



بررسی تجربی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز در معاملات اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران

کوروش نصیری^۱
غلامرضا عسکرزاده^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۹/۱۰

چکیده

با پیشرفت روزافزون بازارهای مالی زندگی انسان به صورت مستقیم و غیرمستقیم متأثر از بازارهای مالی گشته است. بازارهای مالی هر کشور نشان‌دهنده پویایی نهادها و ابزارهای مالی آن کشور است. در بازارهای مالی کشورهای پیشرفته ابزارهای مالی به صورت گسترده و مداوم در حال تغییر و بهبود بوده‌اند تا به حداکثر کارایی خود برسند و از طرفی ریسک سرمایه‌گذاری خود را به حداقل برسانند. بدین جهت ابزارهای نوینی جهت پوشش ریسک معاملات در بازارهای مالی پدید آمدند. اختیار معامله یکی از این ابزارها است که قیمت آن مانند سایر ابزارهای مالی تابع عرضه و تقاضا برای آن است. اما در این بازار مدل‌های قیمت‌گذاری برای این ابزار وجود دارد که مهم‌ترین و پرکاربردترین آن‌ها مدل قیمت‌گذاری بلک شولز است. که به صورت گسترده در بین معامله‌گران این ابزار برای مظنه‌یابی مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف این پژوهش سنجش کارایی مدل قیمت‌گذاری بلک شولز در بازار معاملات اختیار خرید در بورس اوراق بهادار تهران می‌باشد که داده‌های مورد استفاده آن شامل کلیه قراردادهای منتشر شده اختیار معامله خرید در بورس اوراق بهادار تهران (شامل ۱۳۱۵ قرارداد منتشر شده در بازار در ۲۶ نماد دارایی پایه در ۱۰ صنعت مختلف و ۲۵۷۶۰ روز معاملاتی) در یک دوره زمانی ۵ ساله طی سال‌های ۱۳۹۵ تا سال ۱۴۰۰ است و در طی این مسیر جهت تحلیل داده‌ها از شاخص‌های ضرایب خطا و یو-تیل بهره گرفته شده است. نتایج پژوهش حاکی از آن است که قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز بالاتر از قیمت اختیارهای خرید قیمت‌گذاری شده است. ضمن آنکه مقدار درصد انحرافات و یو-تیل (U-theil) در اختیارهای خرید در سود (ITM) کمتر از اختیارهای خرید در زیان (OTM) می‌باشد بنابراین کارایی قیمت‌گذاری مدل بلک شولز برای قیمت‌گذاری اختیارهای خرید ITM بیشتر از قیمت اختیارهای خرید OTM است. علاوه بر آن، میزان انحراف قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز و قیمت‌های معاملات در طی زمان در بورس اوراق بهادار تهران کمتر شده است.

واژه‌های کلیدی: بلک شولز، اختیارات خرید، ضریب خطا، یو-تیل.

طبقه بندی JEL: G12

۱ گروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران. Kourosh_nasiri@outlook.com

۲ گروه مدیریت مالی، واحد یزد، دانشگاه آزاد اسلامی، یزد، ایران (نویسنده مسئول) Askarzadeh1360@yahoo.com

۱- مقدمه

اختیار معامله به عنوان یکی از ابزارهای مشتقه در بازارهای مالی جهانی و پیشرفته جایگاه خود را به عنوان بخشی مهم به دست آورده است به طوری که در اکثر بازارهای شناخته شده و معتبر دنیا از اختیار معاملات به صورت گسترده‌ای استفاده می‌شود. اختیار معامله به معنای داشتن اختیار (حق) در انجام عمل خرید یا فروش است. در قبال اعطای اختیار از سوی فروشنده، قیمت اختیار معامله باید مورد پرداخت قرار گیرد تا عدم تقارن ریسک به وجود آمده برای دو طرف به تعادل برسد. اما اختیار معامله چگونه قیمت‌گذاری می‌شوند؟ چه قیمتی برای یک قرارداد اختیار معامله معقول است؟ چه عواملی در قیمت‌گذاری این اختیارها دخیل هستند؟ این سوالات مباحثی هستند که سال‌ها دانشمندان حوزه مالی برای تعیین روش درست قیمت‌گذاری اختیار در آن زمان صرف کرده‌اند و فرمول‌ها و روش‌های متعددی را آزموده‌اند. بدون شک می‌توان گفت فرمولی که فیشر بلک، میرون شولز، و رابرت مرتون به آن رسیده‌اند، پرکاربردترین و یکی از کامل‌ترین آن‌ها تا به امروز است. درست است که مدل‌های پیشنهادی به روزتری هم ارائه شده است اما مدل قیمت‌گذاری بلک شولز به خاطر سهولت نسبت به روش‌های جدیدتر که گاهی بسیار پیچیده و نیازمند مباحث ریاضی و محاسباتی بسیار پیشرفته است و نیز استفاده بیشتر توسط افراد در بازارهای مختلف دارای کاربرد بیشتری است. اما آیا قیمت‌هایی که در بازار جهت اختیار معامله پرداخت می‌شود، مطابق با قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز است؟ به عبارت دیگر، همان‌طور که در مبحث ارزش‌گذاری سهام، قیمت‌ها در بازار تابع عرضه و تقاضا و پیش‌بینی خریداران و فروشندگان از آینده سهم است، در اینجا هم قیمت‌ها در معاملات جاری اختیارات در بازار پیرو مکانیزم بازار و عرضه و تقاضا است و می‌تواند بالاتر، پایین‌تر و یا منطبق بر قیمت پیشنهادی مدل بلک شولز معامله شود.

با توجه به انجام معاملات اختیار در بورس و اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۹۵ این پرسش مطرح است که آیا مدل قیمت‌گذاری بلک شولز در اختیارهای بازار ایران کارا بوده است؟ آیا در بازار ایران که شرایط خاص و گاهی متفاوت با سایر بازارهای جهانی دارد، مدل بلک شولز می‌تواند راهنمای خوبی برای انجام معاملات باشد؟ در این پژوهش سعی شده تا رابطه‌ی میان قیمت‌های معامله شده اختیارهای خرید در بازار بورس و اوراق بهادار تهران با قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز مورد مقایسه قرار گیرند. نتایج به دست آمده از این پژوهش می‌تواند به معامله‌گران این ابزار کمک شایانی کند تا به درک درستی از روند قیمت‌گذاری این ابزار برسند.

۲- مبانی نظری

یکی از مهم‌ترین عوامل در قرارداد اختیار معامله، پرمیوم یا قیمت اختیار است که قرارداد با آن معامله می‌شود. مشکل محاسبه قیمت منصفانه‌ای است که تمام عوامل مرتبط را در نظر بگیرد. که شامل قیمت فعلی دارایی پایه، نوسانات دارایی پایه، قیمت اعمال اختیار، زمان تا سررسید و نرخ بهره بدون ریسک است. این مشکل از زمانی که معاملات اختیار معرفی شده است مورد بحث قرار گرفته است. اولین مدلی که شامل تمامی عوامل مرتبط فوق‌الذکر بود، مدل بلک شولز بود که توسط فیشر بلک و میرون شولز توسعه یافت. در ابتدا به تلاش‌های پیش از بلک

شولز که توسط دیگر دانشمندان انجام شده بود و سرلوحه کار بلک و شولز قرار گرفت پرداخته و در انتها به انتقادات وارد بر این مدل پرکاربرد اشاره می کنیم.

باچلیر^۱ - ۱۹۰۰

اولین تلاش در جهت ایجاد یک مدل برای قیمت گذاری اختیار توسط لوئیس باچلیر در ۱۹۰۰ انجام گرفت. فرض اصلی در استنتاج یک مدل نظری برای قیمت گذاری اختیار، مربوط به فرایند آماری است که رفتار دارایی اساسی را در طول زمان توصیف می کند. باچلیر بر این باور بود که معاملات در بازار سهام نتیجه انتظارات متفاوت خریداران و فروشندگان از قیمت آینده سهام است، و غیرمعقول است که به طور متوسط، چه خریداران و چه فروشندگان بتوانند همواره پیش بینی های بهتری نسبت به سایرین داشته باشند. با توجه به این فرض، او حدس زد که در هر لحظه ای نمی توان انتظار داشت که بازار به طور کلی صعودی و یا نزولی باشد. وقتی که فرد در هر لحظه از زمان مجموع مشارکت کنندگان در بازار را در نظر بگیرد، انتظارات مثبت و منفی یکدیگر را خنثی می کنند. سپس به طور متوسط، تغییر قیمت مورد انتظار در هر واحد از زمان صفر فرض می گردد (برنستین^۲، ۱۹۹۲). او همچنین بیان کرد که زمانی که بازه زمانی که نوسان در آن اندازه گیری می شود افزایش یابد، نوسان قیمت سهام افزایش می یابد این امر او را بر آن داشت تا خواص ریاضی رفتار عوامل در معرض شوک های تصادفی را در حین حرکت در فضا بررسی کند - که در فیزیک به عنوان حرکت براونی شناخته می شود؛ باچلیر نشان داد که انحراف معیار قیمت سهام به نسبت مربع ریشه زمانی افزایش می یابد.

سپس او فرض نمود که حرکت قیمت سهام در طول زمان از حرکت براونی حسابی بدون رانش و با واریانس σ^2 به ازای واحد زمانی تبعیت می کند. اگر فرآیند آماری که حرکت قیمت سهام را در طول زمان توصیف می کند، هیچ رانشی نداشته باشد، به طور متوسط قیمت سهام تمایل به افزایش یا کاهش نخواهد داشت. این فرض دلالت بر آن دارد که قیمت سهام یک متغیر با توزیع نرمال تصادفی است که به وسیله یک فرآیند آماری قابل مقایسه با فرآیند ایجاد شده به واسطه چرخش پی در پی یک سکه سالم ایجاد شده است که در آن احتمال مساوی برای هر نتیجه ای وجود دارد و هر نتیجه مستقل از نتیجه قبلی است. اما به صورت مشخص تر، اگر قیمت سهام از حرکت براونی حسابی بدون رانش تبعیت کند، احتمال افزایش یا کاهش قیمت به واسطه یک واحد قطعی (به عنوان مثال یک راند)، صرف نظر از سطح قیمت، برابر است (اسمیت^۳، ۱۹۷۶:۱۵). مدل باچلیر دارای برخی اشکالات اساسی است. مشخصاً حرکت حسابی براونی یک نمایش دقیق از فرآیند آماری دنبال شده توسط قیمت سهام نیست. اولاً، سرمایه گذاران با تغییرات نسبی و نه تغییرات مطلق در قیمت ها سروکار دارند. دوماً فرض حرکت براونی حسابی و قیمت های با توزیع نرمال این حقیقت را نادیده می گیرند که سهام نشان دهنده سهم ارزش ویژه سهام شرکت های دولتی است که صاحبان آن نمی توانند مسئول بیش از ارزش میزان سهام خود باشند. ارزش این سهام نمی تواند منفی باشد. بنابراین توزیع قیمت های سهام نمی تواند متقارن باشد - هر چند در تئوری این قیمت ها می توانند با

¹ Louis Bachelier

² Bernstein

³ Smith

هر درصدی افزایش یابند، قیمت سهام نمی‌توانند بیش از صد در صد سقوط کنند. فرض حرکت براونی حسابی و قیمت‌های با توزیع نرمال بدین معناست که قیمت سهام ممکن است منفی شوند. (برنستین، ۱۹۹۲).

اسپرنکل^۱ - ۱۹۶۴

مدل مهم بعدی قیمت‌گذاری اختیاری که در چارچوب احتمالی تدوین شده است مدل اسپرنکل است که در سال ۱۹۶۴ منتشر شد و به صورت مشخصی ریشه در کار باچلیور دارد. اسپرنکل بیان می‌کند که این درصد تغییرات و نه تغییرات مطلق در قیمت سهام است که اهمیت دارد. او فرض می‌کند که قیمت‌های سهام از حرکت براونی هندسی با رانش مثبت تبعیت می‌کند. این بدان معناست که بدون توجه به سطح قیمت سهام، احتمال یک درصد افزایش در قیمت سهام برابر با احتمال یک درصد کاهش در قیمت یک سهم است (اسمیت، ۱۹۷۶). رانش مثبت به این معناست که گشت تصادفی به دنبال قیمت سهام یک روند افزایشی دارد. ضریب رانش را می‌توان به‌عنوان میانگین نرخ بازده سهام تفسیر کرد. فرض بر این است که نرخ میانگین بازده و واریانس قیمت سهام ثابت هستند. بنابراین مدل اجازه وجود نرخ بهره مثبت و رفتار ریسک‌گریز را می‌دهد. فرض یک قیمت سهام ایجاد شده به واسطه حرکت براونی هندسی با یک توزیع لگاریتمی نرمال از قیمت سهام ممکن در انتهای یک بازه زمانی محدود مانند طول عمر یک اختیار معامله مطابقت دارد (اسپرنکل، ۱۹۶۴). این لگاریتم طبیعی قیمت سهام است و نه خود قیمت سهام که می‌تواند به صورت توزیع نرمال فرض شود. توزیع لگاریتمی نرمال، برخلاف توزیع نرمال که زنگوله شکل است، چوله به راست است که در آن دنباله سمت راست حجیم‌تر از دنباله چپ است. این امر تقریب بهتری از توزیع دقیق قیمت سهام ارائه می‌دهد که نشان‌دهنده این حقیقت است که درحالی‌که قیمت‌ها به هراندازه می‌توانند افزایش یابند، نمی‌توانند منفی بشوند (توجه شود که لگاریتم‌های طبیعی همیشه مثبت هستند).

بونس^۲ - ۱۹۶۴

مدل بونس بسیار شبیه به مدل اسپرنکل است. فرق اساسی این است که اسپرنکل ارزش زمانی پول را نادیده نمی‌گیرد. او همچنین اهمیت ریسک را تشخیص داد، اما فرض نمود که تمام سهامی که اوراق اختیار معامله آن‌ها خریدوفروش می‌شوند دارای ریسک یکسان هستند، و برای سادگی فرض نمود که تمامی سرمایه‌گذاران نسبت به ریسک خنثی هستند. بر این اساس، هیچ تمایزی بین نرخ‌های بازده مورد انتظار یا سطوح ریسک اوراق اختیار معامله و سهام پایه ایجاد نمی‌شود. بازده مورد انتظار سهام به‌عنوان نرخ تنزیل در محاسبه ارزش کنونی ارزش نهایی مورد انتظار ورق اختیار معامله مورد استفاده قرار می‌گیرد (اینگرسول^۳، ۱۹۸۹ و اسمیت، ۱۹۷۶). در نهایت، در فرمولی که بونس ارائه کرد، تنها تفاوت میان این فرمول و فرمول بلک-شولز استفاده از نرخ بازده مورد انتظار سهام به‌عنوان نرخ تنزیل به جای نرخ بدون ریسک است.

¹ Sprenkle

² Boness

³ Ingersoll

ساموئلسون^۱-۱۹۶۵

ساموئلسون اولین فردی بود که مدلی ارائه داد که در آن به وضوح تشخیص داده شد سهام و اوراق اختیار معامله دارای مشخصات ریسکی متفاوتی هستند. فرض بر این است که نوسان بیشتر قیمت های اوراق اختیار معامله نرخ بازدهی بیشتری را برای آن ها در بر دارد. او همانند اسپرنکل و بونس فرض کرد که توزیع قیمت سهام نرمال لگاریتمی است و از حرکت براونی هندسی با رانش مثبت تبعیت می کنند (اسمیت، ۱۹۷۶). ارزش یک برگ اختیار خرید به واسطه ارزش مورد انتظار داده شده آن در سر رسید فرض می شود که به واسطه نرخ بازده مورد انتظار برگ اختیار معامله تنزیل می شود. ساموئلسون روندی برای محاسبه نرخ بازده مورد انتظار برگ اختیار معامله پیشنهاد نمی دهد و خود اعتراف می کند که این ضعف مدل اوست (اسمیت، ۱۹۷۶). علاوه بر این، تنزیل نرخ پایانی مورد انتظار برگ اختیار معامله در نرخ بازده مورد انتظار آن بدین معناست که این نرخ می تواند ثابت فرض شود.

بلک-شولز^۲-۱۹۷۳

بلک و شولز همانند اسپرنکل، بونس و ساموئلسون فرض کردند که توزیع قیمت های سهام نرمال لگاریتمی است و اینکه این قیمت ها از حرکت براونی هندسی با رانش مثبت ثابت تبعیت می کنند و واریانس ثابت σ^2 است. (هال^۳، ۱۹۹۷). دیگر مفروضات درباره شرایط بازار برای اوراق اختیار معامله و سهام اساسی ایجاد شده در مدل به دست آمده شامل عدم وجود هزینه های معاملاتی، عدم توزیع سود، امکان وام گیری و وام دهی در نرخ بازده بدون ریسک، مجاز بودن فروش استقراضی و عدم وجود فرصت های آربیتراژی است. ایده اصلی مدل بلک-شولز احتمال ادغام یک برگ اختیار سهام (یا تعدادی برگ اختیار سهام) با سهام پایه در یک سبد سهام است، به گونه ای که بازده این سبد با نوسانات بازار تحت تأثیر قرار نمی گیرد. ایجاد چنین سبدي نتیجه همبستگی میان نوسانات در قیمت برگ اختیار سهام و سهام پایه است. قیمت یک برگ اختیار خرید (فروش) به صورت مثبت (منفی) با قیمت سهام پایه همبستگی دارد.

با وجود موفقیت چشمگیر مدل ارائه شده توسط بلک و شولز که منتج به دریافت جایزه نوبل گردید، نقدهای اساسی نیز بر مدل بلک شولز وارد است که در واقع این نقدها همان مفروضاتی هستند که آن ها در مدل خود در نظر گرفته اند که اکثر آن ها حالتی آزمایشگاهی دارند و در واقعیت عملاً خلاف آن ها روی می دهد. مدل بلک شولز فرض می کند که سهام به شیوه ای حرکت می کند که به آن گشت تصادفی می گویند. گشت تصادفی به این معنی است که در هر لحظه از زمان، قیمت سهام پایه می تواند با همان احتمال بالا یا پایین برود، اما این فرض برقرار نیست زیرا قیمت سهام توسط عوامل زیادی تعیین می شود که نمی توان احتمال یکسانی را به آن ها نسبت داد. این مدل فرض می کند که قیمت سهام پایه به طور لاگ نرمال توزیع شده است. با این حال، بازده دارایی دارای واریانس محدود و دنباله های نیمه سنگین است که برخلاف توزیع های پایدار مانند لاگ نرمال با واریانس بی نهایت و دنباله های سنگین است. آزمایش ها نشان داده اند توزیع بازده ها لپتوکورتیک هستند، به عنوان مثال، تمایل بسیار

¹ Samuelson

² Black-Scholes

³ Hull

بیشتری به نشان دادن مقادیر پرت دارند تا زمانی که به طور نرمال توزیع شوند. از طرف دیگر مدل بلک شولز نوسان‌پذیری را ثابت فرض می‌کند. که پس از سقوط بازار سهام در سال ۱۹۸۷، نادرستی این فرض ثابت شده است. در حالی که نوسان می‌تواند در دوره‌های بسیار کوتاه مدت نسبتاً ثابت باشد، در بلندمدت هرگز ثابت نیست. همچنین این مدل فرض می‌کند که نرخ‌های بهره ثابت و مشخص هستند. این فرض نیز غیرواقعی است. فرض‌های عدم آربیتراژ، وجود فروش استقرایی، عدم وجود هزینه‌های معاملاتی و فرض عدم تقسیم سود نیز در این مدل مفروض بوده‌اند که نادرستی آن‌ها نیز در آزمایشات جداگانه‌ای به اثبات رسیده است.

می‌توان گفت وجود همین فروض در مدل بلک شولز باعث شده است در بزنگاه‌های بازارهای مالی که تغییرپذیری بزرگ در راه است مانند ریزش‌های بازارها و بحران‌های مالی مانند آنچه در سال ۲۰۰۸ اتفاق افتاد فعالین بازار نتوانند به خوبی از این ابزار استفاده کنند و باعث ضررهای سنگینی در بازارهای مالی شوند که البته این به معنی ناقص بودن این مدل نیست همان‌گونه که بیان شده این مفروضات جزئی از مدل است و با آشنایی کامل با آن‌ها و درک رفتارهای این مدل در شرایط مختلف می‌توان به فهم درستی از رفتار این مدل در دنیای واقعی و شرایط بازار به‌دست آورد.

۲-۲- علل رشد اختیار معامله در جهان

سهام عادی از قرن نوزدهم معامله می‌شد در طول قرن بیستم، محصولات مالی جدید مانند مشتقات توسعه یافتند و اهمیت بیشتری پیدا کردند. متداول‌ترین اوراق مشتقه معامله شده عبارتند از معاملات آتی/ فورواردها، سوآپ و اختیار معامله. تمرکز این مقاله روی اختیارات است اما در ابتدا به تفاوت قراردادهای اختیارمعامله و آتی اشاره می‌کنیم، زیرا این دو ابزار شناخته شده‌ترین ابزارهای مشتقه در سطح جهان هستند. قرارداد آتی، قراردادی است که فروشنده بر اساس آن متعهد می‌شود در سررسید معین، مقدار معینی از کالای مشخص را به قیمتی که در حال حاضر تعیین می‌کند، بفروشد و در مقابل، طرف دیگر قرارداد متعهد می‌شود آن کالا را با مشخصات تعیین شده خریداری نماید. (دلآوری و بروجنی ۱۳۹۱.۳۳) اما در قرارداد های اختیار معامله مانند قرارداد های آتی هردو طرف تعهد ندارند، طرف خریدار دارای اختیار است که قرارداد را اعمال کند یا نکند پس واضح است در این سیستم دوطرفه وقتی خریدار دارای حق است فروشنده مجبور است متعهد باشد که در مقابل این تعهد و نامتوازنی ریسک، پرمیوم یا قیمت اختیار را دریافت می‌کند. به‌صورت خلاصه می‌توان گفت در قرارداد آتی ریسک پوشش داده می‌شود اما در قرارداد اختیارمعامله خود ریسک خرید و فروش می‌شود.

اولین باری که اختیارها در یک بازار رسمی ایالات متحده فهرست شدند در سال ۱۹۷۳ در بورس اوراق بهادار شیکاگو بود از همین سال اختیارات معامله شروع به رشد مداوم زیادی کرده است. اولین دلیل مهم این بود که کمیسیون بورس اوراق بهادار آمریکا^۱ در سال ۱۹۷۳ به کمک قوانین دفتر نظارت بر ارز^۲ این کشور از وجود اتاق های تسویه پایاپای رقابتی برای اختیار معاملات جلوگیری کرد. در واقع این امر سبب می‌شد که شما بتوانید اختیار

¹ U.S. Securities and Exchange Commission

² Office of the Comptroller of the Currency

معامله خود را که در کارگزاری دیگری باز کرده بودید، در هر کارگزاری دیگری ببندید. همچنین در همین سال مدل قیمت‌گذاری بلک شولز توسط فیشر بلک و میرون شولز برای فعالین بازار چشم انداز جدیدی را نمایان کرد که گواه این استدلال نرخ صعودی حجم این گونه معاملات در این تاریخ است. علاوه بر آن در طی این سال‌ها رشد و گسترش عظیم تکنولوژی و کامپیوتر و اینترنت صورت گرفت که نه تنها در بازار اختیار معامله بلکه در همه ابعاد دنیای مالی تأثیری شگرف گذاشت. اما با توجه به پیچیدگی‌های معاملات اختیار در سال‌های قبل از رشد تکنولوژی و معاملات الکترونیکی، استفاده از این ابزار محدود به سرمایه‌گذاران نهادی و افراد بسیار فعال در بازار بود و معامله‌گران خرد سهم کمی از این بازار داشتند. اما رفته رفته با رشد تکنولوژی‌های پیشرفته و دسترسی همگانی به اطلاعات بازارها و شناخت این ابزار توسط همه اقشار جوامع، استفاده از این ابزار بیشتر و بیشتر رواج پیدا کرد به گونه‌ای که می‌توان به فعال شدن امکان معامله اختیار در اپلیکیشن‌های مختلف و حذف کمیسون کارگزاران الکترونیکی برای معاملات اختیار در سال ۲۰۱۹ اشاره نمود.

۳- پیشینه پژوهش

طهماسبی و بهرام‌مهر (۱۴۰۰) به بررسی و قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله سکه طلا در بازار بورس کالای ایران پرداخته‌اند. بدین منظور از دو روش «بلک شولز» و «برابری خرید و فروش» به عنوان اصلی‌ترین روش‌های قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله استفاده کرده‌اند. نوسانات در این مقاله از دو روش واریانس ناهمسانی و روش آماری صورت گرفته است و نتایج حاصل از دو روش با یکدیگر مقایسه شده است. به منظور قیمت‌گذاری، از داده‌های شش قرارداد اختیار معامله سکه طلا در بازار بورس کالای ایران استفاده شده است. نتایج از هر دو روش بلک شولز و برابری خرید و فروش نشان می‌دهد که فرصت‌های مناسب سرمایه‌گذاری سرمایه‌گذاران را به خرید قرارداد اختیار خرید توصیه می‌کنند.

میرزایی بادبزی و بهرام‌مهر (۱۳۹۸) به صحت و سقم وجود رابطه برابری اختیار خرید-اختیار فروش برای ۸ قرارداد مورد بررسی پرداخته‌اند. شواهد این پژوهش حاکی از این است که این برابری در ۶ قرارداد وجود ندارد و لذا فرصت آربیتراژ وجود دارد. در مرحله بعد با استفاده از فرمول بلک-شولز، ۸ قرارداد منتشره در این بازار ارزش‌گذاری شده است. تلاطم واقعی از داده‌های تاریخی و تلاطم القایی از فرمول بلک-شولز با استفاده از روش‌ها و الگوریتم‌های عددی محاسبه شده است. مانایی صرف ریسک تلاطم در تمام قراردادهای مورد بررسی قرار گرفته است و ملاحظه شده است که در ۷ قرارداد می‌توان گفت که صرف ریسک تلاطم مانا است. گر تلاطم واقعی بازار بیش‌تر از مقدار انتظاری آن توسط سرمایه‌گذاران باشد، بازده سکه در بازار آنی نیز افزایش می‌یابد. همچنین به دلیل نوسانات صعودی قیمت در بازار آنی سکه، اختیار فروش در بازار قراردادهای اختیار به سرعت ارزش خود را از دست می‌دهد.

نبوی و عبد اللهی (۱۳۹۷) به بررسی و مقایسه الگوهای سود اختیار معاملات آسیایی، اروپایی و آمریکایی سهام در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. آن‌ها قیمت اختیار معاملات اروپایی، آمریکایی و آسیایی سهام ۴۸ شرکت پس از برآورد نوسان‌پذیری را محاسبه و تحلیل کرده‌اند. نتایج تحقیق نشان داد که از آن جایی که قیمت

سررسید در اعمال قراردادهای آسیایی فقط منحصر به قیمت پایانی در روز سررسید نمی‌باشد و یک میانگین از قیمت‌های پایانی در طول عمر قرارداد اختیار معامله هستند، لذا قیمت سررسید در اختیار معاملات آسیایی کمتر دستخوش دستکاری می‌شوند و دارنده‌ی آن ریسک کمتری را از این بابت متحمل می‌شود.

امیری و همکاران (۱۳۹۶) به بررسی قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله سکه در بورس کالای ایران بر اساس مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و شناسایی استراتژی‌های سودآور اختیارمعاملات می‌پردازند. در این مقاله اختیارهای سکه طی سال‌های ۹۵ و ۹۶ مورد آزمون قرار می‌گیرد و نتایج به‌دست آمده چنین است که قیمت بازاری اختیار معامله خرید و فروش سکه طلا در بورس کالای ایران در سطوح مختلف قیمت‌های اعمال، در ۵۳ الی ۱۰۰ درصد روزهای سرمایه‌گذاری کمتر از قیمت تئوریک یعنی همان قیمت به‌دست آمده از بلک شولز بوده است. همچنین قیمت بازاری اختیار معامله خرید سکه در بورس کالای تهران در سطوح مختلف قیمت‌های اعمال در اغلب روزهای سرمایه‌گذاری یعنی ۸۰ الی ۱۰۰ درصد روزهای سرمایه‌گذاری کمتر از قیمت تئوریک بوده است و قیمت بازاری اختیارمعامله فروش سکه طلا در سطوح مختلف قیمت‌های اعمال در ۵۳ الی ۶۲ درصد روزهای سرمایه‌گذاری کمتر از قیمت تئوریک بوده است. در مجموع این پژوهش نشان می‌دهد که قیمت تخمینی حاصل از مدل بلک شولز هم برای اختیار خرید و هم برای اختیار فروش در دوره مورد بررسی بیشتر از قیمت بازار بوده است.

قاسمی (۱۳۹۳) به بررسی ارائه مدلی برای قیمت‌گذاری قرارداد اختیار خرید در حوزه دین اسلام پرداخته است. برای ورود به بحث قیمت‌گذاری این قرارداد در مدل "بلک شولز" ابتدا به بررسی روش ریاضی استخراج "مدل بلک شولز" و فلسفه ورود نرخ بهره در این مدل پرداخته است. سپس مشخص گردیده فرض پوشش کامل ریسک که در این مدل در نظر گرفته شده است، توجیهی برای ورود نرخ بهره بهره بوده است. با نقض این فرض و بررسی مدل‌های قیمت‌گذاری قبل از بلک شولز، مدل مناسب قیمت‌گذاری برای این قرارداد مطابق با مدل بونس ارائه گردید.

کیمیگری و آفریده‌ثانی (۱۳۸۷) به بررسی قیمت‌گذاری اختیارمعامله تحت مدل "بلک شولز" و درخت دوتایی پرداخته‌اند. آنالیز مدل‌ها در مقاله نشان می‌دهد که مدل "بلک شولز" مدلی مناسب، جهت قیمت‌گذاری اختیارمعامله سهم‌های با نوسان‌پذیری پایین و مدل درخت دوتایی، مدلی مناسب جهت قیمت‌گذاری سهم‌ها با نوسان‌پذیری بالا می‌باشد. پورحیدری (۱۳۷۸) سه مدل قیمت‌گذاری اختیار معامله اوراق بهادار، شامل مدل توزیع یکنواخت قیمت سهام، مدل توزیع دوجمله‌ای قیمت سهام و مدل توزیع نرمال لگاریتمی را بررسی نموده است، در این مقاله به تبیین و تشریح مدل‌های مذکور پرداخته است. اسلامی بیدگلی و اردکانی (۱۳۷۵) به بررسی مفروضات و مباحث ریاضی مدل "بلک شولز" در قیمت‌گذاری قراردادهای اختیارمعامله و کاربرد آن در بازارهای مالی پرداخته‌اند.

دیوید هریس^۱ در (۲۰۱۸) به بررسی قیمت‌گذاری قراردادهای اختیارمعامله به سبک اروپایی تحت مدل بلک شولز پرداخته است همچنین در قیمت‌گذاری اختیار معامله به جای توابع چگالی احتمال از توابع چگالی بی‌زی استفاده کرده است. راجش کومار و راجنا اگراول^۲ (۲۰۱۷) به بررسی مدل قیمت‌گذاری اختیار خرید معامله در بورس اوراق بهادار هند پرداخته‌اند آن‌ها ۸ سهم را در این بازار انتخاب کرده و از مشاهدات خود به این نتیجه

^۱ David haries

^۲ Rajesh Kumar and Rachna Agrawal

رسیده‌اند که مدل بلک شولز به‌طور قابل توجهی نادرست ارزیابی می‌کند و نوسانات برای اختیارهای موجود بسیار زیاد است. رینالنی باتاک کاکاتی^۱ (۲۰۰۶) با استفاده از ۲۳۴۲ اختیار خرید و ۱۲۸۰ اختیار فروش بررسی و مطالعه کرد و دریافت که مدل بلک شولز در چندین مورد اختیارها را به صورت قابل توجهی نادرست ارزیابی می‌کند. خطاهای قیمت‌گذاری به‌طور متوسط منفی و با صفر تفاوت دارند. او نشان داد این نادرستی قیمت با عمیق‌تر شدن در سود بودن یا در زیان بودن و افزایش نوسانات بدتر می‌شود طبق گفته وی مدل بلک شولز اختیارهای کوتاه مدت را گران‌تر و اختیارهای بلند مدت را ارزان‌تر نشان می‌دهد. جوردن و سیل^۲ (۱۹۸۶) با بررسی اختیارهای قراردادهای آتی منتشر شده بر روی اوراق قرضه به این نتیجه رسیدند که اختلاف کمی بین قیمت‌های واقعی بازار و قیمت‌های پیش‌بینی شده از مدل بلک شولز وجود دارد. رایبنشتاین^۳ (۱۹۸۵) نوسانات ضمنی را در ۳۰ دسته اختیار معامله در بورس شیکاگو برای یک دوره ۱۹ ساله را مورد بررسی قرار می‌دهد و به این نتیجه می‌رسد که نوسانات ضمنی در اختیار معاملات با سررسیدهای کوتاه مدت نسبت به اختیارهای با سررسید طولانی‌تر بیشتر بوده است. مکبث و مریول^۴ (۱۹۷۹) با استفاده از نوسانات ضمنی به جای نوسانات تاریخی دریافتند که نوسانات ضمنی برای اختیارهای در سود ITM زیاد است اما مدل بلک شولز آن‌ها را زیر قیمت ارزش‌گذاری می‌کند و نوسانات ضمنی برای اختیارهای در ضرر یا بی قیمت OTM کم است اما مدل بلک شولز به‌طور قابل توجهی گران‌تر آن‌ها را ارزش‌گذاری می‌کند بلاتبرگ و گرنس^۵ (۱۹۷۴) تاثیر نوسانات را در مدل قیمت‌گذاری بلک شولز مورد مطالعه قرار دادند و آن‌ها نتیجه گرفتند که نوسانات دارایی پایه به صورت تصادفی است.

۵- روش شناسی تحقیق

این تحقیق به لحاظ هدف، کاربردی و از آنجایی که به توصیف وضع موجود می‌پردازد، از نوع توصیفی به شمار می‌رود. همچنین به لحاظ موضوعی در حوزه مدیریت مالی قرار گرفته که داده‌های مورد استفاده آن شامل کلیه قراردادهای منتشر شده اختیار معامله خرید در بورس اوراق بهادار تهران (شامل ۱۳۱۵ قرارداد منتشر شده در بازار در ۲۶ نماد دارایی پایه و در ۱۰ صنعت مختلف و ۲۵۷۶۰ روز معاملاتی) در یک دوره زمانی ۵ ساله طی سال‌های ۱۳۹۵ تا انتهای سال ۱۴۰۰ می‌باشد. (جدول ۱) اطلاعات خام یاد شده از قراردادهای مذکور به‌طور کامل اخذ و براساس شاخص‌های تعریف شده پردازش شده است. لازم به ذکر است که از این جامعه داده‌هایی تحت عنوان داده‌های پرت (معاملات اختیار دارایی قیمت زیر ۱۰ ریال) حذف شده است. برای بررسی متغیرها با توجه به حد وسط مقیاس اندازه‌گیری از آزمون t یک نمونه و به منظور بررسی تفاوت بین دو گروه برای متغیرها از آزمون t برای دو نمونه مستقل و برای بررسی وجود تاثیر میان متغیرها از رگرسیون خطی وزنی و برای طبقه بندی و تجزیه و تحلیل داده‌ها از نرم افزارهای EXCEL و SPSS استفاده شده است.

¹ Rinalini Pathak Kakat

² James V Jordan; William E Seale

³ Mark Rubinstein

⁴ James D. Macbeth Larry J. Merville

⁵ Robert C Blattberg and Nicholas J Gonedes

جدول ۱- ده صنعت دارای نماد معاملات اختیار و در مجموع ۲۵۷۶۰ روز معامله

صنعت	دارایی پایه	مجموع مشاهدات (روز معامله در تمامی قراردادها)
بانک	وتجارت	۲۶۶۹
	وبملت	۱۳۹۶
	وبصادر	۱۳۹۰
	وپارس	۹۱۳
فلزات اساسی	فولاد	۲۶۸۵
	فملی	۱۸۲۰
	فخوز	۵۲۲
خودرو	خودرو	۲۱۵۷
	خسپا	۹۰۵
	خپارس	۶۱۶
فراورده نفتی	شپنا	۱۳۲۴
	شتران	۱۱۸۳
	شبندر	۸۷۸
	شبریز	۵
محصولات شیمیایی	فارس	۷۸۵
	تاپیکو	۶۹۸
	پارسان	۵۵۲
	پاکشو	۵۶
استخراج کانه های فلزی	کگل	۹۰۷
	کچاد	۸۷۵
	ومعادن	۸۰
	کروی	۲۴
چندرشته ای صنعتی	وغدیر	۱۴۰۴
مخابرات	اخابر	۱۰۹۵
خدمات فنی مهندسی	رمینا	۷۷۲
خرده فروشی	افق	۴۹
مجموع		۲۵۷۶۰

منبع: یافته‌های پژوهشگر

انجام هر پژوهش و پاسخ دادن به سوال های تحقیق و آزمون فرضیه ها مستلزم تشخیص، تعیین و تعریف دقیق هر یک از متغیرهای تحقیق می باشد. از آنجایی که هدف از این تحقیق بررسی کارایی مدل بلک شولز در معاملات اختیار معامله بورس تهران می باشد متغیرهای تحقیق به صورت زیر تعریف می شوند.
معادله بلک شولز جهت سنجش قیمت اختیارات خرید :

$$C = S N(d_1) - e^{-r(T-t)} X N(d_2) \quad (1)$$

$$d_1 = \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right) \quad (2)$$

$$d_2 = \left(\frac{\ln\left(\frac{S}{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right) = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (3)$$

t تاریخ کنونی ، T تاریخ سررسید ، C قیمت اختیار معامله در زمان (t) ، r نرخ بهره بدون ریسک ، S قیمت دارایی پایه در زمان (t) ، X قیمت اعمال اختیار ، σ انحراف معیار ، N تابع توزیع تجمعی برای توزیع نرمال استاندارد است.

برای افزایش دقت مدل به جای استفاده از نرخ سود بانکی (که به صورت دستوری ثابت بوده است) از نرخ بازده بدون ریسک ارائه شده توسط شرکت پردازش مالی پویا که بر اساس بازدهی اوراق خزانه اسلامی موجود در بازار محاسبه می شود، بهره گرفته ایم. لازم به ذکر است که نرخ بازده بدون ریسک مذکور، به ازای هر روز منتشر شده که با میانگین گیری به سالانه تبدیل شده است و نتایج آن به شرح جدول ۲ است .

جدول ۲- میانگین نرخ روزانه اخزا

سال	مقدار
95	0.235
96	0.199
97	0.242
98	0.213
99	0.184

منبع: یافته های پژوهشگر

محاسبه نوسان از داده های تاریخی قیمت سهام عبارت است از محاسبه نرخ میانگین بازده قیمت پایانی در طول یک دوره و محاسبه جمع مربع انحرافات بازده های مشاهده شده از این میانگین، تقسیم بر تعداد مشاهدات منهای یک. این میزان به ما σ^2 را می دهد، که از این پس واریانس متعارف بازده ها است،

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \mu)^2 \quad (4)$$

که μ نرخ میانگین بازده است

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t \quad (5)$$

n تعداد مشاهدات در نمونه مورداستفاده جهت محاسبه برآوردهای نوسان است. انحراف معیار متعارف، σ_c ، مساوی است باریشه مربع واریانس.

۶- یافته های تحقیق

در ابتدا به دنبال کشف این موضوع هستیم که آیا از منظر آماری تفاوت معنی داری میان قیمت اختیارهای معامله شده در بازار و قیمت های پیشنهادی مدل بلک شولز وجود دارد یا خیر. برای سنجش وجود یا عدم وجود تفاوت معنی دار میان داده های واقعی و داده های به دست آمده از مدل از بین شاخص های نشان دهنده سطح خطا مانند مقدار انحراف، مقدار قدر مطلق انحراف، مقدار درصد انحراف و ... از آن جایی که به مشخص بودن جهت و مقدار انحراف نیاز داریم لازم است تا از شاخص مقدار درصد انحراف استفاده کنیم و سپس شاخص میانگین درصد انحرافات نمونه را با صفر مقایسه کرده که در صورت وجود اختلاف معنی دار با صفر می توان نتیجه گرفت که اختیار معاملات در بازار با قیمت های متفاوت از بلک شولز معامله می شوند و در صورت منفی بودن میانگین این مولفه می توان به این نتیجه رسید که اختیارها در بازار بالاتر از قیمت پیشنهادی مدل بلک شولز معامله شده اند و اگر میانگین مذکور مثبت باشد عکس این قضیه را نشان می دهد. نتایج در جدول ۳ نشان داده شده است.

$$PE = \frac{(T_i - E_i)}{T_i} \quad (6)$$

T_i قیمت واقعی بازار در زمان i ، E_i قیمت برآورد شده با مدل در زمان i

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(T_i - E_i)}{T_i} \quad (7)$$

T_i قیمت واقعی بازار در زمان i ، E_i قیمت برآورد شده با مدل در زمان i ، n تعداد داده ها

جدول ۳- آزمون t یک نمونه برای متغیر درصد انحراف (PE)

مقایسه میانگین مشاهده شده با مقدار ثابت صفر					متغیر
تفاوت میانگین	سطح معناداری	درجه آزادی	آماره t	میانگین برآورد شده	
-.10665	.000	25760	-15.588	-.1067	PE(Percentage Error)

منبع: یافته های پژوهشگر

آزمون t یک نمونه برای مقایسه میانگین مشاهده شده متغیر PE که طی آن درصد انحراف (PE) با عدد صفر مقایسه گشته است که با توجه به سطح معناداری کوچکتر از ۰/۰۵، می توان گفت با اطمینان ۹۵ درصد میانگین متغیر PE به صورت معنادار متفاوت از عدد صفر است و با توجه به میانگین برآورد شده (-1067) می توان نتیجه گرفت که میانگین متغیر PE کوچکتر از صفر می باشد. بنابراین قیمت های پیشنهادی مدل بلک شولز بالاتر از اختیارهای خرید قیمت گذاری شده است.

در بخش دوم به دنبال بررسی این موضوع هستیم که آیا تفاوت معنی داری میان کارایی مدل بلک شولز در اختیارهای در سود ITM و اختیارهای در زیان OTM وجود دارد یا خیر. برای بررسی این فرضیه به جای استفاده از درصد انحرافات از قدر مطلق درصد انحرافات (APE) باید استفاده نمود چرا که در این فرضیه نیاز به تعیین جهت انحراف نداریم. با استفاده از قدر مطلق درصد انحرافات به جای درصد انحرافات، دقت و صحت برآورد بالاتر می شود. علاوه بر قدر مطلق انحرافات از متغیر U-Theil هم استفاده شده است که می توان گفت حالتی استاندارد شده است که هرچه به صفر نزدیک تر باشد نشان از توضیح دهی خوب مدل و هرچه به عدد ۱ نزدیک باشد نشان از عدم توضیح دهی مناسب مدل است.

$$APE = \left| \frac{(T_i - E_i)}{T_i} \right| \quad (8)$$

T_i قیمت واقعی بازار در زمان i ، E_i قیمت برآورد شده با مدل در زمان i

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{(T_i - E_i)}{T_i} \right| \quad (9)$$

T_i قیمت واقعی بازار در زمان i ، E_i قیمت برآورد شده با مدل در زمان i ، n تعداد داده ها

$$U = \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E - T)^2 \right]^{1/2}}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T^2 \right]^{1/2} + \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E^2 \right]^{1/2}} \quad (10)$$

T_i قیمت واقعی بازار در زمان i ، E_i قیمت برآورد شده با مدل در زمان i ، n تعداد داده ها

۴- اماره های توصیفی

متغیر	گروه	تعداد	میانگین	انحراف معیار
APE (ABS Percentage Error)	OTM	8167	.6955	.84896
	ITM	16463	.4611	1.05231
U-theil	OTM	8167	.3619	.22775
	ITM	16463	.1535	.15935

منبع: یافته های پژوهشگر

با توجه به جدول شماره ۴ تعداد ۸۱۶۷ روز قرداد معامله در زیان (OTM) و ۱۶۴۶۳ روز قرداد در سود (ITM) بوده است. میانگین قدر مطلق درصد انحرافات قردادهای زیان ده ۰/۶۹ و میانگین قدر مطلق درصد انحرافات قردادهای سود ده ۰/۴۶ بوده است که بیانگر انحراف کمتر قیمت‌های پیشنهادی مدل و قیمت بازار در اختیارات ITM است. همچنین از آن جایی که میانگین شاخص یو-تیل جهت قردادهای OTM برابر ۰/۳۶ و برای قردادهای ITM برابر ۰/۱۵ می‌باشد، حاکی از توضیح‌دهی مناسب‌تر مدل در اختیارات ITM است. با این وجود جهت آزمون فرضیه دوم از آزمون t برای دو نمونه مستقل استفاده شده است که نتایج آن در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵- آزمون دو نمونه مستقل

		آزمون لوین برای برابری واریانس‌ها		آزمون t برای دو نمونه مستقل					
		F	سطح معناداری	t	درجه آزادی	سطح معناداری	تفاضل میانگین	فاصله اطمینان ۹۵٪ برای تفاضل	
								پایینی	بالایی
APE	مفروض برابری واریانس	23.866	.000	17.502	24628	.000	.23441	.01339	.20816
	مفروض نا برابری واریانس			18.797	19685.35	.000	.23441	.01247	.20996
U-Theil	مفروض برابری واریانس	2616.6	.000	83.274	24628	.000	.20835	.00250	.20344
	مفروض نا برابری واریانس			74.156	12255.169	.000	.20835	.00281	.20284

منبع: یافته‌های پژوهشگر

در آزمون t برای دو نمونه مستقل دو آزمون مختلف انجام می‌شود. در آزمون نوع اول که به لوین معروف است فرض برابری واریانس‌ها آزمون می‌شود. فرض صفر این آزمون این است که واریانس دو گروه با هم برابر است. اگر سطح معنی‌داری آزمون لوین کمتر از ۰/۰۵ بود، فرض برابری رد شده و آماره t در سطر دوم گزارش می‌شود ولی اگر از ۰/۰۵ بیشتر بود، نمی‌توان فرض برابری واریانس‌ها را رد کرد و t در سطر اول گزارش می‌شود. در آزمون دوم آزمون t برای برابری میانگین‌ها انجام می‌شود. استفاده از آزمون t برای دو نمونه مستقل که وجود تفاوت بین میانگین امتیازات در دو گروه را بررسی می‌کند با فرض صفر، برابری میانگین‌ها و فرض مقابل برابر نبودن میانگین‌ها را آزمون می‌کند. با توجه به آماره t و سطح معناداری برای متغیرهای قدر مطلق درصد انحرافات (APE) و یو-تیل (U-theil) که کوچک‌تر از ۰.۰۵ می‌باشد (جدول ۵)، در نتیجه در سطح اطمینان ۹۵٪ فرض صفر رد می‌شود بنابراین در متغیرهای APE و U-theil تفاوت بین میانگین امتیازات در دو گروه معنادار بوده و با توجه به میانگین‌های برآورد شده می‌توان گفت مقدار APE و U-theil در اختیارهای خرید ITM کمتر از اختیارهای خرید OTM می‌باشد. بنابراین کارایی قیمت‌گذاری مدل بلک شولز برای قیمت‌گذاری اختیارهای خرید ITM

بیشتر از قیمت‌های اختیارهای خرید OTM است.

در بخش آخر به دنبال اثبات این فرضیه هستیم که میزان انحراف قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز و قیمت‌های معاملات در طی زمان در بورس اوراق بهادار تهران کمتر شده است یا خیر. در ابتدا برای تعریف روند، طول دوره مورد پژوهش بر اساس ماه‌های سال تقسیم‌بندی شده است و شاخص‌های میانگین قدرمطلق درصد انحرافات (MAPE)، میانگین مربع انحرافات (MSPE) و یو-تیل (U-Theil) برای هر ماه محاسبه شده است. اگر اعداد به دست آمده در طول زمان به صفر نزدیک شوند، نشان دهنده کارایی بیشتر و انحراف کمتر در طول زمان خواهد بود. پس می‌توان خط رگرسیون آن را برازش نمود و پس از اثبات معنی داری آن می‌توان با استفاده از علامت و مقدار شیب خط رگرسیون، وجود و جهت روند را مشخص نمود که اگر به صورت معناداری منفی باشد فرض ما تایید می‌شود.

$$SPE = \left(\frac{T_i - E_i}{T_i} \right)^2 \quad (11)$$

T_i قیمت واقعی بازار در زمان i ، E_i قیمت برآورد شده با مدل در زمان i

$$MSPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_i - E_i}{T_i} \right)^2 \quad (12)$$

T_i قیمت واقعی بازار در زمان i ، E_i قیمت برآورد شده با مدل در زمان i ، n تعداد داده‌ها
 نتایج مدل رگرسیون خطی تک متغیره برای متغیرهای MSPE، MAPE و U-theil به عنوان متغیر وابسته و متغیر مستقل زمان انجام شده که نتایج بشرح جدول ۶ می‌باشد. بر اساس این جدول ضریب تعیین مدل‌های رگرسیونی متغیرهای MSPE، MAPE و U-theil به ترتیب ۵/۶، ۱۳/۵ و ۱۷/۴ درصد شده و خلاصه مدل آزمون معناداری رگرسیون انجام گرفته است. با توجه به سطح معناداری (۰/۰۰۰) که کوچکتر از ۰/۰۵ به دست آمده، بنابراین معادله رگرسیون خطی معنادار می‌باشد.

جدول ۶- خلاصه مدل رگرسیونی

مدل	R	ضریب تعیین	ضریب تعیین تعدیل شده	ANOVA	
				F	Sig.
MSPE	.236	.056	.056	1699.693	.000
MAPE	.368	.135	.135	4512.474	.000
U-Theil	.418	.174	.174	6098.576	.000

منبع: یافته‌های پژوهشگر

در جدول ۷ ضرایب رگرسیونی، ضرایب معادله خط رگرسیون و همچنین آزمون برابر با صفر بودن ضرایب (آزمون شیب) انجام شده و مشخص می‌گردد که با توجه به سطح معناداری متغیر زمان در هر سه مدل (۰/۰۰۰) که کمتر از ۰/۰۵ می‌باشد، پس فرض صفر رد می‌شود و در سطح اطمینان ۹۵٪ ضریب متغیر زمان (شیب) در

معادله رگرسیون معنادار است. یعنی زمان بر شاخص‌های MSPE، MAPE و U-theil تاثیر معناداری دارد و با عنایت به منفی بودن مقادیر ضرایب استاندارد (شیب) می‌توان گفت با گذشت زمان مقادیر همه شاخص‌ها کاهش می‌یابد بنابراین میزان انحراف قیمت‌های پیشنهادی مدل بلک شولز و قیمت‌های معاملات در طی زمان در بورس اوراق بهادار تهران کمتر شده است.

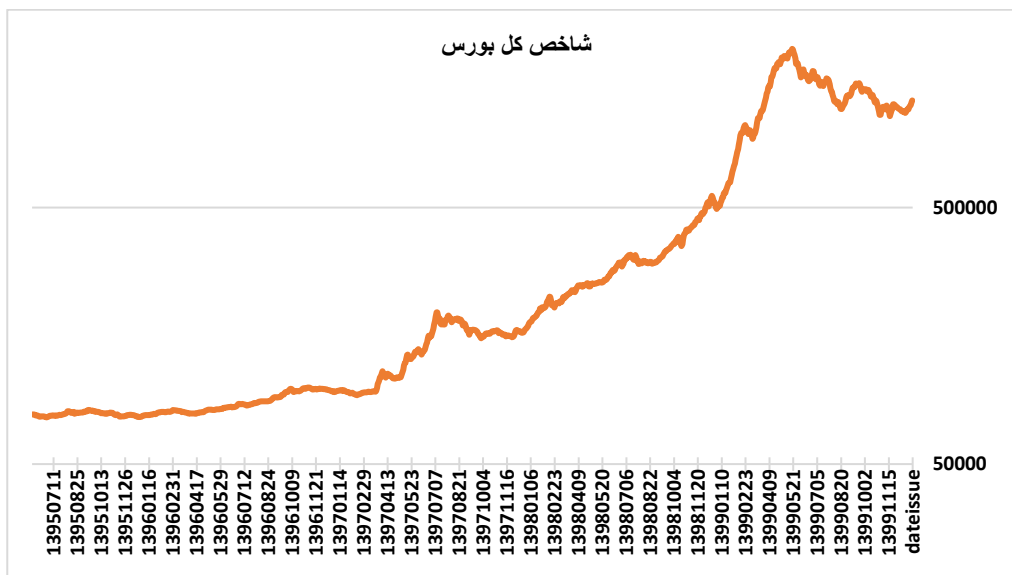
جدول ۷- ضرایب رگرسیونی، ضرایب معادله خط رگرسیون و آزمون ضرایب

مدل	متغیر وابسته	متغیر مستقل	ضرایب غیر استاندارد		ضرایب استاندارد	t	Sig.
			B	خطای استاندارد	Beta		
1	MSPE	(مقدار ثابت)	221.145	4.991	-	44.306	.000
		Mounth	-5.791	.140	-.236	-41.227	.000
2	MAPE	(مقدار ثابت)	8.883	.103	-	86.205	.000
		Mounth	-.195	.003	-.368	-67.175	.000
۳	U-theil	(مقدار ثابت)	.518	.003	-	152.928	.000
		Mounth	-.007	.000	-.418	-78.093	.000

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۷- تجزیه و تحلیل نتایج

با توجه به نتایج به‌دست آمده از بخش اول یافته‌ها می‌توان دید که قیمت‌گذاری اختیار معاملات در بورس اوراق بهادار طی سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۴۰۰ داری انحراف معنی‌داری از قیمت‌های برآورد شده توسط مدل بلک شولز بوده به صورتی که این انحراف به صورت منفی بوده یعنی اختیار معاملات در بازار بورس تهران بیشتر از قیمت برآوردی مدل بلک شولز معامله شده است که نتیجه حاصله با نتایج پژوهش رینالنی باتاک کاکاتی (۲۰۰۶) در بازار هند مشابه و همسو است. از دلایل مهمی که می‌توان برای این انحراف منفی و معامله بالاتر از قیمت بلک شولز برشمرد، وجود روند مثبت و قوی (دوره صعودی) در بازار بورس اوراق بهادار تهران طی سال‌های ۱۳۹۵ تا اواسط ۱۳۹۹ است که اکثر رکوردهای مورد مطالعه را شامل می‌شود (نمودار ۲). از این رو پیشنهاد می‌شود بررسی قیمت‌گذاری در دوره نزولی بازار نیز انجام پذیرد و نتایج حاصله با این پژوهش مقایسه گردد.



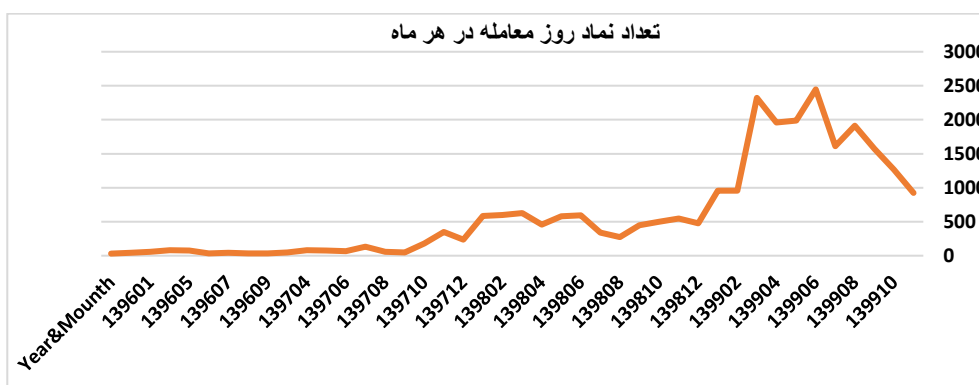
نمودار ۲- شاخص کل بورس اوراق بهادار طی سالهای ۱۳۹۵ تا ۱۴۰۰

منبع: یافته‌های پژوهشگر

در بخش دوم یافته‌ها به بررسی و مقایسه کارایی مدل بلک شولز برای اختیارات معامله در سود و در زیان پرداخته شد. نتایج حاصله مشابه نتایج پژوهش مکبث و مروول (۱۹۷۹) می‌باشد و نشان می‌دهد که میزان انحراف قیمت‌های برآوردی مدل بلک شولز از قیمت‌های معاملاتی واقعی در اختیارهای خرید در زیان (OTM) به طرز معناداری بیشتر بود که با توجه به مبحث ارزش ذاتی و زمانی اختیارات معامله تا حدی این موضوع به صورت منطقی توجیه پذیر است چرا که در اختیارهای در سود (ITM) ارزش ذاتی معلوم بوده و اختلاف مدل ناشی از ارزش زمانی است. اما در اختیارهای در زیان (OTM) همه ارزش ناشی از ارزش زمانی است که خود نامشخص و غیرقابل محاسبه است. پس از این رو معاملات آن‌ها هم با قیمت‌هایی همراه با نوسانات بالاتر معامله شده و کار را برای کارایی مدل بلک شولز سخت‌تر از اختیارات در سود می‌کند. در این پژوهش فقط از دو حالت از حالات سه گانه وضعیت اختیار معاملات استفاده شده است. محققان در آینده می‌توانند کارایی مدل برای اختیارهای به قیمت راه هم محاسبه و مقایسه کنند یا از حالت توسعه یافته‌تر ۵ گانه یعنی اضافه کردن دو حالت عمیقاً در سود و عمیقاً در زیان به ۳ حالت قبلی ذکر شده استفاده کنند تا از نتایج با جزییات بیشتری برخوردار باشند.

در بخش سوم یافته‌ها این نتیجه حاصل شد که هرچند استفاده از مدل بلک شولز و قیمت بازار دارای انحراف معناداری هستند اما این انحراف در طی سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۴۰۰ به صورت معناداری رو به کاهش بوده است. از نظر نگارنده عمده‌ترین دلایل این نتیجه آن است که این ابزار در سال ۱۳۹۵ در بازار بورس اوراق بهادار تهران قابل معامله شد و تعداد کم معاملات و عدم آشنایی فعالان بازار موجب معاملات با انحراف زیاد از بلک شولز بود

اما با گذر زمان و رشد روز افزون حجم معاملات (نمودار ۳) و ارزش این معاملات همچنین افزایش دانش و تعداد فعالین بازار و همچنین ارائه ابزارهایی در بازار به جهت محاسبه قیمت برآوردی بلک شولز این انحراف رو به کمتر شدن بوده است.



نمودار ۳- حجم معاملات اختیار طی سالهای ۱۳۹۵-۱۴۰۰

منبع: یافته‌های پژوهشگر

۸- نتیجه گیری

با توجه به روند رو به رشد در ارزش و همچنین حجم ابزارهای مشتقه در بازارهای جهانی به ویژه اختیار معامله و همچنین استفاده در حوزه‌های مختلف مالی و اقتصادی و بانکداری انتظار می‌رود رشد این ابزار مالی در بازار بورس ایران هم روند پر شتابی داشته باشد. همان‌گونه که از ابتدای معرفی و عرضه در بازار ایران این رشد پر شتاب چه در حجم و چه در ارزش معاملات را داشته است. در این پژوهش سعی شد مهم‌ترین و پرکاربردترین ابزاری که در حال حاضر در دسترس و مورد استفاده فعالین این بازار است، مورد بررسی قرار گیرد و مشخص شد که انحراف معنی‌داری بین قیمت بازار و قیمت‌گذاری مدل بلک شولز وجود دارد که می‌تواند ناشی از مولفه‌ها و شرایط خاص اقتصادی کشور ما باشد که این مولفه‌ها و میزان تاثیرات آن‌ها می‌تواند در پژوهش‌های آتی مورد کنکاش قرار گیرد. با این وجود علی‌رغم این انحراف معنادار ملاحظه شد که اختلاف مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و قیمت‌های بازار در حال کاهش است که نشان از توجه بیشتر فعالین بازار و استفاده بیشتر آن‌ها از این مدل در معاملات خود است. از طرف دیگر ثابت شد که علیرغم وجود اختلاف معنی‌دار در قیمت بازار و مدل بلک شولز، استفاده از این مدل در معاملات اوراق اختیار معامله خرید در سود به مراتب منطقی‌تر و دارای انحراف کمتری است. شایان ذکر است که در این پژوهش سعی شده است انحراف قیمت‌های معامله شده از قیمت‌های پیشنهادی مدل بررسی شود و برای پژوهش‌های آینده می‌توان به بررسی هزینه و فایده استفاده از این مدل در سررسید پرداخت.

فهرست منابع

- ۱) امیری، م، و میرزاپورباباجان، ا، و اکبری مقدم، ب. (۱۳۹۷). بررسی استراتژی سرمایه گذاری در قراردادهای اختیار معامله با روش قیمت گذاری بلک-شولز (مطالعه موردی: قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران). دانش مالی تحلیل اوراق بهادار (مطالعات مالی)، ۱۱(۴۰)، ۴۷-۶۳.
- ۲) بیدگلی، دکتر غلامرضا اسلامی، اردکانی، حسین سرفراز. (۱۳۷۵). تئوری قیمت گذاری اختیار معامله. نشریه تحقیقات مالی، ۵۹۷۱، مقاله ۸ دوره ۹، شماره ۲، ص- ۵۷۱-۵۲۸.
- ۳) پور حیدری، امید. (1378). "الگوی قیمت گذاری برگه های اختیار معامله"، تحقیقات مالی، بهار ۵۹۷۸، مقاله ۱، دوره ۲، شماره ۲.
- ۴) دلآوری، مجید و روشنی بروجنی، نفیسه. (1391). بررسی عوامل مؤثر بر تغییر پذیری قیمت های آتی سکه طلا. اقتصاد مالی، 6(19), 29-58.
- ۵) قاسمی، فاطمه، رنجبر فلاح، محمد رضا، ابوالحسنی، اصغر، موسویان، سید عباس، ندیری، کامران. (۱۳۹۳). "ارائه مدل قیمت گذاری قرارداد اختیار خرید در مالی اسلامی"، فصلنامه مطالعات اقتصادی، ۵۹۳۹، مقاله ۱ دوره ۷، شماره ۵۹، ص- ۵۱۵-۵۲۵.
- ۶) نبوی چاشمی، سید علی، عبدالهی، فرهاد. (۱۳۹۳). "بررسی و مقایسه ی سود اختیار معاملات آسیایی، اروپایی و آمریکایی سهام در بورس اوراق بهادار تهران" بهار ۱۳۹۷، دوره، ۹ شماره 34 از صفحه 359 تا صفحه 380.
- ۷) - کیمیاگری علی محمد، آفریده ثانی، احسان. (۱۳۸۷). "ارائه یک روش تلفیقی جهت قیمت گذاری اختیار معامله مبتنی بر دو مدل بلک شولز و درخت دوتایی مطالعه موردی بازار بورس سهام ایران"، فصلنامه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت.
- ۸) طهماسبی، نرگس، بهراممهر، نفیسه. (۱۴۰۰). قیمت گذاری قرارداد اختیار معامله سکه طلا در بازار بورس کالای ایران: رویکرد بلک شولز و برابری خرید و فروش. اقتصاد مالی.
- ۹) میرزایی بادیزی، وحید، بهراممهر، نفیسه. (۱۳۹۸). بررسی صرف ریسک واریانس در بازار قراردادهای اختیار سکه ایران. اقتصاد مالی، 13(46), 145-160.
- ۱۰) هال، جان. "مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک"، صالح آبادی، علی، سیاح، سجاد، گروه رایانه تدبیر. پرداز، ۵۹۸۲.

- 11) Bachelier, Louis. "Theorie de la Speculation". PhD dissertation, l'Ecole Normale Supérieure, 1900. (English translation in Paul Cootner, ed., The Random Character of Stock Market Prices. MIT Press, 1964, pp.17-78.)
- 12) Bernstein, Peter. Capital Ideas: The Improbable Origins of Modern Wall Street. The Free Press, 1992. Black, Fischer and Scholes, Myron. "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." Journal of Political Economy, May- June 1973, 81(3), pp. 673-59.
- 13) Boness, A. James. "Elements of a Theory of Stock-Option Value." Journal of Political Economy, April 1964, 72(2), pp.163-175.

- 14) Harris, David, "A Method of Pricing European Style Equity Options" Graduate Theses, Dissertations, (2014).
- 15) Jordan J V, and Seale, W E "Transaction Data Tests of Minimum Prices and Put Call Parity for Treasury Bond Future Options", *Advances in Futures and Options Research*, (1986), Vol. 1, pp 63-87.
- 16) Ingersoll, Jonathan. "Option Pricing Theory", in: Eatwell and Millgate, eds., *The New Palgrave - Finance*. The Macmillan Press, 1989, pp. 199-212.
- 17) K P Rinalini "Effectiveness of the Black-Scholes Model for Pricing Options in Indian Option Market", *The ICAI Journal of Derivatives Market*, (2006), PP 6-19.
- 18) MacBeth, James and Merville, Larry. "An Empirical Examination of the BlackScholes Call Option Pricing Model." *Journal of Finance*, December 1979, 34(5), pp.1173-1186.
- 19) Blattberg, R. C., & Gonedes, N. J. "A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices":*The Journal of Business*, (1977), 50 (1), 78-79
- 20) Rubinstein M "Non-parametric Test of Alternative Option Pricing Models Using all Reported Trade and quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 Through August 31, 1978", *Journal of Finance*, Vol. 40, NO. 2, pp 445-480.
- 21) Smith, Clifford. "Option Pricing: A Review." *Journal of Financial Economics*, January-March 1976, 3(1-2), pp. 3-51.
- 22) Sprenkle, Case. "Warrant Prices as Indicators of Expectations and Preferences", in:Paul Cootner, ed., *The Random Character of Stock Market Prices*. MIT Press, 1964,pp. 412-474

<https://doi.org/10.30495/fed.2023.1953880.2668>

Experimental investigation of the Black Scholes pricing model in Tehran Stock Exchange call option transactions

Koresh Nasiri¹
Gholamreza Askarzadeh²

Received: 23/ June /2021 Accepted: 26/ August /2021

Abstract

With the increasing progress of financial markets, human life has been directly and indirectly affected by financial markets. The financial markets of each country show the dynamics of financial institutions and instruments of that country. In the financial markets of advanced countries, financial instruments have been widely and continuously changing and improving in order to reach their maximum efficiency and on the other hand to minimize their investment risk. Therefore, new tools to cover the risk of transactions in the financial markets emerged. Trading option is one of these instruments whose price is subject to supply and demand like other financial instruments. But in this market, there are pricing models for this tool, the most important and widely used of which is the Black-Scholes pricing model, which is widely used among the traders of this tool for quoting. The purpose of this research is to measure the effectiveness of the Black-Scholes pricing model in the call option trading market in the Tehran Stock Exchange, the data used for which includes all published call option contracts in the Tehran Stock Exchange (including 1315 contracts published in the market in 26 basic asset symbols in 10 different industries and 25,760 trading days) in a 5-year period from 1395 to 1400, and during this path, error coefficients and U-tail indices were used to analyze the data. Results Research indicates that the suggested prices of the Black-Scholes model are priced higher than the price of call options. In addition, the percentage of deviations and U-theil in ITM profit call options is lower than that of OTM call options, so the pricing efficiency of the Black-Scholes model for the pricing of ITM call options It is more than the price of OTM call options. In addition, the amount of deviation of the suggested prices of the Black-Scholes model and transaction prices has decreased over time in the Tehran Stock Exchange.

Key words: Black-Scholes, call options, error rate, U-Tail

JEL classification: G12

¹ Department of Financial Management, Yazd Branch, Islamic Azad University, Yazd, Iran.
Kourosh_nasiri@outlook.com

² Department of Financial Management, Yazd Branch, Islamic Azad University, Yazd, Iran (corresponding author)
email Askarzadeh1360@yahoo.com
Ecj@iauctb.ac.ir



Creative Commons – Attribution 4.0
International – CC BY 4.0
Creativecommons.org

