



بررسی تاثیر ارزش معاملات خرد سهام بر شاخص کل بورس ایران

رضا فلاح مقدم^۱
سامان بابایی کفاسکی^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۹/۲۳

۱۴۰۲/۱۱/۱۰

چکیده

ارزش معاملات خرد سهام (سهام + حق تقدیم + صندوق‌های سهامی) از کسر کردن ارزش معاملات بلوکی سهام از ارزش معاملات کل سهام در بورس ایران به دست می‌آید. این تحقیق شامل دو بخش اصلی می‌باشد. با توجه به اهمیت مدل قیمتی بلک-شوزلز در مباحث ریاضیات مالی، با استفاده از ابزارهای عمیق ریاضی اعم از آنالیز غیرخطی، آنالیز تصادفی، لم ایتو و مشتق رادون- نیکودیم، به یک نتیجه نظری ریاضی در مورد مدل قیمت بلک-شوزلز دست یافته‌یم. قضیه ۱ در فصل (۴)، در حقیقت یک رابطه عمیق نظری ریاضی برای پیش‌بینی قیمت در آینده است. همچنین از نتایج حاصل از این قضیه برای بررسی روند ارزش معاملات خرد سهام در بورس ایران در بازه‌های زمانی آتی استفاده شد. دو مین موضوع مورد بحث ما در این مقاله، بررسی تاثیر تغییرات ارزش معاملات خرد سهام بر شاخص کل بورس ایران با استفاده از مدل‌سازی و ابزارهای ریاضی اعم از مدل بلک-شوزلز، ابزارهای تحلیل تکنیکال مالی، روش‌های آماری و آزمون نمای هرست می‌باشد.

نظریه‌های بزرگ ریاضی همواره کوشیده‌اند تا با ایجاد مدل‌های فراگیر و قضیه‌های جامع، ابزارهایی به وجود آورند که قابل استفاده در حل مسائل علوم دیگر باشند. هدف از این تحقیق آن است که با ارایه نگرشی جدید با استفاده از مدل‌های ریاضی و ابزارهای مالی، به بررسی تغییرات داده‌های ارزش معاملات خرد سهام و تاثیر آن بر روی شاخص کل بورس ایران بپردازیم. بررسی نظری مدل قیمتی بلک - شوزلز در همین راستا بوده است. در این مطالعه، در یک بازه حدوداً هفده ماهه (که شدیدترین نوسانات تاریخ بورس ایران در آن رخ داده است)، اطلاعات هفتگی میانگین حجم معاملات خرد سهام مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این تحقیق موید این مطلب هستند که با افزایش یا کاهش شاخص کل بورس ایران شاهد روندی مشابه در ارزش معاملات خرد سهام هستیم. همچنین با استفاده از آزمون نمای هرست نشان دادیم که ارزش معاملات خرد سهام رونددار است. واژه‌های کلیدی: آزمون‌های آماری؛ تحلیل تکنیکال؛ ارزش معاملات خرد سهام؛ مدل قیمت بلک-شوزلز.

طبقه بندی JEL: C02,C13,C19,D19,F19

۱- گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران (نویسنده مسئول) r.fallahmoghaddam@cfu.ac.ir

۲- گروه آمار و علوم کامپیوتر، دانشکده ریاضی، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران sbk@semnan.ac.ir

۱- مقدمه

پیش‌بینی آینده بازارهای مالی^۱، به ویژه تعیین آینده روند شاخص‌های بازار سهام^۲، یکی از مباحث مهم برای تحلیلگران و مدیران ارشد در زمینه امور مالی است. مبتنی بر همین نگرش، این تحقیق در دو بخش اصلی تهیه شده است. در بخش اول که نتایج اصلی آن تحت عنوان قضیه ۱ در فصل (۴) بیان شده است، به بحث و بررسی در مورد مدل بلک-شولز^۳، پرداخته‌ایم. این مدل نقش اساسی و محوری در موفقیت مهندسی مالی در دهه‌های ۱۹۸۰ و ۱۹۹۰ داشته است. همچنین این رابطه رونق زیادی را در معاملات اختیار معامله^۴، ایجاد کرد و به طور علمی به این نوع معاملات در سراسر جهان مشروعيت بخشید. این مدل تأثیر زیادی در نحوه قیمت‌گذاری و پوشش ریسک اختیار معامله داشته است. بر همین اساس، با استفاده از ابزارهای عمیق ریاضی اعم از آنالیز غیر خطی^۵، آنالیز تصادفی^۶، لم ایتو^۷، و مشتق رادون-نیکودیم^۸، به یک نتیجه نظری ریاضی در مورد مدل قیمت بلک-شولز دست یافتیم. قضیه ۱ در فصل (۴)، در حقیقت یک رابطه عمیق نظری ریاضی برای پیش‌بینی قیمت در آینده است. همچنین از نتایج حاصل از این قضیه برای بررسی روند ارزش معاملات خرد سهام در بورس ایران در بازه‌های زمانی آتی استفاده شد.

امروزه، ابزارهای محاسباتی متنوعی جهت پیش‌بینی آینده روند بازارهای مالی مورد استفاده قرار می‌گیرند. شاخص کل بورس ایران یا همان شاخص قیمت و بازده نقدی^۹، شاخصی است که بیانگر سطح عمومی قیمت و سود سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس است. به عبارت دیگر تغییرات شاخص کل بیانگر میانگین بازدهی سرمایه‌گذاران در بورس است. شاخص کل بورس ایران از دیدگاه‌های متفاوتی در سال‌های اخیر مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. برای مطالعه بیشتر، می‌توانید به مراجعی نظیر (زمانیان و همکاران، ۱۳۹۶)، (شکوه و همکاران، ۱۳۹۶) و (فداei نژاد و فراهانی، ۱۳۹۶) مراجعه فرمایید. دومین موضوع مورد بحث ما در این مقاله، بررسی تاثیر تغییرات ارزش معاملات خرد سهام بر شاخص کل بورس ایران با استفاده از مدل‌سازی و ابزارهای ریاضی اعم از مدل بلک-شولز، ابزارهای تحلیل تکنیکال^{۱۰}، روش‌های آماری^{۱۱} و آزمون نمای هرست^{۱۲} می‌باشد.

همواره رابطه مستقیمی بین تغییرات شاخص کل بورس و تعداد کل سهام معامله شده وجود دارد. به عبارت دیگر با افزایش شاخص کل بورس، شاهد افزایش تعداد سهام معامله شده در اکثر شرکت‌های سهامی هستیم. همچنین با کاهش شاخص کل بورس شاهد روند کاهشی در تعداد سهام معامله شده می‌باشیم. بنابراین به نظر

^۱Financial Markets

^۲Stock Market

^۳Black-Scholes Model

^۴Option

^۵Non-Linear Analysis

^۶Stochastic Analysis

^۷Ito's Lemma

^۸Radon-Nikodym Derivative

^۹TEDPIX of Iran

^{۱۰}Statiscal Methods

^{۱۱}Technical Analysis

^{۱۲}Hurst Exponent

می‌رسد بررسی تغییرات تعداد سهام معامله شده، عاملی تاثیرگذار برای بررسی روند شاخص کل بورس ایران باشد. اما در مورد بررسی این موضوع مشکلات متعددی وجود دارند. به طور مثال سالانه در فرآیند افزایش سرمایه^۱ شاهد تغییر تعداد کل سهام یک شرکت هستیم. مساله دیگری که اینجا حائز اهمیت است میزان سهام شناور^۲ یک شرکت است. این عامل به معنای تعداد سهام قبل معامله یک شرکت، عددی متغیر است. همچنین تعدد شرکتها و تغییرات در تعداد شرکتهای حاضر در بورس ایران یکی دیگر از مشکلات موجود در این موضوع می‌باشد. تجربه ثابت کرده است که معاملات بلوکی^۳ و عمدۀ سهام که معمولاً بین سرمایه‌گذاران کلان بازار سهام رخ می‌دهند، به دور از شرایط هیجانی انجام می‌پذیرند. ارزش معاملات خرد^۴ سهام (سهام + حق تقدم + صندوق‌های سهامی) از کسر کردن ارزش معاملات بلوکی و عمدۀ از ارزش معاملات کل سهام در بورس ایران به دست می‌آید. عملاً ارزش معاملات خرد سهام به عنوان تلفیقی از داده‌های قیمت و تعداد سهام معامله شده می‌باشد. تلاش نظریه‌های بزرگ ریاضی آن است که با ایجاد مدل‌های فرآگیر و قضیه‌های جامع، ابزارهایی به وجود آورند که قابل استفاده در حل مسائل علوم دیگر باشند. هدف از این تحقیق آن است که با ارایه نگرشی جدید با استفاده از مدل‌های ریاضی و ابزارهای مالی، به بررسی تغییرات داده‌های ارزش معاملات خرد سهام و تاثیر آن بر روی شاخص کل بورس ایران پردازم. مثلاً به طور خاص سعی کردیم تا به یک نتیجه نظری ریاضی بر روی مدل بلک - شولز دست یابیم و از نتایج آن جهت بررسی داده‌های ارزش معاملات خرد سهام بهره گیریم.

۲- پیشینه پژوهش

فرضیه بازار کار^۵ (فاما، ۱۹۶۵)، به طور گسترده‌ای در ادبیات مربوط به بازارهای مالی مورد بحث قرار گرفته است. این فرضیه ادعا می‌کند که تمام اطلاعات مربوط به یک دارایی ریسکی مانند سهام در قیمت آن موجود است. اگر قیمت قابل پیش‌بینی باشد، سرمایه‌گذاران می‌توانند برای دستیابی به بازده مازاد سرمایه‌گذاری، استراتژی‌های مناسب را اجرا کنند، در حالی که در یک بازار کار، قیمت دارایی قابل پیش‌بینی نیست (نارایان^۶، ۲۰۰۷). یک دیدگاه در مورد غیرقابل پیش‌بینی بودن قیمت این است که قیمت از یک فرایند گام تصادفی^۷ پیروی می‌کند، یعنی مانا^۸ نیست. بنابراین، اگر قیمت مانا باشد، این بدان معنی است که قابل پیش‌بینی است و بهترین پیش‌بینی برای آن میانگین بلندمدت است (ویلموت^۹، ۲۰۰۵). اخیراً در مرجع (مهاجر و اوفر، ۲۰۲۱)، نویسنده‌گان با ارزیابی شهودی تغییرات قیمت در کنار روندهای میانگین متحرک^{۱۰} بلند مدت و میان مدت آن نشان دادند که مقادیر قیمت پس از

^۵Capital Increase

^۶Public Float

^۷Block Trade

^۸Value of Small-Volume Transactions

^۹Efficient Market Theory

^{۱۰}Fama

^{۱۱}Narayan

^{۱۲}Random Walk Process

^{۱۳}Stationary Process

^{۱۴}Wilmott

^{۱۵}Moving Average

جهش‌های شدید، تمایل بالایی به بازگشت به میانگین خود دارند. در این زمینه تحقیقات متنوعی صورت پذیرفته است. برای مطالعه بیشتر به مراجع (گبورو و موسی^۱، ۲۰۱۹)، (پالواشا و همکاران^۲، ۲۰۱۸)، (روزگار و همکاران، ۲۰۱۸) و (شايك و ماھسواران^۳، ۲۰۱۸) مراجعه شود.

ارزش معاملات، در حقیقت به نوعی بیانگر تغییرات قیمت نیز هست. ارزش معاملات بسیار بالا بعضاً به این معنی است که تعداد دفعات معامله یک سهم بالا رفته است. ارزش معاملات یک سهم در یک روز یا در یک هفته معاملاتی علاوه بر عامل قیمت یک سهم، بیانگر رفتار معاملاتی معامله‌گران نیز هست. افزایش قیمت‌ها و کاهش حجم معاملاتی یک هشدار برای معکوس شدن احتمالی خط روند است. اگر قیمت‌ها صعودی باشد و کاهش جزئی در حجم معاملات مشاهده شود، این امر نشانه قوی برای معکوس شدن بازار نیست. در حقیقت افزایش یا کاهش قیمت با حجم خیلی زیاد یک نشانه قوی را صادر می‌کند. افزایش حجم معاملات در بورس می‌تواند هم‌زمان هم به معنای خروج نقدینگی و هم به معنای ورود آن باشد. بررسی دقیق‌تر در این خصوص نشان‌دهنده صحت هر یک از این دو امر است. بر همین اساس باید به این نکته توجه کرد که این میزان حجم در راستای خرید سهام بوده است یا فروش آن. برای این کار باید در خرید و فروش سهام به تعداد معامله‌کنندگان توجه کنیم. چنانچه حجم معاملات بالا ولی تعداد خریداران کمتر بود، به معنای آن است که در این سهم ورود پول هوشمند^۴ رخ داده است. به علاوه، باید به قیمت روز سهم هم توجه کرد. در ورود پول هوشمند، قیمت روز سهم مثبت است. از سوی دیگر زمانی که حجم معاملات در بورس زیاد اما تعداد فروشنده‌گان کمتر است، خروج پول هوشمند در حال رخدادن است. در چنین شرایطی قیمت روز سهم هم در بازه منفی قرار دارد. طبق نظر کارپوف^۵، می‌توان چهار دلیل برای اهمیت عامل ارزش معاملات ذکر کرد. مطلب اول آن است که یافتن ارتباط بین ارزش معاملات و بازده سهام باعث ایجاد شفافیت در تشخیص فرضیه‌های مختلف در مورد ساختار بازارهای مالی خواهد شد. در یک بازار مالی، مدل‌هایی که روابط بین ارزش معاملات انجام شده روی یک سهم و همچنین قیمت آن سهم را با توجه به نحوه انتشار اطلاعات، اندازه داده‌های ورودی به بازار، حجم یک بازار مالی و شرایط ذکر شده در معاملات کوتاه مدت رصد می‌کنند، مورد توجه هستند. نکته دوم آن است که میزان تغییر در عامل ارزش معاملات به نوعی نشان‌دهنده میزان اجماع معامله‌گران بر روی اخبار و داده‌های جدید است. مطلب سوم آن است که میزان و نحوه توزیع احتمالاتی قیمت‌های سفتۀ بازی^۶، رابطه تنگاتنگی با این عامل دارد. آخرین مطلب آن است که ارزش معاملات تاثیر بسزایی برای مطالعات بازارهای آتی^۷، دارد.

اخیراً مطالعات متنوع‌دی بر روی عامل ارزش معاملات در بورس ایران صورت گرفته است. مثلاً در (نجازاده و همکاران، ۲۰۱۸)، نویسنگان با بررسی رابطه تجربی بین ارزش معاملات و بازده سهام در بازار بورس اوراق بهادر

^۱Gbenro and Moussa

^۲Palwasha et al

^۳Shaik and Maheswaran

^۴Smart Money

^۵Karpoff

^۶Speculative Prices

^۷Future Markets

تهران، ارتباط همزمان بین ارزش معاملات و بازده سهام را تایید کرده و نیز یک ارتباط دوطرفه بین ارزش معاملات و بازده سهام را به دست آورده است. همچنین در مرجع (کلانتری و پاکتینت، ۲۰۱۴)، مولفان به بررسی این مساله با استفاده از زنجیرهای مارکف پرداخته‌اند. ضمناً در مرجع (صفری و بشکوه، ۲۰۱۹)، به بررسی نقش ارزش معاملات و نقدشوندگی بر فرصت‌های سرمایه‌گذاری و مخارج سرمایه‌ای در شرکت‌های پذیرفته شده در بورس ایران پرداخته‌اند.

هدف کلی از مدل‌سازی‌ها و نظریه‌های ریاضی ایجاد روش‌هایی است که بتواند با بررسی یک مساله به صورت نظری و کلان، به راههایی برای حل آن مساله و مسایل مشابه به آن دست یابد. گاهای یک قضیه جامع ریاضی این توانایی را دارد که همزمان به حل انواع مسایل مختلف که دارای مدل‌های ریاضی یکسانی هستند، پردازد. در این تحقیق مشابه نگرشی که به طور مثال در مرجع (کلانتری و پاکتینت، ۲۰۱۴)، وجود دارد، اهتمام اصلی نویسنده‌گان بر ایجاد یک مدل ریاضی بر روی عامل ارزش معاملات خرد سهام می‌باشد. مثلاً در فصل ۴، سعی شد که با تعمیم و تقویت مدل قیمتی بلک-شوزل، راهکاری برای استفاده از این مدل بر روی عامل ارزش معاملات خرد سهام یافت شود. گاهی اوقات، حل یک مساله مشابه به جای مساله اصلی (که ممکن پیچیدگی بیشتری داشته باشد)، به ما کمک می‌کند تا به ایده‌هایی تازه‌تری جهت حل مساله اصلی بپردازیم. در حقیقت در اینجا بکارگیری ابزارهای ریاضی برای بررسی ارزش معاملات خرد به جای شاخص کل بورس ایران به همین دلیل است. وجود عواملی مثل محدودیت تعداد سهام قابل معامله، محدودیت زمان انجام معاملات و مواردی مشابه، نکاتی هستند که می‌توانند باعث تسهیل بررسی عامل ارزش معاملات خرد سهام نسبت به شاخص کل باشند.

۳- روش پژوهش

در این بخش به معرفی و نحوه محاسبه ابزارهای محاسباتی که در بخش‌های بعد به آنها نیاز داریم، می‌پردازیم.

۳-۱- مدل قیمتی بلک-شوزل

یکی از معادلات حاکم بر معاملات اختیار خرید^۱ یا فروش^۲ در ریاضیات مالی، معادله دیفرانسیل بلک-شوزل^۳ است. امروزه، در شاخه‌های محض و همچنین در شاخه‌های کاربردی ریاضیات مالی مطالعات متنوعی بر روی این مدل قیمتی انجام شده است. اساس این مدل قیمتی بدون در نظر گرفتن سود سهام^۴ بر معادله دیفرانسیل زیر استوار است.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

که در این معادله:

^۱Call Option

^۲Put Option

^۳Black-Scholes Differential Equatin

^۴Dividens

به ترتیب از چپ به راست بیانگر قیمت اختیار معامله^۱، قیمت سهام^۲، انحراف معیار قیمت سهام^۳ و نرخ بهره بانکی^۴ هستند. با توجه به اینکه مدل قیمتی بلک-شولز دارای توزیع حرکت تصادفی براونی هندسی^۵ است، از این مدل قیمتی برای تقریب قیمت در بازارهای مالی استفاده فراوان می‌شود. در حقیقت معادله زیر برقرار است:

$$\frac{1}{S} dS = \mu dt + \sigma dW$$

وقتی که:

$$S(t) = S(0) \exp\left(\left[\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right]t + \sigma W(t)\right)$$

$$W(t), \sigma, \mu$$

به ترتیب از چپ بیانگر یک حرکت براونی، انحراف معیار قیمت سهام و نرخ افزایش سالانه قیمت سهام هستند. یکی از قضایای عمیقی که در فصل (۴) استفاده خواهیم کرد، لم ایتو است. بنابر لم ایتو:

$$S_t = S_0 + \int_{h=0}^{h=t} (\mu S_h) dh + \int_{h=0}^{h=t} \sigma S_h dW_h$$

$$S_t = S_0 \exp\left[\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t\right]$$

قضیه رادون-نیکودیم نتیجه‌ای در نظریه اندازه‌گیری^۶ است که رابطه بین دو معیار تعریف شده در فضای قابل اندازه‌گیری یکسانی را بیان می‌کند. در حقیقت در قضیه رادون-نیکودیم ما یک فضای اندازه‌پذیر^۷ (X, Σ)

را داریم که روی این فضای دوتابع از اندازه متناهی

$\mu, \nu, \nu \ll \mu$

وجود دارند. همچنین یکتابع از اندازه‌پذیر^۸

$f: X \rightarrow [0, \infty)$

که برای هر زیرمجموعه از اندازه‌پذیر^۹

$$A \subseteq X, \nu(A) = \int_A f d\mu$$

$$f = \frac{d\nu}{d\mu}$$

^۱Strike Price

^۲Stock Price

^۳Volatility

^۴Interest Rate

^۵Geometric Brownian Motion

^۶Measure Theory

^۷Measurable Space

^۸Measurable Function

^۹Measurable Subset

نوشته می‌شود و مشتق رادون-نیکودیم نامیده می‌شود. انتخاب نماد و نام تابع نشان دهنده این واقعیت است که تابع مشابه یک مشتق در حساب دیفرانسیل و انگرال است به این معنا که نرخ تغییر چگالی^۱ یک معیار را نسبت به معیار دیگر توصیف می‌کند. (در این شیوه از تعیین کننده ژاکوبین^۲ استفاده می‌شود.) از خواص این مشتق موارد زیر قابل ذکر است.

$$\frac{d(v + \mu)}{d\lambda} = \frac{dv}{d\lambda} + \frac{d\mu}{d\lambda}$$

$$\int_X f d\mu = \int_X f \frac{d\mu}{d\lambda} d\lambda$$

مدل قیمت بلک-شووز یک حرکت براونی هندسی است که در معادلات زیر صدق می‌کند:

$$\frac{1}{S} dS = \mu dt + \sigma dW$$

وقتی که:

$$S(t) = S(0) \exp([\mu - \frac{\sigma^2}{2}]t + \sigma W(t))$$

$$W(t), \sigma, \mu$$

به ترتیب از چپ بیانگر یک حرکت براونی، انحراف معیار قیمت سهام و نرخ افزایش سالانه قیمت سهام هستند.

۳-۲- تحلیل تکنیکال

تحلیل تکنیکال در مباحث مالی به روش تجزیه و تحلیل روند تغییر قیمت‌ها از طریق مطالعه داده‌های قیمتی گذشته اطلاق می‌شود. تحلیل گران تکنیکال با استدلال آنکه عرضه و تقاضا درنهایت باعث کشف قیمت می‌شود، با بررسی و مطابقت گذشته نمودار قیمت و پیدا کردن الگوهای متفاوت و تکرارشونده آینده، قیمت یک دارایی را پیش‌بینی می‌کنند. در ادامه چند اندیکاتور^۳، مورد استفاده را شرح می‌دهیم.

۳-۲-۱- اندیکاتور شاخص قدرت نسبی^۴

یکی از پرطرفدارترین اندیکاتورها در کنار اندیکاتور مکدی^۵، شاخص قدرت نسبی می‌باشد که تحلیلگران زیادی از آن استفاده می‌کنند. اندیکاتور شاخص قدرت نسبی توسط ولز ویلدر^۶ طراحی و توسعه یافته است. این اندیکاتور یک شاخص جهت بروزی گرایش بازار^۷ و قدرت حرکت آن می‌باشد این شاخص را در دسته اسیلاتورها، به معنی نوسان کننده جای می‌دهند، به این مفهوم که شیوه محاسباتی آن طوری است که برای روندهای به وجود آمده

^۱Density

^۲Jacobian

^۳Indicator

^۴RSI (Relative Strength Index)

^۵Macd Indicator

^۶Welles Wilder

^۷Momentum

در بازار سقف‌ها^۱ و کف‌هایی^۲ را تعیین می‌کند. فرمول آر اس ای شاخصی است که در بازه ۰ تا ۱۰۰ نوسان می‌کند و با برخورد این شاخص به سطوح تعیین شده که به صورت پیش‌فرض بر روی نقاط ۳۰ تا ۷۰ قرار دارد، سیگنال‌های خرید و فروش صادر می‌گردد. روش محاسبه این اسیلاتور برای یک دوره N روزه به شرح ذیل است:

(۱) میانگین تغییر مثبت قیمت‌های پایانی برای بازه N روزه $= N / (\text{سود روز } N + \text{جمع سودهای روزهای مثبت})$
 $\times 100$ ؛
 (۲) میانگین تغییر منفی قیمت‌های پایانی برای بازه N روزه $= N / (\text{ضرر روز } N + \text{جمع ضررهای روزهای})$
 $\times 100$ ؛
 (۳) (میانگین تغییر منفی قیمت‌های پایانی برای بازه N روزه) / (میانگین تغییر مثبت قیمت‌های پایانی برای بازه N روزه)؛
 (۴) $RS = \text{منفعت متوسط دوره} / \text{بالا در بازه زمانی مشخص تقسیم بر متوسط زیان حرکت}$ رو به پایین دارایی در یک بازه زمانی مشخص. در نهایت،
 $RSI = 100 - (100 / (1 + RS))$ (۵)

۲-۲-۳- میانگین متحرک ساده (SMA)^۳

میانگین متحرک، یکی از شاخص‌های مهم با استفاده فراوان در تحلیل تکنیکال است، که با حذف نوسانات قیمتی کمک می‌کند تا سرمایه‌گذار بتواند تصویر بهتری از متوسط قیمت و روند قیمتی را ترسیم کند.

۳-۳- آزمون‌های آماری

از دیدگاه نظریه آشوب^۴، سیستم‌های پیچیده فقط ظاهری پرآشوب دارند و درنتیجه، نامنظم و تصادفی به نظر می‌رسند، در حالی که ممکن است تابع یک جریان معین با یک فرمول ریاضی مشخص باشند (لد و وو^۵). یک سری زمانی^۶ (یا فرآیند تصادفی^۷) مانای قوی^۸ است اگر توزیع احتمال توان^۹ آن تحت تغییر در زمان یا مکان پایا^{۱۰} باشد. یک ویژگی مهم در سری‌های زمانی مانا این است که داده‌های این سری با سرعتی کمتر از حرکت براونی هندسی^{۱۱} انتشار می‌یابند و با اندازه‌گیری سرعت انتشار می‌توان ماهیت سری زمانی را تشخیص داد. یکی از ابزارهای مورد استفاده در این خصوص، آزمون نمای هرست است. این روش که از آن برای محاسبه نمای هرست

^۱Over bought

^۲Over sold

^۳Simple Moving Average

^۴Chaos Theory

^۵Ladde and Wu

^۶Time Series

^۷Stochastic Process

^۸Strong Stationary Process

^۹Joint Probability Distribution

^{۱۰}Invariant

^{۱۱}Geometric Brownian Motion

استفاده می‌شود توسط هرست^۱ در سال ۱۹۵۱ ابداع شد که این روش کاربرد زیادی در تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی، مخصوصاً سری‌های زمانی مالی دارد. هدف توان هرست ارائه مقیاسی است که تشخیص ویژگی بازگشت به میانگین و روند را از گام تصادفی ممکن می‌سازد. ایده محاسبه توان هرست این است که می‌توان از واریانس^۲ لگاریتم داده‌ها به منظور ارزیابی نرخ انتشار استفاده کرد. این آزمون برای تمییز تصادفی از غیرتصادفی، پایداری روندها و طول دوره چرخه‌ها در بازارهای سهام استفاده می‌شود. این روش توانایی زیادی برای تشخیص سری‌های زمانی تصادفی از سری‌های زمانی فراکتالی^۳ دارد. برای تاخیر زمانی دلخواه τ واریانس از طریق رابطه زیر حساب می‌شود:

$$Var_{\tau} = \langle |log(x_{t+\tau}) - log(x_t)|^2 \rangle, \quad (6)$$

$$\langle |log(x_{t+\tau}) - log(x_t)|^2 \rangle = \sqrt{\frac{\sum_{all(t)} |log(x_{t+\tau}) - log(x_t)|^2}{n}}, \quad (7)$$

$$Var_{\tau} = \langle |log(x_{t+\tau}) - log(x_t)|^2 \rangle \approx \tau. \quad (8)$$

اگر هر نوع همبستگی^۴ در داده‌ها وجود داشته باشد، رابطه فوق معتبر نیست، اما در عوض می‌توان آن را به صورت زیر تعديل نمود (چان^۵، ۲۰۱۳):

$$\langle |log(x_{t+\tau}) - log(x_t)|^2 \rangle \approx \tau^{2H}. \quad (9)$$

اگر تحت این رابطه نمای هرست کمتر از $5/0$ باشد، آنگاه فرآیند دارای ویژگی بازگشت به میانگین^۶ است. اگر نمای هرست دقیقاً برابر $5/0$ شود، آنگاه فرآیند از یک فرآیند براوونی هندسی پیروی می‌کند. در غیر این صورت، فرآیند یک فرآیند رونددار است. این به آن معنی است که برای مقادیر بسیار کوچک (نزدیک به صفر) فرآیند دارای تمایل بالای بازگشت به میانگین است. مقادیر بسیار بزرگ نزدیک به یک نشان‌دهنده تمایل بالای فرآیند به رونددار بودن^۷ است.

۴- یافته‌های پژوهش

میزان ارزش معاملات خرد مورد استفاده مربوط به بازه زمانی اول فروردین ۱۳۹۹ تا آخر آبان ۱۴۰۰ می‌باشد. مرجع این داده‌ها سایت سازمان بورس اوراق بهادار تهران و سامانه سنا بانک مرکزی ایران است.

^۱Hurst

^۲Variance

^۳Fractal

^۴Correlation

^۵Chan

^۶Long-Term Switching Between High and Low Values

^۷Long-Term Positive Auto Correlation

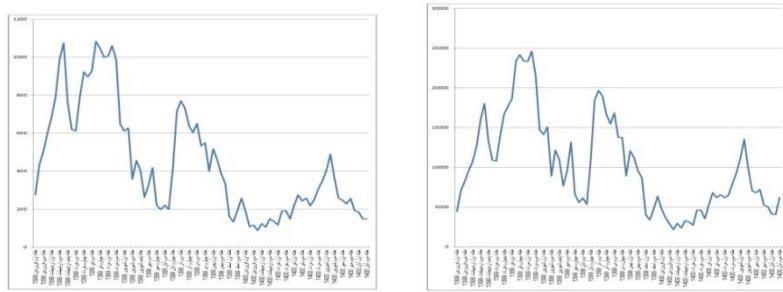
جدول (۱): میانگین ارزش معاملات هفتگی خرد سهام در بورس ایران.

زمان	ارزش معاملات خرد (میلیارد تومان)	ارزش معاملات خرد (میلیون دلار)	عدد بسته شدن هفتگی شاخص کل بورس ایران
هفته اول فروردین ۱۳۹۹	۴۴۴۴	۲۷۶	۵۴۷۶۵۸
هفته دوم فروردین ۱۳۹۹	۷۰۶۳	۴۳۵	۵۹۷۱۹۸
هفته سوم فروردین ۱۳۹۹	۸۲۲۳	۵۰۵	۶۴۵۷۶۲
هفته چهارم فروردین ۱۳۹۹	۹۶۰۰	۶۰۰	۷۴۱۹۶۰
هفته اول اردیبهشت ۱۳۹۹	۱۰۷۳۷	۶۸۳	۸۷۸۰۹۳
هفته دوم اردیبهشت ۱۳۹۹	۱۲۶۳۹	۷۹۰	۹۷۷۹۲۳
هفته سوم اردیبهشت ۱۳۹۹	۱۵۹۴۳	۹۹۰	۱۰۱۷۶۶۲
هفته چهارم اردیبهشت ۱۳۹۹	۱۸۰۲۰	۱۰۷۴	۹۸۶۷۵۹
هفته پنجم اردیبهشت ۱۳۹۹	۱۳۲۹۲	۷۶۰	۹۳۸۵۵۷
هفته اول خرداد ۱۳۹۹	۱۰۸۸۲	۶۲۰	۱۰۲۸۵۳۷
هفته دوم خرداد ۱۳۹۹	۱۰۷۷۱	۶۱۲	۱۱۵۳۶۷۹
هفته سوم خرداد ۱۳۹۹	۱۳۹۸۴	۷۹۱	۱۲۲۹۶۷۳
هفته چهارم خرداد ۱۳۹۹	۱۶۶۹۷	۹۲۲	۱۴۱۹۴۵۳
هفته اول تیر ۱۳۹۹	۱۷۶۸۸	۸۹۶	۱۶۱۲۹۰۲
هفته دوم تیر ۱۳۹۹	۱۸۶۶۲	۹۲۸	۱۷۵۳۶۴۲
هفته سوم تیر ۱۳۹۹	۲۳۴۰۸	۱۰۸۳	۱۸۴۱۷۰۰
هفته چهارم تیر ۱۳۹۹	۲۴۱۶۲	۱۰۴۷	۱۹۰۱۱۴۷
هفته پنجم تیر ۱۳۹۹	۲۲۳۸۰	۱۰۰۰	۱۹۰۴۲۲۴
هفته اول مرداد ۱۳۹۹	۲۳۳۴۹	۱۰۰۶	۲۰۳۴۱۹۲
هفته دوم مرداد ۱۳۹۹	۲۴۶۱۳	۱۰۶۰	۱۹۷۵۴۳۹
هفته سوم مرداد ۱۳۹۹	۲۱۵۷۶	۹۸۸	۱۷۵۷۲۲۹
هفته چهارم مرداد ۱۳۹۹	۱۴۷۲۵	۶۴۷	۱۷۱۸۷۸۳
هفته اول شهریور ۱۳۹۹	۱۴۱۲۰	۶۱۱	۱۶۳۱۹۴۱
هفته دوم شهریور ۱۳۹۹	۱۵۰۶۷	۶۲۷	۱۵۵۶۲۸۰
هفته سوم شهریور ۱۳۹۹	۸۹۰۲	۳۵۸	۱۷۱۴۱۰۸
هفته چهارم شهریور ۱۳۹۹	۱۲۱۴۸	۴۵۶	۱۶۱۱۵۸۲
هفته پنجم شهریور ۱۳۹۹	۱۰۹۸۹	۴۰۴	۱۵۰۳۴۲۶
هفته اول مهر ۱۳۹۹	۷۶۶۸	۲۶۳	۱۵۴۰۷۰۰
هفته دوم مهر ۱۳۹۹	۹۵۱۴	۳۲۶	۱۵۶۱۴۱۶

زمان	ارزش معاملات خرد (میلیارد تومان)	ارزش معاملات خرد (میلیون دلار)	عدد بسته شدن هفتگی شاخص کل بورس ایران
۱۳۹۹ هفته سوم مهر	۱۳۱۴۶	۴۱۸	۱۴۱۲۳۵۴
۱۳۹۹ هفته چهارم مهر	۶۵۸۷	۲۲۱	۱۲۸۸۳۳۰
۱۳۹۹ هفته اول آبان	۵۵۶۵	۱۹۸	۱۲۹۰۰۷۱
۱۳۹۹ هفته دوم آبان	۶۱۲۳	۲۲۰	۱۲۲۱۰۷۴
۱۳۹۹ هفته سوم آبان	۵۳۳۷	۱۹۹	۱۳۴۵۳۰۱
۱۳۹۹ هفته چهارم آبان	۱۰۸۵۵	۴۱۰	۱۲۶۷۲۴۸
۱۳۹۹ هفته اول آذر	۱۸۴۵۸	۷۱۴	۱۴۷۰۹۸۰
۱۳۹۹ هفته دوم آذر	۱۹۶۷۷	۷۷۰	۱۵۰۶۲۱۷
۱۳۹۹ هفته سوم آذر	۱۸۹۴۰	۷۳۲	۱۴۱۳۳۶۰
۱۳۹۹ هفته چهارم آذر	۱۶۶۱۸	۶۴۰	۱۴۴۷۹۱۵
۱۳۹۹ هفته اول دی	۱۵۴۷۳	۶۰۲	۱۳۹۷۷۹۷
۱۳۹۹ هفته دوم دی	۱۶۸۴۲	۶۵۲	۱۳۱۰۷۵۵
۱۳۹۹ هفته سوم دی	۱۳۷۵۹	۵۳۳	۱۲۲۹۸۳۶
۱۳۹۹ هفته چهارم دی	۱۳۷۳۵	۵۴۹	۱۱۸۳۹۷۸
۱۳۹۹ هفته پنجم دی	۸۹۲۲	۴۰۰	۱۲۰۷۶۹۸
۱۳۹۹ هفته اول بهمن	۱۲۰۴۷	۵۱۷	۱۱۷۳۰۱۰
۱۳۹۹ هفته دوم بهمن	۱۱۲۲۵	۴۶۰	۱۲۱۴۴۱۶
۱۳۹۹ هفته سوم بهمن	۹۵۶۸	۳۸۶	۱۲۲۸۳۵۵
۱۳۹۹ هفته چهارم بهمن	۸۶۶۸	۳۳۴	۱۲۰۵۸۳۲
۱۳۹۹ هفته اول اسفند	۴۰۳۰	۱۶۱	۱۱۷۷۹۱۶
۱۳۹۹ هفته دوم اسفند	۳۳۷۵	۱۳۳	۱۲۰۶۸۷۸
۱۳۹۹ هفته سوم اسفند	۴۷۵۹	۱۹۲	۱۳۰۷۷۰۷
۱۳۹۹ هفته چهارم اسفند	۶۳۵۵	۲۵۷	۱۲۹۴۵۲۱
۱۴۰۰ هفته اول فروردین	۴۷۶۶	۱۸۹	۱۲۹۴۵۲۱
۱۴۰۰ هفته دوم فروردین	۳۶۹۴	۱۰۸	۱۲۴۹۹۱۰
۱۴۰۰ هفته سوم فروردین	۲۸۹۳	۱۱۶	۱۲۴۳۵۵۸
۱۴۰۰ هفته چهارم فروردین	۲۱۴۹	۸۸	۱۲۰۷۰۰۴
۱۴۰۰ هفته اول اردیبهشت	۲۹۳۵	۱۲۴	۱۲۰۷۸۵۰
۱۴۰۰ هفته دوم اردیبهشت	۲۲۵۵	۱۰۵	۱۱۷۲۲۶۲
۱۴۰۰ هفته سوم اردیبهشت	۳۲۷۶	۱۴۹	۱۱۸۴۰۰۰

زمان	ارزش معاملات خرد (میلیارد تومان)	ارزش معاملات خرد (میلیون دلار)	عدد بسته شدن هفتگی شاخص کل بورس ایران
۱۴۰۰ هفته چهارم اردیبهشت	۳۱۱۳	۱۳۶	۱۱۵۴۸۴۴
۱۴۰۰ هفته اول خرداد	۲۷۰۳	۱۱۷	۱۱۰۹۳۳۴
۱۴۰۰ هفته دوم خرداد	۴۶۱۱	۱۹۰	۱۱۴۸۶۴۲
۱۴۰۰ هفته سوم خرداد	۴۵۹۷	۱۹۲	۱۱۵۱۸۴۶
۱۴۰۰ هفته چهارم خرداد	۳۵۴۰	۱۴۸	۱۱۴۷۶۷۵
۱۴۰۰ هفته اول تیر	۵۲۲۴	۲۱۸	۱۲۵۶۹۷۸
۱۴۰۰ هفته دوم تیر	۶۷۹۹	۲۷۵	۱۲۸۲۰۳۶
۱۴۰۰ هفته سوم تیر	۶۱۹۱	۲۴۳	۱۳۰۵۴۹۵
۱۴۰۰ هفته چهارم تیر	۶۵۵۱	۲۵۸	۱۳۱۱۳۰۶
۱۴۰۰ هفته اول مرداد	۶۱۶۳	۲۱۸	۱۴۰۶۰۴۰
۱۴۰۰ هفته دوم مرداد	۶۴۸۲	۲۵۱	۱۴۸۴۶۲۷
۱۴۰۰ هفته سوم مرداد	۷۹۱۳	۳۰۷	۱۴۹۹۹۲۳
۱۴۰۰ هفته چهارم مرداد	۹۲۴۵	۳۴۸	۱۵۰۰۲۰۸
۱۴۰۰ هفته اول شهریور	۱۱۰۷۹	۴۰۲	۱۵۲۰۶۲۷
۱۴۰۰ هفته دوم شهریور	۱۳۵۱۸	۴۸۹	۱۵۲۶۰۰۸
۱۴۰۰ هفته سوم شهریور	۹۹۱۵	۳۶۴	۱۴۸۸۲۱۲
۱۴۰۰ هفته چهارم شهریور	۷۰۷۸	۲۵۸	۱۳۸۶۴۵۰
۱۴۰۰ هفته اول مهر	۶۷۹۶	۲۴۷	۱۴۲۶۹۸۴
۱۴۰۰ هفته دوم مهر	۷۱۹۱	۲۲۸	۱۴۸۸۲۶۴
۱۴۰۰ هفته سوم مهر	۵۲۵۴	۲۵۶	۱۳۹۷۳۸۶
۱۴۰۰ هفته چهارم مهر	۵۰۲۵	۱۹۲	۱۴۲۶۳۵۷
۱۴۰۰ هفته اول آبان	۴۱۰۲	۱۸۴	۱۳۹۳۹۶۰
۱۴۰۰ هفته دوم آبان	۴۰۶۸	۱۴۹	۱۳۹۸۴۱۶
۱۴۰۰ هفته سوم آبان	۶۱۹۳	۱۴۸	۱۴۵۶۵۲۲

منبع: یافته‌های پژوهشگر



شکل (۱): نمودار ارزش میانگین هفتگی معاملات خرد در بورس ایران بر حسب میلیارد تومان (سمت راست) و میلیون دلار (سمت چپ)

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۱-۴- استفاده از مدل قیمت بلک-شوزل

قصد داریم در این بخش با کمک گرفتن از مدل قیمتی بلک - شوزل به رابطه‌ای برای تقریب میزان ارزش معاملات خرد دست یابیم. ابتدا یک قضیه مفید در مورد لگاریتم قیمت سهام با استفاده از معادلات حرکت براونی هندسی و مدل قیمتی بلک-شوزل بدست می‌آوریم.

قضیه ۱. با توجه به نمادگذاری در یک مدل قیمتی بلک-شوزل، قرار دهید:

$$Y_T = \ln(S_T) \mathbf{1}_{S_T > 1}$$

آنگاه:

$$Y(t_1) = e^{-r(T-1)} (\ln(S_1) P^Q(S_{T>1}) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-1) P^Q(S_{T>1}) + ((\int_{-\infty}^d h \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-h^2}{2}} dh) \sigma \sqrt{T-1}))$$

وقتی که:

$$d = \frac{\ln(S_1) + r(T-1) - \frac{1}{2}\sigma^2(T-1)}{\sigma\sqrt{T-1}}$$

در حقیقت این روابط به ما برای پیش‌بینی قیمت در یک بازه زمانی مشخص جلوتر کمک خواهد کرد.

اثبات.

بنابر لم ایتو:

$$S_t = S_0 + \int_{h=0}^{h=t} (\mu S_h) dh + \int_{h=0}^{h=t} \sigma S_h dW_h$$

$$S_t = S_0 \exp[(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W_t]$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \ln(S_t) &= \ln(S(0)_{t_0}) \\ &+ \int_{h=0}^{h=t} \left(\frac{\partial(\ln(S_t))}{\partial t} + \frac{\partial(\ln(S_t))}{\partial S} a(S_h, h) \right)_{=\mu S_h} dh \\ &+ 0.5 \frac{\partial^2(\ln(S_t))}{\partial S^2} b(S_h, h)^2 \Big|_{=\sigma^2 S_h^2} dh + \int_{h=0}^{h=t} \frac{\partial(\ln(S_t))}{\partial S} a(S_h, h) \Big|_{=\sigma S_h} dW_h \end{aligned}$$

بنابراین بدست خواهیم آورد:

$$\ln(S_t) = \ln(S_0) + \int_0^t \left(\frac{1}{S_h} a(s_h, h) \Big|_{=\mu S_h} - 0.5 \frac{1}{S_h^2} b(s_h, h)^2 \Big|_{=\sigma^2 S_h^2} \right) dh + \int_0^t \frac{1}{S_h} b(s_h, h) \Big|_{=\sigma S_h} dW_h$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \ln(S_t) &= \ln(S_0) + \int_0^t (\mu - 0.5\sigma^2) dh + \int_0^t \sigma dW_h \\ &= \ln(S_0) + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W_t \end{aligned}$$

حال اگر از دو طرف رابطه بالا تابع نمایی بگیریم، بدست خواهیم آورد:

$$S_t = S_0 \exp[(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma W_t]$$

در ریاضیات مالی، یک معیار تعادل یا معیار مارتینگل^۱ معادل نیز نامیده می‌شود) یک اندازه‌گیری در فضای احتمال است به طوری که قیمت هر سهم دقیقاً برابر با انتظار تنزیل شده^۲ قیمت سهام تحت این معیار است. این پارامتر در قیمت‌گذاری مشتقات مالی استفاده می‌شود، که به این معنی است که در یک بازار کامل، قیمت یک مشتق، ارزش مورد انتظار تنزیل شده^۳ بازده آتی تحت معیار منحصر به فرد ریسک خنثی است. چنین معیاری وجود دارد اگر و تنها در صورتی که بازار بدون آربیتریاز^۴ باشد.

حال فرض کنید Q به ترتیب از چپ به راست یک اندازه در فضای جهانی حقیقی و معیار ریسک خنثی باشند. با استفاده از مشتق‌گیری رادون-نیکودیم نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{dQ}{dP} = e^{[\frac{1}{2}(\frac{\mu-r}{\sigma})^2 t - W_t(\frac{\mu-r}{\sigma})]}$$

¹Risk-Neutral Measure

²Martingale

³Discounted

⁴Risk-Neutral

⁵Arbitrage

تعریف کردیم:

$$Y_T = \ln(S_T) \mathbf{1}_{S_T > 1}$$

مجددا با استفاده از مشتق‌گیری رادون-نیکودیم در یک نقطه شروع مناسب، بدست خواهیم آورد:

$$\ln(S_T) \mathbf{1}_{S_T > 1} = [\ln(S_0) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T)\sigma W(T)] \mathbf{1}_{S_T > 1}$$

با انتخاب نقطه شروع با یک واحد تاخیر نتیجه می‌گیریم:

$$\ln(S_T) \mathbf{1}_{S_T > 1} = [\ln(S_1) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T - 1)\sigma W(T - 1)] \mathbf{1}_{S_T > 1}$$

از طرف دیگر:

$$Y(t_1) = \exp(-r(T - 1)) E^Q(\frac{\ln(S_T \mathbf{1}_{S_T > 1})}{F_{t_1}})$$

همچنین با جایگذاری مناسب

$$\begin{aligned} E^Q(\ln(S_1) \mathbf{1}_{S_T > 1}) &= \ln(S_1) P^Q(S_T > 1) = \ln(S_1) P^Q(S_1 \exp[(r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T - 1) + \sigma W(T - 1)]) \\ &= \ln(S_1) P^Q(Z > \frac{\ln(\frac{1}{S_1}) - r(T - 1) + \frac{1}{2}\sigma^2(T - 1)}{\sigma\sqrt{T - 1}}) \\ &= \ln(S_1) P^Q(Z < \frac{\ln(S_1) + r(T - 1) - \frac{1}{2}\sigma^2(T - 1)}{\sigma\sqrt{T - 1}}) \\ &= \ln(S_1) P^Q(S_T > 1) \end{aligned}$$

باجایگذاری و کمک‌گیری از امید ریاضی^۱ خواهیم داشت:

$$Y(t_1) = e^{-r(T - 1)} (\ln(S_1) P^Q(S_T > 1) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T - 1) P^Q(S_T > 1) + ((\int_{-\infty}^d h \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{h^2}{2}} dh) \sigma\sqrt{T - 1}))$$

وقتی که:

$$d = \frac{\ln(S_1) + r(T - 1) - \frac{1}{2}\sigma^2(T - 1)}{\sigma\sqrt{T - 1}}$$

همانطور که ادعا کردیم.

در قضیه ۱، در حقیقت سعی کردیم تا با استفاده از مدل قیمتی بلک-شولز و با به کارگیری روابطه عمیق ریاضی و بخصوص مبانی فرآیندهای تصادفی و آنالیز غیرخطی به نتیجه‌های نظری برای پیش‌بینی آینده قیمت در یک مدل تصادفی بپردازیم، در نتیجه زیر سعی می‌کنیم با نگرشی کاربردی‌تر به نتایجی قابل محاسبه دست یابیم، در حقیقت هدف ما آن است تا با بدست آوردن روابط عددی ریاضی به استفاده از داده‌های قیمتی یک بازه زمانی مشخص، تقریبی از یک بازه زمانی جلوتر را بدست آوریم.

¹Expected Value

نتیجه ۱. در نتیجه زیر با استفاده از مدل تصادفی براونی هندسی روی مدل قیمت بلک-شولز روابطی قابل محاسبه بدست می‌آوریم. با بهره‌گیری از روابط بدست آمده محاسباتی تقریبی برای پیش‌بینی یک دوره یکساله از ارزش معاملات خرد در بورس ایران را انجام خواهیم داد.

$$W(t), \sigma, \mu$$

به ترتیب از چپ بیانگر یک حرکت براونی، انحراف معیار قیمت سهام و نرخ افزایش سالانه قیمت سهام هستند.
بنابراین:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW$$

حال با استفاده از رابطه تقریبی

$$\int_a^b f(t) dt = f(a)(b-a)$$

نتیجه خواهیم گرفت:

$$S(b) = (1 + \mu)bS(a) + \sigma S(a)(W(b) - W(a)).$$

حال با استفاده از رابطه بین حرکت براونی هندسی و توزیع نرمال^۱ بدست می‌آوریم:
 $W(b) - W(a) \approx N(0, b-a)$.

در نتیجه:

$$S(b) = (1 + \mu)bS(a) + \sigma S(a)N(0, b-a)$$

جدول (۱) شامل میانگین اطلاعات ماهانه حجم معاملات در بورس اوراق بهادر ایران بر اساس قیمت پایانی ماهانه می‌باشد داده‌ها را از طریق سایت سازمان بورس دریافت کرده‌ایم.

جدول (۲): میانگین اطلاعات ماهانه ارزش معاملات خرد در بورس اوراق بهادر ایران

ماه	میانگین ارزش معاملات ماهانه بر اساس هزار میلیارد تومان	نرخ افزایش
۱	۹۶۰۰	
۲	۱۳۲۹۲	۰.۳۸۴۵۸۳۳۳
۳	۱۶۶۹۷	۰.۲۵۶۱۶۹۱۲۴
۴	۲۳۳۸۰	۰.۴۰۰۲۵۱۵۴۲
۵	۱۴۷۲۵	۰.۳۷۰۱۸۸۱۹۵-
۶	۱۰۹۸۹	۰.۲۵۳۷۱۸۱۶۶-
۷	۶۵۸۷	۰.۴۰۰۵۸۲۴۰۱-
۸	۱۰۸۵۵	۰.۶۴۷۹۴۲۹۱۸
۹	۱۶۶۱۸	۰.۵۳۰۹۰۷۴۱۶

^۱Normal Distribution

ماه	میانگین ارزش معاملات ماهانه بر اساس هزار میلیارد تومان	نرخ افزایش
۱۰	۸۹۲۲	۰.۴۶۳۱۱۲۲۸۸-
۱۱	۸۶۶۸	۰.۲۶۶۸۴۳۵۶۳-
۱۲	۶۳۵۵	۰.۰۷۳۵۵۰۰۴۷

منبع: یافته‌های پژوهشگر

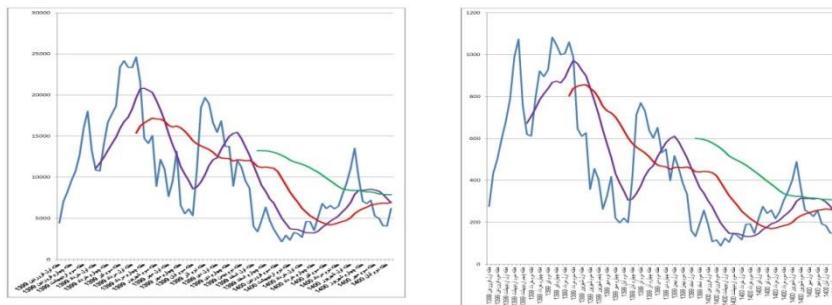
با استفاده از داده‌های جدول (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$\mu=0.039721888, \sigma=4754.129416$$

$$S(1) = [(1 + \mu)S(0) + \sigma S(0)N(0,1)] = S(0)[1.039721888 + 4754.129416N(0,1)]$$

در حقیقت آنچه به صورت تقریبی حساب شد، میزان ارزش معاملات خرد در پیک سال بعد در بورس ایران است. این رابطه می‌تواند به عنوان یک مثال در نظر گرفته شود. در حقیقت یک روش برای پیش‌بینی روند آتی میزان ارزش معاملات خرد در بورس اوراق بهادار ایران.

۲-۴- استفاده از تحلیل تکنیکال

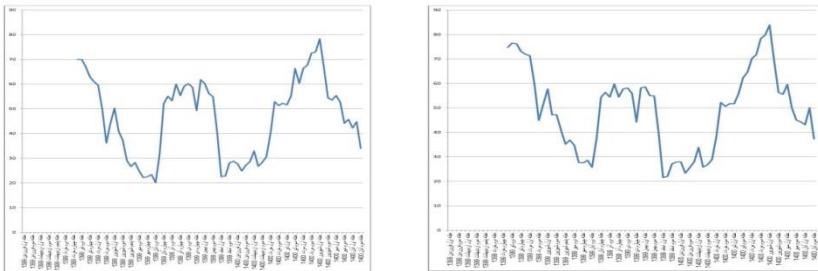


شکل (۲): نمودار میانگین هفتگی ارزش معاملات خرد در بورس ایران بر حسب تومان (سمت راست) و میلیون دلار (سمت چپ)

منبع: یافته‌های پژوهشگر

در شکل (۲) روند میانگین حرکتی ساده با دوره‌های ۱۰ هفته (رنگ بنفش)، ۲۰ هفته (رنگ قرمز) و ۵۰ هفته (رنگ سبز) روی نمودار میانگین هفتگی ارزش معاملات خرد در بورس ایران بر حسب تومان و دلار مشاهده می‌شوند.

همان طورکه در شکل‌های (۲) مشهود است، به خوبی می‌توان نقش حمایتی اندیکاتور میانگین حرکتی را در تابستان سال ۱۴۰۰ روی نمودار میانگین هفتگی ارزش معاملات خرد در بورس ایران مشاهده کرد.



شکل (۳): نمودار شاخص RSI مستخرج از نمودار میانگین هفتگی ارزش معاملات خرد در بورس ایران بر حسب
تومان (سمت راست) و دلار (سمت چپ)

منبع: یافته‌های پژوهشگر

همان‌طور که انتظار داشتیم، شاخص قدرتمند RSI نتایج خوبی از روند شاخص کل بورس ایران با توجه به نمودارهای میانگین هفتگی‌ارزش معاملات خرد ارائه کرده است. چون در محاسبه شاخص RSI به طور معمول از دوره‌های ۱۴ تایی استفاده می‌شود، برای استخراج نتایج قوی‌تر بهتر است در حد امکان بازه‌های زمانی طولانی‌تر مورد استفاده قرار بگیرد. با اینکه در شکل سمت چپ اثر تورمی قیمت دلار که علاوه‌تا ثیر زیادی در تغییر قیمت بازار سهام دارد خنثی شده است، اما روند هر دو نمودار تقریباً منطبق است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که آنچه تاثیرگذار است عملاً تعداد سهام معامله شده است. همان‌طور که قبل از گفته شد، وقتی این شاخص بالای ۷۰ قرار می‌گیرد، یعنی بازار به اشباع خرید رسیده است. همچنین وقتی عدد شاخص RSI به زیر ۳۰ می‌رسد، یعنی اینکه بازار سرمایه به اشباع فروش رسیده است.

۳-۴- استفاده از آزمون‌های آماری

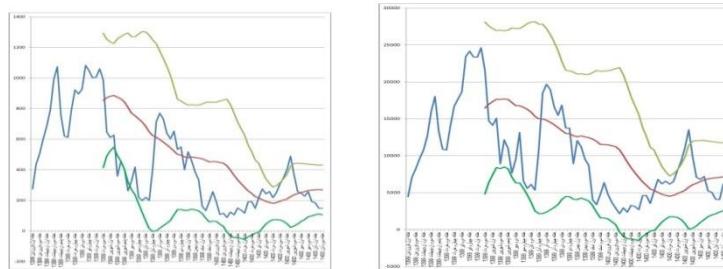
یکی از اندیکاتورهای موجود در تحلیل تکنیکال، اندیکاتور نوارهای بولینگر^۱، است. پایه و اساس این اندیکاتور آزمون‌های آماری است. در حقیقت این اندیکاتور تلفیقی از مفاهیم پرایس اکشن^۲، تحلیل تکنیکال و مبانی علم آمار برای تصمیم‌گیری در روند یک بازار مالی است. در اینجا قصد نداریم به صورت مستقیم به بررسی این اندیکاتور پردازیم، بلکه قصد داریم با استفاده از ایده‌های این اندیکاتور که مبتنی بر آزمون فرض^۳ و برآورد بازه اطمینان^۴ آماری است به تحلیل و بررسی شاخص کل بورس ایران با استفاده از داده‌های ارزش معاملات خرد پردازیم. معمولاً تحلیل تکنیکال برای تعیین بازه اطمینان از دوره‌های ۲۰ تایی استفاده می‌کنند.

^۱Bollinger Bands

^۲Price action

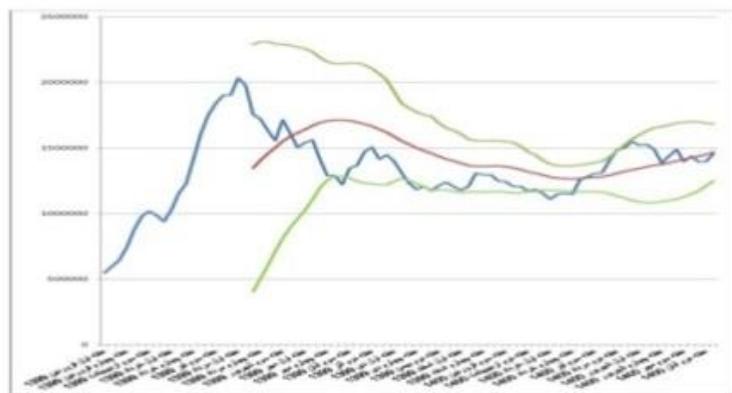
^۳Statistical Hypothesis Testing

^۴Confidence Interval Estimation



شکل (۴): میانگین هفتگی ارزش معاملات خرد بر حسب تومان (سمت راست) و دلار (سمت چپ) محدود شده
توسط برآوردهای آماری میانگین

منبع: یافته‌های پژوهشگر



شکل (۵): نمودار شاخص کل بورس ایران محدود شده توسط برآوردهای آماری میانگین

منبع: یافته‌های پژوهشگر

لوییس باچلیر^۱ در اوایل قرن بیستم نشان داد که می‌توان برای رصد بازارهای مالی از الگوهای فرآیند گام تصادفی استفاده کرد. در حقیقت می‌توان اذعان کرد که حرکت بازارهای مالی یک حرکت براونی است. این بدان معنی است که قیمت‌های آینده فقط توسط شرایط فعلی تعیین می‌شوند و دارای استقلال از حرکات گذشته هستند. می‌توان برای پیش‌بینی روند آینده یک حرکت براونی از الگوهای احتمالاتی استفاده کرد (سان، ۲۰۰۳). یکی از مطرح‌ترین مدل‌ها برای پیش‌بینی قیمت در دوره‌های زمانی کوتاه مدل GBM یا مدل حرکت هندسی براونی

^۱Bachelier

است (مهرجر و اوقر، ۲۰۲۱). برآورد تلاطم قیمت یک کالا به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو^۱، را می‌توان در تحقیقات متنوع کوپلند و آنتیکاروف^۲ (۲۰۰۱) و تیتمان و مارتین^۳ (۲۰۰۸) رویت کرد. یکی از مفاهیم کلیدی در مورد معاملات در بازارهای سرمایه، مفهوم بازگشت به میانگین است. در مدل‌های ریاضی، از این سری‌های زمانی با عنوان فرایند اورنستاین-اولنbeck^۴ یاد می‌شود، این ویژگی در نظره مقابله با گام تصادفی است که هیچ حافظه‌ای از موقعیت‌های قبلی ندارد. ولی همان طور که در بالا بحث شد، علی‌رغم اینکه بازارهای مالی دارای حرکت براونی هستند، در کوتاه مدت می‌توان فرضیه بازگشت به میانگین را در مورد بازارهای مالی پذیرفت. آزمون‌های متفاوتی برای برگشت‌پذیری یک سری زمانی به میانگین وجود دارد. مثلاً، یکی از این آزمون‌ها، آزمون دیکی فولر^۵، است. از نظر ریاضی، آزمون دیکی فولر افروده مبتنی بر ایده وجود یک ریشه واحد در یک سری زمانی خوب‌بازگشت است. در این آزمون، از این واقعیت استفاده می‌شود که اگر یک سری زمانی دارای بازگشت به میانگین باشد، سطح بعدی قیمت متناسب با سطح قیمت فعلی خواهد بود (گریمز^۶، ۲۰۱۲). همان طور که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد، یکی از آزمون‌های شاخص در این زمینه آزمون هرست است. در حقیقت این آزمون می‌تواند ویژگی بازگشت به میانگین یک فرآیند تصادفی را مورد شناسایی قرار دهد. همچنین این آزمون قادر است در مورد رونددار بودن یک فرآیند تصادفی اعلام نظر کند.

جدول (۳): بررسی شاخص نمای هرست بر شاخص اس اندي بي^۷

Period	Hurst Exponent
5 Minutes	.۴۶
1 Hour	.۴۹
Daily	.۵۰
Weekly	.۵۶
Monthly	.۶۳

منبع: یافته‌های پژوهشگر

حال با توجه به نمونه آماری که بازه زمانی فوردهای ۱۳۹۹ تا آبان ۱۴۰۰ را مورد بررسی قرار داده است، نتایج جدول (۴) بدست آمده است.

^۱Monte Carlo

^۲Copleland and Antikarov

^۳Titman and Martin

^۴Ornstein-Uhlenbeck

^۵Dickey Fuller Test

^۶Grimes

^۷S & P 500 Index

جدول (۴): آزمون وجود ویژگی بازگشت به میانگین (توان هرست)

نتیجه	توان هرست برآورده شده	متغیر
روندار	۵۸۰۱/۰	ارزش معاملات خرد (دلار)
روندار	۵۶۱۹/۰	ارزش معاملات خرد (تومان)

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۵- نتیجه‌گیری

یکی از دغدغه‌های مدیران مالی کارگزاری‌های بزرگ یا مشاورین امور مالی، انتخاب بهترین فرصت‌های سرمایه‌گذاری است که بیشترین ارزش افزوده را برای سرمایه‌گذاران داشته باشند. امروزه، با پیشرفت ابزارهای نوین مالی، بازارهای سهام دربرگیرنده انواع و اقسام فرصت‌های سرمایه‌گذاری برای سرمایه‌گذاران خرد و کلان هستند. با توجه به تنوع در بازارهای سهام و پیچیدگی روند حرکت بازارهای سهام، نیاز است تا با بهره‌گیری از دانش‌های متتنوع و بهروز شده در جهت تصمیم‌گیری بهینه در این بازارها اقدام نمود.

اولویت نویسنده‌گان از نگارش این مقاله، ایجاد نگرشی جدید مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی برای بررسی تغییرات شاخص کل بورس ایران می‌باشد. بیان این نکته حائز اهمیت است که نتایج قضایای بزرگ ریاضی، گاه سالیان طولانی بایستی در علوم مختلف مورد مواجهه با مسایل جزئی قرار گیرند، تا بتوانند به ابزارهای محاسباتی و قابل استفاده منجر گردند. مثال ملموس این مطلب مدل قیمتی بلک-شوزل است، که از یک طرف برپایه قضایای عمیق ریاضی استوار است و از طرف دیگر دارای کاربردهای ملموس در بازارهای مالی می‌باشد. مطلب دیگری که مد نظر نویسنده‌گان این تحقیق بوده است آن است که گاها برای حل مسایل دشوار ریاضی و محاسباتی مجبور می‌شویم تا با شبیه سازی مساله بر روی حالات مشابه که محدودیت‌های کمتری نسبت به مساله اصلی دارند، راهکاری برای حل مساله اولیه خود بیابیم.

یکی از اهداف اصلی تحلیل‌گران بازار بورس ایران، پیش‌بینی روند شاخص کل بورس ایران است. بر مبنای همین ایده، سعی شد تا به جای بررسی شاخص کل بورس ایران به بررسی تغییرات ارزش معاملات خرد در بورس ایران بپردازیم. دلایل متعددی برای این انتخاب وجود دارند. به طور مثال، ارزش معاملات خرد در بورس می‌تواند بیانگر رفتار هیجانی معامله‌گران خرد باشد. همچنین بایستی توجه کرد که عمدۀ سهام‌های فروخته شده در نقاط بیشینه قیمت، متعلق به معامله‌گران کلان و یا معامله‌گران با تجربه است. بنابراین به نظر می‌رسد بایستی تناسبی بین میزان سهام فروخته شده در نقاط بیشینه بازار با میزان سهام خریداری شده در نقاط کمینه بازار سهام وجود داشته باشد. همچنین باید توجه کرد که تعداد کل سهام قابل معامله دارای محدودیت است، در حالی که قیمت سهام دارای چنین محدودیتی نیست. حتی محدودیت در زمان انجام معاملات عاملی است که نباید از آن غافل شد. بنابراین عامل تعداد سهام معامله شده، عاملی تاثیرگذار برای شناسایی روند بازار است. همانطور که قبلاً ذکر شد فرآیندهای متعددی در بازار سهام ایران وجود دارند که باعث تغییر تعداد کل سهام قابل معامله یک شرکت می‌شوند. اما حتی در فرآیند افزایش سرمایه، تناسبی بین تغییر تعداد سهام جدید و قیمت سهام وجود دارد. میزان

ارزش معاملات خرد در حقیقت تلفیقی از عوامل قیمت و تعداد سهام معامله شده است. با در نظر گرفتن این مطالب به نظر می‌رسد استفاده از عامل ارزش معاملات خرد در مدل‌سازی ریاضی و یا به تعبیر دیگر در شبیه‌سازی محاسباتی به جای شاخص کل بورس ایران منطقی باشد.

در فصل ۴، با استفاده از ابزارهای نظری ریاضیات مالی و ریاضیات تصادفی نتایجی نظری بر روی مدل قیمتی بلک-شولز بدست آوردیم. هدف از این نتیجه بدست آوردن قضیه‌ای نظری برای پیش‌بینی آینده قیمت است. با استفاده از نتایج این قضیه به تقریبهای محاسباتی جهت تقریب عددی روند‌آتی ارزش معاملات خرد دست یافتیم. تحلیل گران بازار بورس ایران، معمولاً از ابزارهای تحلیل تکنیکال برای بررسی روند شاخص کل بورس استفاده می‌کنند. با به کارگیری برخی از ابزارهای مهم تحلیل تکنیکال بر روی عامل ارزش معاملات خرد سهام، به این نتیجه دست یافتیم که شباهت‌های بسیاری بین عملکرد این اندیکاتورها بر روی شاخص کل بورس ایران و عامل ارزش معاملات خرد وجود دارند.

آزمون نمای هرست برای تعیین خواصی مثل قابلیت بازگشت به میانگین، رونددار بودن و ... در مورد سری‌های زمانی به کار گرفته می‌شود. با استفاده از این آزمون بر روی عامل ارزش معاملات خرد به این نتیجه دست یافتیم که میزان ارزش معاملات خرد به عنوان یک سری زمانی رونددار است. به عبارت دیگر هم یک مقدار بالا در این سری زمانی احتمالاً با یک مقدار بالای دیگر دنبال می‌شود و هم اینکه مقادیر بالا در مدت طولانی در آینده نیز تمایل به بالا بودن دارند.

به طور خلاصه نتایج جدید به دست آمده و نوآوری انجام شده در این مقاله را می‌توان در دو بخش مجزا بیان نمود. بخش اول این نتایج عبارت است از تعمیم‌هایی که روی مدل قیمتی بلک-شولز انجام شده است. مدل قیمتی بلک-شولز دارای کاربردهای فراوانی در ریاضیات مالی است. بخصوص در معاملات اختیارات استفاده‌های فراوانی از این مدل می‌شود. یکی از دشواری‌های کار کردن با این مدل قیمتی آن است که معادلات اصلی این مدل برپایه معادلات دیفرانسیل تصادفی شکل گرفته است و روابطی که برای برآورد آینده قیمت وجود دارند اکثراً براساس تقریب‌های ریاضی می‌باشد. در فصل (۴)، در قضیه ۱ سعی کردیم با استفاده از ابزارهای قوی ریاضی به روابطی برای محاسبه قیمت دست یابیم که به صورت صریح باشند که مستقل از شکل و ساختار معاملات دیفرانسیلی مدل قیمتی بلک-شولز باشند. روابط صریح ریاضی، هر چقدر هم که پیچیده باشند، قابلیت بکارگیری در نرم افزارهای ریاضی را دارند که قابلیت استفاده در شاخه‌های کاربردی علوم دیگر را دارا هستند.

بخش دوم نتایج بدست آمده، مبتنی بر بررسی‌هایی هستند که بر روی عامل ارزش معاملات خرد سهام در بورس ایران انجام شده است. اکثر شاخص‌ها، ابزارها و اندیکاتورهایی که در ریاضیات مالی و تحلیل‌های مالی جهت پیش‌بینی آینده روند یک بازار مالی مثلاً بازار سهام مورد استفاده قرار می‌گیرند، از داده‌های قیمت سهام استفاده می‌کنند. به طور مثال شاخص کل بورس ایران، متاثر از تعداد سهام موجود و قیمت روز سهام می‌باشد. تعداد سهام موجود، دارای تغییرات لحظه‌ای نمی‌باشد و عملاً تغییرات شاخص کل بورس متاثر از تغییرات قیمت سهام می‌باشد. نوآوری انجام شده در این مقاله استفاده از عامل ارزش معاملات خرد سهام در بورس ایران است. در حقیقت به جای شاخص کل بورس ایران، عامل ارزش معاملات خرد سهام در ابزارهای ریاضی، شاخص‌های آماری و

اندیکاتورهای تحلیل تکنیکال مورد استفاده قرار گرفت. دو عامل مهم قیمت روز سهام و تعداد سهام معامله شده بر تغییرات ارزش معاملات تاثیرگذارند. از لحاظ محاسباتی تفاوت عمدی بین شاخص کل بورس و عامل ارزش معاملات خرد در آن است که شاخص کل یک تابع یک متغیره است در حالی که عامل ارزش معاملات خرد تابعی دو متغیره است. بسیاری از مسایل دشوار ریاضی در حالت یک متغیره راه حلی ندارند، اما با تعمیم فضای محاسباتی به ابعاد بالاتر، می‌توان آنها را حل کرد. به طور مثال، در نمودارهایی که در این مقاله با استفاده از عامل ارزش معاملات خرد سهام رسم شده‌اند، پایداری بیشتری در نقاط بیشینه یا کمینه قیمت نسبت به نمودارهای شاخص کل بورس ایران مشاهده می‌شوند. تعبیر این موضع آن است که دو متغیر تعداد سهام معامله شده و قیمت روز سهام متغیرهایی مستقل هستند. به تعبیر ساده‌تر، در نقاط بیشینه یا کمینه قیمت سهام، تغییرات تعداد سهام معامله شده با تغییرات قیمت همسو نیست. یعنی در حالی که در نقاط بیشینه، قیمت سهام در حال افزایش می‌باشد، تعداد سهام معامله شده چنین رفتاری ندارد که می‌تواند به نوعی نشانگر اختیاط معامله‌گران در خرید سهام باشد. با توجه به دو متغیره بودن تابع ارزش معاملات خرد سهام، ایده‌ای که نویسنده‌گان این مقاله در کارهای آتی در ذهن دارند، استفاده از روابط و معادلات چندبعدی ریاضی برای بررسی بیشتر این عامل می‌باشد.

منابع مالی

این پژوهش مورد حمایت بخش پژوهشی دانشگاه فرهنگیان و معاونت پژوهش و فناوری دانشگاه سمنان بوده است.

فهرست منابع

- ۱) زمانیان غلامرضا، جلالی ام البنین ، کردی تمدنانی علی. (۱۳۹۶) رهیافت مدل احتمال مبادله آگاهانه در بررسی اثر عدم تقارن اطلاعات بر بازده سهام و حجم معاملات در شرکتهای منتخب بورس اوراق بهادر تهران. *فصلنامه اقتصاد مالی* ۴۳-۴۱. ۶۶-۶۷.
- ۲) شکوه احمدعلی، دامن‌کشیده مرجان، هادی‌نژاد منیره. (۱۳۹۶) برآورد شدت تأثیرگذاری سیاست‌های پولی بر شاخص قیمت سهام در ایران (مطالعه موردی صنایع پتروشیمیی فعال در بورس اوراق بهادر تهران). *فصلنامه اقتصاد مالی* ۴۰-۱۳۹. ۶۸-۱۵۸.
- ۳) فدایی‌نژاد اسماعیل، فراهانی رضا. (۱۳۹۶) اثرات متغیرهای کلان اقتصادی بر شاخص کل بورس اوراق بهادر تهران. *فصلنامه اقتصاد مالی* ۳۹-۱. ۲۶-۲۷.
- 4) Abardanell, J. S., and Brian J. B. (1998). Abnormal returns to a fundamental analysis strategy. *The Accounting Review* 73 (1): 19–45.
- 5) Abardanell, J. S., and Brian J. B. (1997). Fundamental analysis, future earnings, and stock prices. *Journal of Accounting Research* 35(1): 1–24.
- 6) Brooks, A. (2011). *Trading Price Action Trends: Technical Analysis of Price Charts Bar by Bar for the Serious Trader*. Canada: John Wiley & Sons.
- 7) Chan, E. (2013). *Algorithmic Trading: Winning Strategies and Their Rationale* (Vol. 625). John Wiley & Sons.

- 8) Copeland, T. & Antikarov, V. (2001). *Real Options*. Texere LLC, New York.
- 9) Dixit, R. K. and Pindyck, R. S. (1994). *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press.
- 10) Gbenro, N., Moussa, R. K. (2019). Asymmetric mean reversion in low liquid markets: Evidence from BRVM. *Journal of Risk and Financial Management* 12(1), 38.
- 11) Grimes, A. (2012). *The Art and Science of Technical Analysis: Market Structure, Price Action, and Trading Strategies*. Canada: John Wiley & Sons.
- 12) Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. *The Journal of Business*, 38(1): 34-105.
- 13) Flannery, M. J., and Aris A. P. (2002). Macroeconomic Factors do influence aggregate stock returns. *The Review of Financial Studies* 15(3): 751–782.
- 14) Fuller, W. A. (1976). *Introduction to Statistical Time Series*. New York: John Wiley & Sons.
- 15) Kalantari, A., Paktnat, N. (2014). The effect of trade volume on TEPIX index in bear and bull cycles: An application of Markov-Switching model. *Iranian Journal of Economic Research* 19(58) 183-206. (In Persian)
- 16) Karpoff, J. M. (1987). The relation between price changes and trading volume. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 22: 109-126.
- 17) Irwin, S. H., Park, C. H. (2007). What do we know about the profitability of technical analysis? *Journal of Economic Surveys* 21(4): 786–826.
- 18) Ladde, G. S. and Wu, L. (2009). Development of modified geometric Brownian motion models by using stock price data and basic statistics. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods and Applications* 71(12): 1203-1208
- 19) Maheu, J. M., Mccurdy, T. H., Song, Y. (2012). Components of bull and bear markets: bull corrections and bear rallies. *Journal of Business & Economic Statistics* 30(3), 391-403.
- 20) Mohajer, H., Ovaghfar, F. (2021). Detection of mean reversion point based on quantiles of extreme value distribution: Evidences from Iran and international markets. *Journal of Decisions and Operations Research*. 6(2): 288–303. (In Persian)
- 21) Moshiri, S., Kohzadi, N., Cameron, N. (2002). Testing for stochastic nonlinearity in the rational expectations permanent income hypothesis. *Iranian Economic Review* 6: 63-78.
- 22) Murphy, J. J. (1999). *Technical Analysis of the Financial Markets*. New York Institute of Finance.
- 23) Najarzadeh, R., Moosavian, A., Moamadi, M., Salehabadi, A. (2016). A sharia compliant solution for launching index derivatives in Tehran Stock Exchange, *Islamic Finance Research Bi-quarterly Journal*, 5: 5-38.
- 24) Narayan, P. K. (2007). Mean reversion in stock prices: New evidence from panel unit root tests. *Studies in Economics and Finance*, 24(3): 233-244.
- 25) Palwasha, R. I., Ahmad, N., Ahmed, R. R., Veinhardt, J., Štreimikienė, D. (2018). Speed of mean reversion: An empirical analysis of KSE, LSE and ISE indices. *Technological and Economic Development of Economy*, 24(4): 1435-1452.
- 26) Roozegar, R., Soufi, B., Taherizadeh, H. R. (2018). Calacualting value at risk and expected shortfall of some statistical distributions. *Journal of Decisions and Operations Research*, 3(1): 72-81. (In Persian)
- 27) Safari, Kh., Beshkoh, M. (2019). The role of trading volumes and liquidity on investment opportunities and capital expenditures in companies listed in the Tehran Stock Exchange, *Accounting & Auditing Researches*, 44: 195-210.
- 28) Shaik, M., Maheswaran, S. (2018). Expected lifetime range ratio to find mean reversion: Evidence from Indian stock market. *Cogent Economics & Finance*, 6(1): 1475926.
- 29) Sun, W. (2003). Relationship between trading volume and security prices and returns, MIT Laboratory for Informationand Decision System, Technical Report P-2638.
- 30) Sun, K. H. (2005). Brownian motion and the economic world-article One. Surprise 95.
- 31) Titman, S., Martin, J. (2008). *Valuation*. Boston: Pearson Education Inc..
- 32) Tsay, R. S. (2002). *Analysis of Financial Time Series*. New York: John Wiley & Sons.

- 33) Wilmott, P. (Ed.) (2005). *The Best of Wilmott 1: Incorporating the Quantitative Finance Review*. John Wiley & Sons.
- 34) Wu, Y., & Lux, N. (2018). UK house prices: bubbles or market efficiency? Evidence from regional analysis. *Journal of Risk and Financial Management*, 11(3): 54.

Financial Economics

Vol. (18) Issue (66) Spring 2024

Abstract

<https://doi.org/10.30495/fed.2023.1958608.2697>

**The effect of value of small-volume transactions on the
TEDPIX of Iran**

Reza Fallah-Moghaddam¹
Saman Babaie-Kafaki²

Received: 14 / December / 2023 Accepted: 30 / January / 2024

Abstract

The value of small-volume transactions stock (shares + preemptive rights + shares ETF) is obtained by deducting the value of block transactions from the value of total transactions in the Iranian Stock Exchange. This research includes two main parts. Considering the importance of the Black-Scholes price model in financial mathematics, using deep mathematical tools such as nonlinear analysis, stochastic analysis, Ito's lemma and the Radon-Nikodym derivative, a theoretical mathematical result was obtained regarding the Black-Scholes price model. we found Theorem 1 in chapter (4) is actually a deep theoretical mathematical relationship for predicting the price in the future. Also, the results of this theorem were used to investigate the trend of the value of small stock transactions in the Iranian stock market in the future time frames. The second topic we discuss in this article is to investigate the impact of changes in the value of small-volume transactions stock on Tedpix of the Iranian stock market, using modeling and mathematical tools, including the Black-Scholes model, financial technical analysis tools, statistical methods and the Hurst test.

Usually, mathematical and computational tools use stock price data to predict the trend of financial markets. Also, the number of traded shares of a stock company can be an indicator to identify the entry point for buying or the exit point for selling. Considering the extreme price fluctuations in the last few years in the Iranian stock market and the difficulty of setting a ceiling for the price, as well as the existence of processes such as capital increases in company assemblies that change the total number of tradable shares of a company, the importance of using data on the value of small stock transactions It is revealed as a combination of price and number of shares data.

In this study, in a period of about seventeen months (in which the most severe fluctuations in the history of the Iranian Stock Exchange occurred), weekly information on the average value small-volume transactions has been examined. The results of this research confirm that with the increase or decrease of the total index of the Iranian stock market, we see a similar trend in the value small-volume transactions. We also showed that the value of small stock trades is trending by using the Hurst test.

Keywords: Statistical tests, Technical analysis, Value of small-volume transactions, Black-Scholes Model.

JEL classification: C02, C13, C19, D19, F19

¹ Department of Mathematics Education, Farhangian University, Tehran, Iran, r.fallahmoghaddam@cfu.ac.ir

² Department of Statistics and Computer Science, Faculty of Mathematics, Semnan University, Semnan, Iran
sbk@semnan.ac.ir