بهینه سازی و طراحی کنترلر و مشاهده گر برای یک بازوی متحرک مکانیکی تغییر شکل‌پذیر به کمک الگوریتم ژنتیک و شبکه عصبی

داود نادری [۱]، سهیل گنجه‌فر [۲] و محمد مصدق‌زاد [۳]
S_ganjefar@basu.ac.ir

چکیده

توسعه و بهبود ربات های تغییر شکل پذیر برای افزایش قابلیت های حرکتی و افزایش پایداری و مانورپذیری هر چه بیشتر لازم است. این گونه ربات ها قادر به عبور از زمین های ناهموار و بیشه زارها با حفظ پایداری و انجام عملیات از پیش در نظر گرفته شده می باشند. علت این توانایی، حفظ پایداری به صورت دینامیکی بدون کاهش ارتفاع مرکز جرم ربات می باشد. در این مقاله ربات SRR با افزودن یک درجه آزادی به ارابه بهبود داده شده است. در حالی که مجری نهایی بر روی یک مسیر فضایی در حرکت است، این درجه آزادی اضافی توانایی حفظ پایداری دینامیکی را به ربات می دهد. همچنین استراتژی تغییر شکل بهینه دینامیکی بر اساس معیار پایداری نیرو – زاویه و به کمک الگوریتم ژنتیک طراحی شده است. برای این منظور دینامیک ربات به کمک سه روش نیوتن- اویلر، لاگرانژ و کین به صورت پارامتری در نرم افزار MATLAB حل شده است و نتایج بهینه سازی بر روی کنترلر غیر خطی طراحی شده ربات اعمال شده است و بر روی تاثیر ثابت های کنترلر بر حاشیه پایداری و عکس العمل زیر تایرها بحث شده است. همچنین ساختارهای متفاوت ارابه ارائه و مورد تحلیل قرار گرفته است. برای اجتناب به نزدیک شدن به حاشیه ناپایدار، باید در هر لحظه میزان پایداری را محاسبه کرد. از آنجا که محاسبه این معیار زمان بر است، برای کنترل بلادرنگ ربات مشاهده گر پایداری نیرو- زاویه به کمک شبکه عصبی طراحی شده است. در نهایت جهت اعتبار سنجی نتایج بهینه سازی، ربات در نرم افزار ADAMS شبیه سازی شده است.

کلیدواژه:

ربات متحرک تغییر شکل پذیر- مدل سازی دینامیکی- الگوریتم ژنتیک- کنترلر غیر خطی- دینامیک کین- شبیه سازی- ساختارهای ارابه- شبکه عصبی- مشاهده گر پایداری

۱- استادیار، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا d-naderi@basu.ac.ir
۲- استادیار، دانشکده مهندسی، گروه برق، دانشگاه بوعلی سینا s_ganjefar@basu.ac.ir
۳- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا m_mzad83@yahoo.com

۱- مقدمه

حفظ پایداری و مقاومت در برابر واژگونی در زمین های ناهموار باید یکی از ویژگی های اساسی ربات های کاوشگر باشد. واژگونی و عدم کنترل‌پذیری ناشی از کم شدن اصطکاک میان چرخ ها و زمین منجر به مختوم ماندن کل ماموریت می‌شود. ربات‌هایی با قابلیت تغییر شکل سینماتیکی ما را در انجام این ماموریت‌ها یاری می کند. [۱]. جهت کنترل این ربات ها دینامیک ربات تا حد مقدور نزدیک به حالت واقعی که نیروها و ممان های مبادله شده مابین ارابه و بازو را نیز در نظر بگیرد، لازم است. در [۱] دبوسکی و همکاران در JPL یک SRR را طراحی و ساخته‌اند و بر روی قابلیت تغییر شکل‌پذیری سینماتیکی ربات‌ها در عبور از زمین‌های ناهموار بحث می‌کنند. همچنین فقط از تغییر مکان مرکز جرم به شکلی که ارابه در حالت افقی باقی بماند در بهینه‌سازی پایداری با معیار نیرو-زاویه در حالت شبه استاتیکی استفاده کرده‌اند.

ربات متحرک بدون قابلیت تغییر شکل پذیری با تعداد نامحدود چرخ و لینک در بازو به همراه قیود غیر هولونومیک در [۲] بررسی شده است. اما استفاده از متغیرهای نامحدود میانی راه حل ارائه شده را به یک حل دستی محدود کرده است. در [۳] حل تحلیلی یک بازوی مکانیکی ثابت سه درجه آزادی فضایی توسط دینامیک کین به کمک تعریف متغیرهای میانی مورد بررسی قرار گرفته است. اما انتخاب دستگاه مختصات‌های ابتکاری راه حل را از حالت عمومی خارج کرده است. برای گریز از مرز ناپایداری لازم است تا مشاهده‌گری عصبی طراحی شود تا بتواند بدون وقفه حاشیه پایداری را محاسبه کند. مرجع [۴] از مشاهده‌گر شبکه عصبی جهت به دست آوردن بلادرنگ نیروی عمودی زیر چرخ‌ها استفاده می‌کند.

همچنین زوایای بهینه جهت بهینه‌سازی پایداری ربات متحرک با ارابه چهار چرخ ساده و بازوی سه درجه آزادی در صفحه و ارابه سه چرخ ساده و بازوی چهار درجه آزادی در فضا بر اساس معیار نیروی عمودی زیر چرخ‌ها به ترتیب در مراجع [۵] و [۶] توسط الگوریتم ژنتیک به دست آمده و در این مراجع با شبکه عصبی جهت تخمین بلادرنگ این زوایا و در نتیجه ایجاد یک جبرانساز ترکیب شده است. استفاده از معیار نیروی زیر چرخ ها در ربات SRR بهبود یافته امکان پذیر نیست و حتما باید از معیار نیرو- زاویه بهره گرفت. استفاده از دینامیک کین و مشاهده گر پایداری نیرو- زاویه که به صورت دینامیکی و نه استاتیکی طراحی شده است و ساختار متفاوت ربات که دارای دینامیک پیچیده تر برای عبور از موانع و زمین های ناهموار است تفاوت اثر موجود با مراجع [۵] و [۶] است.

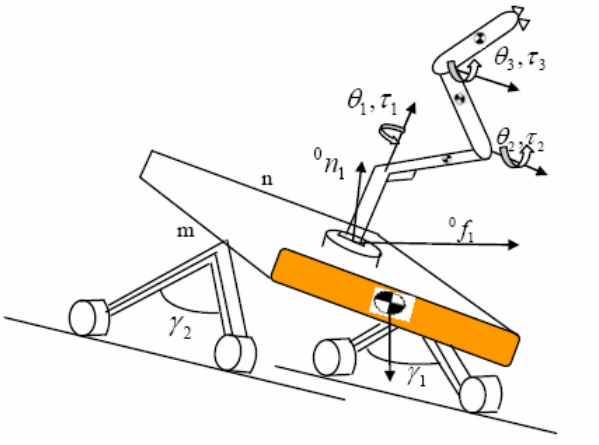
مرجع [۷] به کمک یک مشاهده گر – کنترلر مدار بسته یک ربات دو چرخ را با خطای کمی ردیابی مسیر کرده است و نتایج را به کمک شبیه سازی بررسی نموده است. مرجع [۸] برای جلوگیری از واژگونی ربات متحرک با ارابه شنی دار که یک بازوی سنگین را حمل می‌کند از اثرات متقابل دینامیکی بازو و ارابه صرفنظر کرده است و در مقابل تنها به تخمین محل مرکز جرم و بهبود محل آن به کمک تغییر مکان بازو اکتفا کرده است. به عبارت دیگر فقط پایداری استاتیکی را بهبود داده است. در [۹] مرور نسبتا کاملی بر روی انواع روش های تخمین پایداری انجام شده است و در نهایت معیار پایداری نیرو- زاویه برای تخمین پایداری یک لیفتراک انتخاب شده است. برای بالا بردن کارایی یک ربات چرخ دار باید ربات قادر به بلند کردن بیشترین بار با کمترین وزن و اندازه ارابه باشد[۱۰]. مقاله روش ZPM را برای بالا بردن ظرفیت بار و کار بین موانع انتخاب کرده است. عمل تکراری عددی برای یافتن بالاترین پایداری و بیشترین بار با توجه به محدودیت موتورها از جمله گشتاور و جرک انجام شده است. ربات SRR در یک زمین افقی همیشه ارابه خود را موازی سطح زمین حفظ می کند و فقط امکان تغییر ارتفاع را به ارابه خود می‌دهد. در این مقاله پایداری دینامیکی ربات SRR بهبود یافته به همراه یک درجه آزادی اضافی حاصل از چرخش ارابه به کمک سینماتیک معکوس کامل و الگوریتم ژنتیک بهینه شده و در نرم افزارADAMS چک شده است. همچنین ساختارهای مختلف ارابه مورد تحلیل و ساختار بهینه تر انتخاب شده است. توانایی افزایش پایداری بدون تغییر ارتقاع ارابه این ربات را قادر به عبور از زمین‌های ناهموار صخره ای و بوته زارها می‌کند. حل پارامتری امکان جمع‌آوری داده لازم جهت طراحی مشاهده‌گر عصبی، جهت تخمین بلادرنگ پایداری را فراهم می‌آورد. چنین مشاهده‌گری امکان یافتن مسیر پایدار جهت انجام ماموریت خاص را با سرعتی بالا فراهم می‌آورد. همچنین در این مقاله کنترلر غیر خطی برای ربات طراحی شده و بر روی تاثیر ثابت های کنترلر بر معیار پایداری و حد توان موتورها بحث شده است.

در این مقاله هدف اثبات کارا بودن ساختار جدید ربات بهبود یافته است. این ساختار و پایدارتر بودن آن نسبت به ربات SRR و دیگر ربات ها تغییر شکل پذیر تا به حال به علت پیچیدگی مورد تحلیل قرار نگرفته است. استفاده از یک معیار پایداری کارا چون معیار نیرو- زاویه لازم است. امکان بهینه سازی دینامیکی این ربات به کمک الگوریتم ژنتیک باید به اثبات برسد. در صورتی که مرجع [۱] تنها به صورت استاتیکی ربات SRR را پایدار کرده است. همچنین طراحی مشاهده گر پایداری برای کنترل بلادرنگ ربات‌های مریخ پیما لازم و امکان طراحی مشاهده گر و کنترلر باید برای یک ربات جدید به اثبات برسد. در نهایت می‌توان گفت که ربات پیشنهاد شده در این مقاله نسبت به ربات نسل قبل خود دارای قابلیت های بیشتر و امکان ساخت آن به صورت تئوری به اثبات رسیده است.

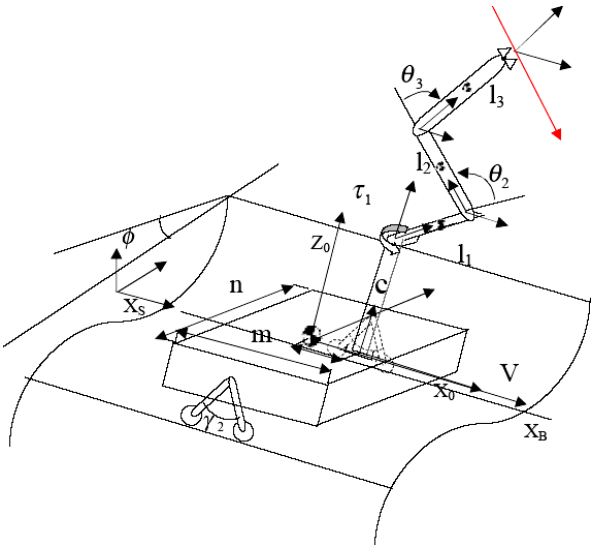
۲- مدل دینامیکی بازوی متحرک

شکل (۱) و شکل (۲) ربات SRR بهبود یافته مجهز به بازوی سه

درجه آزادی با یک درجه آزادی اضافی حاصل از چرخش ارابه (ϕ) را نمایش می دهد و شکل (۳) شبیه سازی شده ربات SRR بهبود یافته در نرم افزار ADAMS را نشان می‌دهد. در حالی که مجری نهایی سعی در تعقیب یک خط در فضای کاری خود دارد، ارابه با تغییر γ_1 و γ_2 به صورت متقارن پایداری دینامیکی در حین حرکت را حفظ می‌کند. سرعت ارابه (V) ثابت و در راستای X_S است. منحنی زمین نامسطح زیر ارابه از قبل مشخص است.

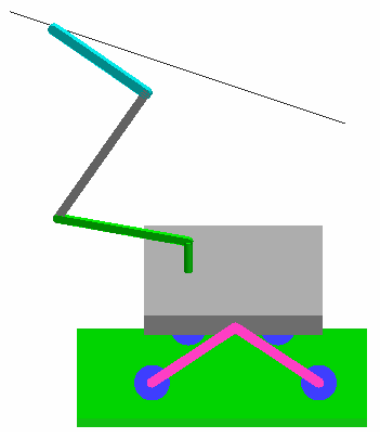


شکل (۱): ربات SRR بهبود یافته به همراه نیرو و گشتاور متقابل بازو - ارابه و گشتاورهای مفصلی



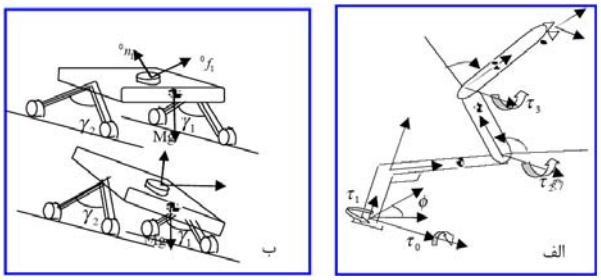
شکل (۲): ربات SRR بهبود یافته با قابلیت چرخش ارابه حول محور X_S با نمایش اندازه ها و زوایا، ممان های اینرسی، پروفیل زمین و مسیر مجری نهایی

همانطور که در شکل (۱) و شکل (۲) مشاهده می‌شود بازوی مکانیکی به کمک تغییر ساختار ارابه سعی در حفظ تعادل خود به صورت دینامیکی دارد. شکل (۳) مدل شبیه سازی شده این ربات در نرم افزار ADAMS را نشان می دهد.



شکل (۳): ربات SRR بهبود یافته شبیه سازی شده در نرم افزار ADAMS

برای وضوح بیشتر، ارابه در موقعیت‌های مختلف و بازوی سه درجه آزادی به طور مجزا در شکل (۴) آورده شده اند.



شکل (۴): الف) بازوی مجزا به همراه گشتاورهای فعال ب) ارابه در حال حرکت در زمین ناهموار در موقعیت‌های مختلف

به جهت رهایی از سینماتیک و دینامیک پیچیده ارابه، آثار سینماتیکی ارابه را به بازو منتقل کرده و سپس اثر دینامیکی متقابل ارابه- بازو را محاسبه می‌کنیم. مختصات $X_0Y_0Z_0$ دارای خصوصیات سینماتیکی زیر است:

$$^0v_0 = \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \; ^0\omega_0 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \; ^0\dot{\omega}_0 = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (۱)$$

۲-۱- الگوریتم دینامیکی تکراری نیوتن- اویلر

اولین و رایج‌ترین روش دینامیکی مورد استفاده در ربات‌ها روش تکراری نیوتن- اویلر است. مطابق مرجع [۱۱] این روش از دو مرحله تکراری بیرونی و درونی تشکیل شده است.

تکرار بیرونی نیوتن- اویلر:

$$\begin{aligned} & i = 0 \to 2 \\ & ^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1}\, ^{i+1}\dot{v}_{c_{i+1}} \\ & ^{i+1}N_{i+1} = {}^{c_{i+1}}I_{i+1}\, ^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1}\, {}^{c_{i+1}}I_{i+1}\, ^{i+1}\omega_{i+1} \end{aligned} \qquad (۲)$$

تکرار درونی نیوتن- اویلر:

$$
\begin{aligned}
& i = 3 \to 1 \\
& {}^{i}f_i = {}^{i}_{i+1}R\,{}^{i+1}f_{i+1} + {}^{i}F_i \\
& {}^{i}n_i = {}^{i}N_i + {}^{i}_{i+1}R\,{}^{i+1}n_{i+1} + {}^{i}P_{c_i} \times {}^{i}F_i + {}^{i}P_{i+1} \times {}^{i}_{i+1}R\,{}^{i+1}f_{i+1} \\
& \tau_i = {}^{i}n_i^{T}\,{}^{i}\hat{Z}_i
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

به خوبی واضح است که تکرار بیرونی از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول تکرار بیرونی، محاسبه سینماتیک لازم به کمک تبدیلات دناویت - هارتنبرگ است که برای این ربات در جدول (۱) آورده شده است. قسمت دوم تکرار بیرونی محاسبه نیروها و ممان‌های اینرسی است. پس قسمت دوم تکرار بیرونی و تمامی تکرار درونی به محاسبه دینامیک ربات مربوط می‌شود.

جدول (۱): پارامترهای دناویت - هارتنبرگ بازو و ارابه

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	C	θ_1
2	90	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3
4	0	L_3	0	0

در این روش جهت در نظر گرفتن نیروی جاذبه می‌توان به سادگی فرض کرد که مختصات $X_0Y_0Z_0$ دارای شتابی به مقدار نشان داده شده در (۴) است، و در عوض نیروی جاذبه را صفر در نظر گرفت.

$$
{}^{0}\dot{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ g\sin(\phi) \\ g\cos(\phi) \end{bmatrix}
\tag{۴}
$$

۲-۲- الگوریتم دینامیکی لاگرانژ

اساس این روش را اصل بقای مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل تشکیل می دهد.

حلقه محاسبات لازم سینماتیکی این روش به قرار زیر است:

$$
\begin{aligned}
& i = 0 \to 2 \\
& {}^{S}_{i+1}T = {}^{S}_{i}T\,{}^{i}_{i+1}T \\
& {}^{S}h_{ci+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} {}^{S}_{i+1}T \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{i+1}P_{ci+1} \end{bmatrix} \\ 1 \end{bmatrix} \\
& {}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\omega_i + \dot{\theta}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \\
& {}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R({}^{i}v_i + {}^{i}\omega_i \times {}^{i}P_{i+1}) \\
& {}^{i+1}v_{ci+1} = {}^{i+1}v_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1}
\end{aligned}
\tag{۵}
$$

از آنجایی که بازوی مکانیکی مورد تحلیل ما یک سیستم مکانیکی چهار درجه آزادی هولونومیک (پس از جدا سازی از ارابه) است، مطابق [۱۲] معادلات دینامیکی لاگرانژ به شکل زیر ساده می‌گردد:

$$
\tau_i = \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial k}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial k}{\partial \theta_i} + \frac{\partial u}{\partial \theta_i}\right){}^{i}\hat{Z}_i, i = 1,2,3
\tag{۶}
$$

$$
\tau_0 = \left(\frac{d}{dt}\frac{\partial k}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial k}{\partial \phi} + \frac{\partial u}{\partial \phi}\right){}^{0}\hat{X}_0
\tag{۷}
$$

همانطور که از (۶) برمی‌آید می‌توان گشتاورهای موتوری لینک‌های ۱، ۲و۳ را یافت و به کمک (۷) گشتاور بیرونی فعال منتقل شده از ارابه که همان τ_0 است را می‌توان محاسبه کرد.

که k و u به ترتیب کل انرژی جنبشی و کل انرژی پتانسیل بازو می باشند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$
\begin{aligned}
& k = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{2} m_i\,{}^{i}v_{ci}.{}^{i}v_{ci} + \frac{1}{2}{}^{i}I_i\,{}^{i}\omega_i.{}^{i}\omega_i \\
& u = \sum_{i=1}^{3} m_i g h_{ci}
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

۲-۳- الگوریتم دینامیکی کین

استفاده از سرعت‌های تعمیم یافته در مقابل مختصات تعمیم یافته و نگاه کردن به نیروها و گشتاورهای اینرسی از دیدگاه دالامبری به عنوان نیروها و گشتاورهای خارجی این روش را از دیگر روش‌ها متمایز کرده است. به کمک دینامیک کین معادلات شتاب گیری مسائلی با قیود هولونومیک و غیرهولونومیک بدون تمایز به معادلاتی برابر تعداد درجات آزادی تبدیل می‌شوند که از مجموع نیروهای تعمیم یافته فعال و اینرسی بدست می‌آیند [۱۳]. مشخصات سینماتیکی مرجع صفر مطابق (۱) است. در (۹) حلقه محاسبات سینماتیکی و محاسبه نیروها و گشتاورها اینرسی آورده شده است.

$$
\begin{aligned}
& i = 0 \to 2 \\
& {}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\omega_i + \dot{\theta}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \\
& {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\dot{\omega}_i + {}^{i+1}_{i}R\,{}^{i}\omega_i \times \dot{\theta}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1}\,{}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \\
& {}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R\,({}^{i}v_i + {}^{i}\omega_i \times {}^{i}P_{i+1}) \\
& {}^{i+1}v_{ci+1} = {}^{i+1}v_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1} \\
& {}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}_{i}R\,({}^{i}\dot{\omega}_i \times {}^{i}P_{i+1} + {}^{i}\omega_i \times ({}^{i}\omega_i \times {}^{i}P_{i+1}) + {}^{i}\dot{v}_i) \\
& {}^{i+1}\dot{v}_{ci+1} = {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times ({}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1}) + {}^{i+1} \\
& {}^{i}\tilde{R}_i = -m_i\,{}^{i}\dot{v}_{ci} \\
& {}^{i}\tilde{M}_i = -({}^{i}I_i\,{}^{i}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{i}\boldsymbol{\omega}_i \times {}^{i}I_i\,{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i)
\end{aligned}
\tag{۹}
$$

حال باید سرعت‌های خطی و زاویه‌ای جزئی را محاسبه کرد. جهت انجام این عمل از دو حلقه تو در تو استفاده می‌کنیم.

$$
\begin{aligned}
& i = 0 \to 3 \\
& r = 1 \to 4 \\
& {}^{i}v_r^{ci} = \frac{\partial\,{}^{i}v_{ci}}{\partial u_r} \\
& {}^{i}\boldsymbol{\omega}_r^{i} = \frac{\partial\,{}^{i}\boldsymbol{\omega}_i}{\partial u_r}
\end{aligned}
\tag{۱۰}
$$

سپس باید نیروهای تعمیم یافته فعال و اینرسی را یافت که به روش زیر محاسبه می‌شوند.

$$r = 1 \to 4$$
$$F_r = \sum_{i=1}^{3} \left({}^i\boldsymbol{\omega}_r^i\right)^T \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \boldsymbol{\tau}_i \end{bmatrix} + {}^{i+1}_{i}R^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\boldsymbol{\tau}_{i+1} \end{bmatrix} \right) + \left({}^0\boldsymbol{\omega}_r^0\right)^T \left(\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + {}^{i+1}_{i}R^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\boldsymbol{\tau}_{i+1} \end{bmatrix} \right) \qquad (۱۱)$$
$$\overset{*}{F}_r = \sum_{i=0}^{3} \left(\left({}^i v_r^{ci}\right)^T {}^i\tilde{R}_i + \left({}^i\boldsymbol{\omega}_r^i\right)^T {}^i\tilde{M}_i \right)$$

با در نظر گرفتن ${}^0\dot{v}_0$ مطابق (۴) اثر نیروی فعال خارجی وزن را در قالب ${}^i\tilde{R}_i$ می‌توان مشاهده کرد و دیگر لازم به محاسبه آن‌ها به طور مجزا نیست. در آخر معادلات شتاب‌گیری به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$F_r + \overset{*}{F}_r = 0, r = 1,2,3,4 \qquad (۱۲)$$

می‌توان از (۱۲) به ازاء $r = 1,2,3$، گشتاورهای موتوری لینک های ۱، ۲ و۳ را یافت و به ازاء $r = 4$، گشتاور بیرونی فعال منتقل شده از ارابه (τ_0) را محاسبه کرد.

۳- سینماتیک معکوس

از آنجاییکه تنها موقعیت مجری نهایی و نه جهت گیری آن برای یک ربات تعقیب مسیر اهمیت دارد لذا تنها سه متغیر از چهار متغیر $\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \boldsymbol{\theta}_3, \boldsymbol{\varphi}$ به همراه مشتقاتشان را می‌توان به کمک سینماتیک معکوس حساب کرد. لذا زاویه چرخش ارابه را درجه آزادی اضافی در نظر می‌گیریم و از آن، جهت بهینه سازی بهره می‌بریم. پس با مفروض بودن ϕ و مشتقات آن می‌توانیم $\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \boldsymbol{\theta}_3$ و همچنین مشتقات آن‌ها را محاسبه کنیم.

حال فرض کنید مجری نهایی روی خطی با کسینوس‌های هادی $c_{\boldsymbol{\gamma}}, c_{\boldsymbol{\beta}}, c_{\boldsymbol{\alpha}}$ به ترتیب نسبت به محورهای X_S، Y_S و Z_S با سرعت ثابت V در حال حرکت است. پس اگر موقعیت مجری نهایی در دستگاه مختصات اینرسی را با بردار $\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$ نمایش دهیم می‌توان بردار موقعیت و سرعت مجری نهایی را به شکل زیر نمایش داد.

$$\vec{P} = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} vtc_{\boldsymbol{\alpha}} + P_{x0} \\ vtc_{\boldsymbol{\beta}} + P_{y0} \\ vtc_{\boldsymbol{\gamma}} + P_{z0} \end{Bmatrix} \qquad (۱۳)$$
$$\vec{v} = v\,(c_{\boldsymbol{\alpha}}, c_{\boldsymbol{\beta}}, c_{\boldsymbol{\gamma}})$$

که بردار $\vec{P}_0 = (P_{x0}, P_{y0}, P_{z0})$ موقعیت اولیه مجری نهایی در زمان صفر است.

حال باید در ابتدا مقادیر $\theta_3, \theta_2, \theta_1$ را بر حسب دیگر پارامترها حساب کرد. در حالت کلی داریم:

$$ {}^S_T T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \qquad (۱۴)$$
$$ {}^S_B T\,(\boldsymbol{\varphi})\, {}^B_0 T\, {}^0_1 T\,(\boldsymbol{\theta}_1)\, {}^1_2 T\,(\boldsymbol{\theta}_2)\, {}^2_3 T\,(\boldsymbol{\theta}_3)\, {}^3_T T$$

پس اگر با توجه به (۱۴)، ماتریس ${}^S_T\boldsymbol{T}_S$ را به صورت ${}^1_T T_S\,(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}_1) = \left[{}^S_B T\,(\boldsymbol{\varphi})\, {}^B_0 T\, {}^0_1 T\,(\boldsymbol{\theta}_1) \right]^{-1} {}^S_T T$ تعریف کرده و معادله ${}^1_T T\,(\boldsymbol{\theta}_2, \boldsymbol{\theta}_3) = {}^1_2 T\,(\boldsymbol{\theta}_2)\, {}^2_3 T\,(\boldsymbol{\theta}_3)\, {}^3_T T$ را مدنظر بگیریم می‌توانیم معادلات زیر را استخراج کنیم.

$$\begin{aligned}
&{}^1_T T_S\,(1,4) = c_{\boldsymbol{\varphi}} s_1 P_y + s_{\boldsymbol{\varphi}} s_1 P_z - s_{\boldsymbol{\varphi}} s_1 z - c_1 Vt - c_1 e + c_1 P_x \\
&{}^1_T T_S\,(2,4) = s_1 (Vt + e - P_x) + c_1 (c_{\boldsymbol{\varphi}} P_y + s_{\boldsymbol{\varphi}} P_z - s_{\boldsymbol{\varphi}} z) \\
&{}^1_T T_S\,(3,4) = -s_{\boldsymbol{\varphi}} P_y + c_{\boldsymbol{\varphi}} P_z - c_{\boldsymbol{\varphi}} z - c \\
&{}^1_T T\,(1,4) = l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_{23} \\
&{}^1_T T\,(2,4) = 0 \\
&{}^1_T T\,(3,4) = l_2 s_2 + l_3 s_{23}
\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

با توجه به معادله ${}^1_T T_S\,(2,4) = {}^1_T T\,(2,4)$ می‌توان $\boldsymbol{\theta}_1$ را از فرمول زیر به دست آورد

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \operatorname{atan2}(c_{\boldsymbol{\varphi}} P_y + s_{\boldsymbol{\varphi}} P_z - s_{\boldsymbol{\varphi}} z, -Vt - e + P_x) \qquad (۱۶)$$

حال با انجام عملیات‌های ریاضی زیر θ_3 را می‌یابیم.

$$\theta_3 = \operatorname{atan2}(\pm\sqrt{1 - c_3^2}, c) \qquad (۱۷)$$

حال به کمک معادله ${}^1_T T_S\,(3,4) = {}^1_T T\,(3,4)$ می‌توان $\boldsymbol{\theta}_2$ را از فرمول زیر به دست آورد.

$$\boldsymbol{\theta}_2 = \operatorname{atan2}\left(l_3 s_3, -l_3 c_3 - l_2\right) - a\tan 2\left({}^1_T T_S\,(3,4), \sqrt{l_2^2 + l_3^2 + 2 l_2 l_3 c_3 + l_3^2 s_3^2 - \left\{{}^1_T T_S\,(3,4)\right\}^2}\right) \qquad (۱۸)$$

به منظور محاسبه $\dot{\boldsymbol{\theta}}_3, \dot{\boldsymbol{\theta}}_2, \dot{\boldsymbol{\theta}}_1$ از اصل دیفرانسیل کامل و مشتق زنجیره‌ای استفاده می کنیم و در این میان برای ساده سازی، ماتریس ژاکوبین فضای دکارتی به فضای مفصلی بازو را تعریف می کنیم. برای محاسبه $\ddot{\boldsymbol{\theta}}_3, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_2, \ddot{\boldsymbol{\theta}}_1$ از فرمول محاسبه $\dot{\boldsymbol{\theta}}_3, \dot{\boldsymbol{\theta}}_2, \dot{\boldsymbol{\theta}}_1$ به صورت مستقیم مشتق می‌گیریم.

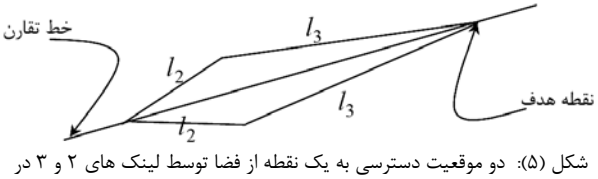
$$\begin{Bmatrix}\dot\theta_1\\ \dot\theta_2\\ \dot\theta_3\end{Bmatrix}=J^{-1}(\theta_1,\theta_2,\theta_3)\left[\vec v-\frac{\partial\vec P}{\partial\phi}\dot\phi-\begin{bmatrix}V\\0\\0\end{bmatrix}\right]$$
$$\begin{Bmatrix}\ddot\theta_1\\ \ddot\theta_2\\ \ddot\theta_3\end{Bmatrix}=\dot J^{-1}(\theta_1,\theta_2,\theta_3)\left[\vec v-\frac{\partial\vec P}{\partial\phi}\dot\phi-\begin{bmatrix}V\\0\\0\end{bmatrix}\right]+ \quad (۱۹)$$
$$J^{-1}(\theta_1,\theta_2,\theta_3)\left[\vec v-\frac{\partial\vec P}{\partial\phi}\ddot\phi-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\vec P}{\partial\phi}\right)\dot\phi\right]$$

در این معادلات $J=\frac{\partial\vec P}{\partial(\theta_1,\theta_2,\theta_3)}$ ژاکوبین فضای دکارتی به فضای مفصلی بازو است.

یافتن فضای کاری و اینکه آیا مجری نهایی می‌تواند در مسیر از قبل تعیین شده با توجه به سرعت ارابه حرکت کند یا نه به کمک سینماتیک معکوس امکانپذیر می‌شود. در انجام محاسبات تنها یک θ_1 حاصل می‌شود اما در یافتن θ_3 دو زاویه محاسبه می‌شود و هر کدام از این زوایا بعلاه θ_1، دو زاویه در محاسبه θ_2 حاصل می‌کنند. پس چهار زاویه برای θ_2 حاصل می شود. اما از میان دو زاویه محاسبه شده θ_2 برای هر یک از دو مقدار θ_3 تنها یکی می‌تواند اعتبار داشته باشد. علت آن به ماهیت روش محاسباتی بر می‌گردد. می‌توان به دو مجموعه از زوایای قابل قبول به صورت زیر دست یافت.

$$\begin{cases}\theta_1,\theta_2(1),\theta_3(1)\\ \theta_1,\theta_2(2),\theta_3(2)\end{cases} \quad (۲۰)$$

حالاتی در محاسبه θ_3 وجود دارد که به $\cos(\theta_3)$ خارج از محدوده [۱ ۱-] می‌رسیم که در این صورت اصلاً نمی‌توان مجموعه ای از زوایای مفصلی را محاسبه کرد که نتیجه آن است که مجری نهایی از فضای کاری ربات خارج شده است. اما اگر θ_3 قابل محاسبه باشد حتما θ_2 نیز قابل محاسبه است. که علت آن در این است که در یک زاویه مشخص θ_1 دو لینک آخر برای رسیدن به یک نقطه دو مثلث متشابه و متقارن را مانند شکل (۵) می‌توانند تشکیل دهند.

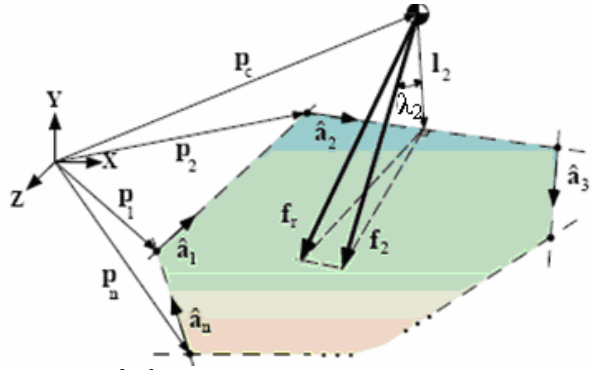


شکل (۵): دو موقعیت دسترسی به یک نقطه از فضا توسط لینک های ۲ و ۳ در حالت ثابت بودن لینک اول و ارابه

پس می‌توان با توجه به توالی نقاط ردیابی، زوایای مناسب مفصلی را از میان این دو مجموعه انتخاب کرد. همچنین خروج مجری نهایی از فضای کاری را نیز می‌توان تعیین کرد.

۴- معیار پایداری نیرو- زاویه[۱۴]

حالت سه بعدی این معیار در شکل (۶) نمایش داده شده است.



شکل (۶): حالت سه بعدی معیار نیرو- زاویه [۱۰]

این معیار از هندسه کامل ربات و محورهای واژگونی حاصل از نقاط اتکای ربات بر روی زمین بهره کامل می‌برد. این معیار کلیه نیروها و گشتاورهای وارده به ربات از جمله اینرسی، ثقلی، مبادله شده مابین بازو و ارابه و اغتشاشات خارجی را به صورت یک بردار نیروی f_r روی مرکز ثقل ارابه مدل می‌کند. مولفه‌های این نیرو در صفحات عمود بر محور واژگونی (f_i^*) با بردارهایی که بر محور واژگونی عمودند و از مرکز ثقل می‌گذرند (I_i) زوایای λ_i را تشکیل می-دهند. حال این معیار را برای هر لبه واژگونی می توان به شکل زیر تعریف کرد.

$$\alpha_i=\lambda_i\|f_r\| \quad (۲۱)$$

p_i ها بردار موقعیت نقاط تماس و p_c بردار موقعیت مرکز جرم سیستم می‌باشد. از (۲۲)، بردار محور های واژگونی (a_i) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}a_i&=p_{i+1}-p_i\\ a_n&=p_1-p_n\end{aligned} \quad (۲۲)$$

و بردار گذرنده از مرکز جرم و عمود بر محور واژگونی (a_i) بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_i=(1-\hat a_i\hat a_i^T)(p_{i+1}-p_c) \quad (۲۳)$$

که در آن $\hat a_i$ بردار یکه محورهای واژگونی می‌باشد.

نیروها و ممان‌های عمل کننده روی ارابه بصورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}f_r&=\sum\left(f_{grav}+f_{manip}+f_{dist}-f_{inertial}\right)=-f_{\sup port}\\ n_r&=\sum\left(n_{grav}+n_{manip}+n_{dist}-n_{inertial}\right)=-n_{\sup port}\end{aligned} \quad (۲۴)$$

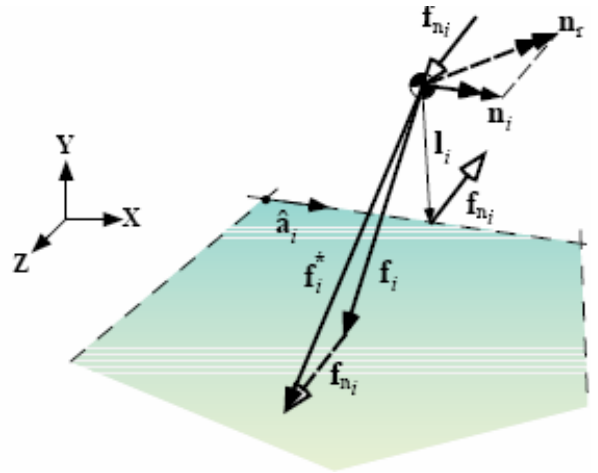
$f_{inertial}$ و $n_{inertial}$ نیروها و ممان‌های اینرسی، f_{grav} و n_{grav} نیرو و ممان‌های ثقلی، f_{manip} و n_{manip} نیروها و ممان‌های منتقل شده از طرف بازو و f_{dist} و n_{dist} نیروها و ممان‌های اغتشاشات خارجی عمل کننده روی سیستم می‌باشند. از مقادیر f_r و n_r، نیرو و ممان‌های عمل کننده بر روی هر محور واژگونی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$f_i = (1-\hat{a}_i\hat{a}_i^T)f_r \qquad n_i = \hat{a}_i\hat{a}_i^T n_r \tag{۲۴}$$

از آنجا که معیار نیرو - زاویه فقط شامل نیرو است، به جای n_i وارده به مرکز جرم یک جفت کوپل نیرو قرار می‌دهیم. مطابق شکل (۷) یکی از نیروها از مرکز ثقل سیستم و دیگری از محور واژگونی a_i می‌گذرد و اثر نیروی کوپل بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f_{n_i} = \frac{\hat{I}_i \times n_i}{\|I_i\|} \qquad f_i^* = f_i + f_{n_i} \tag{۲۵}$$

$\hat{I}_i$ بردار یکه بردار I_i می‌باشد.



شکل (۷): نیروی معادل کوپلی، جایگزین ممان n_i [۱۰]

حال اگر $\hat{f}_i^*$ بردار یکه نیروی کلی وارده باشد. ما می‌توانیم زاویه بین $\hat{f}_i^*$ و $\hat{I}_i$ را مطابق رابطه زیر بدست می آوریم:

$$\lambda_i = \sigma_i Cos^{-1}(\hat{f}_i^*.\hat{I}_i) \quad i=\{1,.....,n\} \tag{۲۶}$$

که $-\pi \le \lambda_i \le \pi$ بوده و علامت آن توسط ضریب σ_i بدست می‌آید.

$$\sigma_i = \begin{bmatrix} +1 & (\hat{I}_i \times \hat{f}_i^*).a_i < 0 \\ -1 & \text{درغیر اینصورت} \end{bmatrix} \tag{۲۷}$$

حال معیار نیرو- زاویه بصورت کلی طبق فرمول زیر بدست می‌آید:

$$\alpha = \min(\lambda_i)\|f_r\| \quad i=\{1,.....,n\} \tag{۲۸}$$

حداقل مقدار α_iها (α) حاشیه پایداری است. مقدار مثبت α پایداری و مقدار منفی آن عدم پایداری و در نتیجه واژگونی را نشان می‌دهد. واژگونی زمانی رخ می‌دهد که α برابر صفر شود.

۵- ساختار ارابه و تاثیر آن بر پایداری

در این بخش به بررسی تاثیر ساختار ارابه بر پایداری می‌پردازیم. در تمامی ساختارهای مورد بحث فرض بر آن است که تایرها همیشه با زمین در تماسند و از زمین بلند نمی‌شوند. همچنین ارتفاع مرکز جرم ارابه ثابت و دو زاویه γ_1 و γ_2 به صورت متقارن کم و زیاد می‌شوند. همچنین زمین زیر ارابه یک پروفیل کامل توسعه یافته در جهت حرکت ارابه است.

اگر تغییرات شیب زیر تایرها برای حالتی که تابع زمین زیر ارابه یک پروفیل کامل توسعه یافته است بر اثر باز و بسته شدن تایرها در جهت عمود به راستای حرکت ارابه کم باشد (یعنی بر اثر چرخش ارابه تایرها به سمت داخل و خارج کشیده شوند) آنگاه می‌توان زمین زیر ارابه را یک سطح شیب دار فرض کرد و از همان محاسبات انجام گرفته برای سطوح شیب دار در ساختارهای مختلف بهره گرفت. در غیر این صورت باید کمی تغییرات در معادلات ایجاد کرد. در این حالت ساختاری که همیشه بازوی تایرها بر سطح زمین عمود باشند کمی غیر منطقی است زیرا اگر شیب سطوح قرار گرفته زیر جفت تایر سمت چپ با جفت تایر سمت راست فرق داشته باشد آنگاه بازوهای آن‌ها نمی‌توانند حالت موازی خود را حفظ کنند. پس جزء این حالت دو حالت دیگر را به حالت عمومی بسط می‌دهیم.

همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود ساختار اول حالتی است که بازوهای تایرها همیشه بر شاسی ارابه عمود است. در این حالت تنها در حالتی که γ_1 و γ_2 با هم برابرند بازوی تایرها هم بر زمین (به شرطی که زمین یک سطح شیب دار باشد) و هم بر شاسی عمودند و در غیر این صورت بر زمین زیر ارابه و یا سطح افق عمود نیستند. با چرخش ارابه بر اثر باز و بسته شدن اکسل‌ها، تایرها در جهت جانبی بر روی زمین کشیده می‌شوند. کشیده شدن جانبی تایرها بر روی زمین باعث پیچیده شدن تحیل ارابه به کمک دینامیک نیوتن می‌شود. برای یافتن رابطه زوایای γ_1 و γ_2 با ϕ و همچنین یافتن مختصات نقاط اتکای چرخ‌ها با زمین که لازمه یافتن محورهای واژگونی برای محاسبه معیار نیرو – زاویه است از

هندسه ربات مطابق شکل (۸) و شکل (۹) بهره می‌گیریم. با استفاده از هندسه ربات مختصات نقاط تماس تایرها با زمین به صورت زیر خواهد بود.

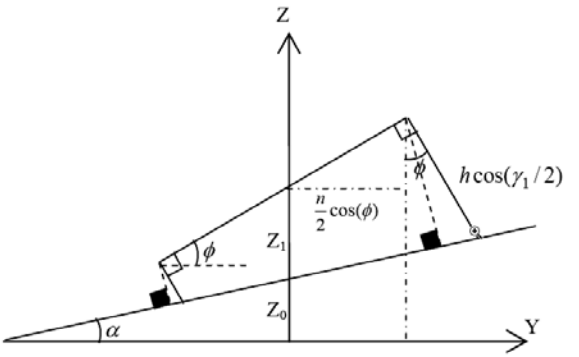
$$\begin{aligned} P_{x1} &= Vt - xmc - h\sin(\frac{\gamma_1}{2}) \\ P_{x2} &= Vt - xmc + h\sin(\frac{\gamma_1}{2}) \\ P_{x3} &= Vt - xmc + h\sin(\frac{\gamma_2}{2}) \\ P_{x4} &= Vt - xmc - h\sin(\frac{\gamma_2}{2}) \end{aligned} \qquad (۳۰)$$

$$\begin{aligned} P_{y1,2} &= \frac{n}{2}\cos(\boldsymbol{\varphi}) + h\cos(\frac{\gamma_1}{2})\sin(\boldsymbol{\varphi}) \\ P_{y3,4} &= -\frac{n}{2}\cos(\boldsymbol{\varphi}) + h\cos(\frac{\gamma_2}{2})\sin(\boldsymbol{\varphi}) \end{aligned} \qquad (۳۱)$$

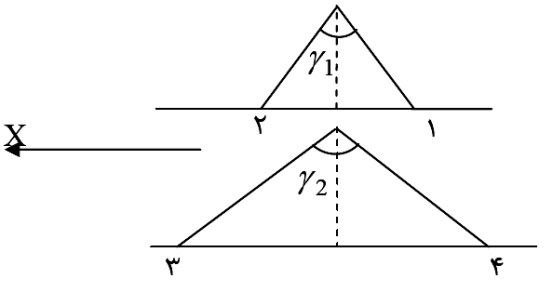
$$P_{z1,2,3,4} = \left|P_{y1,2,3,4}\right|\tan(\boldsymbol{\alpha}) \qquad (۲۹)$$

حال به کمک دو رابطه هندسی زیر می‌توان رابطه زوایای باز و بسته شدن بازوی تایرها با چرخش ارابه را یافت.

$$\begin{aligned} z_1 = z - z_0 &= \frac{h\cos(\frac{\gamma_1}{2})\cos(\boldsymbol{\varphi}-\boldsymbol{\alpha})}{\cos(\boldsymbol{\alpha})} + \\ &\frac{n}{2}\cos(\boldsymbol{\varphi})\tan(\boldsymbol{\alpha}) - \frac{n}{2}\sin(\boldsymbol{\varphi}) \\ z_1 = z - z_0 &= \frac{h\cos(\frac{\gamma_2}{2})\cos(\boldsymbol{\varphi}-\boldsymbol{\alpha})}{\cos(\boldsymbol{\alpha})} - \\ &\frac{n}{2}\cos(\boldsymbol{\varphi})\tan(\boldsymbol{\alpha}) + \frac{n}{2}\sin(\boldsymbol{\varphi}) \end{aligned} \qquad (۳۰)$$



شکل (۸): ارابه‌ای که رابط تایرها همیشه بر شاسی عمود

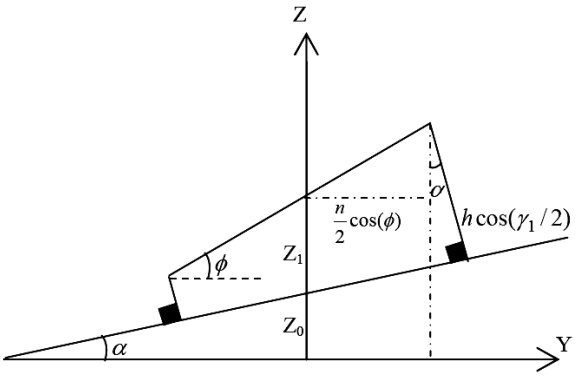


شکل (۹): دید از جانب ارابه

از هر یک از دو رابطه (۳۱) می‌توان رابطه دو زاویه γ_1 و γ_2 با چرخش ارابه در حالتی که مرکز جرم ارابه ثابت است را بدست آورد:

$$\begin{matrix}\gamma_1 \\ \gamma_2\end{matrix} = 2\cos^{-1}\left(\frac{\cos(\boldsymbol{\alpha})\times(\pm 0.5n\sin(\boldsymbol{\varphi}) \mp 0.5n\cos(\boldsymbol{\varphi})\tan(\boldsymbol{\alpha}) + z - z_0)}{h\cos(\boldsymbol{\varphi}-\boldsymbol{\alpha})}\right) \qquad (۳۱)$$

حالت دوم حالتی است که بازوی تایرها همیشه بر زمین زیر ارابه عمود است. مزیت این حالت آن است که همیشه تایرها به طور کامل با زمین تماس دارند و امکان لغزش و خارج شدن ربات از کنترل کم می‌شود. این حالت در شکل (۱۰) دیده می‌شود.



شکل (۱۰): ارابه‌ای که تایرها همیشه بر سطح زمین عمود است.

در این حالت مختصات x و z نقاط تماس مطابق ساختار قبلی است و از (۳۰) و (۲۹) حاصل می‌شوند. اما y نقاط تماس از فرمول زیر حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} P_{y1,2} &= \frac{n}{2}\cos(\boldsymbol{\varphi}) + h\cos(\frac{\gamma_1}{2})\sin(\boldsymbol{\alpha}) \\ P_{y3,4} &= -\frac{n}{2}\cos(\boldsymbol{\varphi}) + h\cos(\frac{\gamma_2}{2})\sin(\boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \qquad (۳۲)$$

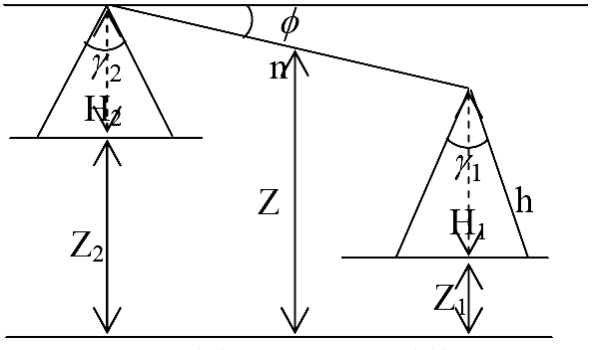
رابطه مابین دو زاویه γ_1 و γ_2 با چرخش ارابه در حالتی که مرکز جرم ارابه ثابت است را می‌توان به کمک روابط هندسی زیر یافت.

$$z_1 = z - z_0 = \frac{h\cos(\frac{\gamma_1}{2})}{\cos(\alpha)} + \frac{n}{2}\cos(\varphi)\tan(\alpha) - \frac{n}{2}\sin(\varphi)$$
$$z_1 = z - z_0 = \frac{h\cos(\frac{\gamma_2}{2})}{\cos(\alpha)} - \frac{n}{2}\cos(\varphi)\tan(\alpha) + \frac{n}{2}\sin(\varphi) \qquad (۳۳)$$

که با ساده سازی می‌توان رابطه دو زاویه γ_1 و γ_2 با چرخش ارابه را به صورت زیر یافت:

$$\begin{matrix}\gamma_1\\ \gamma_2\end{matrix} = 2\cos^{-1}\left(\frac{\cos(\alpha)\times(0.5n\sin(\varphi) - 0.5n\cos(\varphi)\tan(\alpha) + z - z_0)}{h}\right) \qquad (۳۴)$$

اما حالت نهایی حالتی است که بازوی تایرها همیشه به سطح افق عمود باشند. شکل شماتیک این حالت در شکل (۱۱) نمایش داده شده است.



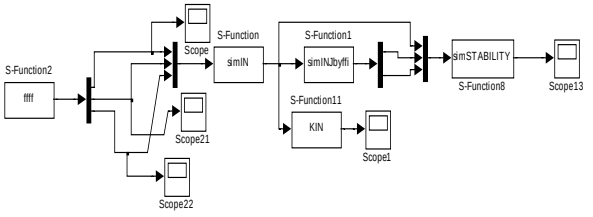
شکل (۱۱): ارابه‌ای که تایرها همیشه بر سطح افق عمود

$$\gamma_1 = 2\cos^{-1}\left(\frac{z_0 - \frac{n}{2}\sin(\varphi)}{h}\right)$$
$$\gamma_1 = 2\cos^{-1}\left(\frac{z_0 + \frac{n}{2}\sin(\varphi)}{h}\right) \qquad (۳۵)$$

مختصات نقاط تماس به صورت زیر خواهد بود.

$$P_1 = \left[Vt - xmc - h\sin(0.5\gamma_1), 0.5n\cos(\varphi), 0.5n\cos(\varphi)\tan(\alpha)\right]$$
$$P_2 = \left[Vt - xmc + h\sin(0.5\gamma_1), 0.5n\cos(\varphi), 0.5n\cos(\varphi)\tan(\alpha)\right]$$
$$P_3 = \begin{bmatrix} Vt - xmc + h\sin(0.5\gamma_1), -0.5n\cos(\varphi), - \\ 0.5n\cos(\varphi)\tan(\alpha) \end{bmatrix} \qquad (۳۶)$$
$$P_4 = \begin{bmatrix} Vt - xmc - h\sin(0.5\gamma_1), -0.5n\cos(\varphi), - \\ 0.5n\cos(\varphi)\tan(\alpha) \end{bmatrix}$$

حال که هندسه نقاط تماس و رابطه بین زوایای γ_1 و γ_2 با چرخش ارابه را در همه حالات بدست آوردیم زمینه لازم برای محاسبه معیار پایداری نیرو- زاویه حول چهار محور واژگونی را در تمامی حالات بدست آورده ایم. پس در شیب‌های مختلف زمین و حالات اولیه متفاوت می‌توان میزان پایداری هر یک را محاسبه کرد. برای این منظور در نرم افزار MATLAB نمودار بلوک دیاگرام زیر را تدارک می‌بینیم.



شکل (۱۲): نمودار بلوک دیاگرام تدارک دیده شده در MATLAB جهت محاسبه معیار پایداری نیرو -زاویه

S- function های آن عبارتند از:

ffff: محاسبه کننده $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$

imIN: محاسبه کننده $\theta_3, \theta_2, \theta_1$ به کمک سینماتیک معکوس

simINbyffi: محاسبه کنننده $\dot{\theta}_3, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_1$ و $\ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_1$

KIN: محاسبه کننده موقعیت مجری نهایی که فقط جهت چک کردن سینماتیک معکوس آمده است.

imSTABILITY: محاسبه کننده معیار پایداری نیرو- زاویه حول چهار محور واژگونی که در هر یک از ساختارهای ارابه، m-file حاوی آن تغییراتی می‌کند.

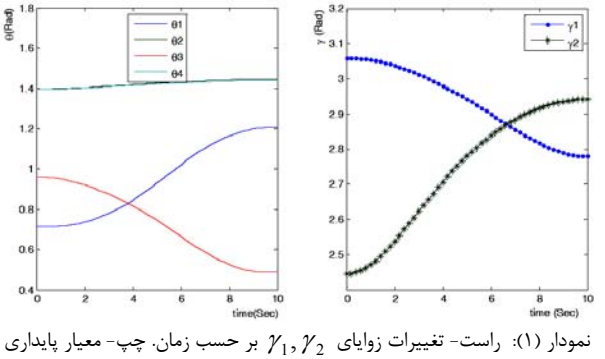
برای تحلیل عددی فرض می‌کنیم خط هدف با محورهای X، Y و Z زوایای $\pi/6$، $\pi/3$، $\pi/2$ را می‌سازد.

همچنین موقعیت هندسی ارابه و ارتفاع آن مطابق جدول زیر است.

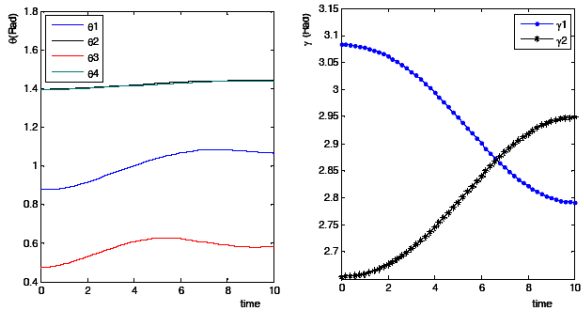
جدول (۲): مشخصات هندسی سطح شیب دار و ابعاد و موقعیت هندسی ارابه

z=0.44	z_0=0.3	xm_c=0	m=0.5	n=0.3	h=1	α =π /12

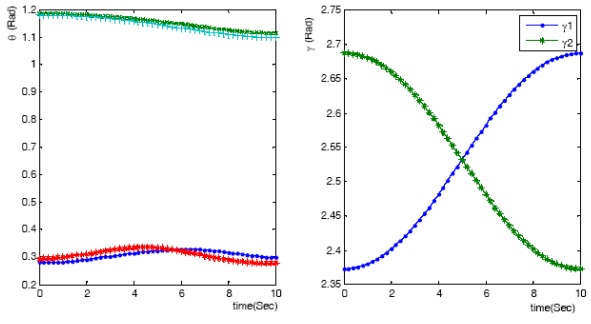
که α زاویه شیب سطح شیب دار است. بقیه ابعاد هندسی ربات در جدول (۳) آمده است.



نمودار (۱): راست- تغییرات زوایای γ_1, γ_2 بر حسب زمان. چپ- معیار پایداری حول چهار محور واژگونی در حالت عمود بودن رابطها بر ارابه



نمودار (۲): راست- تغییرات زوایای γ_1, γ_2 بر حسب زمان. چپ- معیار پایداری حول چهار محور واژگونی در حالت عمود بودن رابطها بر زمین



نمودار (۳): راست- تغییرات زوایای γ_1, γ_2 بر حسب زمان. چپ- معیار پایداری حول چهار محور واژگونی در حالت عمود بودن رابطها بر سطح افق

اگرچه تحلیل‌های ارائه شده در بالا بر اساس مشاهدات تئوری و عددی صورت گرفته ولی هندسه ربات پیچیده‌تر از آن است که بتوان با تحلیل‌های ساده پایداری ربات را پیش بینی کرد. حرکت چرخشی ارابه تحلیل این ربات را پیچیده کرده است. اثرات دینامیکی این چرخش بر کل سیستم بازوها تاثیر می‌گذارد. کلیه بازوها با چرخش ارابه می‌چرخند و این یعنی تشدید اثرات دینامیکی. با این حال همانطور که در نمودار (۱) مشاهده می‌شود کمترین میزان پایداری در زمان ده ثانیه و برابر ۰/۴۷ است. با نگاهی به هندسه و موقعیت ارابه می‌توان دریافت که واژگونی در حالت عمومی باید حول محور ۳ انجام گیرد. اما باز می‌بینیم که در ابتدا این محور ۱ است که در معرض تهدید واژگونی است! البته این خود می‌تواند نشان دهنده خصوصیت این هندسه باشد یعنی با گذشت زمان می‌توان محور واژگونی را تغییر داد.

این خود می‌تواند محرکی برای بحث پیرامون جبران سازی این ساختار باشد یعنی می‌توان به کمک چرخش ارابه محور واژگونی را تغییر داد این به ما کمک می‌کند که با تغییر این محور رباتی را که از زمین بر روی یک محور بلند شده سریع‌تر به حالت اولیه بازگرداند. با این حال با گذشت زمان باز محور حساس به واژگونی همان محور ۳ می‌شود. مطابق نمودار (۲) کمترین مقدار پایداری در زمان صفر رخ می‌دهد جایی که معیار نیرو- زاویه برابر است با ۰/۴۹. باز محور ۳ محور اصلی واژگونی است. فاصله محورهای ۲و۴ از محور ۳ بسیار زیاد است که البته قابل پیش بینی هم بود. ولی اختلاف زیادی با ساختار اول در مینیمم پایداری مشاهده نمی‌شود. همانطور که گفته شد حالت عمود بودن رابطها بر پایه که وزن به صورت لنگری سعی در واژگونی کل سیستم دارد باز از حالت عمود بودن پایه‌ها بر زمین وضعیت واژگونی بهتری دارد که البته در حالت عمود بودن تایرها بر زمین نیز وزن نقش خود را به عنوان یک لنگر واژگونی حول محور ۳ بازی می‌کند.

ولی حالت نهایی را با مشاهده نمودار (۳) تحلیل می‌کنیم. مطابق این نمودار مینیمم پایداری در زمان انتهایی حرکت و برابر ۰/۲۷ است باز تغییر محور واژگونی در این حالت مشاهده می‌شود یکی از علل آن شیب کم سطح شیب دار است که در نتیجه آن اثرات نیروها و ممان‌های اینرسی بر وزن غالب شده است. با این حال با اینکه در این حالت وزن در موقعیت درونی تر نسبت به مثلث مرکز جرم- محورهای عمود بر محورهای واژگونی ۱و ۳ است ولی پایداری نسبت به بقیه حالات کمتر است. همانطور که گفته شد. شاید بتوان یک پیش بینی کلی از وضعیت پایداری ساختارهای مختلف انجام داد ولی ماهیت دینامیکی این ربات بر حالت استاتیکی آن برتری دارد و پیش بینی حالات دینامیکی کمی مشکل است. اما همانطور که گفته شد خیلی منطقی و عملی نیست که بتوان ارابه را به شکلی ساخت که تایرها همیشه بر زمین عمود باشند. زیرا با چرخش ارابه و کشیده شدن تایرها به داخل اگر شیب سطح زیر جفت تایرهای سمت چپ با راست یکی نباشد لینک تایرهای سمت چپ و راست از حالت موازی خارج می‌شوند.

۶- استراتژی تغییر ساختار بهینه

بهینه تغییر ساختار ربات به شکلی که ربات ماکزیمم پایداری را از نظر معیار نیرو-زاویه دارا باشد در قالب تعیین مسیر جهت چرخش ارابه نمایان می شود. بهینه سازی پایداری به کمک درجه آزادی اضافی ϕ حاصل از چرخش ارابه صورت می‌گیرد. منحنی تغییرات ϕ نسبت به زمان به پنج قسمت تقسیم می‌شود و با توجه به قیود سرعت و شتاب صفر ارابه در لحظه حرکت یک منحنی درجه هفت جهت برازش منحنی تغییرات ϕ نسبت به زمان به کار گرفته می‌شود.

سرعت و شتاب ϕ در این پنج نقطه از زمان به وسیله این منحنی محاسبه می‌شود. سپس با توجه به معلوم بودن ϕ و مشتقاتش و همچنین موقعیت مجری نهایی در مسیر از قبل معلوم شده فضایی، به کمک سینماتیک معکوس $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ و همچنین مشتقات آن‌ها را محاسبه می‌کنیم. حال همه چیز برای محاسبه معیار نیرو- زاویه در کل مسیر آماده است. به کمک الگوریتم ژنتیک نقاط بهینه محاسبه می‌شوند که اولاً محدود به $-\pi/3 \le \phi \le \pi/3$ باشد ثانیاً در هیچ نقطه از مسیر معیار منفی نشود و انتگرال زیر منحنی معیار

نیرو- زاویه ماکزیمم باشد.

الگوریتم ژنتیک از اصل طبیعی بقا بر اساس شایستگی الگو برداری شده است. با در نظر گرفتن متغیرهای مستقل به عنوان یک فرد در یک نسل و مولفه‌های آن به عنوان کروموزوم و همچنین مقدار تابع شایستگی (تابع هدف) وابسته به هر فرد به عنوان شایستگی، مدلی مجازی از نسل، افراد، کروموزوم و شایستگی افراد ایجاد می‌کند. ازدواج افراد با یکدیگر، تولید بچه و جهش در کروموزوم افراد و در نهایت بقای افراد شایسته اساس کار این روش بهینه سازی است. خصوصیات الگوریتم به کار گرفته شده جهت بهینه سازی به شکل زیر است:

$-\pi/3 \le \phi \le \pi/3$،

تعداد افراد هرنسل= ۲۰،

تعداد کروموزوم افراد= ۶،

کل نسل‌ها= ۳۰۰،

ضریب تقاطع= متغیر از ۰/۵ تا ۰/۸ جهت یافتن بهینه سراسری

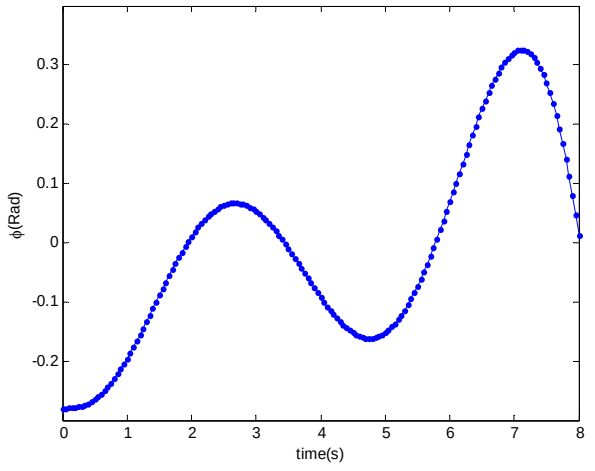
تغییرات ضریب تقاطع ما بین ۰/۵ تا ۰/۸ با توجه به روند تغییرات بهینه سازی جهت یافتن بهینه سراسری به الگوریتم اعمال شده است.

تغییرات بهینه چرخش ارابه نسبت به زمان برای ربات SRR بهبود یافته ای که مشخصات سینماتیکی و هندسی آن مطابق جدول جدول (۳) و مشخصات هندسی سطح شیب دار و ابعاد و موقعیت هندسی ارابه مطابق جدول (۲) است، به کمک الگوریتم ژنتیک بدست آمد.

جدول (۳): پارامترهای معلوم و مفروض هندسی و سینماتیکی ربات

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
*	0.1 m	M	5 Kg	Px_0	0 m
c	0.1 m	m_1	0.1 Kg	Py_0	0 m
z	0.44 m	m_2	0.3 Kg	Pz_0	0.1 m
L_1	0.31 m	m_3	0.2 Kg	α	π/6 Rad
L_2	0.42 m	V	0.03 m/s	β	π/3 Rad
L_3	0.25 m	v	0.03 m/s	γ	π/2 Rad

روند تغییرات زاویه بهینه چرخش ارابه مطابق نمودار (۴) است. که α زاویه شیب سطح شیب دار است.



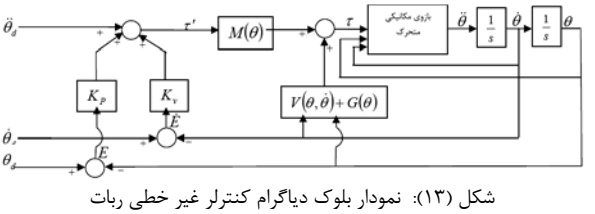
نمودار (۴): تغییرات بهینه چرخش ارابه نسبت به زمان

همانطور که در نمودار (۴) مشاهده می‌شود یک منحنی درجه ۷ از میان نقاط عبور کرده است که در ابتدای حرکت در زمان صفر خط مماس بر منحنی، خطی افقی است یعنی شرایط مرزی را کاملاً ارضا کرده است.

۷- شبیه سازی کنترلر غیر خطی در MATLAB

کنترلر غیر خطی طراحی شده، کنترلر خطی ساز بر اساس مدل وارون ربات است و در MATLAB شبیه سازی شده است. مدل وارون ربات بر اساس مدل کامل دینامیکی ربات، مدل شده است. نمودار بلوک دیاگرام کنترلر در شکل (۱۳) نشان داده شده است. ربات به فرم کامل دینامیکی $\ddot{\boldsymbol{\theta}} = M^{-1}(\boldsymbol{\theta})\left[\boldsymbol{\tau} - V(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}}) - G(\boldsymbol{\theta})\right]$ در این نمودار مدل شده است.

نمودارهای نمودار (۵)، نمودار (۶)، نمودار (۷) و نمودار (۸)، به ترتیب $\vec{P}$، $\vec{V}$، $\vec{\tau}$ و معیار نیرو-زاویه حول هر محور واژگونی را نشان می‌دهند.



شکل (۱۳): نمودار بلوک دیاگرام کنترلر غیر خطی ربات

زوایای اولیه مفصلی در زمان صفر در بلوک‌های انتگرال گیر بر اساس (۴۰) تنظیم شده است.

$$\boldsymbol{\theta}(0) = \boldsymbol{\theta}_0, \dot{\boldsymbol{\theta}}(0) = \dot{\boldsymbol{\theta}}_0 \qquad (۴۰)$$

با توجه به شکل (۱۳)، $\boldsymbol{\tau}' = \ddot{\boldsymbol{\theta}}_d + K_v \dot{E} + K_p E$ است و گشتاور اعمالی از طرف کنترلر به ربات برابر است با:

$$\boldsymbol{\tau} = M(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\tau}' + V(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) + G(\boldsymbol{\theta}) \qquad (۴۱)$$

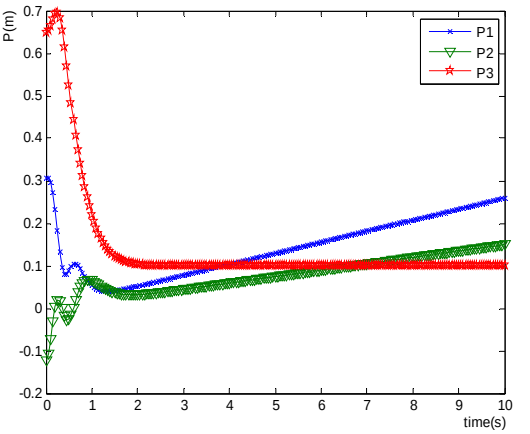
که خطای کنترلر با توجه به معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر محاسبه می شود.

$$\ddot{E} + K_v \dot{E} + K_p E = 0 \qquad (۴۲)$$

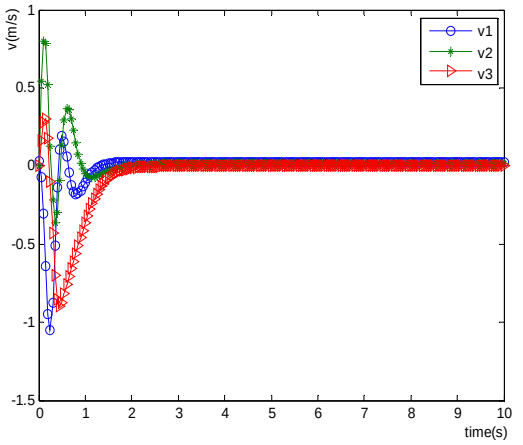
که در آن $E = \boldsymbol{\theta}_d - \boldsymbol{\theta}$ خطای کنترلر و اختلاف حالت مطلوب ($\boldsymbol{\theta}_d$) از حالت واقعی ($\boldsymbol{\theta}$) است. که با در نظر گرفتن ماتریس ضرایب K_v و K_p به فرم قطری معادله دیفرانسیل خطای هر مفصل به یک معادله دیفرانسیل مستقل برای آن مفصل تبدیل می‌شود.

$$\ddot{e} + k_{vi}\dot{e} + k_{pi}e = 0 \,,\, i = 1,2,3 \qquad (۳۷)$$

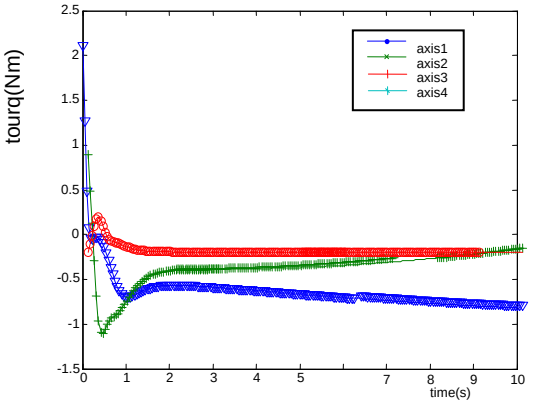
پس با در نظر گرفتن $k_{vi} = 2\sqrt{k_{pi}}$ می‌توان معادله خطای کنترلر را به حالت میرای بحرانی تبدیل کرد. برای شبیه سازی این کنترلر در MATLAB مجموعه‌ای از S-function های تولید کننده تابع ϕ، سینماتیک، سینماتیک معکوس، بلوک محاسبه پایداری و بقیه بلوک‌هایی که در نمودار بلوک دیاگرام کنترلر شکل (۱۳) نمایش داده شده است را گرد هم می آوریم تا از این طریق با دادن دو ورودی ϕ و خط هدف گشتاورهای کنترلی مناسب را از کنترلر دریافت کنیم.



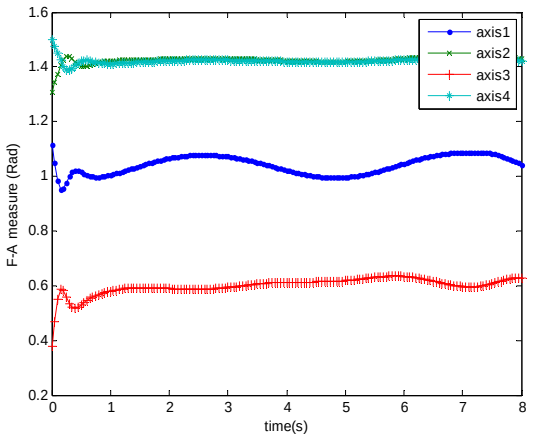
نمودار (۵): موقعیت مجری نهایی در طول زمان شبیه‌سازی



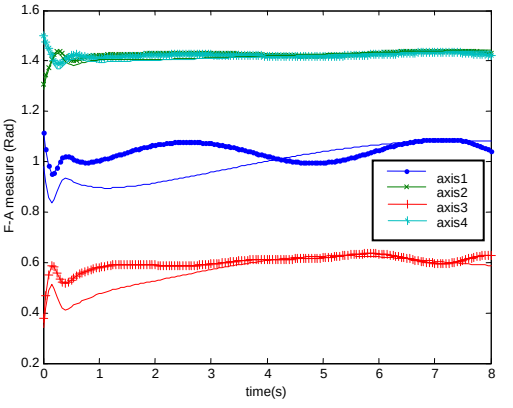
نمودار (۶): سرعت مجری نهایی در طول زمان شبیه‌سازی



نمودار (۷): گشتاور راه‌اندازها در طول زمان شبیه‌سازی



نمودار (۸): معیار نیرو- زاویه بهینه حول هر محور واژگونی در طول زمان شبیه‌سازی



نمودار (۹): مقایسه پایداری بهینه با حالتی که تغییرات چرخش ارابه $\phi = -\pi/6\cos(\pi t/10)$

در فاصله زمانی ۶ تا ۸ ثانیه تغییرات شدیدی در ϕ مشاهده می‌شود که خود عاملی ناپایدار کننده است هر چه ϕ با شتاب کمتری تغییر کند پایداری کمتر به خطر می‌افتد. علت آن است که تغییرات سریع ϕ نسبت به زمان در طول بازو پخش می‌شود و در کل باعث ایجاد نیروها و ممان‌های بزرگ مابین ارابه و بازو می‌شود. پس بهتر آن بود که بجای تعریف یک منحنی درجه ۷ از منحنی‌های spline استفاده می‌شد تا ϕ با شتاب کمتری تغییر کند.

۸- مشاهده‌گر عصبی پایداری

استفاده از یک مشاهده‌گر عصبی امکان محاسبه سریع پایداری در طول مسیر را ممکن می‌کند که ابزار توانمندی جهت ایجاد یک الگوریتم جبران ساز و تعیین مسیر پایدار در اختیار کاربر می‌گذارد. همچنین امکان تلفیق آن با الگوریتم ژنتیک امکان ایجاد یک پایگاه داده پایداری بهینه را فراهم می‌کند. برای جمع آوری داده‌های ورودی به شبکه ابتدا باید دید چه متغیرهایی در معیار پایداری نیرو- زاویه موثر است. این متغیرها و بازه تغییرات آنها در جدول (۴) آمده است.

جدول (۴): متغیرهای موثر در پایداری و بازه تغییرات آنها

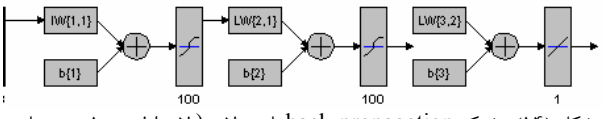
متغیر	بازه متغیر	متغیر	بازه متغیر
t (Sec)	$[0, 8]$	θ_i	$[0, 6]$
ϕ	$[-\pi/3, \pi/3]$	$\dot{\theta}_i$	$[-2, 4]$
$\dot{\phi}$	$[-2, 6]$	$\ddot{\theta}_i$	$[-10, 40]$
$\ddot{\phi}$	$[-2, 12]$	----	----

بازه‌ی تغییرات این متغیرها بر حسب تجربه و واقعیت مسئله تعیین شده است. جمع آوری داده به صورت تصادفی و به کمک تابع تصادفی rand در MATLAB انجام شده است.

$$\text{variable} = a + (b - a)\text{rand} \qquad a \le \text{variable} \le b \qquad (۳۸)$$

در نهایت مجموعه داده شامل ۶۰۰۰۰ مولفه جهت ورود به شبکه عصبی تدارک داده شد. روش محاسباتی شبکه عصبی الگو گرفته از روش محاسباتی نرون‌های مغزی است. نرون‌های شبکه عصبی به کمک وزن ها و بایاس‌ها و تابع انتقال، ورودی را به خروجی مرتبط می‌کند.

در ابتدا سعی کردیم تا یک شبکه کوچک ولی کارآمد برای این منظور آموزش دهیم ولی امکان آن فراهم نشد. اگر شبکه را کوچک می‌گرفتیم امکان حل به کمک روش لوون برگ – مارکواردت فراهم می‌شد ولی از طرفی خطای شبکه از مقدار خاصی اولاً پایین‌تر نمی‌آمد ثانیاً به ازای یک ورودی جدید، شبکه رفتار مناسبی از خود نشان نمی‌داد. یعنی شبکه قادر به یافتن الگوی مناسب میان ورودی و خروجی مسئله نمی‌شد. همچنین اگر شبکه دو لایه‌ای انتخاب می‌شد نیز همین مشکل بروز می‌کرد. پس ما رو به یک شبکه سه لایه‌ایی با تعداد نرون زیاد آوردیم. اگرچه شبکه فوق العاده حجیم شد ولی چاره‌ای جز این دیده نمی‌شد. مطابق شکل (۱۴) شبکه‌ی آموزش پذیر back-propagation با سه لایه مورد استفاده قرار گرفته و به کمک تابع TRAINSCG در ۳۰۰۰ Epoch آموزش داده شده است.



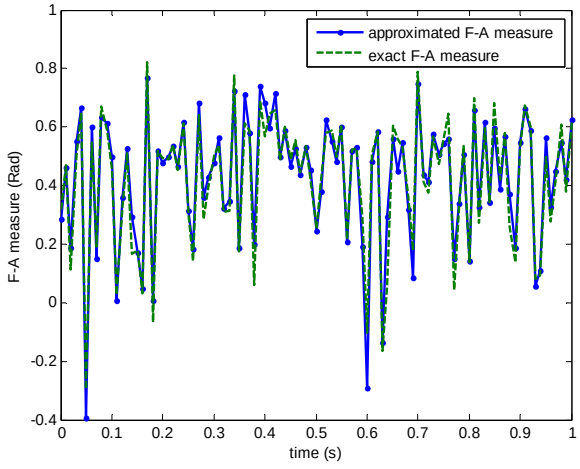
شکل (۱۴): شبکه back-propagation با سه لایه (لایه اول: ۱۰۰ نرون، تابع انتقال tansig، لایه دوم: ۱۰۰ نرون، تابع انتقال tansig، لایه سوم: یک نرون، تابع انتقال خطی)

و برای آموزش آن از دستورهای زیر بهره می‌گیریم:

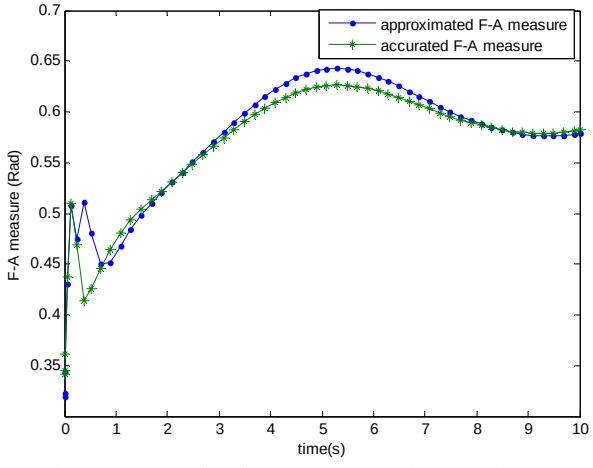
```
net.trainParam.show = 500;
net.trainParam.epochs = 3000;
net.trainParam.goal = 1e-5;
[net,tr]=train(net,p,t);
```

نمودار (۱۱) مقدار دقیق و تخمینی محاسبه شده توسط مشاهده‌گر پایداری را به ازای یک بردار ۱۳ مولفه‌ای ورودی رندم در بازه زمانی صفر تا یک ثانیه نشان می‌دهد.

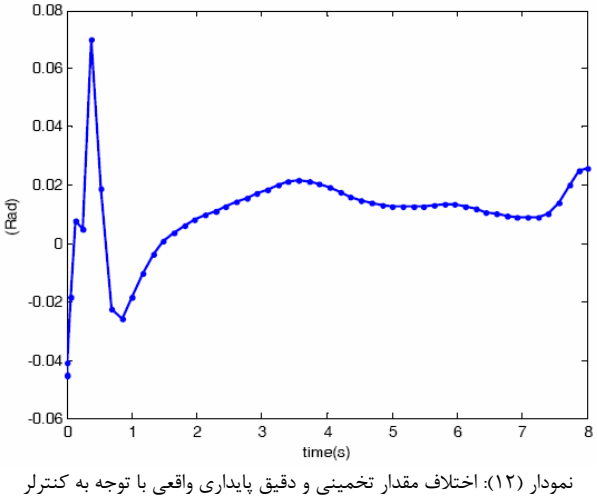
برای دو حالت چرخش غیر بهینه و فرضی ارابه ($\varphi = -\pi/6\cos(\pi t/10)$) و حالت بهینه محاسبه شده در بخش بهینه سازی با توجه به فرضیات انجام گرفته، مقدار پایداری را به کمک فرمول و مشاهده‌گر محاسبه و مقایسه می کنیم.



نمودار (۱۰): مقایسه مقدار تخمینی محاسبه شده توسط شبکه عصبی و دقیق پایداری در بازه صفر تا یک ثانیه

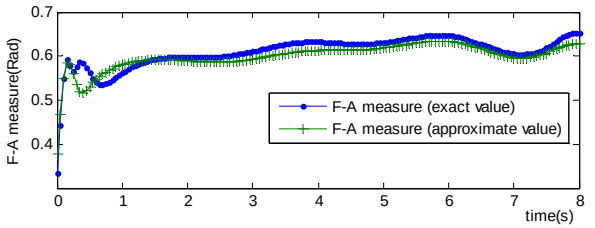


نمودار (۱۱): مقدار تخمینی و دقیق پایداری واقعی با توجه به کنترلر شکل (۱۳) در حالتی که چرخش ارابه غیربهینه ($\phi = -\pi/6\cos(\pi t/10)$) است



نمودار (۱۲): اختلاف مقدار تخمینی و دقیق پایداری واقعی با توجه به کنترلر شکل (۱۳) در حالتی که چرخش ارابه بهینه (φ بهینه) می‌باشد

نمودار (۱۰) و نمودار (۱۲) نزدیک بودن مقادیر تخمینی و دقیق را به هم به خوبی نشان می دهند. همانطور که از نمودار (۱۰) بر می‌آید حدکثر خطا نزدیک به ۰/۱ است که مقدار خیلی زیادی نسبت به بازه π- تا π نیست. با این حال این خطا فقط در چند ثانیه دوام داشته است. در مثال دوم که حالت بهینه است همانطور که در نمودار (۱۲) مشاهده می‌شود، حداکثر خطا به ۰/۰۷ تقلیل پیدا کرده است. به هر حال زمانی که تغییرات ناگهانی و سریع در پایداری ایجاد می شود، مشاهده‌گر با تاخیر پی به تغییرات برده و کمی عقب می‌افتد. این مطلب در نمودار (۱۰) و نمودار (۱۲) در حالت گذرای پایداری و البته بحرانی آن به وضوح دیده می‌شود. این نسبتاً یک عیب محسوب می‌شود زیرا همانطور که در بخش بهینه سازی توضیح داده شد به احتمال زیاد پایداری در حالت گذرای کنترلر به خطر می‌افتد اما اگر خطای نسبی کم را در نظر بگیریم این عیب چندان هم بزرگ نیست. بعد از این زمان گذرا مشاهده‌گر خود را به مقدار واقعی نزدیک و همان روندی را طی می‌کند که مقدار واقعی طی می‌کند. نمودار (۱۳) پایداری تخمین زده شده‌ی مشاهدگر شبکه عصبی با مقدار عددی محاسبه شده آن را مقایسه می‌کند.



نمودار (۱۳): مقدار دقیق و تخمینی پایداری بهینه نیرو –زاویه

۹- بحث و بررسی

در روش‌های کین و لاگرانژ توانستیم گشتاور فعال τ_0 منتقل شده از ارابه را به راحتی محاسبه کنیم در صورتی که این کار در دینامیک نیوتن بدون تحلیل دینامیکی ارابه غیر ممکن است. این گشتاور در جهت مدل کردن بازو به طور مجزا در نرم‌افزارهای شبیه سازی دینامیکی مانند ADAMS و طراحی کنترلر بازو به طور مجزا لازم می‌باشد. اما روش نیوتن توانست به راحتی گشتاور داخلی ($^1n_1$) و نیروی داخلی ($^1f_1$) مبادله شده بین بازو و ارابه را محاسبه کند در صورتی که در دینامیک کین محاسبه آن‌ها با تغییرات کلی در برنامه‌ی رایانه‌ای قابل انجام است. صحت تمامی معادلات در شبیه سازی به کمک ADAMS چک شده است. اگر چه استفاده از هر روش مزایا و معایب خاص خود را دارد اما دینامیک کین ما را با انجام محاسبات کمتر به حل بسته در سیستم‌های هولونومیک و غیر هولونومیک با تعداد معادلات برابر درجات آزادی سیستم هدایت می‌کند.

نمودار (۵) صفر شدن خطا و خطی شدن موقعیت مجری نهایی و نمودار (۶) ثابت شدن سرعت مجری نهایی بعد از ۲ ثانیه را نشان می‌دهد. به وسیله نمودار (۷) می‌توان K_P را به شکلی که گشتاورهای موتوری در حد توان راه‌اندازها باشد انتخاب کرد. مطابق نمودار (۸) بعد از گذشت ۱/۲ ثانیه از حرکت معیار نیرو-زاویه حول هر محور واژگونی روند ثابتی را در پیش گرفته است. این نمودار به خوبی نشان می‌دهد که پایداری حول محور ۳ تهدید می‌شود. محور ۱ در مقام بعدی از نظر حساسیت قرار دارد. محورهای ۲ و ۴ تقریباً در یک رنج حساسیت قرار دارند.

نمودار (۹) پایداری بهینه را با یک حالت غیر بهینه مقایسه می کند. اگر چه ϕ در حالت غیر بهینه فرضی در ابتدای حرکت دارای سرعت صفر و شتاب غیر صفر است ولی باز حالت اولیه محدودیت چندانی ایجاد نمی‌کند و می‌توان حالت بهینه شده را با حالت غیر بهینه‌ای که شرایط اولیه یکسانی ندارند مقایسه کرد. حالت اولیه تنها مقدار اولیه حاشیه پایداری را تعیین می‌کند. به هر حال به خوبی واضح است که تمامی نقاط حاشیه بهینه پایداری به غیر از نقطه شروع بالاتر از حاشیه پایداری در این حالت مفروض غیر بهینه است. حتی این مطلب تا حدودی برای معیار پایداری حول محور ۱ نیز صادق است که البته تا حدودی تاثیر بهینه شدن پایداری حول محور ۳ است. البته در این مورد خاص حاشیه پایداری همان معیار پایداری حول محور ۳ شده است. در بعضی مواقع ممکن است حاشیه پایداری در بخشی از زمان حول محور ۱ و در بخشی از زمان حول محور ۳ باشد که البته در مثال توضیح داده شده این اتفاق رخ نداده است.

مطابق نمودار (۹) ربات در همه زمان ها در حاشیه ی پایداری بهینه است. اختلاف ۰/۴ Rad (۲۳^o) از لبه ناپایداری دلیلی بر کم بودن احتمال بلند شدن تایرها از زمین می باشد. صحت نتایج با شبیه‌سازی ربات در ADAMS بررسی شده است. نواسانات اولیه در پایداری حول چهار محور واژگونی به علت همان گشتاورهای شدید اعمالی به موتورها در حالت گذرای کنترلر است. مطابق نمودار (۷) کنترلر در حالت گذرا گشتاورهای بزرگی را به موتورها تحمیل می کند که این گشتاورها برای رسیدن هر چه سریعتر مجری نهایی به خط هدف است. این گشتاورها به بدنه منتقل می‌شوند و خود را در قالب نیروها و گشتاورهای مبادله شده میان پایه و ارابه نشان می‌دهند. ولی بعد از این مدت زمان به حالت پایدار در می‌آید. هر چه مقدار ضریب k_p بزرگتر باشد این گشتاورهای اولیه بزرگتر است.

۱۰- نتیجه گیری

با توجه به پایداری بهینه، فرمان‌پذیری و حد توان موتورها می‌توان کنترلری ارائه کرد تا وظایف محوله به بازو را در شرایط مختلف زمین دنبال کند. اگر ربات به طور فرضی از همان ابتدا بر روی خط هدف و با سرعت مطلوب باشد یعنی از همان ابتدا ربات زوایای مفصلی هدف را دارا باشد، دیگر اثری از نواسانات اولیه در معیار پایداری دیده نمی‌شود. این همان مطلبی است که باید در انتخاب بهره‌های کنترلر رعایت کرد اگر این ضرایب کنترلر بزرگ انتخاب شود در ابتدای حرکت حتماً قسمتی از زمان را در حاشیه ناپایدار خواهیم بود. حتی اگر معیار منفی نشود حتماً فوق العاده کاهش میابد. کاهش معیار یعنی حساس شدن ربات برای چرخیدن حول محور حساس. همانطور که گفتیم معیار نیرو –زاویه بلند شدن تایر از زمین را پیش بینی نمی‌کند بلکه واژگون شدن کامل را حول آن محور نشان می‌دهد پس اگر معیار کاهش یابد ممکن است تایرها از زمین بلند شوند و این یعنی عدم کنترل پذیری زیرا با بلند شدن تایرها از زمین اولاً ربات از کنترل خاج شده و ثانیاً مدل دینامیکی ربات تغییر می‌کند و بعضاً غیر قابل پیش بینی شده است.

در این مقاله در ابتدا روش های دینامیکی مختلف و مزایا و معایب هر یک در ابتدا بحث شد. بعد از آن به معرفی معیار پایداری نیرو-زاویه پرداخته و ساختارهای مختلف ارابه از حیث این معیار مورد ارزیابی قرار گرفت و یکی به عنوان ساختار بهتر انتخاب شد. سپس به کنترلر غیر خطی مناسب طراحی شد و استراژی تغییر ساختار بهینه توسط الگوریتم ژنتیک استخراج و نتایج بهینه سازی به ربات اعمال گردید و تاثیر تغییر ثابت های کنترلر بر پایداری بررسی و در آخر مشاهده گر پایداری توسط الگوریتم ژنتیک طراحی شد.

۱۱- پیوست

نکات برنامه نویسی در MATLAB

از آنجا که برای حل این مسائل لازم به استفاده از امکانات برنامه نویسی سمبولیک MATLAB است لذا توجه به نکات زیر می‌تواند به کاربر در این راستا کمک شایانی بکند[۱۵].

۱- جهت ذخیره‌سازی بردارها و ماتریس‌هایی با عبارات سمبولیک می‌توان از آرایه‌های ساختاری استفاده کرد. استفاده از این آرایه‌ها ما را در نوشتن حلقه های تکراری با دو اندیس یاری می‌کند.

۲- از آن جهت که معادلات دینامیکی به شکل پارامتری استخراج می‌شوند، لذا جهت گرفتن مشتق های کامل مانند $\frac{d}{dt}$ لازم است از (۳۹) که همان فرمول زنجیره‌ای مشتق است استفاده کرد، زیرا MATLAB تنها قادر به گرفتن مشتق‌های پاره‌ای است.

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\theta}_1}\dot{\boldsymbol{\theta}}_1+\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\theta}_2}\dot{\boldsymbol{\theta}}_2+\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\theta}_3}\dot{\boldsymbol{\theta}}_3+\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{\varphi}}\dot{\boldsymbol{\varphi}}+\frac{\partial}{\partial\dot{\boldsymbol{\theta}}_1}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_1+\frac{\partial}{\partial\dot{\boldsymbol{\theta}}_2}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_2+\frac{\partial}{\partial\dot{\boldsymbol{\theta}}_3}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_3+\frac{\partial}{\partial\dot{\boldsymbol{\varphi}}}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} \qquad (۳۹)$$

۳- در دینامیک کین گشتاورهای موثر به طور صریح بر حسب بقیه متغیرها و ثابت‌ها محاسبه نشده اند، لذا جهت مقایسه نتایج با دو روش لاگرانژ و نیوتن لازم است آن‌ها را به کمک دستور solve به طور صریح نسبت به بقیه متغیرها و ثابت‌ها محاسبه کرد.

۴- استفاده از دستور simplify جهت مقایسه مقادیر به دست آمده از روش های مختلف ضروری است زیرا در غیر این صورت MATLAB مقادیری به ظاهر غیر صفر را در عبارت حاصل از تفاضل آن‌ها ایجاد می‌کند.

۵- استفاده از بلوک‌های S-function ما را در شبیه سازی کنترلر در نرم‌افزار MATLAB یاری می‌دهد.

۱۲- علائم

زوایای مفصلی و چرخش ارابه	θ_i , ϕ
زوایای مابین دو محور چرخ‌ها	γ_1 , γ_2
فواصل و ابعاد هندسی ربات	m, n ,z ,e, c
طول و جرم و ممان اینرسی اصلی لینک i	$L_i , m_i , {}^{ci}I_i$
سرعت ارابه و مجری نهایی	V ,v
سرعت و شتاب‌های زاویه‌ای و خطی لینک‌ها	${}^j\dot{v}_i$ ${}^j\omega_i , {}^j\dot{\omega}_i , {}^jv_i ,$
گشتاور و نیروهای اینرسی	${}^jn_i , {}^jf_i$
گشتاور و نیروهای فعال	τ_i
معیار نیرو-زاویه حول محور واژگونی i	λ_i

۱۳- مراجع

[1] Iagnemma, K., Rzepniewski, A., Dubowsky, S., Huntsberger, T. and Schenker, P., "Mobile Robot Kinematic Reconfigurability for Rough-Terrain", Symposium on Sensor Fusion and Decentralized Control, SPIE, Vol. 4196, Boston, September 2000, pp. 413-420.

[2] Tanner, H. G. and Kyriakopoulos, K. J., "Mobile Manipulator Modeling with Kane's Approach", Robotica,. Vol. 19, No. 6, 2001, pp. 675–690.

[3] Sharifi, M., Mahalingam, S. and Dwivedi, S., "Derviation of Kane's Dynamical Equations for a Three Link (3R) Manipulator", Proceedings of the Twentieth Southeastern Symposium on System Theory, Charlotte, NC, Mar 1988 , pp. 573 – 580.

[4] Meghdari A., Naderi, D. and Alam, M. R., "Neural-Network Base Observer for Real-Time Tipover Estimation", Mechatronics, Vol. 15, Issue 8, October 2005, pp. 989-1004.

[5] Meghdari A., Naderi, D. and Alam, M. R., "Real-Time Compensatory Manipulator Motion Planning for Stabilizing a Mobile Manipulator", Proceedings of the 2003 ASME Int. Design Engineering Technical Conferences, September 2003, pp. 2-6.

[6] Ghafari, A., Meghdari, A., Naderi, D. and Eslami, S., "Stability Enhancement of Mobile Manipulator via Soft Computing", Int. J. Advanced Robotics Systems, Vol. 3, No. 3, 2006, pp. 191-198.

[7] Jakubiak, J., Lefeber, E., Tchon, K. and Nijmeijer, H., "Two Observer-based Tracking Alogrithms for a Unicycle Mobile Robot", Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., Vol. 12, No. 4, 2002, pp. 513–522.

[8] Morales, J. Martinez, J. L. Mandow, A. Seron, J. Garcia-Cerezo, A., and Pequeo-Boter, A. "Center of Gravity Estimation and Control for a Field Mobile Robot with a Heavy Manipulator", IEEE Int. Conf. on Mechatronics , Málaga, Spain, 2009, pp. 1-6.

[9] Diaz-Calderon, A. and Kelly, A., "On-Line Stability Margin and Attitude Estimation for Dynamic Articulating Mobile Robots", The International Journal of Robotics Research, Vol. 24, No. 10, October 2005, pp. 845-866.

[10] Korayem, M. H., Azimirad, V., Nikoobin A., and Boroujeni, Z., "Maximum load-carrying capacity of autonomous mobile manipulator in an environment with obstacle considering tip over stability", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Springer London, Vol. 46, No. 5-8 / January, 2010, pp. 811-829.

[11] Craig, J. J., "Introduction to Robotics: Mechanics and Control", Second Edition, Addison-Wesley, 1989.

[12] Suza, D. and Frank, A., "Advanced Dynamics Modeling and Analysis", 1st Edition, New Jersey, Prentic-Hall, 1984.

[13] Kane, R. T., Levinson, S. and Maneewarn, A. D., "Dynamics Theory and Applications", McGraw-Hill, 1985.

[14] Papadopoulos, E. G. and Rey, D. A., "A new measure of tipover stability margin for mobile manipulators", IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, Vol. 4, Minneapolis, MN (April, 1996), pp. 3111 – 3116.

[15] The MathWorks, Inc. "Symbolic Math Toolbox User's Guide", Version 3, Copyright 1993 – 2002.