حرکت آشوبناک وکنترل آن برای تیریک سرگیردار غیرصفحه‌ای، غیرخطی با تحریک پارامتری

جواد مرزبان راد[1]، مرتضی صیدی[2]، حسین صالحی مرزیجرانی[3]
marzban@iust.ac.ir

چکیده

در این مقاله، آنالیز حرکت آشوبناک و کنترل آن برای تیر یک‌سرگیردار غیر صفحه‌ای، غیرخطی با تحریک پارامتری محوری و عرضی در انتهای آزاد آن انجام شده است. این کار روش جدیدی برای کنترل حرکت آشوبناک تیر غیر صفحه‌ای می‌باشد. در این بررسی، رزونانس داخلی تیر 2:1 بوده و رزونانس اولیه در خارج از صفحه و رزونانس زیر هارمونیک برای داخل صفحه در نظر گرفته شده است. مدل سازی تیر به کمک روش لاگرانژ انجام شده است. سپس از روش مقیاس‌های چندگانه برای تبدیل سیستم تحریک پارامتری و خارجی به معادلات میانگین‌گیری شده که نیروی ثابتی به آنها وارد می‌شود، کمک گرفته شده است. در نهایت با استفاده از شبیه سازی عددی، کنترل حلقه بازی برای حرکت آشوبناک تیر یک سرگیردار غیرصفحه‌ای با تحریک در انتهای آزاد آن طراحی شده است تا بتواند ارتعاشات تیر را در یک راستا محدود نماید. نتایج حاصله بصورت منحنی‌هایی که محدوده پایداری را نشان می‌دهد نمایش داده شده است.

کلیدواژه:

حرکت آشوبناک - تحریک پارامتری - تیر یک سرگیردار - کنترل ارتعاشات.

1- استادیار، دانشکده مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران
2- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران
3- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران

1- مقدمه

قصد داریم مدل غیر خطی و اثرات متقابلی که ممکن است در تیر یک سرگیردار با تحریک خارجی رخ دهد را ارائه دهیم. بال‌های هواپیما، پره‌های هلیکوپتر، لوله تفنگ و ساختمان‌های مرتفع تنها تعدادی از نمونه‌های مکانیکی و ساختمانی موجود هستند که در طراحی آنها، آنالیز ارتعاشی سازه‌ها به‌طور کلی و تیرها به‌طور اخص بسیار ضروری و حیاتی است. مدلسازی خطی این سازه‌ها می‌تواند نادرست، ناکافی و گمراه کننده باشد مخصوصا زمانی‌که دامنه نوسان‌ها زیاد شده و فرکانس‌های طبیعی به‌طور فزاینده‌ای به این دامنه‌ها وابسته می‌شوند. غیر خطی بودن مسئله ممکن است مودهای پیچشی، خمشی و طولی از یک سازه را با یکدیگر کوپل کرده و بنابراین عکس العمل به یک تحریک هارمونیک ساده می‌تواند هم یک پاسخ هارمونیک ساده باشد و هم یک پاسخ بسیار پیچیده شامل مودهای فراوان که باعث تکان‌های نامطلوبی می‌شود. بنابراین چاره‌ای نیست جز اینکه، این پاسخ ها باید تماما محاسبه و در طراحی سازه‌ها به‌کار گرفته شوند وگرنه نتایج غیر قابل استناد می‌تواند در بعضی از نمونه‌ها مصیبت بار باشد.

Haight و King [1] پایداری حرکت برای تحریک پارامتری یک میله را بررسی کردند و نشان دادند که حرکت‌های صفحه‌ای همواره پایدار هستند و مودهای غیرصفحه‌ای آن تا زمانی که ترم‌های غیرخطی تأثیر داده نشده‌اند، تحریک نمی‌شوند. Hodges و Dowell [2] مجموعه روابط حاکم بر حرکت تیغه‌های روتور را با کمک اصل همیلتون بررسی و با در نظر گرفتن ترم‌های غیرخطی درجه سه به حل آن پرداختند. Crespo da Silva [4،3] مجموعه معادلات انتگرالی- دیفرانسیلی حاکم بر حرکت تیرهای غیرقابل انبساط، غیرخطی در هندسه و اینرسی را به‌دست آوردند، آنها این معادلات را به روش مقیاس‌های چند گانه ترم‌های مهم هندسی مشخص کردند. Dagundji و Mukhopadhyay [5] به بررسی پاسخ تیر یک‌سرگیردار با تحریک پارامتری در فرکانس نزدیک به مجموع اولین مود خمش و پیچش پرداختند.

Anderson et al. [6] با بهبود مدل تئوری، بر اساس روش میانگین‌گیری، به بررسی انتقال انرژی بین مودهای تیر یک‌سرگیردار تحت تحریک پارامتری پرداخت. Arafat et al. [7] با مطالعه پاسخ تیر غیرصفحه‌ای فلزی تحت تحریک اولیه پارامتری، Bifurcationsهای موجود و حرکت آشوبناک آن‌را به‌دست آورد. در حالت کلی، تحریک محوری و عرضی در انتهای آزاد تیر یک‌سرگیردار موجب ارتعاش غیر صفحه‌ای عرضی می‌شود. به خاطر در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ تیر مساله دارای ترم‌های غیر خطی می‌باشد. دینامیک تیر یک‌سرگیردار غیر صفحه‌ای کاربردهای مهمی در ایستگاه‌های فضایی، ماهواره‌ها، آنتن ها و بازوهای مکانیکی انعطاف‌پذیر دارد. با گسترش دامنه تئوری‌های دینامیک غیرخطی، فهم بهتری از پدیده‌های پیچیده ناشی ازمباحث غیرخطی تیر یک‌سرگیردار ایجاد شد.

معادله حرکت برای تیر یک سرگیردار به صورت معادله‌های دیفرانسیل جزئی با تحریک پارامتری می‌باشد، که با کمک روش مقیاس‌های چندگانه از سیستم تحریک پارامتری و خارجی به معادلات میانگین‌گیری شده که نیروی ثابتی به آنها وارد می‌شود، تبدیل می‌شود. این روش به ما نشان می‌دهد که تحریک عرضی در راستای z تأثیر به‌سزایی در ارتعاشات تیر دارد. این روش نشان می‌دهد که روش جدیدی برای کنترل حرکت این نوع تیر با تغییر نیرویی وجود دارد.

2- بررسی دینامیک تیر یک سرگیردار غیرخطی غیرصفحه‌ای با تحریک پارامتری

فرمولبندی مسئله:

پاسخ برای تیر یک‌سرگیردار غیرصفحه‌ای با سطح مقطع مربعی که یکی از مودهای آن تحت تحریک پارامتریک قرار گرفته را در نظر می‌گیریم. علامت گذاری به‌کار رفته در این آنالیز به صورت زیراست.

t: زمان، s: مختصات محوری در طول محور الاستیک قبل از تغییر شکل. $U(s,t)$ ، $v(s,t)$ و $w(s,t)$ تغییر مکانی مرکز ثقل s در طول محورهای به ترتیب x, y, z هستند و $\phi(s,t)$ زاویه چرخش مقطع عرضی تیر حول محور ξ است. علاوه بر این، m جرم واحد طول J_η, J_ξ و J_ζ ممان اینرسی‌های جرم اصلی، D_η , سفتی پیچشی، D_η و D_ζ سفتی‌های خمشی، AE سفتی طولی و c ضریب استهلاک ویسکوز می‌باشد. تحریک هارمونیک محوری به فرم $2F_1\cos(\Omega_1 t)$ و تحریک‌های عرضی در راستاهای y و z نیز به ترتیب به فرم‌های $2F_2\cos(\Omega_2 t)$ و $2F_3\cos(\Omega_3 t)$ مطابق شکل(8) می‌باشند. معادله بی‌بعد شده برای تیر یک سرگیردار غیرخطی، غیرصفحه‌ای تحت تحریک نیرویی و پارامتری به صورت زیر در می‌آید.[8]

$$\ddot{v}+\bar{c}\,\dot{v}+b_y v^{iv}+F_1\cos(\Omega_1 t)v'' \\ =(1-b_y)\left[w''\int_1^s v''w''ds-w'''\int_0^s v''w'ds\right]' \\ -\frac{1}{b_y}(1-b_y)^2\left[w''\int_0^s\int_1^s v''w''dsds\right]'' \\ -b_y\left[v'(v'v''+w'w'')'\right]' \\ -\frac{1}{2}\left[v'\int_1^s\frac{d^2}{dt^2}\left\{\int_0^s(v'^2+w'^2)ds\right\}ds\right]' \\ -F_1\cos(\Omega_1 t)\left[v'(v'^2+w'^2)\right]' \\ +F_2(s)\cos(\Omega_2 t), \tag{1}$$

$$\ddot{w}+\bar{c}\,\dot{w}+w^{iv}+F_1\cos(\Omega_1 t)w'' \\ =-(1-b_y)\left[v''\int_1^s v''w''ds-v'''\int_0^s w''v'ds\right]' \\ -\frac{1}{b_y}(1-b_y)^2\left[v''\int_0^s\int_1^s v''w''dsds\right]'' \\ -b_y\left[w'(v'v''+w'w'')'\right]' \\ -\frac{1}{2}\left[w'\int_1^s\frac{d^2}{dt^2}\left\{\int_0^s(v'^2+w'^2)ds\right\}ds\right]' \\ -F_1\cos(\Omega_1 t)\left[w'(v'^2+w'^2)\right]' \\ +F_3(s)\cos(\Omega_2 t), \tag{2}$$

که dot و prime به ترتیب مشخص کننده مشتق نسبت به t و x می‌باشد. $\bar{c}$ نمایانگر ضریب دمپینگ و β_y نسبت سختی صفحه‌ای و غیر صفحه‌ای می‌باشد که به صورت $\beta_y=\frac{D_\varsigma}{D_\eta}$ می‌باشد.

شرایط مرزی به صورت زیر می‌باشند:

$$v=0, v'=0, w=0 \text{ و } w'=0 \quad \text{در } s=0 \tag{3}$$

$$v''=0, v'''=0, w''=0 \text{ و } w'''=0 \quad \text{در } s=L \tag{4}$$

3- بدست آوردن پاسخ برای معادلات حرکت

برای ادامه تحلیل به روش گالرکین را برای سیستم دو درجه آزادی غیرخطی تحت تحریک نیرویی و پارامتریک اجرا می‌کنیم. برای مودهای صفحه‌ای و غیر صفحه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$v(s,t)=y(t)G(s) \tag{5}$$

$$w(s,t)=z(t)G(s) \tag{6}$$

که G(s) تابع شکل مود برای ارتعاشات عرضی تیر خطی یک سر گیردار می‌باشد، و به شرح زیر است:

$$G(s)=\cosh(rs)-\cos(rs) \\ -\frac{\cosh(r)+\cos(r)}{\sinh(r)+\sin(r)}[\sinh(rs)-\sin(rs)], \tag{7}$$

که تابع G(s) معادله دیفرانسیل زیر را ارضا می‌کند.

$$G''''-r^4G=0, \tag{8}$$

با شرایط مرزی زیر

$$G(0)=G'(0)=G''(1)=G'''(1)=0, \tag{9}$$

که r در معادله دیفرانسیل از معادله مشخصه زیر به دست می‌آید.

$$\text{Cosh}(r)\cos(r)+1=0 \tag{10}$$

با معرفی متغیر $\hat{t}=r^2t$، که hat را برای راحتی در محاسبات بعدی نمی‌نویسیم، با جایگذاری معادله (5) و (6) در معادلات حرکت (1) و (2) و ضرب طرفین در G(s) و با انتگرال‌گیری از معادله نسبت به s از 0 تا 1 معادله‌های میانگین‌گیری شده به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\ddot{y}+c+b_y\dot{y}-2a_1F_1\cos(\Omega_1 t)y \\ +a_2y\left(y\ddot{y}+\dot{y}^2+z\ddot{z}+\dot{z}^2\right)+a_3b_yy^3 \\ +\left[b_ya_3+(1-b_y)a_4-\frac{1}{b_y}(1-b_y)^2a_5\right]yz^2 \\ -2\bar{F}_1\cos(\Omega_1 t)\left(y^3+yz^2\right)=f_1\cos(\Omega_2 t) \tag{11}$$

$$\ddot{z}+c\dot{z}+b_yz-2a_1F_1\cos(\Omega_1 t)z \\ +a_2z\left(y\ddot{y}+\dot{y}^2+z\ddot{z}+\dot{z}^2\right)+a_3b_yz^3 \\ -\left[(1-b_y)a_4-\frac{1}{b_y}(1-b_y)^2a_5-b_ya_3\right]zy^2 \\ -2\bar{F}_1\cos(\Omega_1 t)\left(z^3+zy^2\right)=f_2\cos(\Omega_2 t) \tag{12}$$

برای به‌دست آوردن جواب اختلالات زیر را فرض می‌کنیم :

$$a_2 \to e a_2, \quad a_3 \to e a_3,$$
$$a_4 \to e a_4, \quad a_5 \to e a_5,$$
$$F_1 \to e F_1, \quad \overline{F}_1 \to e^2 \overline{F}_1,$$
$$c \to e c, \quad f_1 \to e\, f_1,$$
$$f_2 \to e\, f_2, \tag{13}$$

در نتیجه معادلات حرکت به صورت زیر در می‌آید :

$$\begin{aligned} &\ddot{y} + ec\,\dot{y} + b_y y - 2ea_1F_1\cos(\Omega_1 t)\,y \\ &+ea_2 y(y\ddot{y}+\dot{y}^2+z\ddot{z}+\dot{z}^2)+ea_3b_yy^3 \\ &+e\left[b_ya_3+(1-b_y)a_4-\frac{1}{b_y}(1-b_y)^2a_5\right]yz^2 \\ &-2e^2\overline{F}_1\cos(\Omega_1 t)(y^3+yz^2)=e\,f_1\cos\Omega t, \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} &\ddot{z} + ec\,\dot{z} + z - 2ea_1F_1\cos(\Omega_1 t)\,z \\ &+ea_2 z(y\ddot{y}+\dot{y}^2+z\ddot{z}+\dot{z}^2)+ea_3z^3 \\ &+e\left[b_ya_3-(1-b_y)a_4-\frac{1}{b_y}(1-b_y)^2a_5\right]yz^2 \\ &-2e^2\overline{F}_1\cos(\Omega_1 t)(y^3+yz^2)=e\,f_2\cos\Omega t. \end{aligned} \tag{15}$$

که روابط بالا شامل تحریک و نیروهای پارامتری می‌باشد که نشان دهنده غیر خطی‌های نوسانات صفحه‌ای و غیر صفحه‌ای تیر یک سرگیردار می‌باشد. در ادامه با روش مقیاس‌های چندگانه به حل می‌پردازیم.

4- تحلیل اختلالات

با کمک روش مقیاس‌های چندگانه [9] برای پیدا کردن جواب معادلات فرض زیر را در نظر می‌گیریم

$$y(t,e)=y_o(T_o,T_1)+e\,y_1(T_o,T_1)+\dots, \tag{16}$$

$$z(t,e)=z_o(T_o,T_1)+e\,z_1(T_o,T_1)+\dots, \tag{17}$$

که در آن $T_1=t, T_2=\varepsilon t$ می‌باشد، و برای اپراتورهای مشتق نیز خواهیم داشت

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial T_o}\frac{\partial T_o}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial T_1}\frac{\partial T_1}{\partial t}+\dots=D_o+eD_1+\dots, \tag{18}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}=(D_o+eD_1+\dots)^2=D_o{}^2+2eD_oD_1+\dots, \tag{19}$$

که

$$D_k=\frac{\partial}{\partial T_k}, k=0,1$$

با فرض $\beta_y=\omega_1^2=1/4$ و این که رزونانس داخلی2:1 برای معادلات حرکت و تحریک پارامتری نوسانات زیرهارمونیک (1/2) در حالت صفحه‌ای و نوسانات اولیه در حالت رزونانسی در خارج از صفحه فرض می‌گردد. برای رونانس به صورت زیر قابل شرح است:

$$\begin{aligned} &\Omega_2^2=\Omega_1^2, \quad w_1^2=b_y=\frac{1}{4}\Omega_1^2+es_1, \\ &1=w_2^2=\Omega_1^2+es_2, \end{aligned} \tag{20}$$

که σ_1 و σ_2 پارامتر detuning می‌باشد. برای این تحلیل $\Omega_1=1$ را در نظر می‌گیریم.

با اعمال روش مقیاس‌های چندگانه بر روی معادلات دیفرانسیل داریم با جدا کردن ضرایب هم مرتبه e داریم:

برای مرتبه ε^0

$$D_0^2y_0+\beta_y y_0=0 \xrightarrow{\beta_y=\frac{1}{4}} D_0^2y_0+\frac{1}{4}y_0=0 \tag{21}$$

$$D_0^2z_0+z_0=0 \tag{22}$$

حل معادلات فوق به صورت فرم مختلط زیر در می‌آید.

$$y_0=A(T_1)e^{i\frac{1}{2}T_0}+\overline{A}(T_1)e^{-i\frac{1}{2}T_0} \tag{23}$$

$$z_0=B(T_1)e^{iT_0}+\overline{B}(T_1)e^{-iT_0} \tag{24}$$

که $\overline{A}$ و $\overline{B}$ مزدوج مختلط A و B هستند.

برای مرتبه ε^1

$$\begin{aligned} D_o^2y_1+\frac{1}{4}y_1=&-2D_oD_1y_o-cD_oy_o \\ &-s_1y_o+a_1F_1(e^{iT_o}+e^{-iT_o})y_o \\ &-a_2y_o\{y_oD_o^2y_o+(D_oy_o)^2 \\ &\quad+z_oD_o^2z_o+(D_oz_o)^2\} \\ &-\frac{1}{4}a_3y_o^3-(\frac{1}{4}a_3+\frac{3}{4}a_4-\frac{9}{4}a_5)y_oz_o^2 \\ &+\frac{1}{2}f_1(e^{iT_o}+e^{-iT_o}), \end{aligned} \tag{25}$$

$$D_o^2 z_1 + z_1 = -2D_o D_1 z_o - cD_o z_o - s_1 z_o + a_1 F_1 (e^{iT_o} + e^{-iT_o}) z_o - a_2 z_o \{ y_o D_o^2 y_o + (D_o y_o)^2 + z_o D_o^2 z_o + (D_o z_o)^2 \} - a_3 z_o^3 - (a_3 - \frac{3}{4} a_4 - \frac{9}{4} a_5) z_o y_o^2 + \frac{1}{2} f_2 (e^{iT_o} + e^{-iT_o}). \tag{26}$$

با جایگذاری (20)، (23) و (24) در معادلات (25) و (26) و از آنجا که $\cos(T_0) = \frac{1}{2}\left(e^{iT_0} + e^{-iT_0}\right)$ با پیدا و جدا کردن ضریب ترم سکولار معادلات به شکل زیر در می‌آیند.

$$D_o^2 y_1 + \frac{1}{4} y_1 = \{ -iD_1 A - i\frac{1}{2} cA - s_1 A + a_1 F_1 \overline{A} + \frac{1}{2}(a_2 - \frac{3}{2} a_3) A^2 \overline{A} - (a_3 + 3a_4 - 9a_5) AB\overline{B} \} e^{i\frac{1}{2}T_o} + cc + NST, \tag{27}$$

$$D_o^2 z_1 + z_1 = \{ -2iD_1 B - icB - s_2 B + (2a_2 - 3a_3) B^2 \overline{B} - 2(a_3 - \frac{3}{4} a_4 - \frac{9}{4} a_5) AB\overline{B} + \frac{1}{2} f_2 \} e^{iT_o} + cc + NST, \tag{28}$$

که cc و NST به ترتیب نشان دهنده مزدوج مختلط و جملاتی که ترم‌های سکولار ندارند، می‌باشند. با مشخص شدن ترم سکولار و برابر صفر قرار دادن ضریب آن داریم:

$$D_1 A = -\frac{1}{2} cA + is_1 A - ia_1 F_1 \overline{A} - i\frac{1}{2}(a_2 - \frac{3}{2} a_3) A^2 \overline{A} - i\frac{1}{2}(a_3 + 3a_4 - 9a_5) AB\overline{B}, \tag{29}$$

$$D_1 B = -\frac{1}{2} cB + i\frac{1}{2} s_2 B - i(a_2 - \frac{3}{2} a_3) B^2 \overline{B} - i(a_3 - \frac{3}{4} a_4 - \frac{9}{4} a_5) BA\overline{A} - i\frac{1}{4} f_2. \tag{30}$$

برای A و B فرم کارتزین را در نظر می‌گیریم.

$$A(T_1) = \frac{1}{2}[x_1(T_1) + ix_2(T_1)], \tag{31}$$

$$B(T_1) = \frac{1}{2}[x_3(T_1) + ix_4(T_1)], \tag{32}$$

که x_n, $n = 1,2,3,4$ توابعی حقیقی و وابسته T_1 می‌باشند و با جایگذاری (31) و (32) در معادله‌های (29) و (30) و با جدا کردن قسمت‌های حقیقی و موهومی و $\frac{dx_n}{dT_1}$ را به‌دست می‌آوریم، که معادلات برای فرم کارتزین، میانگین‌گیری شده می‌باشند:

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{2} cx_1 - (s_1 + a_1 F_1) x_2 + \frac{1}{16}(2a_2 - 3a_3) x_2 (x_1^2 + x_2^2) - b_1 x_2 (x_3^2 + x_4^2), \tag{33}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{2} cx_2 + (s_1 - a_1 F_1) x_1 - \frac{1}{16}(2a_2 - 3a_3) x_1 (x_1^2 + x_2^2) + b_1 x_1 (x_3^2 + x_4^2), \tag{34}$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{2} cx_3 - \frac{1}{2} s_2 x_4 + \frac{1}{8}(2a_2 - 3a_3) x_4 (x_3^2 + x_4^2) - b_2 x_4 (x_1^2 + x_2^2), \tag{35}$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{2} f_2 + \frac{1}{2} s_2 x_3 - \frac{1}{2} cx_4 - \frac{1}{8}(2a_2 - 3a_3) x_3 (x_3^2 + x_4^2) + b_2 x_3 (x_1^2 + x_2^2), \tag{36}$$

که در آن

$$b_1 = \frac{1}{8}(a_3 + 3a_4 - 9a_5), \quad b_2 = \frac{1}{16}(4a_3 - 3a_4 - 9a_5). \tag{37}$$

آنچه که از تحلیل مذبور دیده می‌شود این است که نیروی اغتشاشی ثابت f_2 در معادله مقدار میانگین (4,30) وجود دارد که برای وضعیت رزونانس داخلی 2:1، رزونانس پارامتریک اولیه 1/2 زیر رزونانس هارمونیک برای مود داخل صفحه و رزونانس پارامتری اصلی، رزونانس اولیه برای مود خارج از صفحه می‌باشد. در نتیجه‌گیری نشان داده خواهد شد که این نیروی اغتشاشی ثابت f_2 برای کنترل حلقه باز با نیروی ثابت می‌باشد که حرکات آشوبناک را در یک دوره n حرکت یا حالت ایستا برای نوسانات غیر خطی غیر صفحه‌ای تیر یک سر گیر دار را کنترل می‌کند. زیرا در حضور نیروی اغتشاشی ثابت f_2 چندین پدیده مهم غیر خطی در معادله مقدار میانگین‌گیری شده اتفاق می‌افتد.

5- شبیه سازی عددی، حرکات آشوبناک وکنترل

معادله مقدار متوسط (36-33) را انتخاب کردیم تا شبیه سازی عددی را انجام دهیم. برای آنالیز عددی حرکات آشوبناک وکنترل نوسانات غیر خطی غیر سطحی تیر یک سر گیر دار مورد بحث با تحریک محوری هارمونیک وتحریک عرضی در انتهای آزاد در این بخش از یک نرم افزار Mathematica استفاده کرده ایم. پاسخ مود خارج از صفحه یک حرکت متناوب است. دیگر پارامترها وشرایط اولیه به صورت زیر انتخاب شده اند:

$$\begin{aligned}
&c=0.11,\quad s_1=2.0,\quad s_2=6.5,\\
&a_1=1,\quad a_2=-4.2,\quad a_3=2.01,\\
&b_1=5.1 b_2=-0.23,\quad x_{10}=0.185,\\
&x_{20}=0.655,\quad x_{30}=0.35,\quad x_{40}=0.18,
\end{aligned} \tag{38}$$

شکل1 (a)-(d) به ترتیب صفحه فاز روی صفحات (x_1,x_2) ، (x_3,x_4)وبه صورت موجی روی صفحات (t,x_1)، (t,x_3) را نمایش می‌دهد.

6- نتایج و بحث

حرکت بی نظم وکنترل آن برای نوسانات غیر خطی غیر سطحی تیر یک سر گیر دار مورد بحث در اثرتحریک محوری هارمونیک وتحریک عرضی در انتهای آزاد در این پژوهش برای اولین بار با استفاده از شبیه سازی عددی بررسی شده است. این تحقیق بروی وجود توام2:1 رزونانس داخلی، پارامتر اصلی رزونانس 1/2 ، رزونانس هارمونیک فرعی برای مود داخل صفحه ورزونانس اصلی پارامتری - رزونانس اولیه برای مود خارج از صفحه متمرکز شده است.

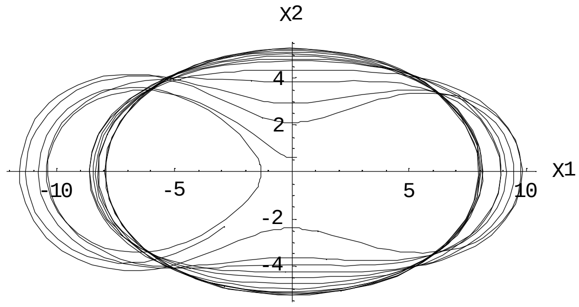
بر اساس نتایج عددی که در بالا به دست آمد دریافتیم که آنجا تعداد حالت مختلفی برای حرکت برای حل تعادلی معادله مقدار میانگین، از f_2=66.8 تا f_2=318.8 وجود دارد.

در شکل (1) به ازای مقدار f2=66.8 نمودارهای فاز و پاسخ را می‌توان ملاحظه کرد. در شکل (2) با بالا رفتن f2 و رسیدن به f2=76.8 نوع limit cycle و حالت پاسخ عوض می‌شود. در حالت بعدی شکل (3) برای نیروی کنترلی f2=82.8 با تغییر در نمودار فاز (x1,x2) پاسخ جدیدی را نمایش می‌دهد.

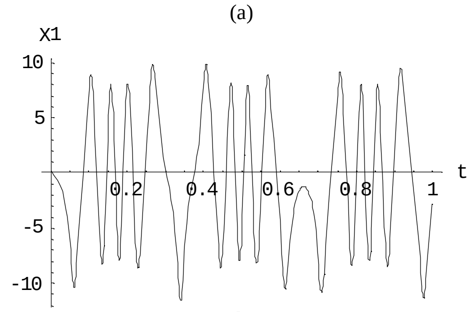
در شکل (4) نیز همان نمودار ها را به ازای f2 =158.8 مشاهده می‌توان کرد. در شکل (5) با نیروی f2 =162.8 به تغییر limit cycle ایجاد شده پرداخته شده است. در انتها نیز در شکل (7) با نیروی f2 =318.8 limit cycle و پاسخ جدیدی را به‌دست می‌دهد.

از شبیه سازی عددی مشخص شده است که شکل حرکات آشوبناک برای مود داخل صفحه کاملا متفاوت از حالت مود خارج از صفحه می‌باشد. بعلاوه آنالیز مذکور نشان می‌دهد که مود داخل صفحه و مود خارج از صفحه نوسانات غیر خطی تیر یک سر گیر دار باید به صورت همزمان درنظر گرفته شوند تا زمانی که داخل وخارج صفحات اصلی سختی خمشی به صورت متفاوت وجود دارد، به این دلیل که $b_Y=\dfrac{D_V}{D_h}\neq 1$،

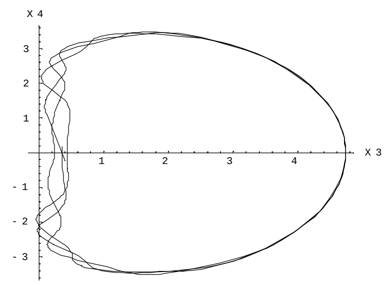
در این تحقیق تحریک عرضی در راستایz ویک نیروی کنترلی که می‌تواند پاسخ نوسانات غیر خطی غیر سطحی تیر یک سر گیر دار در حالت سکون را کنترل کند، در نظر گرفته شده است. این نیروی مغشوش ثابت در معادله مقدار میانگین‌گیری شده (11) و (12) یک نیروی کنترلی ثابت حلقه باز می‌باشد. نتایجی که در اینجا به دست آمد، نشان می‌دهد که این نیروی آشفتگی ثابت تاثیر مهمی بر پاسخ سیستم خودکار غیر خطی دارد.



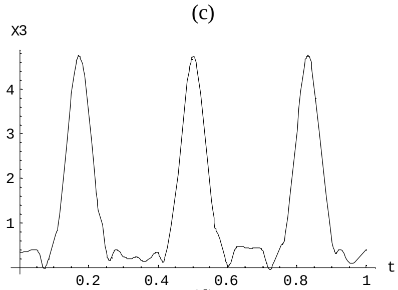
(a)



(b)



(c)



(d)

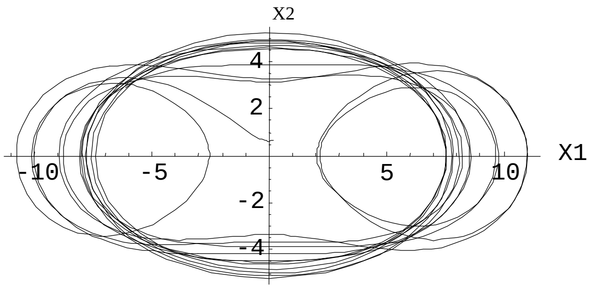
شکل (1): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقادیر عددی F1 = 61.7, f2 = 66.8 .

a) نمودار فاز (x1,x2)

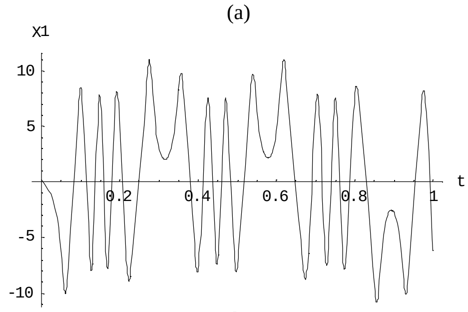
b) پاسخ در صفحه (t,x1)

c) نمودار فاز (x3,x4)

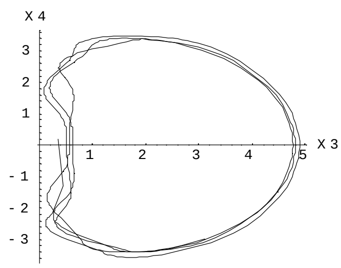
d) نمودار فاز (t,x3).



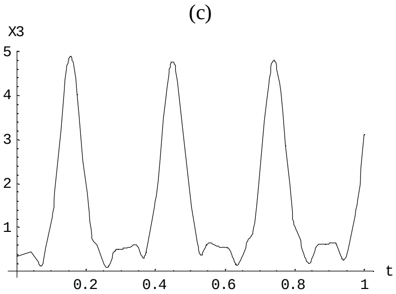
(a)



(b)



(c)



(d)

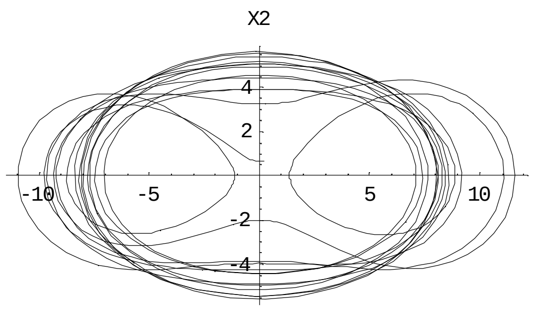
شکل (2): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار عددی f2 =76.8, سایر شرایط مانند نمودار 1

a) نمودار فاز (x1,x2)

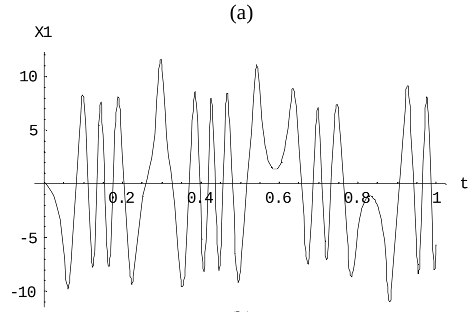
b) پاسخ در صفحه (t,x1)

c) نمودار فاز (x3,x4)

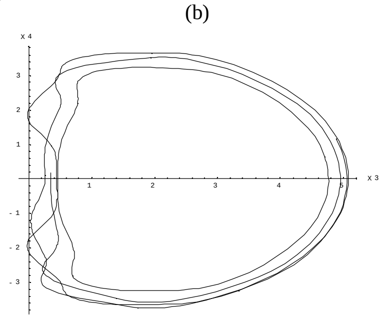
d) نمودار فاز (t,x3).



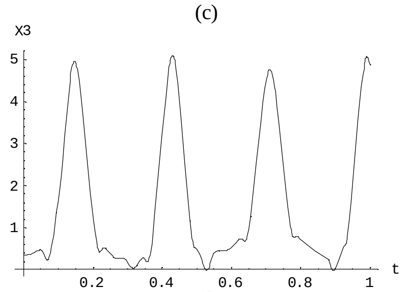
(a)



(b)



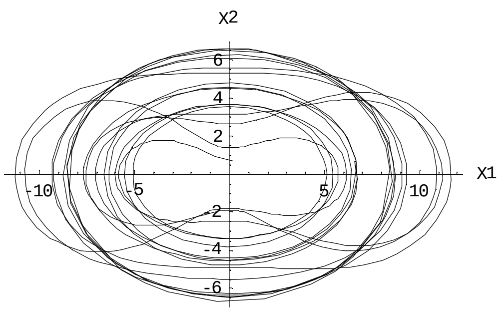
(c)



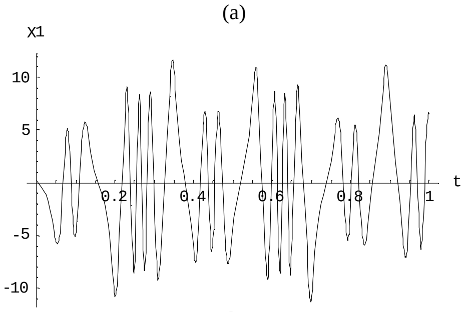
(d)

شکل (3): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار عددی ,f2 =82.8 سایر شرایط مانند نمودار 1

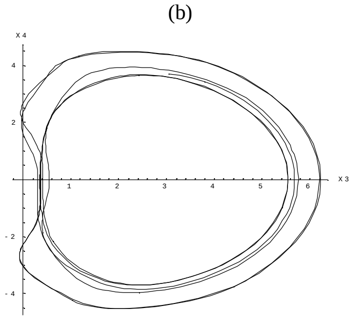
a) نمودار فاز (x1,x2)
b) پاسخ در صفحه (t,x1)
c) نمودار فاز (x3,x4)
d) نمودار فاز (t,x3).



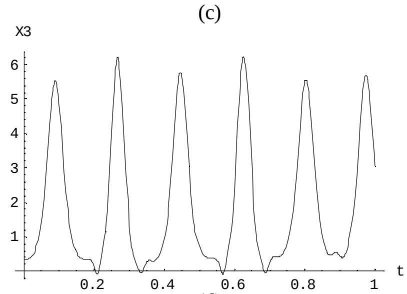
(a)



(b)



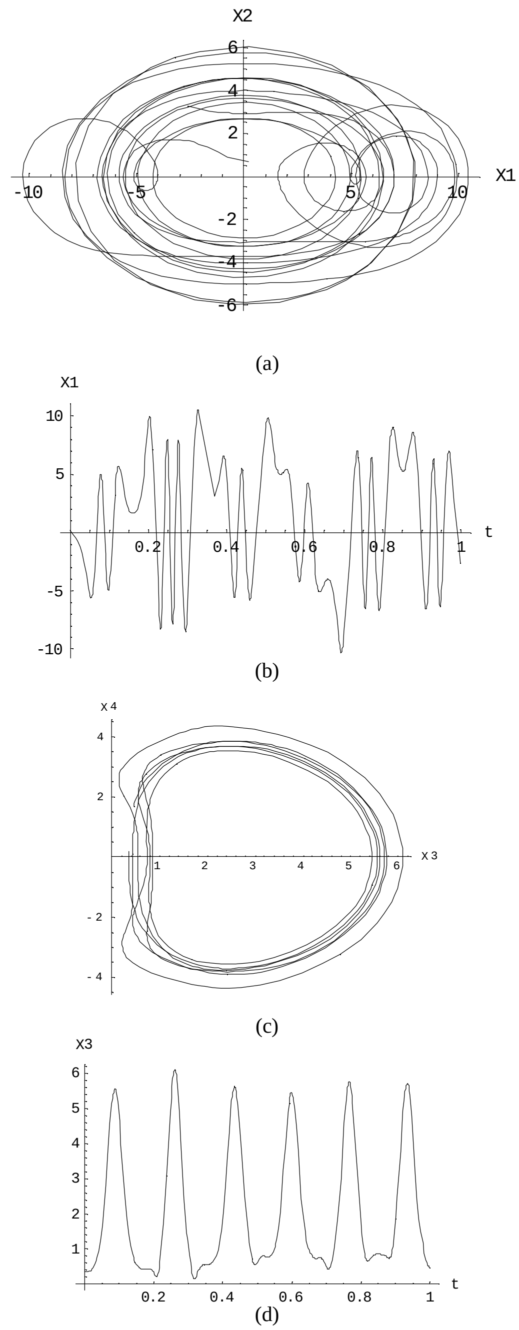
(c)



(d)

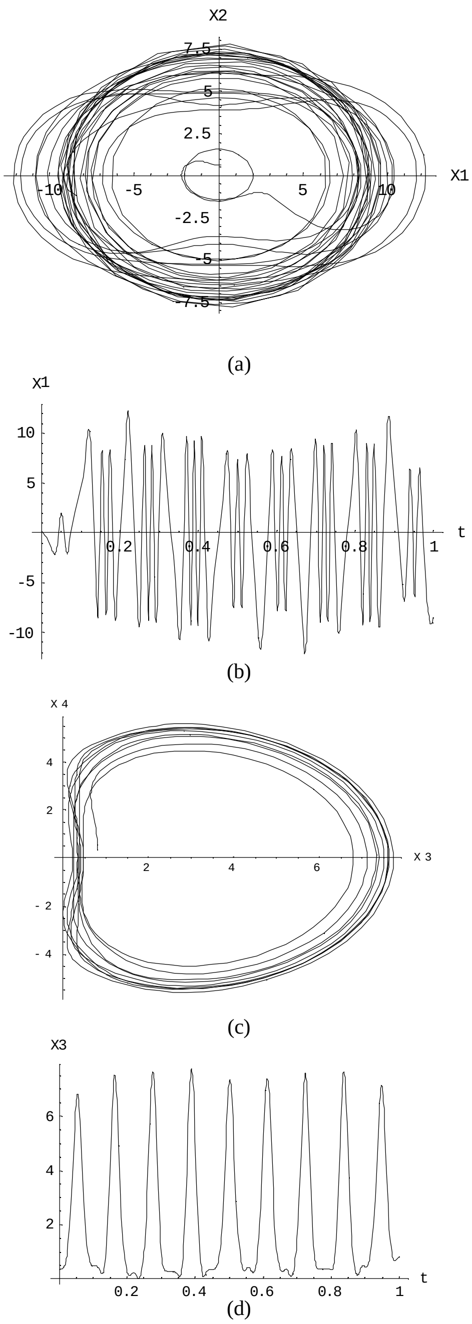
شکل (4): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار عددی ,f2 =158.8 سایر شرایط مانند نمودار 1

a) نمودار فاز (x1,x2)
b) پاسخ در صفحه (t,x1)
c) نمودار فاز (x3,x4)
d) نمودار فاز (t,x3).



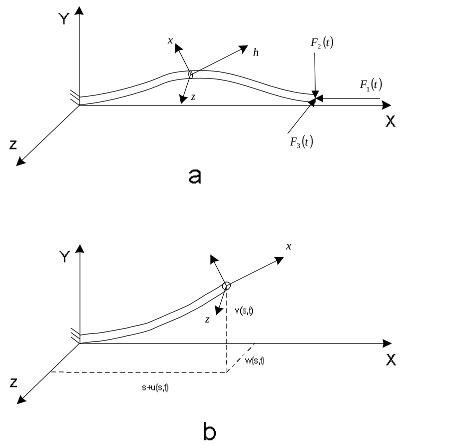
شکل (5): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار عددی , f2 =162.8 سایر شرایط مانند نمودار 1

a) نمودار فاز (x1,x2)
b) پاسخ در صفحه (t,x1)
c) نمودار فاز (x3,x4)
d) نمودار فاز (t,x3).



شکل (6): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار عددی , f_2 =318.8 سایر شرایط مانند نمودار 1

a) نمودار فاز (x_1,x_2)
b) پاسخ در صفحه (t,x_1)
c) نمودار فاز (x_3,x_4)
d) نمودار فاز (t,x_3)



شکل(7): نمای کلی تیریک‌سرگیردار تحت یک بار مستقیم با تحریک پارامتری.

7- مراجع

[1] E.C. Haight, and W.W. King, "Stability of Parametrically Excited Vibrations of an Elastic Rod", Development Sin Theoretical and Applied Mechanics, No. 5, (1970), pp. 677–713.

[2] D.H. Hodges, and E.H. Dowell, "Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted no uniform rotor blades", NASA Technical Notes, NASA TN, (1974), pp. D7818.

[3] M.R.M. Crespo da Silva, and C.C. Glynn, "Nonlinear flexural torsional dynamics of in extensional beams. I. Equations of motion", Journal of Structural Mechanics, No. 6, (1978), pp. 437-448.

[4] M.R.M. Crespo da Silva, and C.C. Glynn, "Nonlinear flexural torsional Dynamics of in extensional beams. II. Forced motions", Journal of Structural Mechanics, No. 6, (1978), pp. 449–461.

[5] J. Dugundji, and V. Mukhopadhyay, "Lateral bending-torsion vibrations of a thin beam under parametric excitation", Journal of Applied Mechanics, No. 40, (1973), pp.693–698.

[6] T.J. Anderson, A.H. Nayfeh, and B. Balachandran, "Coupling between high-frequency modes and a low-frequency mode: theory and experiment", Nonlinear Dyn., No. 11, (1996), pp. 17–36.

[7] H.N. Arafat, A.H. Nayfeh, and C.M. Chin, "Nonlinear nonplanar dynamics of parametrically excited cantilever beams", Nonlinear Dyn., No. 15, (1998), pp. 31–61.

[8] M.H. Yao, and W. Zhang, "Multi-pulse Shilnikov orbits and chaotic dynamics for nonlinear nonplanar motion of a cantilever beam", Int. Jour. Bifurcat Chaos, No. 15, (2005).

[9] A.H. Nayfeh, and D.T. Mook, Nonlinear oscillations. New York: Wiley-Interscience, (1979).