$

$$\Lambda_4 = \frac{\varphi_1 \delta_3 + \varphi_3}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (11)$$

$$\Lambda_5 = \frac{\varphi_1 \delta_4 + \varphi_4}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (12)$$

همچنین در ادامه به بررسی قید تورم خواهیم پرداخت. با درونیابی سه قید معادله محدودیت تورم بر اساس معادله (۱۳) نشان داده می‌شود:

$$\pi = \Psi_1 \pi_0 + \Psi_2 y_0 + \Psi_3 i + \Psi_4 f + \Psi_5 e \quad (13)$$

در این معادله که قید تورم مقام پولی وابسته به نرخ تورم اولیه، نرخ سطح محصول اولیه، نرخ بهره، کسری بودجه و نرخ ارز بازاری وابسته است. همچنین در این معادله پارامترهای Ψ_1 تا Ψ_5 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Psi_1 = \frac{1}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (14)$$

$$\Psi_2 = \frac{\delta_1}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (15)$$

$$\Psi_3 = \frac{\delta_1 \varphi_2 + \delta_2}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (16)$$

$$\Psi_4 = \frac{\delta_1 \varphi_3 + \delta_3}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (17)$$

$$\Psi_5 = \frac{\delta_1 \varphi_4 + \delta_4}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (18)$$

همچنین قید تابع سود سفته بازان بازار ارز نیز به صورت معادله (۱۹) استخراج می‌شود:

$$b = b_0 + \phi_1 \pi_0 + \phi_2 y_0 + \phi_3 i + \phi_4 f + \phi_5 e \quad (19)$$

در این معادله مشخص است که قید سفته‌بازان ارزی تابعی از وزن‌های نرخ تورم اولیه، نرخ سطح محصول اولیه، نرخ بهره، کسری بودجه و نرخ ارز بازاری است. همچنین در این معادله پارامترهای وزن ϕ_1 تا ϕ_5 به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\phi_1 = \frac{\mu_1(1 - \varphi_1 \delta_1) + \mu_1 \varphi_1 \delta_1 + \mu_5 \varphi_1}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (20)$$

$$\phi_2 = \frac{\mu_5(1 - \varphi_1 \delta_1) + \mu_1 \delta_1 + \mu_5 \varphi_1 \delta_1}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (21)$$

$$\phi_3 = \frac{(\mu_1 \delta_2 + \mu_2 + \mu_5 \varphi_2)(1 - \varphi_1 \delta_1) + \mu_1 \delta_1 (\varphi_1 \delta_2 + \varphi_2) + \mu_5 \varphi_1 (\delta_1 \varphi_2 + \delta_2)}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (22)$$

$$\phi_4 = \frac{(\mu_1 \delta_3 + \mu_4 + \mu_5 \varphi_3)(1 - \varphi_1 \delta_1) + \mu_1 \delta_1 (\varphi_1 \delta_3 + \varphi_3) + \mu_5 \varphi_1 (\delta_1 \varphi_3 + \delta_3)}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (23)$$

$$\phi_5 = \frac{(\mu_1 \delta_4 + \mu_3 + \mu_5 \varphi_4)(1 - \varphi_1 \delta_1) + \mu_1 \delta_1 (\varphi_1 \delta_4 + \varphi_4) + \mu_5 \varphi_1 (\delta_1 \varphi_4 + \delta_4)}{1 - \varphi_1 \delta_1} \quad (24)$$

در ادامه به استخراج تابع بهترین پاسخ برای هر بازیکن به طور مستقل از یکدیگر خواهیم پرداخت. دولت در تلاش است تا با توجه به قیود بودجه تحت بررسی، تابع زیان خود یعنی معادله (۱) را نسبت به قید بودجه (۷) براساس حداقل کردن ابزار سیاستی کسری بودجه به حداقل برساند. از این مسئله تابع بهترین پاسخ مقام مالی به صورت معادله (۲۶) نشان داده می‌شود:

$$\frac{dL_F}{df} = 0 \quad (25)$$

$$f^{BR} = \aleph_1(i, e) = \omega_1 y_0 + \omega_2 \pi_0 + \omega_3 i + \omega_4 e + \omega_5 \bar{y} + \omega_6 \bar{f} \quad (26)$$

که در این معادله f^{BR} نشان‌دهنده بهترین پاسخ مقام مالی است. این معادله نشان می‌دهد که بودجه دولت به تغییرات نرخ ارز و نرخ بهره براساس وزن مشخصی واکنش نشان می‌دهد که در این تابع بهترین پاسخ مقام مالی، پارامترهای ω_1 تا ω_6 به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$\omega_1 = -\frac{\Lambda_4 \Lambda_1}{\Lambda_4^2 + \gamma} \quad (27)$$

$$\omega_2 = -\frac{\Lambda_4 \Lambda_2}{\Lambda_4^2 + \gamma} \quad (28)$$

$$\omega_3 = -\frac{\Lambda_4 \Lambda_3}{\Lambda_4^2 + \gamma} \quad (29)$$

$$\omega_4 = -\frac{\Lambda_4 \Lambda_5}{\Lambda_4^2 + \gamma} \quad (30)$$

$$\omega_5 = \frac{\Lambda_4}{\Lambda_4^2 + \gamma} \quad (31)$$

$$\omega_6 = \frac{\gamma}{\Lambda_4^2 + \gamma} \quad (32)$$

از طرف دیگر بانک مرکزی نیز در تلاش است تا با توجه به محدودیت تورم تحت بررسی، تابع زیان خود یعنی معادله (۳) را نسبت به محدودت (۱۳) براساس حداقل کردن ابزار سیاستی نرخ بهره به حداقل برساند. از این مسئله تابع بهترین پاسخ مقام پولی به صورت معادله (۳۴) ارائه می‌شود:

$$\frac{dL_i}{di} = 0 \quad (33)$$

$$i^{BR} = \aleph_2(f, e) = \Gamma_1 \pi_0 + \Gamma_2 y_0 + \Gamma_3 f + \Gamma_4 e + \Gamma_5 \bar{\pi} + \Gamma_6 \bar{i} \quad (34)$$

همچنین در این معادله i^{BR} نشان‌دهنده بهترین پاسخ مقام پولی به تغییرات سایر متغیرهای کنترلی است. این معادله نشان می‌دهد که نرخ بهره سیاستی به تغییرات نرخ ارز و سطح محصول براساس وزن مشخصی واکنش نشان می‌دهد که در این تابع پارامترهای Γ_1 تا Γ_6 به صورت معادلات زیر نشان داده می‌شود:

$$\Gamma_1 = -\frac{\psi_3 \psi_1}{\psi_3^2 + \varepsilon} \quad (35)$$

$$\Gamma_2 = -\frac{\psi_3 \psi_2}{\psi_3^2 + \varepsilon} \quad (36)$$

$$\Gamma_3 = -\frac{\psi_3 \psi_4}{\psi_3^2 + \varepsilon} \quad (37)$$

$$\Gamma_4 = -\frac{\psi_3 \psi_5}{\psi_3^2 + \varepsilon} \quad (38)$$

$$\Gamma_5 = +\frac{\psi_3}{\psi_3^2 + \varepsilon} \quad (39)$$

$$\Gamma_6 = +\frac{\varepsilon}{\psi_3^2 + \varepsilon} \quad (40)$$

درنهایت به استخراج تابع بهترین پاسخ سفته‌بازان در بازار ارز خواهیم پرداخت و این بازیگر در تلاش است تا تابع سود خود یعنی معادله (۵) را نسبت به محدودیت (۱۹) براساس حداکثرسازی ابزار سیاستی قیمت ارز بهینه کند. از این مسئله تابع بهترین پاسخ سفته‌بازان به صورت معادله (۴۲) نشان داده می‌شود:

$$\frac{dL_e}{de} = 0 \quad (41)$$

$$e^{BR} = \aleph_3(f, i) = \chi_1 b_0 + \chi_2 \pi_0 + \chi_3 y_0 + \chi_4 i + \chi_5 f + \chi_6 \bar{b} + \chi_7 \bar{e} \quad (42)$$

در این رابطه معادله وزن‌های χ_1 تا χ_7 براساس معادلات (۴۳) تا (۴۹) استخراج می‌شود:

$$\chi_1 = -\frac{\phi_5}{\phi_5^2 + \alpha} \quad (43)$$

$$\chi_2 = -\frac{\phi_5 \phi_1}{\phi_5^2 + \alpha} \quad (44)$$

$$\chi_3 = -\frac{\phi_5 \phi_2}{\phi_5^2 + \alpha} \quad (45)$$

$$\chi_4 = -\frac{\phi_5 \phi_3}{\phi_5^2 + \alpha} \quad (46)$$

$$\chi_5 = -\frac{\phi_5 \phi_4}{\phi_5^2 + \alpha} \quad (47)$$

$$\chi_6 = \frac{\phi_5}{\phi_5^2 + \alpha} \quad (48)$$

$$\chi_7 = \frac{\alpha}{\phi_5^2 + \alpha} \quad (49)$$

۴. روش حل در بازی

۴-۱. تعادل نش در بازی غیرهمکارانه

در تئوری بازی، تعادل نش که برگرفته از مطالعه ریاضیدان جان نش^۱ است یک مفهوم راه حل از یک بازی است که شامل دو یا چند بازیکن است که در آن فرض می‌شود هر بازیکن استراتژی‌های تعادل سایر بازیکنان را می‌داند و هیچ بازیکنی با تغییر یک‌طرفه استراتژی خود چیزی برای به دست آوردن ندارد (محمودی‌نیا، ۱۴۰۲؛ نش، ۱۹۵۱؛ سالوکوادزه و ژوکوسکی^۲، ۲۰۲۰). این مفهوم به عنوان یک مفهوم راه‌حلی در یک بازی غیرهمکارانه برای تجزیه و تحلیل نتیجه تعامل استراتژیک چندین تصمیم‌گیرنده استفاده می‌شود. در این مفهوم هر بازیکن استراتژی‌های تعادل سایر بازیکنان را می‌داند و از این رو در این تعادل فرض می‌شود بازیکنان خودخواه^۳ و دنبال منافع شخصی خود هستند (کورلی^۴، ۲۰۱۷) و در این تعادل فرض بر این است که بازیکنان تنها به مطلوبیت خود نسبت به دیگران اهمیت می‌دهند (زاپاتا و همکاران^۵، ۲۰۲۴).

تعریف ۱. یک بازی $G = [N, S_i, u_i]$ را در نظر بگیرید که در آن $N = \{1, \dots, n\}$ مجموعه‌ای از بازیکنان، S_i مجموعه استراتژی‌های خالص بازیکن i و $u_i: \prod_{i \in N} S_i \rightarrow \mathbb{R}$ تابع پیامد بازیکن i ام را نشان می‌دهد. اگر هر S_i یک مجموعه متناهی باشد، G نیز یک بازی متناهی است. همچنین فرض کنید S_{-i} بردار $(n-1)$ بعدی باشد به طوری که $S_{-i} = (S_1, \dots, S_{i-1}, S_{i+1}, \dots, S_n)$ است. همچنین S_{-i} مجموعه‌ای از نمایه‌های استراتژی برای بازیکنان غیر از i را نشان می‌دهد به طوری که $S_{-i} = \prod_{j \in N} S_j$ و از این رو $S = S_i \times S_{-i}$ مجموعه‌ای از تمام نمایه‌های استراتژی می‌باشد وقتی می‌خواهیم بازیکن i را از رقیب خود متمایز سازیم.

¹ John Nash

² Salukvadze & Zhukovskiy

³ Selfish

⁴ Corley

⁵ Zapata et al

تعریف ۲. با توجه به تعاریف ۱، نمایه استراتژی $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ یک تعادل نش از G است اگر و فقط اگر، برای همه بازیکنان $i \in N$ و همه $s_i \in S_i$

$$u_i(s^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$$

براساس این معادله بازیکن i هیچ انگیزه‌ای برای انحراف از استراتژی نش خود ندارد، زیرا سایر بازیکنان نیز منحرف نمی‌شوند و بر اساس در یک تعادل نش، اگر بازیکن i از استراتژی خود منحرف شود، سود خود را بهبود نمی‌بخشد (زاپاتا و همکاران^۱، ۲۰۲۴).

۲-۴. تعادل در بازی‌های شبه‌همکارانه ائتلافی

۱-۲-۴. مفاهیم اولیه بازی‌های شبه‌همکارانه ائتلافی

در بخش قبلی تفاوت اساسی بین تئوری بازی‌های غیرهمکاری و همکارانه بررسی شد به طوری که بازی‌های غیرهمکاری بر آنچه افراد می‌توانند به تنهایی انجام دهند متمرکز می‌کنند، درحالی که بازی‌های همکارانه بر آنچه گروه‌ها در صورت همکاری با یکدیگر می‌توانند انجام دهند متمرکز است. در بازی‌های غیرهمکاری، قراردادها باید خوداجرای^۲ باشند، در حالی که بازیکنان می‌توانند در بازی‌های همکارانه قراردادهای قابل اجرا^۳ ببندند (کورلی، ۲۰۱۷). از طرف دیگر جنبه غیرهمکاری این است که هر بازیکن برای رسیدن به هدف شخصی خود تلاش می‌کند. روش همکاری این است که بازیکنان (یا ۱) بر روی یک تابع مطلوبیت مناسب T برای ارزیابی هر استراتژی خالص مشترک احتمالی یک بازی به توافق برسند (یا ۲) اجازه دهند داور (یا یک بازیکن خارجی) آن را انتخاب کند (کورلی، ۲۰۲۳؛ دوبنگ و کورلی^۴، ۲۰۲۲).

با این حال دسته‌ای از بازی‌های ترکیبی به شکل استراتژیک وجود دارد که هم شامل بازی‌های غیرهمکاری و هم شامل بازی‌های همکارانه هستند که به بازی‌های شبه‌همکارانه^۵ معروفند. این بازی‌ها ممکن است شامل مذاکره با بازیکنان یا داوری خارجی باشند. اولین مورد از چنین بازی توسط نش (۱۹۵۱) بررسی شد که راه‌حل منحصر به فردی را برای یک مسئله چانه‌زنی دو نفره به شکل استراتژیک با اطلاعات کامل ارائه داد. از این رو در یک بازی شبه‌همکارانه هم جنبه رقابتی و هم جنبه همکاری در نظر گرفته می‌شود. رقابتی بودن در این بازی به این معنا است که هر بازیکن یک بازده و پیامد خوب و بالا می‌خواهد که به آن سود منصفانه یا بزرگ اطلاق می‌شود و جنبه همکاری به این مفهوم است که در وضعیت مطلوب و ایدئال برای انتخاب تابع مطلوبیت T ، توافقی بین بازیکنان شکل می‌گیرد. از طرف دیگر در بازی‌های شبه‌همکارانه ما با مفهوم تعادلی شبه‌همکارانه حریصانه^۶ معرفی شده توسط کورلی (۲۰۱۷)؛ (۲۰۲۲) نیز مواجه هستیم که در حالت کلی در یک تعادل برداری حریصانه فرض بر این است که بازیکن حریص است و خواهان بالاترین بازدهی مشترک است. که به صورت زیر تعریف می‌شود:

¹ Zapata et al

² Self-enforcing

³ Enforceable contracts

⁴ Dwobeng & Corley

⁵ Semi-cooperative

⁶ Greedy semi-cooperative equilibrium

تعریف ۳. فرض کنیم که $G = \langle I, (S_i)_{i \in I}, (u_i)_{i \in I} \rangle$ یک بازی با n بازیکن باشد که در آن مجموعه بازیکن به صورت رابطه $I = \{1, \dots, n\}$ نشان داده می‌شود، و همچنین $S_i = \{s_i^1, \dots, s_i^{m_i}\}$ مجموعه محدود از استراتژی‌های خالص برای بازیکن i ام باشد به طوری که $m_i > 2$ و از طرف دیگر $u_i(s)$ نیز نشان‌دهنده مطلوبیت قابل انتقال^۱ برای بازیکن i ام در بردار استراتژی $S = (s_1, \dots, s_n)$ را نشان دهد. همچنین $m_1 \times \dots \times m_n$ ماتریس از n تایی $(u_1(s), \dots, u_n(s))$ برای تمامی $s \in S$ یک ماتریس پیامد^۲ برای G نامیده می‌شود و یک بازی مشخص بر حسب ماتریس پیامد، به طور معمول به عنوان بازی در فرم نرمال^۳ نامگذاری می‌شود. برای بازی G ، فرض کنید که هر بازیکن حریص است و می‌خواهد تا جایی که ممکن است بازدهی بالایی داشته باشد. تابع مطلوبیت برداری $T_G: u(S) \rightarrow \mathbb{R}$ که توسط کورلی (۲۰۱۷) تعریف شده است را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$T_G(u(s)) = \prod_{i \in I} \frac{1}{M_i - u_i(s) + 1}, s \in S \quad (50)$$

که در این معادله $M_i = \max_{s \in S} u_i(s)$ می‌باشد. یک بردار استراتژی s^* یک تعادل برداری حریصانه برای G نامیده می‌شود اگر و فقط اگر s^* تابع $T_G(u(s))$ بر روی S را حداکثر نماید.

با این حال در این بازی‌های شبه همکارانه فرض می‌شود که تمام پیامدهای بازی در واحدهای یکسانی از مطلوبیت‌های قابل انتقال اندازه‌گیری می‌شوند به طوری که امکان پرداخت یک طرفه بین بازیکنان وجود دارد. همچنین در این بازی‌ها هدف تمامی بازیکنان یکسان و آن هم دستیابی به بالاترین پیامد فردی به طور مشترک است. از این رو برای دستیابی به این پیامد، ممکن است بازیکنان ائتلافی‌هایی را بین خودشان تشکیل دهند و از این رو برای هر مجموعه‌ای از ائتلاف‌ها، یک بازی شبه همکارانه ائتلافی G به عنوان بازی تعریف می‌شود که در آن ائتلاف‌ها به عنوان بازیکنان این بازی جدید در نظر گرفته می‌شوند و هر ائتلافی می‌خواهد مجموع بازده بازیکنان خود را در بین استراتژی‌های خالص ممکن به حداکثر برساند و بازیگران درون هر ائتلاف ممکن است با هم همکاری و پرداخت‌هایی را بین هم داشته باشند.

۲-۲-۴. تعادل حریصانه در بازی شبه همکارانه ائتلافی

فرض نمایید $G = \langle I, (S_i)_{i \in I}, (u_i)_{i \in I} \rangle$ یک بازی در فرم نرمال باشد. هر زیرمجموعه غیرخالی از مجموعه بازیکنان I ، یک ائتلاف از G نامیده می‌شود که در آن بازیکنان با یکدیگر همکاری می‌کنند.

تعریف ۴. فرض کنید m عددی صحیح مثبتی باشد که $m \leq n$. خانواده $C = \{C_1, \dots, C_m\}$ از ائتلاف‌های G یک مجموعه کامل از ائتلاف‌های G نامیده می‌شود اگر $\bigcup_{i=1}^m C_i = I$ و برای هر $i, j \in I$ که $i \neq j$ داشته باشیم $C_i \cap C_j = \emptyset$. این بدان معناست که C یک افراز از I بوده که از m تشکیل شده است که متقابلاً منحصر به فرد و مجموعه‌ای جامع از I است.

¹ Transferable utility
² Payoff matrix
³ Normal-form Game

فرض کنید $C = \{C_1, \dots, C_m\}$ مجموعه‌ای کامل از ائتلاف‌های G باشد. بازی شبه همکارانه ائتلافی G نظیر C را با $\Gamma_{C_1 \dots C_m}$ نشان می‌دهیم که دارای m بازیکن به نام بازیکنان ائتلافی است. برای هر استراتژی $s \in S$ ، نماد $s^k = (s_j)_{j \in C_k}$ نشان‌دهنده استراتژی متناظر بازیکن ائتلافی C_k و نماد $u^k(s)$ نشان‌دهنده تابع بازده برای بازیکن ائتلافی C_k می‌باشد.

در این بخش بازی‌های شبه همکارانه ائتلافی برای سه بازیکن خاص دولت، بانک مرکزی و سفته‌بازان را با استفاده از تکنیک مجموع و تفاضل بازده بازیکنان برای هر ائتلاف C تعریف می‌کنیم.

فرض کنید $I = \{1, 2, 3\}$ مجموعه این بازیکنان و $G = \langle I, (S_i)_{i \in I}, (u_i)_{i \in I} \rangle$ بازی بین این بازیکنان باشد. بازی‌های شبه همکارانه ائتلافی ممکن برای این سه بازیکن $\Gamma_{\{1,2\},\{3\}}$ ، $\Gamma_{\{1,3\},\{2\}}$ ، $\Gamma_{\{1,2,3\}}$ و $\Gamma_{\{1\},\{2,3\}}$ است. در بازی ائتلافی $\Gamma_{\{1,2\},\{3\}}$ بازیکنان ۱ و ۲ با هم ائتلاف داشته و همکاری می‌کنند، ولی بازیکن ۳ به طور جداگانه اقدام می‌نماید. بازی ائتلافی $\Gamma_{\{1,3\},\{2\}}$ نشان‌دهنده این است که بازیکنان ۱ و ۳ ائتلاف داشته و بازیکن ۲ به طور جداگانه اقدام می‌نماید. $\Gamma_{\{1\},\{2,3\}}$ نیز به ما می‌گوید که بازیکنان ۲ و ۳ ائتلاف داشته ولی بازیکن به طور جداگانه اقدام می‌نماید. در بازی $\Gamma_{\{1,2,3\}}$ هر سه بازیکن با هم ائتلاف داشته و درون ائتلاف با هم همکاری می‌کند. در بازی $\Gamma_{\{1\},\{2,3\}}$ هیچ کدام از بازیکنان با هم ائتلاف نداشته و هر کدام به طور جداگانه اقدام می‌نمایند. توجه شود که ائتلاف $\{1, 2, 3\}$ ائتلاف کلی نامیده می‌شود و مجموعه‌های $\{1\}$ ، $\{2\}$ ، $\{3\}$ ، نشان‌دهنده مجموعه کامل ائتلاف‌های تک عضوی است. همچنین ملاحظه شود که در بازی‌های شبه همکارانه ائتلافی، درحالی که بین ائتلاف‌های C رقابت وجود دارد، بازیگران درون هر ائتلاف با هم همکاری می‌کنند.

فرض کند $\Gamma_{C_1 \dots C_m}$ بازی شبه همکارانه ائتلافی G نظیر مجموعه‌ای کامل $C = \{C_1, \dots, C_m\}$ از ائتلاف‌های G باشد. برای هر استراتژی $s \in S$ ، نماد $s^k = (s_j)_{j \in C_k}$ نشان‌دهنده استراتژی متناظر بازیکن ائتلافی C_k است تابع بازده برای بازی ائتلافی $\Gamma_{C_1 \dots C_m}$ را با نماد $u_{C_1 \dots C_m}$ نشان می‌دهیم.

برای هر نمایه استراتژی $s \in S$ ، در بازی ائتلافی $\Gamma_{\{1,2\},\{3\}}$ هنگامی که دولت و بانک مرکزی با هم ائتلاف داشته و سفته‌باز جداگانه رفتار می‌کند تابع بازده را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$u_{\{1,2\},\{3\}}(s) = \left(\frac{u_1(s) + u_2(s)}{2}, \frac{u_1(s) + u_2(s)}{2}, u_3(s) \right), \quad (51)$$

برای حالتی که دولت و سفته‌بازان با هم ائتلاف کنند در بازی ائتلافی $\Gamma_{\{1,3\},\{2\}}$ تابع بازده را به صورت زیر

$$u_{\{1,3\},\{2\}}(s) = \begin{cases} (u_1(s) - u_3(s), u_2(s), 0), & u_1(s) \geq u_3(s) \\ (0, u_2(s), u_3(s) - u_1(s)), & u_1(s) < u_3(s) \end{cases} \quad (52)$$

تعریف می‌کنیم. در بازی $\Gamma_{\{1\},\{2,3\}}$ هنگامی که بانک مرکزی و سفته‌بازان با هم ائتلاف کنند تابع بازده به صورت زیر است:

$$u_{\{1\},\{2,3\}}(s) = \begin{cases} (u_1(s), u_2(s) - u_3(s), 0), & u_2(s) \geq u_3(s) \\ (u_1(s), 0, u_3(s) - u_2(s)), & u_2(s) < u_3(s) \end{cases} \quad (53)$$

در صورتی که هر سه بازیکن دولت، بانک مرکزی و سفته‌بازان در بازی $\Gamma_{\{1,2,3\}}$ با هم ائتلاف کنند تابع بازده به شکل زیر است.

$$u_{\{1,2,3\}}(s) = \begin{cases} (u_1(s) - u_3(s)/2, u_2(s) - u_3(s)/2, 0), & u_1(s) \geq u_3(s)/2, u_2(s) \geq u_3(s)/2 \\ (u_1(s) + u_2(s) - u_3(s), 0, 0), u_1(s) + u_2(s) \geq u_3(s), & u_1(s) \geq u_3(s)/2, u_2(s) < u_3(s)/2 \\ (0, u_1(s) + u_2(s) - u_3(s), 0), u_1(s) + u_2(s) \geq u_3(s), & u_1(s) < u_3(s)/2, u_2(s) \geq u_3(s)/2 \\ (0, 0, u_3(s) - u_1(s) - u_2(s)), & u_1(s) + u_2(s) < u_3(s). \end{cases} \quad (54)$$

در ادامه برای بازی‌های ائتلافی تعادل‌های پرتو را به دست آوریم برای این منظور مفهوم پرتو را برای یک بازی یادآوری می‌کنیم.

تعریف ۵. اجازه دهید $s', s'' \in S$ دو استراتژی باشند. گوئیم $u(s'')$ بر $u(s')$ مسلط است و آن را با $u(s') \leq u(s'')$ نشان می‌دهیم اگر و فقط اگر برای هر $i \in I$ داشته باشیم $u_i(s') \leq u_i(s'')$ و برای حداقل $j \in I$ داشته باشیم $u_j(s') < u_j(s'')$. یک نمایه استراتژی $s^* \in S$ تعادل پارتو (PE) یا تعادل کارآمد پارتو از G است اگر $s \in S$ وجود نداشته باشد به طوری که $u(s^*) \leq u(s)$. در ادامه برای بدست آوردن تعادل‌های پرتو از تعادل‌های حریصانه استفاده می‌کنیم. برای هر بازی ائتلافی Γ ، فرض کنید که هر بازیکن ائتلافی حریص است و می‌خواهد تا جایی که ممکن است بازدهی بالایی داشته باشد. تابع مطلوبیت اسکالر $T_\Gamma: u(S) \rightarrow \mathbb{R}$ را به صورت زیر در تعریف می‌کنیم:

$$T_\Gamma(u(s)) = \frac{1}{(u_1(s) - m_1 + 1)(u_2(s) - m_2 + 1)(M_3 - u_3(s) + 1)}, \quad (55)$$

که در آن $m_3 = \max_{s \in S} u_3(s)$ و $m_2 = \min_{s \in S} u_2(s)$ و $m_1 = \min_{s \in S} u_1(s)$ یک بردار استراتژی $s^* \in S$ یک تعادل اسکالر حریصانه برای Γ نامیده می‌شود اگر و فقط اگر s^* تابع $T_\Gamma(u(s))$ بر روی S را حداکثر نماید. رابطه (۵۵) به ما می‌گوید یک تعادل اسکالر حریصانه s^* این ویژگی را داشته که هر $u(s^*)$ تا حد امکان به M_i متناظر، نزدیک است. اکنون به وسیله مفهوم تعادل اسکالر حریصانه الگوریتمی را ارائه می‌دهیم که به ما کمک می‌کند تا بهترین ائتلاف بهینه از بازیکنان را مشخص کنیم:

الگوریتم ۱:

- **مرحله ۱.** برای یک مجموعه کامل C از ائتلاف‌های G که هنوز شمارش نشده است، بازی‌های شبه همکارانه ائتلافی مربوطه و بازده آن را محاسبه کنید
- **مرحله ۲.** مقادیر تعادل اسکالر حریصانه را برای بازی‌های شبه همکارانه ائتلافی در مرحله ۱ محاسبه کنید
- **مرحله ۳.** مراحل ۱ و ۲ را برای هر یک از بازی‌های شبه همکارانه ائتلافی باقی مانده از G تکرار کنید. اگر هیچ کدام باقی نمانده، به مرحله ۴ بروید.
- **مرحله ۴.** یک مجموعه کامل C از ائتلاف‌ها را که دارای بزرگ‌ترین مقدار تعادل اسکالر حریصانه است را به عنوان مجموعه بهینه ائتلاف‌ها انتخاب کنید.

۵. نتایج تجربی

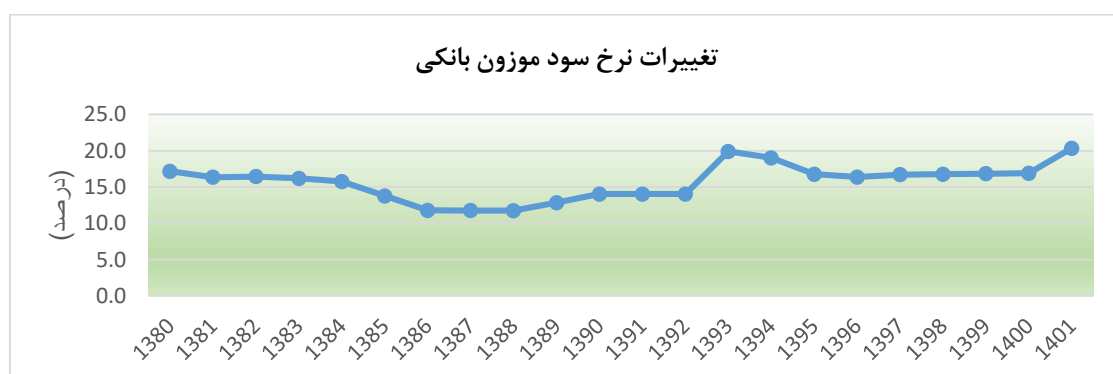
۵-۱. تحلیل وضعیت متغیرها در اقتصاد ایران

در این بخش با توجه به ابزارهای سیاستی سه بازیکن دولت، بانک مرکزی و سفته‌باز به تحلیل وضعیت متغیرهای ابزاری این سه بازیگر خواهیم پرداخت. نمودار (۱) به بررسی تغییرات کسری بودجه در اقتصاد ایران در طی دو دهه اخیر می‌پردازد. در این نمودار مشاهده می‌شود در طی سال‌های اخیر اقتصاد ایران در بسیار از سال‌های با کسری بودجه و رشد فزاینده آن مواجه بوده است به طوری که دولت در تلاش است تا با دنبال کردن یک سیاست مالی انبساطی در بازی ترکیبی سیاستی بین بانک مرکزی و سفته‌باز مشارکت نماید. آمارها نشان‌دهنده آن است که در دهه ۱۳۸۰ میانگین رشد کسری بودجه در اقتصاد ایران برابر ۳۲ درصد و این آمار برای دهه ۱۳۹۰ حدود ۲۷ درصد است. همچنین رشد کسری بودجه عملیاتی در سال ۱۳۸۹ برابر ۱۱۷ درصد و برای سال ۱۴۰۰ برابر ۷۸ درصد است.



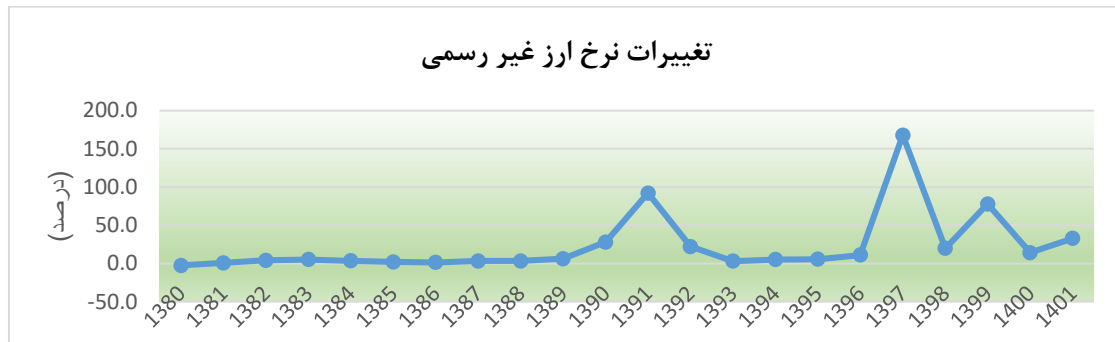
نمودار ۱. تغییرات کسری بودجه

از طرف دیگر ما در این بخش از نرخ سود موزون بانکی که میانگین وزنی از نرخ سود بخش بازرگانی و خدمات، کشاورزی، صنعت و معدن، ساختمان و صادرات است به‌عنوان پروکسی برای ابزار سیاستی بانک مرکزی استفاده خواهیم کرد. براساس این نمودار (۲) نشان‌دهنده تغییرات این نرخ در طی سال‌های اخیر است به طوری که بانک مرکزی در طی دهه ۱۳۸۰ بیشتر با کاهش نرخ سود به دنبال اعمال یک سیاست پولی انبساطی و در اوایل دهه ۱۳۹۰ با افزایش نرخ بهره به دنبال اعمال یک سیاست پولی انقباضی بوده است. همچنین از سال ۱۴۰۰ تا ۱۴۰۱ نرخ سود موزون بانکی از ۱۷ درصد به ۲۰ درصد افزایش یافت.



نمودار ۲. تغییرات نرخ بهره

نمودار (۳) نیز به بررسی تغییرات نرخ ارز غیر رسمی در اقتصاد ایران می‌پردازد که به‌عنوان ابزار سیاستی سفته‌بازان در اقتصاد معرفی می‌شود. روند این نمودار نیز نشان‌دهنده رشد سریع نرخ ارز در طی دهه‌های اخیر است به‌طوری که در دهه ۱۳۸۰ میانگین رشد نرخ ارز در بازار غیررسمی برابر ۵ درصد و میانگین این نرخ در دهه ۱۳۹۰ به بیش از ۴۱ درصد افزایش یافت. همچنین در سال ۱۳۹۷ ما شاهد افزایش بیش از ۱۶۰ درصدی در نرخ ارز غیررسمی هستیم. همچنین در بین سال‌های ۱۴۰۰ تا ۱۴۰۱ رشد نرخ ارز غیررسمی به‌ترتیب برابر ۱۴ و ۳۲ درصد گزارش می‌شود.



نمودار ۳. تغییرات نرخ ارز غیر رسمی

۲-۵. پارامترهای عددی در تشکیل ماتریس بازی

در ابتدا برای شبیه‌سازی و استخراج توابع بهترین پاسخ هر بازیکن و ترسیم ماتریس پیامد در فرم نرمال براساس توابع رفاه هر بازیکن، نیازمند دستیابی به پارامترهای مد نظر در جهت درک عددی معادلات خواهیم بود. از این‌رو با استخراج این پارامترها به بررسی تعادل‌ها در بازی‌های غیرهمکارانه و شبه همکارانه در چارچوب تشکیل ائتلاف‌های متفاوت خواهیم پرداخت. براساس جدول ۱ برخی از پارامترهای مورد بررسی در معادلات (۱) تا (۴۹) براساس شواهد اقتصاد ایران و برخی دیگر نیز در چارچوب معادلات اقتصادسنجی با روش حداقل مربعات معمولی و یا براساس مطالعات پیشین به‌دست آمده‌اند. آمار و اطلاعات اولیه براساس داده‌های چند دهه اخیر از سایت بانک مرکزی ایران و مرکز آمار ایران استخراج شده‌اند و سعی می‌شود تا داده‌های واقعی اقتصاد وارد مدل شوند و از این‌رو نتایج مدل تطبیق بیشتری با نتایج دنیای واقعی داشته باشد. مقادیر پارامترها و نحوه استخراج آن در جدول ۱ نشان داده می‌شود.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای استفاده شده برای شبیه‌سازی معادلات تعادلی

پارامترها	تعاریف	مقادیر	منبع
γ	ضریب ثابت و وزن اهمیت کسری بودجه در تابع زیان دولت	۰/۰۵	محمودی‌نیا و فروتن‌نیا (۱۴۰۲)
ϵ	ضریب ثابت و وزن اهمیت نرخ بهره در تابع زیان بانک مرکزی	۰/۰۵	محمودی‌نیا و فروتن‌نیا (۱۴۰۲)
α	ضریب ثابت و وزن اهمیت نرخ ارز در تابع سود سفته باز	۰/۰۵	یافته‌های محققین
φ_1	وزن نسبت داده شده به تورم توسط مقام مالی در تابع قید	-۰/۰۸	یافته‌های محققین
φ_2	وزن نسبت داده شده به نرخ بهره توسط مقام مالی در تابع قید	-۱/۴۲	یافته‌های محققین
φ_3	وزن نسبت داده شده به کسری بودجه توسط مقام مالی در تابع قید	-۰/۴۹	یافته‌های محققین

پارامترها	تعاریف	مقادیر	منبع
φ_4	وزن نسبت داده شده به نرخ ارز توسط مقام مالی در تابع قید	۰/۵۱	یافته‌های محققین
δ_1	وزن نسبت داده شده به محصول توسط مقام پولی در تابع قید	-۰/۲۷	یافته‌های محققین
δ_2	وزن نسبت داده شده به نرخ بهره توسط مقام پولی در تابع قید	-۰/۶۹	یافته‌های محققین
δ_3	وزن نسبت داده شده به کسری بودجه توسط مقام پولی در تابع قید	-۰/۳۰	یافته‌های محققین
δ_4	وزن نسبت داده شده به نرخ ارز توسط مقام پولی در تابع قید	۰/۱۹	یافته‌های محققین
μ_1	وزن نسبت داده شده به تورم توسط سفته باز در تابع قید	۰/۰۴	یافته‌های محققین
μ_2	وزن نسبت داده شده به نرخ بهره توسط سفته باز در تابع قید	۰/۷۵	یافته‌های محققین
μ_3	وزن نسبت داده شده به نرخ ارز توسط سفته باز در تابع قید	-۰/۰۳	یافته‌های محققین
μ_4	وزن نسبت داده شده به کسری بودجه توسط سفته باز در تابع قید	-۰/۶۷	یافته‌های محققین
μ_5	وزن نسبت داده شده به محصول توسط سفته باز در تابع قید	۰/۱۳	یافته‌های محققین
γ_0	سطح اولیه تولید ناخالص داخلی در اقتصاد	۰/۰۱	شواهد اقتصاد ایران
π_0	سطح اولیه تورم در اقتصاد	۰/۱۰	شواهد اقتصاد ایران
b_0	سطح اولیه منفعت سفته بازان	۰/۰۱	شواهد اقتصاد ایران
\bar{r}	سطح هدف برای نرخ بهره	۰/۱۳	میانگین وزنی نرخ بهره اسمی در اقتصاد ایران
\bar{f}	سطح هدف برای کسری بودجه	۰/۰۲۵	میانگین وزنی سطح کسری بودجه به تولید در اقتصاد ایران
\bar{y}	سطح هدف برای تولید ناخالص داخلی	۰/۰۲۱	میانگین وزنی سطح محصول داخلی در اقتصاد ایران
$\bar{\pi}$	سطح هدف برای تورم	۰/۲۰	میانگین وزنی نرخ تورم در اقتصاد ایران
\bar{e}	سطح هدف نرخ ارز	۰/۱۸	میانگین وزنی سطح نرخ ارز رسمی در اقتصاد ایران
\bar{b}	سطح هدف سود آوری سفته بازان	۰/۰۲	میانگین وزنی سطح منفعت سفته بازان در اقتصاد ایران

منابع: یافته‌های محققین و مطالعات پیشین

۳-۵. نتایج و تحلیل بازی

در اینجا فرض می‌شود سه بازیکن بر اساس سطح اهداف تعیین شده در ابزارهای سیاستی، سه استراتژی را دنبال می‌کنند به طوری که استراتژی‌های دولت از طریق ابزار بودجه‌ای شامل استراتژی‌های G_1 ، G_2 و G_3 به ترتیب شامل استراتژی‌های سیاست مالی انقباضی، استراتژی میانه (تعدالی) و استراتژی سیاست مالی انبساطی است. از طرف دیگر بانک مرکزی نیز به استفاده از ابزار نرخ بهره به دنبال پیاده‌سازی سه استراتژی I_1 ، I_2 و I_3 به ترتیب شامل استراتژی‌های سیاست پولی انقباضی، استراتژی میانه (تعدالی) و استراتژی سیاست پولی انبساطی می‌باشد. در نهایت سفته بازان نیز با خرید و فروش ارز در بازار به دنبال کسب منفعت از تفاوت قیمت بازاری و رسمی هستند و

از این رو این بازیکن نیز با سه استراتژی e_1 ، e_2 و e_3 مواجه است که به ترتیب نشان‌دهنده استراتژی‌های حداقل دخالت در بازار ارز جهت کاهش قیمت ارز، استراتژی میانه و استراتژی حداکثری دخالت در بازار ارز برای افزایش قیمت ارز است.

از این رو با توجه به استراتژی‌های بازیکنان، ماتریس پیامد براساس پارامترهای جدول ۱ و معادلات (۱) تا (۴۹) به صورت جدول ۲ نشان داده می‌شود. همچنین سلول‌های این ماتریس براساس توابع زیان و سود بازیکنان ارائه شده است. به طوری که در نهایت دولت و بانک مرکزی به دنبال حداقل کردن زیان و سفته‌باز به دنبال حداکثر کردن تابع سود است. از این رو اعداد داخل هر سلول به ترتیب از چپ به راست نشان‌دهنده مقادیر تابع زیان دولت، تابع زیان بانک مرکزی و تابع سود سفته باز است یعنی {پیامد سود سفته باز، پیامد زیان بانک مرکزی، پیامد زیان دولت} در ماتریس نوشته می‌شود. به عنوان مثال در سلول $\{G_1, I_1, e_1\}$ مقادیر (0/1506, 0/0041, 0/0107) نشان‌دهنده آن است که زیان دولت برابر 0/1506 و زیان بانک مرکزی برابر 0/0041 و سود سفته باز برابر 0/0107 است. پس از استخراج جدول ۲ در گام بعدی به دنبال یافتن تعادل نش در یک بازی غیرهمکارانه و تعادل شبه همکارانه ائتلافی براساس تابع اسکالر حریصانه خواهیم بود.

۵-۳-۱. استخراج تعادل نش در بازی سه بازیکن

در این بخش ما به دنبال یافتن تعادل نش در بازی بین سه بازیکن می‌باشیم. همان‌طور که بیان شد، تعادل نش یک مفهوم راه حلی در یک بازی غیرهمکارانه است و در تعامل استراتژیک چندین تصمیم‌گیرنده استفاده می‌شود و در این بازی هر بازیکن خودخواه و دنبال منافع شخصی خود هستند و از این رو هیچ همکاری و ائتلافی بین بازیکنان تشکیل نمی‌شود. از طرف دیگر برای بررسی تعادل نش از آنجایی که سه بازیکن در بازی وجود دارد که در آن دولت (بازیکن ۱) به دنبال حداقل کردن زیان و بانک مرکزی (بازیکن ۲) نیز به دنبال حداقل کردن زیان و سفته‌باز (بازیکن ۳) به دنبال حداکثر کردن سود خود است از این رو تعریف تعادل نش اشاره شد در بخش (۱-۲-۴) بر اساس استراتژی این سه بازیکن به صورت تعریف ۶ اصلاح می‌شود که در آن دو بازیکن به دنبال حداقل کردن تابع زیان و یک بازیکن به دنبال حداکثر کردن تابع سود خود است.

تعریف ۶. نمایه استراتژی $S^* = (s_1^*, s_2^*, s_3^*)$ یک تعادل نش از G است اگر و فقط اگر، برای همه بازیکنان و $i \in N$ و همه $s_i \in S_i$ روابط زیر صادق باشد:

$$u_1(S^*) = \min_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, s_2^*, s_3^*)$$

$$u_2(S^*) = \min_{s_2 \in S_2} u_2(s_1^*, s_2, s_3^*)$$

$$u_3(S^*) = \max_{s_3 \in S_3} u_3(s_1^*, s_2^*, s_3)$$

سپس براساس این تعریف ما به دنبال یافتن تعادل نش غیرهمکارانه در بازی استراتژیک بین سه بازیکن براساس جدول ۲ هستیم. برای این منظور ما با خط کشیدن زیر پیامد تعادلی هر بازیکن نسبت به رقیب به دنبال دستیابی به تعادل نش هستیم و در سلولی که زیر تمامی سه پیامد خط کشیده شود، آن سلول نشان‌دهنده تعادل نش در بازی است. با بررسی این موضوع براساس جدول ۳، نتایج نشان می‌دهد تعادل نش این بازی جایی است که دولت

استراتژی G_1 و بانک مرکزی استراتژی I_1 و سفته‌باز نیز استراتژی e_1 را انتخاب می‌کند. یعنی زمانی که سه بازیکن به‌طور مستقل از هم رفتار می‌کنند، تعادل جایی است که دولت یک سیاست مالی انقباضی، بانک مرکزی نیز یک سیاست پولی انقباضی و فعالان بازار ارز نیز یک سیاست دخالت حداقلی در بازار ارز را انتخاب می‌کنند. در این وضعیت تابع زیان دولت برابر $0/1506$ ، تابع زیان بانک مرکزی برابر $0/0041$ و تابع سود فعالان بازار ارز برابر $0/0107$ می‌باشد.^۱ با این حال مقایسه این تعادل در بین سایر تعادل‌ها نشان می‌دهد که این تعادل بهترین پیامد از نظر هر بازیکن نمی‌تواند باشد به‌طوری که دولت، بانک مرکزی و سفته‌بازان می‌تواند به‌طور فردی با انتخاب یک استراتژی دیگر به پیامدهای مطلوب‌تری دست پیدا کنند. از این رو ما به دنبال تعادل ائتلافی در این بازی در بخش بعدی خواهیم پرداخت.

۵-۳-۲. استخراج تعادل ائتلافی شبه همکارانه در بازی سه بازیکن

در این بخش در چارچوب الگوی‌های معرفی شده در بخش (۲-۴) به دنبال یافتن تعادل در یک بازی ائتلافی شبه همکارانه بین سه بازیکن دولت، بانک مرکزی و سفته‌باز هستیم. برای این منظور ابتدا پنج حالت ائتلافی را بررسی می‌کنیم. حالت اول وضعیتی است که دولت و بانک مرکزی تشکیل ائتلاف دهند و سفته‌باز جداگانه رفتار می‌کند یعنی $\Gamma_{\{1,2\},\{3\}}$ ؛ حالت دوم زمانی است دولت و سفته‌بازان ائتلافی تشکیل می‌دهند و بانک مرکزی جداگانه رفتار می‌کند یعنی $\Gamma_{\{1,3\},\{2\}}$ ؛ وضعیت سوم زمانی است بانک مرکزی با سفته‌باز ائتلاف تشکیل می‌دهند و دولت جداگانه رفتار می‌کند یعنی $\Gamma_{\{2,3\},\{1\}}$ ؛ حالت چهارم زمانی است هر سه بازیکن با یکدیگر برای دستیابی به پیامدهای خود ائتلافی شکل می‌دهند یعنی $\Gamma_{\{1,2,3\}}$ و حالت پنجم زمانی است که بازیکنان ائتلافی با هم تشکیل نمی‌دهند و بازی به‌طور مستقل بین سه بازیکن شکل می‌گیرد یعنی $\Gamma_{\{1\},\{2\},\{3\}}$. از طرف دیگر براساس معادلات استخراج شده در بخش (۴-۲) پیامد در بازی‌های ائتلافی طوری طراحی شده است که سعی می‌شود که سود سفته‌باز به سمت صفر حرکت کند و از طرف دیگر زیان دولت و بانک مرکزی کاهش یابد. در این وضعیت تلاش می‌شود تا نقش سفته‌باز در اقتصاد کم‌رنگ شود تا تعادل پایدارتری در اقتصاد شکل گیرد. از این رو هدف اول در تحلیل ائتلاف از بین بردن سود سفته‌باز و کم کردن زیان دولت و بانک مرکزی در این چارچوب است.

ابتدا بر اساس معادلات (۵۱) تا (۵۴) ماتریس پیامد ائتلافی برای هر بازی را شکل می‌دهیم و سپس براساس معادله (۵۵) تعادل حریصانه در بازی ائتلافی را محاسبه و سپس به مقایسه براساس الگوریتم ۱، بزرگ‌ترین مقدار تعادل اسکالر حریصانه در هر ائتلاف را به عنوان مجموعه بهینه ائتلاف‌ها انتخاب می‌کنیم. نتایج حاصل از هر ائتلاف بر اساس دو ماتریس در جداول ۴ تا ۱۲ قابل مشاهده است. در تمامی این حالت‌ها، بزرگ‌ترین مقدار تعادل اسکالر حریصانه در هر ائتلاف جایی است که دولت استراتژی سیاست مالی انقباضی (G_1)، بانک مرکزی استراتژی سیاست پولی انبساطی (I_3) و سفته‌باز استراتژی فعال در بازار ارز (e_3) را انتخاب می‌کند به‌طوری که در $\Gamma_{\{1,2\},\{3\}}$ بیشترین مقدار

^۱ با این حال با توجه به اهمیت تحلیل حساسیت در این مطالعه، نتایج نشان می‌دهد که به‌عنوان نمونه با تغییر وزن اهمیت کسری بودجه در تابع زیان دولت به $0/07$ در این صورت زیان دولت $0/1446$ ، برای بانک مرکزی $0/0041$ و سود سفته‌باز برابر $0/008$ تغییر می‌یابد. همچنین با تغییر وزن اهمیت نرخ ارز در تابع سود سفته‌باز به $0/02$ در این وضعیت زیان دولت $0/1214$ ، برای بانک مرکزی $0/0041$ و سود سفته‌باز برابر $0/0103$ تغییر می‌یابد. همچنین با تغییر همزمان افزایش γ و α به $0/07$ و کاهش ϵ به $0/02$ در این وضعیت بازی فاقد تعادل نش است.

تعادلی اسکالر حریصانه در استراتژی‌های بیان شده سه بازیکن برابر $\Gamma_{\{1,3\},\{2\}}$ در برابر $\Gamma_{\{2,3\},\{1\}}$ برابر $\Gamma_{\{1,2,3\}}$ در برابر ۱ و در $\Gamma_{\{1\},\{2\},\{3\}}$ برابر $\Gamma_{\{1,2,3\}}$ است. همچنین در بین این ۵ ائتلاف تعادلی، بیشترین مقدار تعادل برداری حریصانه یعنی ۱ برای ائتلافی است که هر سه بازیکن با هم تشکیل ائتلاف دهند. اما بدترین وضعیت در بین این پنج ائتلاف زمانی است که هیچ هماهنگی و همکاری برای تشکیل ائتلاف بین بازیکنان ایجاد نشود. از طرف دیگر در ائتلاف بین سه بازیکن، پیامدهای ائتلافی در سلول نشان می‌دهد که در این وضعیت، سود سفته باز و زیان بانک مرکزی به صفر کاهش می‌یابد و از طرف دیگر زیان دولت هم نسبت به ماتریس (۳) یعنی زمانی که هیچ ائتلافی بین بازیکنان شکل نمی‌گیرد از $0/0539$ به $0/0439$ کاهش می‌یابد. از طرف دیگر با مقایسه پیامدهای تعادل نش و پیامد تعادل ائتلافی حریصانه برای سه بازیکن می‌توان بیان کرد که سود سفته باز از رقم $0/0107$ در تعادل نش به صفر در تعادل حریصانه کاهش می‌یابد و همچنین زیان بانک مرکزی نیز از رقم $0/0041$ به صفر کاهش می‌یابد و همچنین زیان اجتماعی دولت نیز از رقم $0/1506$ به زیان $0/0439$ کاهش می‌یابد و نشان دهنده برتری تعادل ائتلافی نسبت به تعادل غیرهمکارانه نش در این بازی است.

۶. جمع‌بندی

امروز تعامل و هماهنگی استراتژیک بین دو سیاستگذار پولی و مالی برای دستیابی به سطح با ثباتی از متغیرهای اقتصادی از اهداف اصلی اقتصاد کلان یک کشور محسوب می‌شود. همچنین در راستای اجرای هماهنگی سیاست‌های پولی و مالی نقش فعالان بازار ارز به‌خصوص در اقتصادهای کشورهای در حال توسعه حائز اهمیت است. سیاستگذار پولی و مالی در مواجهه با تهاجم سفته‌بازان در بازار ارز می‌توانند رفتار انفعالی و یا رفتار مداخله‌گرانه را در پیش بگیرند. مطالعات مختلف نشان می‌دهد که ورود سفته‌باز در بازار ارز و مداخله آنها در بازار و به‌طور همزمان عدم اجرای سیاست‌های مطلوب از طرف دولت و بانک مرکزی برای مقابله با آنان می‌تواند آثار مهمی بر بحران‌های مالی در بازارهای اقتصادی داشته باشد. از این‌رو در این تحقیق سعی شده است تا با اضافه کردن فعالان بازار ارز به بازی استراتژیک بین دو سیاستگذار پولی و مالی به دنبال پاسخ به این سوال باشیم که اجرای چه نوع استراتژی و تعامل بین این سه بازیکن می‌تواند بالاترین مطلوبیت و کمترین زیان اجتماعی را برای آنان به همراه داشته باشد؟ برای این منظور در ابتدا به طراحی بازی در چارچوب تابع زیان و تابع قید برای هر بازیکن پرداختیم که در این مدل دولت مسئول مستقیم اجرای سیاست‌های مالی در این بازی برای افزایش رشد اقتصادی، بانک مرکزی نیز مسئول اجرای مستقیم سیاست‌های پولی در این بازی جهت کنترل تورم و دلالتان بازار ارز نیز در این بازی به دنبال حداکثر کردن سود خود از طریق مداخله در بازار ارز در بازار موازی هستند. همچنین دولت و بانک مرکزی به دنبال حداقل کردن تابع زیان و سفته‌باز به دنبال حداکثر کردن تابع سود خود می‌باشد. سپس با استخراج توابع بهترین پاسخ هر بازیکن در چارچوب دو تعادل نش و تعادل حریصانه شبه‌همکارانه در بازی ائتلافی به دنبال دستیابی به مجموعه بهینه از پیامدهای بازیکنان در چارچوب فرم نرمال از بازی هستیم. نتایج این بازی نشان می‌دهد که تعادل نش غیرهمکارانه جایی است که دولت یک سیاست مالی انقباضی، بانک مرکزی نیز یک سیاست پولی انقباضی و فعالان بازار ارز نیز یک سیاست دخالت حداقلی در بازار ارز را دنبال می‌کنند. از طرف دیگر نتایج حاصل از تعادل اسکالر حریصانه در بازی ائتلافی نشان می‌دهد که بیشترین پیامد جایی است که سه بازیکن دولت، بانک مرکزی و سفته‌باز جهت رسیدن به یک پیامد

اجتماعی بهینه با هم همکاری و مذاکره نمایند و در این وضعیت سود سفته‌باز نیز به صفر کاهش می‌یابد و زیان دولت و بانک مرکزی نیز به حداقل خود می‌رسد و در این وضعیت دولت استراتژی سیاست مالی انقباضی، بانک مرکزی استراتژی سیاست پولی انبساطی و سفته‌باز استراتژی فعال در بازار ارز را دنبال می‌کند. همچنین بدترین وضعیت در بین این پنج ائتلاف زمانی است که هیچ هماهنگی و همکاری برای تشکیل ائتلاف بین بازیکنان ایجاد نشود. در نهایت مقایسه پیامدهای دو تعادل نش و تعادل اسکالر حریصانه در بازی ائتلافی نشان‌دهنده برتری تعادل ائتلافی نسبت به تعادل غیرهمکارانه نش است.

حامی مالی

این مقاله حامی مالی ندارد.

تعارض منافع

تعارض منافع وجود ندارد.

سپاسگزاری

در بخش پایانی جا دارد تا از داوران محترم فصلنامه مدلسازی اقتصادی که در بهبود کیفیت مقاله کمک کرده‌اند کمال تشکر را داشته باشیم.

ORCID

Davoud Foroutannia

 <https://orcid.org/0000-0001-6588-8643>

Davoud Mahmoudinia

 <https://orcid.org/0000-0002-3567-3593>

منابع

- بیاتی، المیرا، صفوی، بیژن و جعفرزاده، امیر (۱۳۹۸). همکاری ایران و قطر در برداشت از ذخایر مشترک گازی پارس جنوبی (گنبد شمالی) با تاکید بر نظریه بازی‌ها. *فصلنامه مدلسازی اقتصادی*، ۱۳ (۴۵)، ۷۲-۴۷.
- توکلیان، حسین، طاهرپور، جواد و محسن‌پور، فرزاد (۱۳۹۸). هماهنگی و اثر متقابل سیاست‌های مالی و پولی در اقتصاد ایران: یک الگوی تعادل عمومی پویای تصادفی. *فصلنامه پژوهش و سیاست‌های اقتصادی*، ۲۷ (۹۰)، ۲۴۱-۱۹۵.
- حسینی، الهام، نادمی، یونس، آسایش، حمید و سجادی فر، سید حسین (۱۳۹۹). بررسی اثرات متقابل بی ثباتی سیاست‌های پولی، مالی و نرخ ارز حقیقی در اقتصاد ایران کاربرد از مدل VAR و GARCH. *دو فصلنامه مطالعات و سیاست‌های اقتصادی*، ۱۳۳ (۲)، ۱۶۴-۱۳۳.
- سامتی، مرتضی، فتح‌آبادی، مهدی و کسرابی، کامران (۱۳۹۰). تعادل استراتژی مختلط نش و بازیکنان فوتبال. *مطالعه موردی ضربات پنالتی. فصلنامه مدلسازی اقتصادی*، ۱۵ (۵)، ۶۶-۴۷.
- صادقی، عبدالرسول، مرزبان، حسین، صمدی، علی حسین و آذربایجانی، کریم (۱۴۰۰). رابطه میان بازار سرمایه، سپرده‌های بانکی و سفته بازی ارزی: با تاکید بر نقش نرخ بهره در اقتصاد ایران. *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۲۶ (۸۷)، ۴۲-۷۶.
- عرفانی، علیرضا، طالب بیدختی، آزاده و شهبازی، بیتا (۱۴۰۱). تقابل استراتژیک مقامات پولی و مالی و فعالان بازار ارز ایران: رویکرد بازی‌های ایستای غیرهمکارانه. *فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی*، ۳۰ (۱۰۲)، ۲۱۷-۲۵۳.
- محمودی‌نیا، داود (۱۴۰۲). نظریه بازی‌های مقدماتی (کاربرد در اقتصاد و سایر رشته‌ها) جلد اول. انتشارات دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان.
- محمودی‌نیا، داود و فروتن‌نیا، داود (۱۴۰۲). دستیابی به تعادل نش و استاکلبرگ در یک بازی استراتژیک بین دولت و بانک مرکزی با فرض وجود نااطمینانی مقام مالی در دستیابی به بودجه. *پژوهشنامه اقتصاد کلان*، ۱۸ (۴۰)، ۷-۳۹.
- محمودی‌نیا، داود، انجوردا، جکوب، دلالی اصفهانی، رحیم، بخشی دستجردی، رسول و فخار، مجید (۱۳۹۵). تقابل استراتژیک بین دولت و بانک مرکزی در چارچوب بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه (کاربرد از بازی‌های دیفرانسیلی خطی درجه دوم). *فصلنامه تحقیقات مدلسازی اقتصادی*، ۲۴، ۱۲۱-۹۴.
- منصوری، نسرین، موسوی جهرمی، یگانه، ابوالحسنی، اصغر و شایگان، بیتا (۱۳۹۶). تحلیل رابطه بین دولت و بانک مرکزی و سفته‌بازان در ایران: رهیافت نظریه بازی‌ها با رویکرد تعادل نش. *فصلنامه اقتصاد و الگوسازی*، ۲۸ (۲۸)، ۱۳۹-۱۶۷.
- Afonso, A., Alves, J., & Balhote, R. (2019). Interactions between monetary and fiscal policies. *Journal of Applied Economics*, 22(1), 132–151. <https://doi.org/10.1080/15140326.2019.1583309>
- Algeri, B. (2016). Conditional price volatility, speculation, and excessive speculation in commodity markets: sheep or shepherd behaviour? *International Review of Applied Economics*, 30(2), 210-237. DOI: 10.1080/02692171.2015.1102204
- Barro, R., & Gorden, D. (1983). Rules, Discretion, and Reputation in a Model of Monetary Policy. *Journal of Monetary Economics*, 12, 20-101. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(83\)90051-X](https://doi.org/10.1016/0304-3932(83)90051-X)
- Bayati, E., Safavi, B., & Jafarzadeh, A. (2019). Iran and Qatar Cooperation in Gas Production from South Pars (North Dome) Gas-Condensate Field: A Game Theory Framework. *Quarterly Journal of Economics Modeling*, 45(13), 47-72. (In Persian)

- Bennett, H., & Loayza, N. (2000). Policy biases when the monetary and fiscal authorities have different objectives. *Central Bank of Chile Working Papers*, 66.
- Calvo, G. A. (1978). On the time consistency of optimal policy in a monetary economy. *Econometrica*, 46 (6), 1411-1428. <https://doi.org/10.2307/1913836>
- Carfi, D., Musolino, F. (2012). Game theory and speculation on government bonds. *Economic Modelling*, 29, 2417-2426. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2012.06.037>
- Corley, H. W. (2017). Normative utility models for Pareto scalar equilibria in n-Person, Semi-cooperative games in strategic Form. *Theoretical Economics Letters*, 7, 1667-1686. <https://doi.org/10.4236/tel.2017.76113>
- Corley, H. W. (2023). Pure scalar equilibria for normal-form games. *International Journal of Mathematical and Computational Sciences*, 17(8), 85-93. <https://publications.waset.org/10013203/pure-scalar-equilibria-for-normal-form-games>
- Dwobeng, E., & Corley, H. (2022). Forming coalitions in normal-form games. *Theoretical Economics Letters*, 12, 1472-1488. DOI:10.4236/tel.2022.125080
- Engwerda, J.C. (2005). *LQ Dynamic Optimization and Differential Games*. John Wiley & Sons.
- Erfani, A., Talebbeydokhti, A., & Shahbazi, B. (2022). Strategic confrontation within monetary and financial authorities, and foreign exchange market participants in Iran: non-cooperative static games approach. *Quarterly Journal of Economic Research and Policies*, 30(102), 217-253. (In Persian)
- Friedman, M. (1953). The Case for Flexible Exchange Rate. *In Essays in Positive Economics*, 157-203. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Gholizadeh, A., Manochehri, S., & Fatemi Zardan, Y. (2022). Modeling of Speculation in the Housing Market of Tehran. *Journal of Economics and Modelling*. 12(4), 137-179. (In Persian).
- Haque, O., Hossen, A., & Akter, S. (2020). A cooperative game theory application in chicks brood food allocation by using shapley value method in good years data. *Journal of Engineering and Technology for Industrial Applications*, 6(25), 21-26
- Hosseini, E., Nademi, Y., Asayesh, H., & Sajadifar, S. H. (2021). An investigation of the interaction effects of volatility of monetary, financial and real exchange rate policies in the Iranian economy: Application of VAR and GARCH models. *The Journal of Economic Studies and Policies*, 7(2), 133-164. (In Persian)
- Kuttner, K. N. (2002). The Monetary-Fiscal Policy Mix: Perspectives from the U.S. *The conference on The Monetary Policy Mix in the Environment of Structural Changes, sponsored by the National Bank of Poland*, October, 24-25.
- Kydland, F. E., & Prescott, E. C. (1977). Rules rather than discretion: The inconsistency of optimal plans. *Journal of Political Economy*, 85(3), 473-491. <https://www.jstor.org/stable/1830193>
- Lambertini, L., & Rovelli, R. (2005). Monetary and fiscal policy coordination and macroeconomic stabilization. A theoretical analysis. *Dipartimento di Scienze Economiche Università di Bologna*. <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/159305/1/wp0464.pdf>
- Mahmoudinia, D. (2023). *Introductory game theory (application in economics and other fields) first volume*. Vali-e-Asr University of Rafsanjan. (In Persian)
- Mahmoudinia, D., & Foroutannia, D. (2023). Achieving the nash and stackelberg equilibrium in a strategic game between the government and the central bank, assuming the uncertainty of the financial authority in obtaining the budget. *Macroeconomics Research Letter*, 18(40), 7-39, (In Persian)
- Mahmoudinia, D., Engwerda, J., Dallali Esfahani, R., Bakhshi Dastjerdi, R., & Fakhari, M. (2016). Strategic interaction between government and central bank in framework of cooperative and non-cooperative games. *Journal of Economic Modeling Research*, 7(24), 83-121. (In Persian)

- Mansourin, N., Mosavi jahromy, Y., Abolhasani, A., & Shayegani, B. (2017). Analyzing the relationship among government, central bank and speculators in Iran: Approach of game theory and nash equilibrium. *Journal of Economics and Modelling*, 7(28), 139-167. (In Persian)
- Moreno, R. (2005). Motives for intervention. *BIS papers*, 24, 4-18.
- Nash, J. F. (1951). Noncooperative games. *Annals of Mathematics*, 54, 289-295.
- Paesani, P., & Rosselli, A. (2020). How speculation became respectable: early theories on financial and commodity markets, *The European Journal of the History of Economic Thought*, 28(2), 273-291. DOI: 10.1080/09672567.2020.1817117
- Parrachino, I., Dinar, A., & Patrone, F. (2006). Cooperative game theory and its application to natural, environmental and water resource issues: Application to water resources. *World Bank Policy Research Paper*, 4074 (November 2006), 1-46. <http://hdl.handle.net/10986/8852>
- Sadeghi, A., Marzban, H., Samadi, A. H., & Azarbaiejeni, K. (2021). The relationship among stock market, bank deposits and foreign exchange speculation: An emphasis on the role of interest rate in Iran's economy. *Iranian Journal of Economic Research*, 26(87), 41-76. (In Persian)
- Salukvadze, M. E., & Zhukovskiy, V. I. (2020). The Berge Equilibrium: A Game-Theoretic Framework for the Golden Rule of Ethics. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-25546-6>
- Sameti, M., Fath Abadi, M., & Kasraei, K. (2011). Mixed-strategy nash equilibrium and soccer players a case study of penalty kicks, *Quarterly Journal of Economics Modeling*, 15(5), 47-66. (In Persian)
- Shapley, L. S. (1951). Notes on the n-Person Game - II: The Value of an n-Person Game (ASTIA Document No. ATI 210720). RAND Corporation. https://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/research_memoranda/2008/RM670.pdf
- Stawska, J., & Mourao, P. (2023). Fiscal and monetary interactions in the European countries: panel data analysis. *Applied Economics*, 55(5), 562-576 DOI: 10.1080/00036846.2022.2091745
- Stawska, J., Malaczewski, M., & Szymańska, A. (2019). Combined monetary and fiscal policy: the Nash equilibrium for the case of noncooperative game. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 32(1), 3554-3569, DOI: 10.1080/1331677X.2019.1669063.
- Stawska, J., Malaczewski, M., Malaczewska, P., & Stawasz-Grabowska, E. (2023). The central bank or the government – who really dictates the terms of the policy-mix cooperation in economies with an independent monetary policy? *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 36(2), 1-22. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2022.2142258>
- Tavakolian, H., Taherpour, J., & Mohsenpour, F. (2019). Monetary and fiscal policy interaction in Iran: A dynamic stochastic general equilibrium approach. *Quarterly Journal of Economic Research and Policies*, 27(90), 195-241. (In Persian)
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.
- Woroniecka-Leciejewicz, I. (2010). Decision interactions of the monetary and fiscal authorities in the choice of policy mix. *Journal of Organisational Transformation & Social Change*, 7(2), 189-210. https://doi.org/10.1386/jots.7.2.189_1
- Woroniecka-Leciejewicz, I. (2015). Equilibrium strategies in a fiscal-monetary game: a simulation analysis. *Operation research and decision*. 25(2), 75-100 DOI: 10.5277/ord150205
- Yeung, D.W.K., & Petrosyan, L. A. (2005). Subgame consistent solutions for a class of cooperative stochastic differential games with nontransferable payoffs. *Journal of Optimization Theory and Applications*. 124, 701-724. https://doi.org/10.1007/978-0-8176-4553-3_8
- Zapata, A., Mármol, A. M., & Monroy, L. (2024). Berge equilibria and the equilibria of the altruistic game. *TOP*, 32, 83-105. <https://doi.org/10.1007/s11750-023-00659-3>



جدول ۲. ماتریس پیامد بازی بین سه بازیکن

استراتژیهای سفته‌بازان								
e_3			e_2			e_1		
استراتژیهای بانک مرکزی								
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1
(-۰.۵۳۹, ۰.۰۷۲, ۰.۱۱۷)	(-۰.۷۸۰, ۰.۰۵۳, ۰.۰۱۹)	(-۱.۰۸۰, ۰.۰۴۱, ۰.۰۲۲)	(-۰.۶۹۹, ۰.۰۶۲, ۰.۱۰۶)	(-۰.۹۵۲, ۰.۰۴۸, ۰.۰۰۰)	(-۱.۲۸۳, ۰.۰۴۰, ۰.۰۵۹)	(-۰.۸۳۸, ۰.۰۵۷, ۰.۰۵۲)	(-۱.۱۳۳, ۰.۰۴۵, ۰.۰۰۰)	(-۱.۱۵۰, ۰.۰۴۱, ۰.۱۰۰)
استراتژی -								
(-۰.۵۳۹, ۰.۰۷۱, ۰.۱۱۷)	(-۰.۸۲۵, ۰.۰۵۳, ۰.۰۲۲)	(-۱.۱۳۱, ۰.۰۴۲, ۰.۰۲۰)	(-۰.۷۲۱, ۰.۰۶۲, ۰.۱۰۰)	(-۱.۰۰۱, ۰.۰۴۸, ۰.۰۰۰)	(-۱.۳۳۹, ۰.۰۴۱, ۰.۰۵۲)	(-۰.۸۸۳, ۰.۰۵۷, ۰.۰۵۹)	(-۱.۱۹۶, ۰.۰۴۵, ۰.۰۰۰)	(-۱.۱۵۶, ۰.۰۴۲, ۰.۱۰۰)
های دولت								
(-۰.۶۱۴, ۰.۰۷۱, ۰.۱۱۸)	(-۰.۸۷۰, ۰.۰۵۳, ۰.۰۲۲)	(-۱.۱۸۴, ۰.۰۴۲, ۰.۰۱۸)	(-۰.۷۶۲, ۰.۰۶۲, ۰.۱۱۱)	(-۱.۰۵۱, ۰.۰۴۹, ۰.۰۰۰)	(-۱.۳۹۷, ۰.۰۴۲, ۰.۰۵۰)	(-۰.۹۳۰, ۰.۰۵۷, ۰.۰۵۹)	(-۱.۲۵۰, ۰.۰۴۶, ۰.۰۰۰)	(-۱.۱۶۸, ۰.۰۴۳, ۰.۰۹۹)

منابع: یافته محققین

جدول ۳. ماتریس پیامد تعادل نش

e_3			e_2			e_1		
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1
(-۰.۵۳۹, ۰.۰۷۲, ۰.۱۱۷)	(-۰.۷۸۰, ۰.۰۵۳, ۰.۰۱۹)	(-۱.۰۸۰, ۰.۰۴۱, ۰.۰۲۲)	(-۰.۶۹۹, ۰.۰۶۲, ۰.۱۰۶)	(-۰.۹۵۲, ۰.۰۴۸, ۰.۰۰۰)	(-۱.۲۸۳, ۰.۰۴۰, ۰.۰۵۹)	(-۰.۸۳۸, ۰.۰۵۷, ۰.۰۵۲)	(-۱.۱۳۳, ۰.۰۴۵, ۰.۰۰۰)	(-۱.۱۵۰, ۰.۰۴۱, ۰.۱۰۰)
(-۰.۵۳۹, ۰.۰۷۱, ۰.۱۱۷)	(-۰.۸۲۵, ۰.۰۵۳, ۰.۰۲۲)	(-۱.۱۳۱, ۰.۰۴۲, ۰.۰۲۰)	(-۰.۷۲۱, ۰.۰۶۲, ۰.۱۰۰)	(-۱.۰۰۱, ۰.۰۴۸, ۰.۰۰۰)	(-۱.۳۳۹, ۰.۰۴۱, ۰.۰۵۲)	(-۰.۸۸۳, ۰.۰۵۷, ۰.۰۵۹)	(-۱.۱۹۶, ۰.۰۴۵, ۰.۰۰۰)	(-۱.۱۵۶, ۰.۰۴۲, ۰.۱۰۰)
(-۰.۶۱۴, ۰.۰۷۱, ۰.۱۱۸)	(-۰.۸۷۰, ۰.۰۵۳, ۰.۰۲۲)	(-۱.۱۸۴, ۰.۰۴۲, ۰.۰۱۸)	(-۰.۷۶۲, ۰.۰۶۲, ۰.۱۱۱)	(-۱.۰۵۱, ۰.۰۴۹, ۰.۰۰۰)	(-۱.۳۹۷, ۰.۰۴۲, ۰.۰۵۰)	(-۰.۹۳۰, ۰.۰۵۷, ۰.۰۵۹)	(-۱.۲۵۰, ۰.۰۴۶, ۰.۰۰۰)	(-۱.۱۶۸, ۰.۰۴۳, ۰.۰۹۹)

منابع: یافته محققین

جدول ۴. ماتریس پیامد برای $\Gamma_{\{1,2\},\{3\}}$

e_3			e_2			e_1		
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1
(-۰.۲۰۶, -۰.۲۰۶, -۰.۱۷۲)	(-۰.۴۱۷, -۰.۴۱۷, -۰.۱۹)	(-۰.۵۶۱, -۰.۵۶۱, -۰.۲۲)	(-۰.۲۷۱, -۰.۲۷۱, -۰.۱۰۴)	(-۰.۵, -۰.۵, -۰.۰۰۲)	(-۰.۶۶۲, -۰.۶۶۲, -۰.۰۵۶)	(-۰.۴۴۸, -۰.۴۴۸, -۰.۰۵۳)	(-۰.۵۹۴, -۰.۵۹۴, -۰.۰۰۲)	(-۰.۷۷۳, -۰.۷۷۳, -۰.۱۰۷)
(-۰.۲۲۵, -۰.۲۲۵, -۰.۱۷۶)	(-۰.۴۳۹, -۰.۴۳۹, -۰.۲۱)	(-۰.۵۸۷, -۰.۵۸۷, -۰.۲۰)	(-۰.۲۹۲, -۰.۲۹۲, -۰.۱۰۸)	(-۰.۵۲۵, -۰.۵۲۵, -۰.۰۰۲)	(-۰.۶۹۰, -۰.۶۹۰, -۰.۰۵۳)	(-۰.۴۷۰, -۰.۴۷۰, -۰.۰۵۶)	(-۰.۶۲۱, -۰.۶۲۱, -۰.۰۰۲)	(-۰.۸۰۴, -۰.۸۰۴, -۰.۱۰۳)
(-۰.۲۴۳, -۰.۲۴۳, -۰.۱۸۱)	(-۰.۴۶۲, -۰.۴۶۲, -۰.۲۲)	(-۰.۶۱۳, -۰.۶۱۳, -۰.۱۸)	(-۰.۴۱۳, -۰.۴۱۳, -۰.۱۱۲)	(-۰.۵۵۰, -۰.۵۵۰, -۰.۰۰۲)	(-۰.۷۲۰, -۰.۷۲۰, -۰.۰۵۰)	(-۰.۴۹۴, -۰.۴۹۴, -۰.۰۵۹)	(-۰.۶۴۸, -۰.۶۴۸, -۰.۰۰۱)	(-۰.۸۳۶, -۰.۸۳۶, -۰.۰۹۹)

جدول ۵. تعادل برداری حریصانه برای $\Gamma_{\{1,2\},\{3\}}$

e_3			e_2			e_1		
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1
-۰.۹۹۹	-۰.۹۶۲	-۰.۹۳۶	-۰.۹۷۹	-۰.۹۴۵	-۰.۹۲۰	-۰.۹۵۹	-۰.۹۲۸	-۰.۹۰۶
-۰.۹۹۵	-۰.۹۵۸	-۰.۹۳۱	-۰.۹۷۵	-۰.۹۴۰	-۰.۹۱۵	-۰.۹۵۶	-۰.۹۲۳	-۰.۹۰۰
-۰.۹۹۲	-۰.۹۵۴	-۰.۹۲۶	-۰.۹۷۲	-۰.۹۳۶	-۰.۹۱۰	-۰.۹۵۱	-۰.۹۱۸	-۰.۸۹۴



جدول ۶. ماتریس پیامد برای $\Gamma_{[1,3],[2]}$

e_3			e_2			e_1			
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	
(۰/۰۳۶۷،۰/۰۷۲،۰)	(۰/۰۷۶۱،۰/۰۵۳،۰)	(۰/۱۰۵۸،۰/۰۴۱،۰)	(۰/۰۵۷۵،۰/۰۶۳،۰)	(۰/۰۹۵،۰/۰۴۸،۰)	(۰/۱۲۲۷،۰/۰۴۰،۰)	(۰/۰۷۸۵،۰/۰۵۷،۰)	(۰/۱۱۴۱،۰/۰۴۵،۰)	(۰/۱۳۹۹،۰/۰۴۱،۰)	G_1
(۰/۰۴۰۳،۰/۰۷۱،۰)	(۰/۰۸۰۴،۰/۰۵۳،۰)	(۰/۱۱۱۱،۰/۰۴۲،۰)	(۰/۰۶۱۳،۰/۰۶۳،۰)	(۰/۰۹۹۸،۰/۰۴۸،۰)	(۰/۱۲۸۶،۰/۰۴۱،۰)	(۰/۰۸۲۷،۰/۰۵۷،۰)	(۰/۱۱۹۴،۰/۰۴۵،۰)	(۰/۱۴۶۳،۰/۰۴۲،۰)	G_2
(۰/۰۴۳۳،۰/۰۷۱،۰)	(۰/۰۸۴۸،۰/۰۵۳،۰)	(۰/۱۱۶۶،۰/۰۴۲،۰)	(۰/۰۶۵۱،۰/۰۶۳،۰)	(۰/۱۰۴۸،۰/۰۴۹،۰)	(۰/۱۳۴۷،۰/۰۴۲،۰)	(۰/۰۸۷۱،۰/۰۵۷،۰)	(۰/۱۲۴۹،۰/۰۴۶،۰)	(۰/۱۵۲۹،۰/۰۴۳،۰)	G_3

جدول ۷. تعادل برداری حریصانه برای $\Gamma_{[1,3],[2]}$

e_3			e_2			e_1			
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	
۰/۹۹۶	۰/۹۶۰	۰/۹۳۲	۰/۹۷۷	۰/۹۴۴	۰/۹۲۰	۰/۹۵۸	۰/۹۲۷	۰/۹۰۶	G_1
۰/۹۹۳	۰/۹۵۶	۰/۹۳۰	۰/۹۷۳	۰/۹۳۹	۰/۹۱۵	۰/۹۵۴	۰/۹۲۳	۰/۹۰۱	G_2
۰/۹۸۹	۰/۹۵۲	۰/۹۲۵	۰/۹۷۰	۰/۹۳۵	۰/۹۱۰	۰/۹۵۰	۰/۹۱۸	۰/۸۹۵	G_3

جدول ۸. ماتریس پیامد برای $\Gamma_{\{1\},\{2,3\}}$

	e_3			e_2			e_1			
	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	
G_1	(-۰.۵۳۹, ۰.۰۰۱)	(-۰.۷۸۰, ۰.۰۲۴, ۰)	(۰.۱۰۸, ۰.۰۱۹, ۰)	(-۰.۶۷۹, ۰.۰۰۴)	(-۰.۹۵۲, ۰.۰۴۶, ۰)	(۰.۱۲۸۳, ۰.۰۰۱۶)	(-۰.۸۳۸, ۰.۰۰۴, ۰)	(-۰.۱۱۴۳, ۰.۰۰۴۳, ۰)	(-۰.۱۵۰۶, ۰.۰۰۶۶)	
G_2	(-۰.۵۷۹, ۰.۰۰۵)	(-۰.۸۲۵, ۰.۰۲۲, ۰)	(۰.۱۱۳۱, ۰.۰۲۲, ۰)	(-۰.۷۲۱, ۰.۰۰۴۵)	(-۰.۱۰۰۱, ۰.۰۰۴۵, ۰)	(-۰.۱۳۳۹, ۰.۰۰۱۳)	(-۰.۸۸۳, ۰.۰۰۱, ۰)	(-۰.۱۱۹۶, ۰.۰۰۴۳, ۰)	(-۰.۱۵۶۶, ۰.۰۰۶۱)	
G_3	(-۰.۶۱۴, ۰.۰۱۱)	(-۰.۸۷۰, ۰.۰۳۱, ۰)	(۰.۱۱۸۴, ۰.۰۲۴, ۰)	(-۰.۷۶۳, ۰.۰۰۴۹)	(-۰.۱۰۵۱, ۰.۰۰۴۶, ۰)	(-۰.۱۳۹۷, ۰.۰۰۰۸)	(-۰.۹۳۰, ۰.۰۰۰۲)	(-۰.۱۲۵۰, ۰.۰۰۴۵, ۰)	(-۰.۱۶۲۸, ۰.۰۰۵۶)	

جدول ۹. تعادل برداری حریصانه برای $\Gamma_{\{1\},\{2,3\}}$

	e_3			e_2			e_1			
	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	
G_1	۰.۹۹۹	۰.۹۶۳	۰.۹۳۷	۰.۹۷۹	۰.۹۴۶	۰.۹۲۲	۰.۹۶۰	۰.۹۲۹	۰.۹۰۸	
G_2	۰.۹۹۶	۰.۹۵۹	۰.۹۳۲	۰.۹۷۶	۰.۹۴۱	۰.۹۱۷	۰.۹۵۶	۰.۹۲۴	۰.۹۰۲	
G_3	۰.۹۹۳	۰.۹۵۴	۰.۹۲۷	۰.۹۷۲	۰.۹۳۷	۰.۹۱۲	۰.۹۵۲	۰.۹۱۹	۰.۸۹۷	



جدول ۱۰. ماتریس پیامد برای $\Gamma_{\{1,2,3\}}$

e_3			e_2			e_1			
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	
(-۰.۴۳۹,۰.۰)	(-۰.۷۷۰,۰.۰۴۲,۰)	(۰.۱۰۶۹,۰.۰۰۳,۰)	(-۰.۶۲۷,۰.۰۱۱,۰)	(-۰.۹۵۱,۰.۰۴۷,۰)	(-۰.۱۲۵۵,۰.۰۱۲,۰)	(-۰.۸۱۱,۰.۰۰۳,۰)	(-۰.۱۱۴۲,۰.۰۰۴۴,۰)	(-۰.۱۴۴,۰.۰)	G_1
(-۰.۴۷۴,۰.۰)	(-۰.۸۱۴,۰.۰۴۲,۰)	(-۰.۱۱۲۱,۰.۰۳۳,۰)	(-۰.۶۶۷,۰.۰۰۹,۰)	(-۰.۹۹۹,۰.۰۴۶,۰)	(-۰.۱۳۱۲,۰.۰۱۴,۰)	(-۰.۸۵۵,۰.۰۰۲۹,۰)	(-۰.۱۱۹۵,۰.۰۰۴۴,۰)	(-۰.۱۵۰۵,۰.۰)	G_2
(-۰.۵۰۴,۰.۰)	(-۰.۸۵۹,۰.۰۴۲,۰)	(-۰.۱۱۷۵,۰.۰۳۳,۰)	(-۰.۷۰۷,۰.۰۰۷,۰)	(-۰.۱۰۴۹,۰.۰۴۷,۰)	(-۰.۱۳۷۲,۰.۰۱۷,۰)	(-۰.۹۰۰,۰.۰۰۲۷,۰)	(-۰.۱۲۴۹,۰.۰۰۴۵,۰)	(-۰.۱۵۷۲,۰.۰)	G_3

جدول ۱۱. تعادل برداری حریصانه برای $\Gamma_{\{1,2,3\}}$

e_3			e_2			e_1			
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	
۱	-۰.۹۶۳	-۰.۹۴۰	-۰.۹۸۰	-۰.۹۴۶	-۰.۹۲۳	-۰.۹۶۱	-۰.۹۳۰	-۰.۹۰۹	G_1
-۰.۹۹۶	-۰.۹۵۹	-۰.۹۳۳	-۰.۹۷۶	-۰.۹۴۲	-۰.۹۱۸	-۰.۹۵۷	-۰.۹۲۵	-۰.۹۰۳	G_2
-۰.۹۹۳	-۰.۹۵۵	-۰.۹۲۸	-۰.۹۷۳	-۰.۹۳۸	-۰.۹۱۳	-۰.۹۵۳	-۰.۹۲۰	-۰.۸۹۸	G_3

جدول ۱۲. تعادل برداری حریصانه برای $\Gamma_{\{1\},\{2\},\{3\}}$

e_3			e_2			e_1			
i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	i_3	i_2	i_1	
-۰.۹۹۵	-۰.۹۵۹	-۰.۹۳۳	-۰.۹۷۶	-۰.۹۴۲	-۰.۹۱۹	-۰.۹۵۷	-۰.۹۲۵	-۰.۹۰۵	G_1
-۰.۹۹۲	-۰.۹۵۵	-۰.۹۲۸	-۰.۹۷۲	-۰.۹۳۸	-۰.۹۱۴	-۰.۹۵۳	-۰.۹۲۱	-۰.۸۹۹	G_2
-۰.۹۸۹	-۰.۹۵۱	-۰.۹۲۴	-۰.۹۶۹	-۰.۹۳۳	-۰.۹۰۸	-۰.۹۴۹	-۰.۹۱۶	-۰.۸۹۴	G_3