

Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology Vol. 14/ No. 56/ Winter 2023 P-ISSN: 2322-3871, E-ISSN: 2345-5594, http://jipet.iaun.ac.ir/

## 20.1001.1.23223871.1402.14.56.8.8

Research Article

## Electromechanical Analysis of Coupled Motor-Gearbox Vibrations with Planetary Gears

### Seyed Ehsan Masalegoo<sup>1,2</sup>, *M.Sc.*, Ali Soleimani<sup>1,2</sup>, *Assistant Professor*

<sup>1</sup>Department of Mechanical Engineering- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran <sup>2</sup>Modern Manufacturing Technologies Research Center- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad,

Iran

masalegoo@smc.iaun.ac.ir, soleimani@pmc.iaun.ac.ir

### Abstract

Gearbox and vibrations are two inseparable components of each other. In other words, the nature of the gear meshing in the gearbox has inevitable vibrations due to the impact during the meshing of the teeth. These unavoidable vibrations in some cases cause the gearbox to malfunction, so vibration analyzes are very important and efficient in analyzing gearbox performance and optimizing them. A planetary gearbox has a main gear of the sun as the actuator in the center, several planetary gears around it and a ring gear in which this set rotates and an arm is attached to the planetary gears and acts as the output for the planetary gearbox.

In this paper, first to express the desired vibration relations in the planetary gearbox. Then to investigate and apply the relations governing the electric motor in MATLAB software. In the following, the vibration model of the planetary gearbox motor coupling model is simulated in order to observe and analyze the interaction between the electric motor and the planetary gearbox. Frequency spectrum are analyzed to investigate the interaction of motor and planetary gearbox. It should be noted that dynamic modeling and analysis has been performed in ABAQUS software to extract the mesh stiffness of time-varying engagement between the teeth of the two gears involved in the planetary gearbox.

Keywords: frequency spectrum, mesh stiffness, planetary gearbox, transmission error, vibration

Received: 5 December 2021 Revised: 16 January 2022 Accepted: 9 February 2022

Corresponding Author: Dr. Ali Soleimani

Citation: S.E. Masalegoo, A. Soleimani, "Electromechanical analysis of coupled motor-gearbox vibrations with planetary gears", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 14, no. 56, pp. 151-168, January 2023 (in Persian).

20.1001.1.23223871.1402.14.56.8.8

مقاله پژوهشی

تحلیل الکترومکانیکی ارتعاشات سیستم کوپل موتور-جعبهدنده با چرخدندههای سیارهای

سید احسان مسئله گو<sup>۱،۲</sup>، دانش آموخته کارشناسیارشد، علی سلیمانی<sup>۱۰۲</sup>، استادیار

۱ – گروه مهندسی مکانیک – واحد نجفآباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجفآباد، ایران ۲- مرکز تحقیقات فناوریهای نوین ساخت و تولید – واحد نجفآباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجفآباد، ایران masalegoo@smc.iaun.ac.ir, soleimani@pmc.iaun.ac.ir

چکیده: وجود ارتعاشات در جعبه دنده از ویژگیهای ذاتی آنها است زیرا ماهیت و ذات درگیری چرخدندهها در جعبهدنده به دلیل ضربه موجود حین درگیری دندانهها، تولید ارتعاشات میکند. این ارتعاشات اجتنابناپذیر در حالتهایی باعث اختلال در کار جعبهدنده میشود، بنابراین در تحلیل عملکرد جعبهدندهها و بهینهسازی آنها، تحلیلهای ارتعاشی بسیار مهم و کارآمد هستند. جعبهدنده سیارهای از یک چرخدنده اصلی خورشید به عنوان محرک که در مرکز قرار دارد، چند چرخدنده سیاره به دور آن، یک چرخدنده حلقهای که این مجموعه درون آن میچرخند و یک بازو که به چرخدندههای سیارهای متصل است و کار را به عنوان خروجی برای جعبهدنده سیارهای انجام میدهد تشکیل شده است.

در این مقاله ابتدا رابطههای ارتعاشی مورد نظر در جعبهدنده سیارهای بیان شده است. سپس اعمال رابطههای حاکم بر موتور الکتریکی در نرم افزار متلب بررسی شده و مدل ارتعاشی کوپل موتور-جعبهدنده سیارهای بهمنظور مشاهده و تحلیل اثر متقابل موتور الکتریکی و جعبهدنده سیارهای شبیهسازی شده است. نمودارها و تحلیلهای فرکانسی استخراج شده و نشان داده شد که فرکانسهای مجموعه قابل قبول هستند. مدلسازی دینامیکی و تحلیل در نرم افزار آباکوس جهت استخراج سختی درگیری متغیر با زمان بین دندانههای دو چرخدنده درگیر در جعبهدنده سیارهای انجام شده است.

كلمات كلیدی: ارتعاشات، جعبهدنده سیارهای، خطای انتقال، سختی در گیری، طیف فركانسی

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۰/۹/۱۴ تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۰/۱۰/۱۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۲۰

**نام نویسندهی مسئول**: دکتر علی سلیمانی **نشانی نویسندهی مسئول**: نجفآباد- بلوار دانشگاه- دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجفآباد- گروه مهندسی مکانیک

#### ۱– مقدمه

سیستم کوپل موتور-جعبهدنده یک سیستم الکترومکانیکی است که بهطور گستردهای در وسایل الکتریکی، توربینهای بادی، ماشین آلات معدن زغال سنگ و دیگر تجهیزات مکانیکی استفاده میشود. این سیستم همانند یک ماشین القایی همراه با یک مجموعه چرخدنده سیارهای به علت مزایایی مانند قابلیت اطمینان بالا و نسبت قدرت به وزن خوب و هزینه پایین مورد استفاده قرار می گیرد.

با توسعه سیستمهای برقی الکتریکی که به سمت بزرگ شدن و انعطاف پذیری بالا هدایت می شوند، مشکلات ناشی از ارتعاش مکانیکی از اثر متقابل الکترومکانیکی به تدریج ظاهر می شود و شدت می یابد. لرزش بیش از حد عموما همراه با بار دینامیکی شدید است که باعث خرابی اجزای سازنده سیستم می شود و ثبات عملکرد سیستم را به خطر می اندازد. بنابراین مطالعه ویژگیهای ارتعاشی سیستمهای با در ایو الکتریکی و درک مکانیزم تعامل باعث کمک به افزایش عملکرد دینامیکی سیستمهای با درایو الکتریکی و درک مکانیزم تعامل باعث کمک به افزایش عملکرد دینامیکی سیستمها و اطمینان از ارتعاشی سیستمهای با در ایو الکتریکی و درک مکانیزم تعامل باعث کمک به افزایش عملکرد دینامیکی سیستمها و اطمینان از کرایی قابل اطمینان تجهیزات مکانیکی می شود. همچنین یک سیستم الکترومکانیکی اغلب در معرض ناهنجاریهای الکتریکی و شکستهای می شود. همچنین یک سیستم ای سیستم به منظور افزایش قابلیت اطمینان و بهبود عملکرد آن ضروری به نظر می سد.

یک سیستم کوپل موتور-جعبهدنده بهطور کلی شامل چهار قسمت است: موتور الکتریکی، جعبهدنده، منبع تغذیه و مکانیزم بار که در شکل (۱) نشان داده شده است [۱]. موتور الکتریکی، انرژی الکتریکی را از منبع تغذیه گرفته و به انرژی مکانیکی تبدیل میکند.

در این مقاله یک مدل الکترومکانیکی برای یک سیستم کوپل موتور-جعبهدنده با جعبهدنده سیارهای در نظر گرفته میشود. مدار معادل ماشین القایی در نظر گرفته میشود و گشتاور الکترومغناطیسی موتور در تحلیل ارتعاشات انتقالی-پیچشی جعبهدنده استفاده میشود. ویژگیهای ارتعاشی جعبهدنده با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی و بدون آن مقایسه میشوند. پس از آن اثر ارتعاش پیچشی جعبهدنده بر روی ماشین الکتریکی مورد بررسی قرار می گیرد. در این سیستم بار خارجی بر روی بازوی جعبهدنده سیارهای اعمال میشود و توان ورودی از طریق موتور و بوسیله شفت به چرخدنده خورشیدی منتقل میشود که در شکل (۲) نشان داده شده است [۲]. شفت بدون جرم در نظر گرفته میشود و فقط سختی پیچشی شفت در نظر گرفته خواهد شد. چرخدندههای سیارهای بهطور یکنواخت در اطراف چرخدنده خورشیدی قرار دارند و ناهم محوری بین چرخدنده خورشیدی و شفت یا موتور وجود ندارد. از آن جا که سرعت چرخش موتور الکتریکی به علت تحریک داخلی و بیرونی کل سیستم تغییر میکند، سرعت گذرا نیز برای سیستم کوپل موتور جعبه دنده در نظر گرفته میشود.





در اکثر تحقیقات سیستم مکانیکی را جدا از موتور الکتریکی در نظر می گیرند و ویژ گیهای ارتعاشی موتور الکتریکی و سیستم مکانیکی را بهصورت جداگانه بررسی می کنند. در میان آنها تعدادی از نویسندگان موتور الکتریکی را به عنوان جزء اصلی در نظر گرفته و یک مدل روتور الکترومکانیکی را بدون توجه به محرک [۳] یا با یک محرک بهصورت جرم و فنر [۴] در نظر گرفته و نتایج را بهدست آوردهاند.

در مرجع [۵] یک مدل دینامیکی برای جعبهدنده توربین بادی ایجاد کرده و تأثیر انعطاف پذیری سازهای را بر روی رفتار سیستم تحلیل و بررسی شده است. در مرجع [۶] یک مدلسازی کوپل الکترومکانیکی یکپارچه از یک جعبهدنده تک مرحلهای با در نظر گرفتن ترک در پای دندانه را با رویکرد لاگرانژ انجام شده و تاثیر ترک بر رفتار دینامیکی سیستم در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۷] یک شاخص جدید توزیع بار بر اساس نظریه لیانپوف ارائه شده تا اثر پارامترهای ساختاری مختلف بر عملکرد توزیع بار در جعبهدنده یک ماشین حفر تونل بررسی شود. در این پژوهش عملکرد تقسیم بار هر پینیون نقش مهمی در طول عمر خستگی سیستمهای دندهای دارد که با استفاده از یک آرایش موازی چند پینیونه هدایت می شوند. در مرجع [۸] مدل دینامیکی یک جعبهدنده را با مدل دینامیک عمودی یک واگن کوپل کردند و پاسخ ارتعاشی اجزا واگن را تحت ترکیب اثر تحریک درگیری چرخدنده و تحریک چرخ با ریل مورد بررسی قرار دادند. در مرجع [۹] ویژگیهای ارتعاشی یک جعبهدنده تک مرحلهای را در هنگام راهاندازی موتور مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق بخش الکتریکی در نظر گرفته نشده و سرعت روتور و گشتاور الکترومغناطیسی به عنوان مقادیر معلوم در نظر گرفته شدهاند. اگر چه این روش برای پیادهسازی ساده است اما قادر به بررسی اثر سیستم الکتریکی بر سیستم مکانیکی نیست و بنابراین ارتعاشات ناشی از میدان مغناطیسی را در نظر نمی گیرد. در مرجع [۱۰] پژوهشی در مورد رفتار دینامیکی کوپل جعبهدندههای چند مرحلهای و موتور الکتریکی انجام شده است. مدل استاتیکی این روش برای استخراج پارامترهای مدل دینامیکی استفاده شده و بیان شده که درجه آزادی سیستم را میتوان با رفتار دینامیکی سیستم گیربکس کوپل شده مطالعه کرد. در مرجع [۱۱] یک روش بهینهسازی قدرتمند برای طراحی ابعادی حداقل جعبهدنده پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۲] مدل دینامیکی یک مجموعه چرخدنده سیارهای را با زاویه فشار و نسبت تماس به عنوان متغیرهای زمانی پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۳] یک مدل دینامیکی برای مجموعه چرخدنده سیارهای برای فرآيند سرعت متغير كه موقعيت خطوط تماس توسط جابجايي زاويه چرخدنده تعيين مي شود، پيشنهاد شده است. در مرجع [۹] یک مدل دینامیکی هشت درجه آزادی برای چرخدنده در حالت گذرا مانند فرآیند راهاندازی٬ و وضعیت نامتناوب موتور پیشنهاد شده که این مدل سختی درگیری را بر اساس زاویه چرخش یا سرعت چرخدنده اصلاح میکند. با این حال، سرعت چرخش موتور ورودی داده شده یا یک تابع ساده بین گشتاور و سرعت بهجای استفاده از مدل پیچیده موتور در نظر گرفته شده است. برای حل این مسئله، در مرجع [۱۴] یک مدل ترکیبی از موتور و چرخدنده ساده یا مارپیچ برای تحلیل عیوب چرخدنده و موتور پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۵] یک مدل دینامیکی از یک سیستم چرخدنده موتور ارائه شده است. این مدل ترکیبی از یک موتور القایی قفسه سنجابی و یک مدل دینامیکی پیچشی جانبی از یک سیستم روتور چرخدنده سیارهای است. برخلاف مدل جعبهدنده تک مرحلهای که در مرجع [۱۴] استفاده شده است، یک مدل ارتعاش پیچشی- جانبی برای جعبهدنده سیارهای سرعت متغیر [16] بر اساس مدل مرجع [1۳] در این مقاله استفاده خواهد شد. این مدل با مدل موتور الکتریکی برای تحلیل الكترومكانيكي كوپل شده است.

در مرجع [۱۶] مدلسازی نوسانات الکترومکانیکی سیستم کوپل موتور – جعبهدنده برای تشخیص عیبهای دندانه در هر دو جنبه مکانیکی و الکتریکی مورد بررسی قرار گرفته است. مدل الکتریکی یک ماشین القایی با یک مدل پارامتری از یک سیستم چرخدندهای دو مرحلهای برای ایجاد یک مدل یکپارچه از این سیستم استفاده شده است. مدل توسعه یافته تحت شرایط کاری مختلف با استفاده از ارتعاشات و اندازه گیریهای الکتریکی مورد تایید قرار گرفته و نتایج شبیهسازی با آزمایش مطابقت خوبی داشته است. علاوه بر این، مدلی برای تشخیص عیوب دندانه چرخ دنده با استفاده از تحلیل ارتعاش و جریان موتور در حوزههای زمان و فرکانس مورد بررسی قرار گرفته که پاسخ مدل در شرایط معیوب در مقایسه با پاسخ مشاهده شده رضایت. در مرجع [۱۷] نوسانات پیچشی غیرخطی کوپلینگ الکترومکانیکی سیستم جعبه دنده موتور دیزل و ژنراتور الکتریکی را مورد بررسی قرار گرفته که در آن مدل غیرخطی کلاچ الاستیک و لقی جفت چرخدنده استفاده شده است. همچنین مقایسه دادههای شبیهسازی عددی با نتایج تجربی برای تایید مدل بهدست آمده انجام شده است. توجه شود که در این پژوهش از روش تعادل هارمونیک استفاده شده و به کمک آن ارتعاشات غیرخطی مجموعه مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. در مرجع [۱۸] نوسانات مدل دینامیکی کوپل موتور واگن قطار پر سرعت با سیستمهای انتقال کشش مورد بررسی شده است. این مدل دینامیکی میتواند ویژگیهای ارتعاشی سیستم کوپل شده را تحت تحریکات پیچیدهای که در طول سفر رخ میدهد، مانند ترکخوردگی دنده، نقص چرخها و عیوب ریل، بهویژه در طول فرآیند شتاب، ارزیابی کند. در مرجع [۱۹] یک روش کنترل مستقیم گشتاور موتور الکتریکی مبتنی بر کنترل پیشبین و همچنین یک روش کنترل مستقیم گشتاور بهینه بررسی و مقایسه شده است. نتایج این شبیهسازی نشان میدهد که روش کنترل مستقیم گشتاور بهینه در حالت بیباری و روش کنترل پیشبین مستقیم گشتاور در زمان اعمال بار به موتور دارای بالاترین راندمان، کمترین دامنه جریان و ریپل گشتاور است. در مرجع [۲۰] از الگوریتمهای بهینهسازی ژنتیک و تجمع ذرات بهبودیافته در راستای بهینهسازی طراحی موتورهای القایی تک فاز شار محوری خازن دائم جهت افزایش بازده، افزایش ضریب توان و کاهش حجم هسته استفاده شده است. در نتیجه با جمعبندی موارد مذکور در این مقاله از یک موتور الکتریکی القایی سه فاز قفسه سنجابی استفاده میشود که با یک مجموعه جعبهدنده سیارهای به مورت کوپل در نظر گرفته شده است [۱].

همان طور که بیان شد، در مرجعهای مختلف سختی در گیری به عنوان پارامتری ثابت و از قبل تعیین شده استفاده شده است. از این جهت، بررسی و شبیه سازی دقیق این پارامتر برای کوپل جعبه دنده و موتور الکتریکی در نرمافزار آباکوس ضروری به نظر می رسد که در این مقاله به آن پرداخته شده است. لازم به ذکر است در این مقاله یک سیستم کوپل موتور – جعبه دنده با چرخ دنده های سیاره ای در نظر گرفته شده است. سختی در گیری و خطای انتقال در مدل سازی جعبه دنده لحاظ شده است. سختی در گیری به دست آمده از نرمافزار آباکوس به صورت متغیر با زمان در مدل مورد استفاده قرار گرفته است. پس از استخراج معادلات حاکم بر مسئله و حل آنها، نوسانات سرعت دورانی همه چرخ دنده ها در حوزه زمان و فرکانس مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. از نوآوری این مقاله نسبت به پژوهش های مشابه میتوان به سیاره ای بودن جعبه دنده، لحاظ نمودن سختی در گیری متغیر با زمان و خطای انتقال در مدل سازی، استفاه از موتور الکتریکی القایی قفسه سنجابی سه فاز و تحلیل فرکانسی نوسانات سرعت دورانی همه چرخ دنده ها و اجزای سیستم اشاره نمود.

۲- مدلسازی الکترومکانیکی سیستم کوپل موتور - جعبهدنده سیارهای

مدل یک مجموعه چرخدنده سیارهای و سیستمهای مختصات آن در شکل (۳) [۱] نشان داده شده که در آن g، pn ،sg و r مدتر به به ترتیب نشان دهنده چرخدنده خورشیدی، n امین چرخدنده سیارهای، چرخدنده ثابت رینگ و بازو است. θ در سیستم مختصات ثابت کار یا نشان دهنده موتور الکتریکی M، چرخدنده خورشید ثابت کار کا اندازه گیری می شود (زیروند<sup>۳</sup> i برای کمیتهای این مقاله به ترتیب نشان دهنده موتور الکتریکی M، چرخدنده خورشید ثابت کار Sy اندازه گیری می شود (زیروند<sup>۳</sup> i برای کمیتهای این مقاله به ترتیب نشان دهنده موتور الکتریکی M، چرخدنده خورشید مع معتصات مدورانی ns sg ثابت کار I است) و ng در سیستم مختصات دورانی ns sg naین چرخدنده سیاره ای ng، چرخدنده ثابت رینگ g و مکانیزم بار L است) و ng در سیستم مختصات دورانی Oxy می شود. سیستم مختصات متحرک Oxy و مکانیزم بار L است) و ng در سیستم مختصات دورانی On x<sub>pn</sub>y<sub>pn</sub> اندازه گیری می شود. سیستمهای مختصات متحرک Oxy و مکانیزم بار L است) و مول در سیستم مختصات دورانی On x<sub>pn</sub>y<sub>pn</sub> اندازه گیری می شود. سیستمهای مختصات متحرک Oxy و می می می از و حرکت می کنند و محور x به سمت موقعیت معادل چرخدنده سیاره ای اول و موازی محور محتصات متحرک Oxy و رجهت x و y حرکت انتقالی دارد و جابه جاییهای ار تعاش on x<sub>pn</sub>y<sub>pn</sub> تعادل چرخدنده سیاره ای اول و موازی محور می است. هر جزء در جهت x و y حرکت انتقالی دارد و جابه جاییهای ار تعاش معادل چرخدنده سیاره ای اول و موازی محور می می می خرد محملی چرخدنده می سیاره ای تات و i y نام گذاری می شوند. موقعیت محیطی چرخدنده های سیاره ای توسط زاویه های ثابت m می شوند که مطابق معادله (۱) محاسبه می شود:

$$\psi_{n} = \frac{2\pi (n-1)}{N} \tag{1}$$

که در آن N تعداد چرخدندههای سیارهای و n شماره چرخدنده سیارهای است. <sub>k</sub><sub>n</sub> و <sub>r</sub> سختی و میرایی پیچشی یاتاقان و <sub>k</sub><sub>bi</sub> و <sub>k</sub><sub>b</sub> در آن N تعداد چرخدندههای حرکت یک چرخدنده هستند. بر اساس قانون دوم نیوتن، معادلههای حرکت یک چرخدنده سیارهای مطابق رابطه (۲) بهدست میآید. همچنین معادلههای حرکت چرخدندههای خورشید gg و ثابت رینگ rg شکل (۳) بهصورت رابطه (۲) بهدست میآیند. عبارتهای سمت چپ خطهای اول و دوم معادله (۲) شامل شتاب جانب مرکز، شتاب کریولیس و شتاب مماسی است.



(۳): مدل یک جعبهدنده سیارهای [۱] Figure (3): Model of a planetary gearbox [1]

ارتعاش پیچشی در θ<sub>c</sub> در مقایسه با چرخش صلب ناچیز در نظر گرفته میشود، بنابراین از شتابهای مرتبط با مشتق اول θ<sub>c</sub> وقتی که بازو وقتی که بازو با سرعت کم دوران می کند میتوان صرف نظر کرد و همچنین از شتابهای مربوط به مشتق دوم θ<sub>c</sub> وقتی که بازو با سرعت ثابت دوران می کند نیز میتوان صرفنظر کرد. توجه شود در این پژوهش چرخدنده رینگ ثابت در نظر گرفته شده که گشتاور پیچشی آن نیز مطابق معادله (۲) در نظر گرفته خواهد شد. F<sub>in</sub> نیروی درگیری nمین چرخدنده سیارهای و چرخدنده خورشید یا ثابت رینگ بوده که بهصورت معادله (۳) است.

$$\begin{cases} m_{i} \left( \ddot{x}_{i} - \dot{\theta}_{c}^{2} x_{i} - 2\dot{\theta}_{c} \dot{y}_{i} - \ddot{\theta}_{c} y_{i} \right) = \sum_{n=1}^{N} F_{in} \sin \psi_{in} - k_{bi} x_{i} - C_{bi} \dot{x}_{i} \\ m_{i} \left( \ddot{y}_{i} - \dot{\theta}_{c}^{2} y_{i} + 2\dot{\theta}_{c} \dot{x}_{i} + \ddot{\theta}_{c} x_{i} \right) = -\sum_{n=1}^{N} F_{in} \cos \psi_{in} - k_{bi} y_{i} - C_{bi} \dot{y}_{i} \\ J_{i} \ddot{\theta}_{i} = T_{i} - \sum_{n=1}^{N} F_{in} r_{i}, T_{rg} = -K_{rt} \theta_{rg} - c_{rt} \dot{\theta}_{rg} \\ F_{in} = k_{in} \left( \theta_{pn} \right) \delta_{in} + C_{in} \dot{\delta}_{in}$$

$$(\Upsilon)$$

توجه شود در معادله (۳) بهمنظور محاسبه نیروی در گیری، نیروی فنر و نیروی دمپر با یکدیگر جمع میشوند. سختی در گیری k<sub>in</sub> و میرایی در گیری C<sub>in</sub> بهصورت معادله (۴) قابل محاسبه خواهند بود.

$$\begin{cases} k_{in} \left(\theta_{pn}\right) = a_0 + \sum_{l=1}^{\infty} a_l \cos\left[l\left(Z_p \theta_{pn} + \mu_i Z_i \psi_n + \gamma_{in} + \gamma_{sr}\right)\right] \\ C_{in} = 2\zeta_{in} \sqrt{a_0 m_i m_n / (m_i + m_n)} \end{cases}$$
(\*)

در این مقاله <sub>kin</sub> از نرمافزار آباکوس استخراج شده و سری فوریه متناظر با آن نوشته شده و از ضرایب آن سری فوریه در شبیهسازی مجموعه استفاده خواهد شد. a<sub>0</sub> سختی درگیری متوسط در یک دوره درگیری است. G<sub>in</sub> نسبت میرایی درگیری بین دندانه چرخدندهها و m جرم چرخدندهها است. به دلیل وجود روانکار بین چرخدندهها، میرایی در مدل درگیری چرخدندهها در نظر گرفته می شود. همچنین تغییر شکل دندانه δ<sub>in</sub> از معادله (۵) به دست می آید.

$$\mathbf{e}_{in}\left(\theta_{i},\theta_{pn}\right) = \mathbf{E}_{in}\sin\left(\mathbf{Z}_{p}\theta_{pn} + \mu_{i}\mathbf{Z}_{i}\psi_{n} + \sin+\gamma_{sr}\right) + \mathbf{E}_{i}\sin\left(\theta_{i}-\theta_{c}-\mu_{i}\psi_{sn} + \eta_{i}\right) + \mathbf{E}_{n}\sin\left(\theta_{pn}-\mu_{i}\alpha_{in} + \eta_{n}\right) \tag{9}$$

 $\psi_{in} = \psi_n - \mu_i \alpha_{in}$ 

$$\left[\approx 0\left(Z_{p}=\text{odd or }i=\text{sg}\right)\right]$$

(Y)

$$\gamma_{\rm sr} = \begin{cases} 1 & i = sg \\ -1 & i = rg \end{cases}$$
(A)
$$(A)$$

μ<sub>i</sub> زاویه فاز نسبی بین خورشید و سیارههای درگیر است. توجه شود در معادله (۹) مقدار یک و منفی یک، بهترتیب برای μ<sub>i</sub> مربوط به حالتی خواهد بود که سیاره با خورشید و چرخدنده ثابت رینگ درگیر است. در مورد خطای انتقال بین دو چرخدنده e<sub>in</sub> مطابق رابطه (۶)، میتوان گفت از نظر تئوری، برای دو چرخدنده که منحنی اینولوت<sup>۴</sup> دندانه آنها کامل و سختی دندانهها بینهایت بوده و هیچ گونه خطایی در فرآیند ساخت وجود نداشته باشد، دوران چرخدنده متحرک تابعی از دوران چرخدنده محرک و نسبت دندانه است. بنابراین اگر سرعت زاویهای شفت چرخدنده محرک ثابت باشد، سرعت زاویهای شفت چرخدنده متحرک نیز یک مقدار ثابت خواهد بود. اما در شرایط واقعی، چون دندانههای یک چرخدنده کاملاً صلب نیستند پس سختی دندانهها یک مقدار محدود است و همچنین به خاطر دقیق نبودن منحنی اینولوت دندانه و وجود خطاهایی در هنگام ساخت چرخدندهها، سرعت زاویه ای چرخدنده خروجی ثابت نخواهد بود. به این تفاوت بین سرعت چرخدنده خروجی در حالت ایده اَل و واقعی، خطای انتقال e<sub>in</sub> گفته می شود. در حالت استاتیکی، جفت دندانه های دو چرخدنده در گیر را می توان همانند یک فنر با سختی K<sub>in</sub> در نظر گرفت که این فنر بین دو جرم دوار قرار می گیرد. k<sub>in</sub> سختی معادل مربوط به یک جفت دندانه در گیر است. یعنی اگر هر یک از دندانههای چرخدنده محرک و چرخدنده متحرک را به صورت یک فنر با سختی درنظر بگیریم، سختی معادل این جفت دندانه مطابق رابطه (۴) قابل محاسبه خواهد بود. به بیان دیگر هنگامی که دو دندانه دو چرخدنده به یکدیگر برخورد میکنند به یکدیگر نیرویی وارد میکنند که این نیرو باعث تغییر شکل در دندانهها میشود که اگر این نیرو برداشته شود این تغيير شكل از بين رفته و دندانهها به حالت اوليه خودشان بر مي گردند و مانند فنر و دمپي عمل مي كنند كه ما در اين مقاله در سختی در گیری این پدیده را مدل کردهایم. معادلات حرکت برای سیارهها مطابق شکل (۳) طبق معادله (۱۰) بهدست می آیند.  $\left[m_{p}\left[\ddot{x}_{pn}-\dot{\theta}_{c}^{2}\left(r_{c}\cos\psi_{n}+x_{pn}-2\dot{\theta}_{c}\dot{y}_{pn}-\ddot{\theta}_{c}\left(r_{c}\sin\psi_{n}+y_{pn}\right)\right)\right]=-F_{sn}\sin\psi_{sn}-F_{m}\sin\psi_{m}+k_{bpn}\delta_{cnx}+C_{bpn}\dot{\delta}_{cnx}$  $\left\{m_{p}[\ddot{y}_{pn}-\dot{\theta}_{c}^{2}\left(r_{c}\sin\psi_{n}+y_{pn}-2\dot{\theta}_{c}\dot{x}_{pn}+\ddot{\theta}_{c}\left(r_{c}\cos\psi_{n}+x_{pn}\right)\right)\right\}=F_{sn}\cos\psi_{sn}+F_{m}\cos\psi_{m}+k_{bpn}\delta_{cny}+C_{bpn}\dot{\delta}_{cny}$  $(1 \cdot)$  $J_n \ddot{\theta}_{nn} = (-F_{nn} + F_{nn})r_n$ 

منفی بودن F<sub>sn</sub> به این علت است که خورشید خلاف جهت θ گشتاور ایجاد می کند، همچنین مثبت بودن F<sub>rn</sub> به این علت است که رینگ هم جهت θ گشتاور ایجاد می کند. در اینجا شتابهای جانب مرکز و شتابهای مماسی سیارهها در مقایسه با چرخدندههای مرکزی متفاوت هستند که در مدلهای قبلی در نظر گرفته شده است. rc شعاع دایرهای است که تا مرکز سیاره کشیده خواهد شد. معادلات حرکت برای بازو با توجه به شکل (۳) به صورت معادله (۱۱) هستند.

$$\begin{cases} m_{c} \left( \ddot{x}_{c} \cdot \dot{\theta}_{c}^{2} x_{c} \cdot 2\dot{\theta}_{c} \dot{y}_{c} \cdot \ddot{\theta}_{c} y_{c} \right) = -\sum_{n=1}^{N} \left( k_{bpn} \delta_{cnx} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cnx} \right) \cdot k_{bc} x_{c} \cdot c_{bc} \dot{x}_{c} \\ m_{c} \left( \ddot{y}_{c} \cdot \dot{\theta}_{c}^{2} y_{c} + 2\dot{\theta}_{c} \dot{X}_{c} + \ddot{\theta}_{c} x_{c} \right) = -\sum_{n=1}^{N} \left( k_{bpn} \delta_{cny} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cny} \right) \cdot k_{bc} y_{c} \cdot c_{bc} \dot{y}_{c} \\ J_{c} \ddot{\theta}_{c} = -T_{c} \cdot \sum_{n=1}^{N} \left( k_{bpn} \delta_{cn\theta} + C_{bpn} \dot{\delta}_{cn\theta} \right) r_{c} \end{cases}$$

$$(11)$$

بازو و خورشید هم مرکز هستند پس معادله شتاب بازو شبیه معادله شتاب خورشید است. سیارهها روی بازو نصب هستند و شفت خروجی به بازو متصل است و بازو اتصال دیگری ندارد پس نیروهای یاتاقانها فقط به آن وارد میشود. δ<sub>cnv</sub> δ<sub>cny</sub> و δ<sub>cnθ</sub> بهترتیب، تغییر شکل یاتاقان سیاره n اُم در سه جهت حرکت است که میتوان آنها را طبق معادله (۱۲) بیان کرد:  $\begin{cases} \delta_{cnx} = \mathbf{x}_{C} - \mathbf{x}_{pn} \\ \delta_{cny} = \mathbf{y}_{C} - \mathbf{y}_{pn} \\ \delta_{cn\theta} = -\delta_{cnx} \sin \psi_{n} + \delta_{cny} \cos \psi_{n} \end{cases}$ 

xc و yc مختصات مرکز بازو و xpn و ypn مختصات مرکز سیاره nام است.

(17)

### **۲–۱** مدلسازی موتور الکتریکی متصل به جعبهدنده سیارهای

در این مقاله یک موتور الکتریکی القایی سه فاز قفسه سنجابی با یک مجموعه گیربکس سیارهای کوپل می شود [۱]. در معادلات این مجموعه کوپل شده، θ، دوران زاویه ای کل جز iام، M و L نشانگر موتور و بار خروجی است. k<sub>1</sub> و c<sub>1</sub> بهترتیب سختی پیچشی و میرایی پیچشی شافت هستند که می توان آنها را با ابعاد شافتها تخمین زد. لازم به ذکر است در مجموعه مورد بررسی در این مقاله تعداد دو شافت وجود دارد که یکی از آنها موتور را به وسیله کوپلینگ به چرخدنده خورشید متصل کرده و دیگری کار خروجی جعبهدنده را انجام خواهد داد. T<sub>e</sub> و L به ترتیب گشتاور الکترومغناطیسی ماشین الکتریکی و گشتاور بار کل سیستم هستند. دوران موتور مطابق معادله (۱۳) است:

$$\mathbf{J}_{\mathrm{M}}\ddot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{M}} = \mathbf{T}_{\mathrm{e}} \cdot \mathbf{k}_{\mathrm{I}} \left( \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{M}} \cdot \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{sg}} \right) - \mathbf{c}_{\mathrm{I}} \left( \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{M}} \cdot \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\mathrm{sg}} \right)$$
(17)

که گشتاور الکترومغناطیسی T<sub>e</sub> به عنوان یک شرط شناخته شده در بیشتر کارهای منتشر شده قبلی مربوط به دینامیک چرخدنده محرک الکتریکی تنظیم شده است. با این حال، در این مطالعه، T<sub>e</sub> رابط بین ماشین الکتریکی و گیربکس است و توسط هر دو تعیین می شود. معادله حرکت دورانی برای بار خروجی در معادله (۱۴) بیان شده است. J,  $\ddot{\theta}_{r} = -T_{r} + k_{2} (\theta_{r} - \theta_{r}) + c_{2} (\dot{\theta}_{r} - \dot{\theta}_{r})$ 

(۱۵) 
$$M\ddot{x} = (C_m + C_t + C_b + \dot{\theta}_c C_G) \dot{x} + (K_m + K_t + K_b + \dot{\theta}_c^2 K_O + \ddot{\theta}_c K_A) X = T_L + E + T_e$$
 (۱۵) که در آن X بردار مختصات تعمیم یافته را نشان می دهد و M ماتریس جرم تولید شده است. T. Je و T. به تر تیب بردار گستاور بردار گستاور الکترومغناطیسی را نشان می دهد د MX و K\_h , K\_t ، K\_e و T. به تر تیب بردار گستاور بردار گستاور الکترومغناطیسی را نشان می دهند. K\_b ، K\_t ، K\_m م و بردار گستریس سختی مش، ماتریس سختی می این بردار تحریک خطا و بردار گشتاور الکترومغناطیسی را نشان می دهند. K\_b ، K\_t ، K\_m می دهند. ماتریس سختی مماسی را به تر تیب ماتریس سختی مش، ماتریس سختی مماسی را به تر تیب ناشی از شتاب های ماتریس سختی می ای به تر تیب ماتریس سختی می ماسی نشان می دهند. T. ماتریس سختی می می ماسی را به تر تیب ناشی از شتاب های ماتریس نشان می دهند. T. ماتریس میرایی مش، ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی به می ماسی را به تر تیب ناشی از متاب های ماتریس نشان می دهند. T. ماتریس میرایی مش، ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی می میرایی به ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی می ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی ماتریس میرایی مش، ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی در ای به تر د می ای به ماتریس میرایی ماتریس میرایی می ماتریس میرایی می ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی می ماتریس میرایی ده د ای می ده د. (10) ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی پیچشی، ماتریس میرایی می ماتریس میرایی می ماتریس میرایی می ماتریس میرایی می ماتریس میرایی مد. (10) مدان شد از ای ماتریسی ماشین، تبدیل پارک اتخاذ شده و مدار معادل ماشین القایی در سیستم مختصات A در شکل نشان داده شده است. (16). معادلات ولتاژ سایل ماشین القایی در سیستم مختصات A در شکل نشان داده شده است. (16).

$$\begin{bmatrix} U_{ds} \\ U_{qs} \\ U_{dr} \\ U_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_s P & -\omega L_s & L_m P & -\omega L_m \\ \omega L_s & R_s + L_s P & \omega L_m & L_m P \\ L_m P & -(\omega - \omega_r) L_m & R_r + L_r P & -(\omega - \omega_r) L_r \\ (\omega - \omega_r) L_m & L_m P & (\omega - \omega_r) L_r & R_r + L_r P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{dr} \\ I_{qr} \end{bmatrix}$$
(19)

که در آن زیرنویس های d و p بهترتیب مقدار محور d و محور p را نشان میدهند. زیرنویس s و r بهترتیب مقدار استاتور و مقدار رو مقدار استاتور و مقدار معان میدهند. g و p بهترتیب و مقدار استاتور و مقدار انشان میدهند. g و q بهترتیب و معان میدهند. g و g بهترتیب مقاومت، خودالقایی، القا نشت و شار هستند. g و g بهترتیب سرعت زاویهای قاب مرجع و سرعت زاویهای الکتریکی هستند. عملگر دیفرانسیل با P نشان داده شده و  $L_m$  اندوکتانس مغناطیسی است.



[۱] dq شکل (۴): مدار معادل موتور الکتریکی القایی در سیستم مختصات Figure (4): Equivalent circuit of induction electric motor in dq coordinate system [1]

معادلات شار استاتور و روتور به صورت معادله (۱۷) است:

$$\begin{array}{c|c} \mathbf{U} & \mathbf{I}_{ds} \\ \mathbf{L}_{m} & \mathbf{I}_{qs} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{dr} \\ \mathbf{I}_{m} & \mathbf{I}_{m} \end{array}$$
 (1Y)

$\left[\Psi_{ds}\right]$		L	0	$L_m$	0 ]	$\left[ I_{ds} \right]$
$ \Psi_{qs} $	_	0	$L_s$	0	L	I <sub>qs</sub>
$ \Psi_{dr} $	_	L <sub>m</sub>	0	L <sub>r</sub>	0	I <sub>dr</sub>
$\left[\Psi_{qr}\right]$		0	$L_m$	0	L <sub>r</sub>	[I <sub>qr</sub> ]

معادله گشتاور الکترومغناطیسی تولید شده توسط دستگاه به صورت معادله (۱۸) خواهد بود.

(۱۸) که n<sub>e</sub> تعداد جفتهای قطب است. معادلات دینامیکی یک ماشین القایی را میتوان با مدل جعبهدنده چند مرحلهای ترکیب کرد بنابراین مدل الکترومکانیکی سیستم دنده سیارهای بهدست میآید.

## ۲-۲- مدلسازی سختی در گیری بین دندانههای چرخدندهها در جعبهدنده سیارهای

همان طور که بیان شد مقادیر لازم جهت محاسبه سختی در گیری بین دو چرخدنده از آباکوس<sup>۵</sup> استخراج می شود. برای به دست آوردن سختی در گیری<sup>2</sup> باید نیرو و تغییر شکل دندانه در نقطه تماس و عمود بر سطح تماس تعیین شود. در آخر از تقسیم آن ها بر یکدیگر، سختی در گیری به دست خواهد آمد. برای این کار چرخدنده دارای ۱۹ دندانه مطابق مقاله مرجع [۲] در نظر گرفته شده است. همچنین پهنای رویه و مدول آن به تر تیب برابر با ۳۵ و ۳/۵ میلی متر هستند. همچنین مطابق منابع توان موتور متصل به چرخدنده خور شیدی دو کیلو وات و سرعت زاویه ای آن ۱۹۰۰ دور بر دقیقه در نظر گرفته خواهد شد. سختی در گیری با استفاده از خروجی آباکوس در نرمافزار متلب محاسبه خواهد شد. به این منظور نتایج به دست آمده از آباکوس را در نرمافزار متلب وارد کرده، سختی در گیری را محاسبه کرده، نمودار سختی در گیری بر حسب سیکل در گیری را رسم نموده و با میان یابی نقاط آن نمودار، کد متلب سری فوریه متناسب با نمودار را نوشته و از ضرایب سری فوریه به دست آمده در کد متلب جعبه دنده استفاده آن نمودار، کد متلب سری فوریه متناسب با نمودار را نوشته و از ضرایب سری فوریه به دست آمده در که متلب جعبه دنده استاده

# ۳- شبیهسازی سیستم کوپل موتور -جعبهدنده سیارهای

معادلات ارتعاشی اجزا مجموعه مورد بررسی در این مقاله در راستای محور x و y از قانون دوم نیوتون و معادله ارتعاشات پیچشی آنها مطابق معادله تعادل گشتاور اولر نوشته شده است. همچنین معادلات دیفرانسیل ارتعاشی موتور و جعبهدنده سیارهای این مقاله از طریق برنامهنویسی در سیمولینک نرمافزار متلب با استفاده از ode45 و روش حل عددی رانگ کوتا مرتبه چهار انجام گرفته است. در نتیجه نمودارهای دور بر حسب زمان و نمودارهای فرکانسی بهدست آمده است که در ادامه به توضیح کامل آنها پرداخته خواهد شد. پارامترهای مدل در جدولهای (۱)، (۲) و (۳) شرح داده شده است. همچنین دیاگرام کلی عملیات انجام شده در شبیهسازی مطابق شکل (۶) خواهد بود. همان طور که بیان شد در این مقاله موتور الکتریکی به صورت کوپل با جعبه دنده سیاره ای در نظر گرفته شده است، لذا گشتاور ورودی از موتور الکتریکی به جعبه دنده سیاره ای ثابت نخواهد بود زیرا گشتاوری که از موتور الکتریکی به جعبه دنده سیاره ای وارد می شود در حقیقت به دینامیک جعبه دنده سیاره ای نیز بستگی دارد (مانند این است که جعبه دنده مثل یک بار روی شافت موتور وارد می شود)، به بیان دیگر گشتاوری که موتور الکتریکی به جعبه دنده وارد می کند بستگی به خود جعبه دنده نیز دارد.

در این مقاله تلاش شده که این تغییرات گشتاور لحاظ شود، همچنین تحقیق شود که با وجود این گشتاور وابسته به جعبهدنده سیارهای فرکانسهای موجود در ارتعاشات سیستم چه فرکانسهایی خواهند بود. در ادامه مشخصههای فرکانسی اجزا سیستم مانند فرکانس و دامنه فرکانسها با استفاده از تحلیلهای فرکانسی مختلف استخراج شده که با فرکانسهایی که بهصورت دستی برای سیستم محاسبه شده است مطابقت دارد.

همان طور که مطابق شکل (۶) قابل مشاهده است ۵٫m به صورت خروجی از موتور و با اعمال اینرسی جعبه دنده سیاره ای، به عنوان T<sub>sg</sub> به جعبه دنده سیاره ای وارد شده و T<sub>sg</sub> نیز به عنوان خروجی از جعبه دنده سیاره ای، به عنوان Tm به موتور الکتریکی وارد می شود. توجه شود که مقادیر ثابت الکتریکی و مکانیکی مطابق جدول های (۱) الی (۳) به عنوان ورودی به موتور الکتریکی و جعبه دنده سیاره ای وارد می شود.



شکل (۵): نمودار سختی درگیری بر حسب سیکل درگیری (آبی) و سری فوریه متناظر آن (قرمز) Figure (5): graph of mesh stiffness in terms of mesh cycle and its Fourier series Table (1): The main parameters of the mechanical system جدول (۱): یارامترهای اصلی سیستم مکانیکی

سیستم مکانیکی				
۳/۳۵×۱۰ <sup>۶</sup>	سختی در گیری متوسط <sub>(N/m</sub> ) (			
• / • Y	نسبت میرایی در گیری چرخدنده ζin			
•/•۴	نسبت میرایی پیچشی شفت c			
۱×۱۰ <sup>۹</sup>	سختی یاتاقان (N/m) (N/m)			
1×1• <sup>*</sup>	میرایی یاتاقان (N.s/m) میرایی یاتاقان			
۷۵	گشتاور بار KN.m) TL)			
۲×۱۰ <sup>۳</sup>	ممان اینرسی جرمی بار J <sub>L</sub> )			
۷	ممان اینرسی جرمی موتور (kg.m <sup>2</sup> )			
۲.	زاویه فشاربین دندانههای چرخدندهها 🖗 (درجه)			
۱۰/۹٣×۱۰ <sup>-۶</sup>	دامنه خطای انتقال استاتیکی (m) E <sub>in</sub>			
١٠٩	سختی پیچشی شفت (N.m)			

سيستم الكتريكي				
۵۰	فرکانس نامی منبع تغذیه f (Hz)			
٢	توان Kw) P)			
114.	ولتاژ نامی V (V)			
٢	n <sub>e</sub> تعداد قطبها			
• / • ۵	$(\Omega)~{ m R_s}$ مقاومت استاتور			
۱/۵	القا نشت استاتور (mH)			
•/•۶	مقاومت روتور R <sub>r</sub> (Ω)			
١/۵	القا نشت روتور (mH) (mH)			
74	اندوكتانس مغناطيسي (mH) (mH)			

Table (2): The main parameters of the electrical system
جدول (۲): پارامترهای اصلی سیستم الکتریکی

#### Table (3): Planetary gearbox system data جدول (۳): دادههای سیستم جعبهدنده سیارهای

خورشيد	سياره	رینگ	بازو	پارامتر داده
١٩	۲۹	٨١	-	تعداد دندانه
٣/۵	٣/۵	٣/۵	-	مدول (mm)
۱/۵۹۸	١/٨٢٠	-	-	نسبت تماس
١/٢۶٨	۲/۸۱	۴/۵۳	۶	جرم (kg)
•/••٣۴	•/• 1795	•/۵۳۲	۰/۲۶	اينرسي (kg.m <sup>2</sup> )



شکل (۶): دیاگرام کلی شبیهسازی Figure (6): Simulation diagram

درگیری بین دندانههای چرخدندهها به صورت فنر و دمپر مدل شده و لذا سختی درگیری بین دندانههای چرخدندهها مطابق توضیحات بیان شده از نرم افزار آباکوس استخراج شده و به عنوان ورودی به جعبهدنده وارد می شود. در نهایت نمودارهای دور هر یک از اجزا مجموعه بر حسب زمان استخراج شده و مورد تحلیل فرکانسی قرار خواهند گرفت.

## ۱-۳- فرکانسهای مهم در ارتعاشات مجموعه

ارتعاشات مجموعه کوپل موتورالکتریکی جعبهدنده سیارهای مورد بررسی در این مقاله دارای فرکانسهای متنوع است. این فرکانسهای مهم عبارت است از:

 ۱) فرکانس در گیری چرخدندهها: مطابق مرجع [۲۱] یک رابطه برای محاسبه فرکانس در گیری چرخدندههای چرخان با بازو روی چرخدنده رینگ مطابق معادله (۱۹)، بیان شده است:

$$f_{\rm m} = Z_{\rm rg} f_{\rm c} = 81 \times \frac{235}{60} = 317 \, (\rm hz) \tag{19}$$

که Z<sub>rg</sub> تعداد دندانه چرخدنده رینگ و f<sub>c</sub> فرکانس دور بازو است که مطابق شکل (۱۰) و معادله (۲۲) محاسبه شده است. ۲) فرکانس در گیری چرخدنده خورشیدی: دور چرخدنده خورشیدی در حالت دائم مطابق شکل(۷)، ۱۲۴۰ دور در دقیقه بهدست آمده است. فرکانس دور چرخدنده خورشیدی مطابق معادله (۲۰)، ۳۹۲ هرتز بهدست میآید.

$$f_{sg} = \frac{1240 \times 19}{60} = 392 (hz)$$
 (۲۰)  
(۳) فركانس پالسهای گشتاوری موتور الکتریکی: موتورهای الکتریکی یک ارتعاشات ذاتی ناشی از پالسهای گشتاوری<sup>۷</sup> دارند.

ب) کر عشق پست ی مستوری مستوری مورز معتریدی مورودی معتور معنی می روعست علی علی علی می می می می می می می می می ایند. فرکانس پالسهای گشتاوری هنگامی که میدان مغناطیسی موتور قطبهای استاتور را انرژیدار<sup>۸</sup> می کند، به وجود می آیند. فرکانس فرکانس پالس گشتاوری ۲۰۰ هرتز خواهد بود که در ادامه خواهیم دید که این فرکانس در نمودار ارتعاشات در حوزه زمان موتور الکتریکی ظاهر می شود. پالسهای گشتاوری به ندرت مسئلهزا هستند مگر آن که ارتعاشات بسیار کمی روی موتور برقی مورد انتظار باشد و یا ارتعاشات مربوطه یکی از فرکانسهای طبیعی در قسمتهای مختلف سیستم را تحریک کند. مطابق رابطه (۲۱) فرکانس پالسهای گشتاوری موتور الکتریکی بررسی شده در این شبیه سازی محاسبه خواهد شد.  $f_c = n_c \times f_{ac} = 2 \times 50 = 100 (hz)$ 

$$f_{c} = \frac{235}{60} = 4 (hz)$$
(YY)

بنابراین جدول فرکانسهای مهم موجود در ارتعاشات این مجموعه مطابق جدول (۴) است.

### ۴–تحليل نتايج

# ۱-۴- تحلیل ارتعاشات در حوزه زمان

در این مرحله برای هریک از اجزا مجموعه کوپل موتور-جعبهدنده سیارهای مانند چرخدنده خورشیدی، چرخدنده رینگ، چرخدنده سیارهای و بازو نمودارهای نوسانات سرعت دورانی بر حسب زمان رسم خواهد شد. همانطور که بیان شد ۵٫۰ بمصورت خروجی از موتور و با اعمال اینرسی جعبهدنده سیارهای، به عنوان سر T<sub>sg</sub> به جعبهدنده سیارهای وارد شده و T<sub>sg</sub> نیز به عنوان خروجی از جعبهدنده سیارهای، به عنوان Tm به موتور الکتریکی وارد میشود. همچنین در این مقاله برای گشتاور پیچشی<sup>۹</sup> چرخدنده خورشیدی T<sub>sg</sub> به عنوان مشخصه قابل انتقال بین موتور الکتریکی و جعبهدنده سیارهای نمودار ارتعاشات بر حسب زمان رسم و در ادامه بررسی خواهد شد. لازم به ذکر است که مدت زمان اجرای شبیه سازی ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است.

در شکلهای (۷) الی (۱۱)، نمودار سمت چپ، بزرگنمایی نمودار سمت راست در حالت پایدار ۱۰ است. در ادامه به بررسی دقیق تر نمودارها پرداخته خواهد شد. با توجه به نتایج شبیهسازی، نمودارهای نوسانات سرعت دورانی بر حسب زمان چرخدنده خورشیدی، چرخدنده رینگ، چرخدنده سیارهای و بازو و همچنین نمودار ارتعاشات گشتاور پیچشی چرخدنده خورشیدی T<sub>sg</sub> که از موتور الکتریکی به آن اعمال شده در ادامه قابل مشاهده خواهد بود. مطابق شکل (۷) گشتاور پیچشی که از طرف موتور الکتریکی به چرخدنده سیارهای وارد می شود در زمانهای حساس یک و دو ثانیه تغییر ناگهانی داشته اند که تغییر ناگهانی دور اجزا جعبهدنده سیارهای در همین زمانها مطابق شکلهای (۸) الی (۱۱) به همین علت بوده است.

Table (4): Ir	nportant frequen	cies in set v	/ibrations	
تواشات محممعه	مد محمد در ار	کانی های ه	(¥) 1	1.12

$f_c$	$f_e$	$\mathbf{f}_{\mathbf{m}}$	$\mathbf{f}_{sg}$	فر کانس	
۴	1	317	۳۹۲	مقدار (هر تز)	

مطابق شکلهای (۷) الی (۱۱)، مشاهده می شود تقریبا از زمان صفر تا ۴ ثانیه نمودار در حالت گذرا و از زمان ۴ تا ده ثانیه نمودار در حالت دائم است. مشاهده می شود در حالت دائم تعداد سه فرکانس گوناگون خواهیم داشت که در بخشهای بعدی در مورد آنها بحث خواهد شد.







شکل (۱۱): نوسانات دور بازو و بزرگنمایی آن Figure (11): Fluctuations of the carrier rotational speed and zoom of it

توجه شود که دور چرخدنده خورشیدی مثبت شده و یا به عبارت دیگر چرخدنده خورشیدی هم جهت با شافت موتور می چرخد. مشاهده می شود چرخدنده رینگ در شبیه سازی به گونه ای در نظر گرفته شده که تقریبا ثابت باشد به بیان دیگر چرخدنده رینگ به پوسته ثابت جعبه دنده متصل در نظر گرفته شده است. دور چرخدنده سیاره ای منفی شده و یا به عبارت دیگر چرخدنده های سیاره ای عکس چرخدنده خورشید و در نهایت شافت موتور می چرخند. همچنین دور بازو مثبت شده و یعنی بازو هم جهت با چرخدنده خورشید و در نهایت شافت موتور می چرخند. همچنین دور بازو مثبت شده و یعنی بازو هم جهت با چرخدنده خورشید و در نهایت شافت موتور می چرخند همچنین دور بازو مثبت شده و یعنی بازه هم جهت با چرخدنده خورشید و در نهایت شافت موتور می چرخد به عنوان خلاصه جمع بندی می توان گفت نمودارها بر حسب زمان دارای چند نوع نوسان و در نهایت فرکانس گوناگون و همچنین دارای حالت گذرا و دائم در بازه های زمانی مختلف هستند. همچنین در بخش های بعدی به آنالیز فرکانسی نمودارها به تفکیک پرداخته خواهد شد.

۲-۴- تحلیل ار تعاشات در حوزه فرکانس تبدیل فوریه که به صورت معادله (۲۳) تعریف می گردد، تابع (x(t) در حوزه زمان را به یک تابع فرکانسی تبدیل می نماید. (۲۳)

تبدیل فوریه سریع<sup>۱۱</sup>، در علوم مهندسی میتواند برای تعیین فرکانسهای غالب یک سیگنال ارتعاشی بهکار رود. زمانی که فرکانس های غالب یک سیستم متناظر با فرکانس های طبیعی آن باشند، ارتعاش های رخ داده می توانند به دلیل رزونانس تقویت شوند. این اتفاق می تواند تا حدی ادامه یابد که منجر به آسیب دیدن یا ریزش و تخریب یک سازه شود. همچنین بهمنظور افزایش سرعت عملیاتی، تبدیل فوریه سریع معرفی شده و میتوان گفت که با اهمیت ترین ابزار در پردازش و تحلیل سیگنالها است. اگر طیف فرکانسی شامل یک قله در فرکانس تحریک باشد، حرکت متناوب خطی است و اگر شامل یک قله در فرکانس تحریک و قلههای دیگری در هارمونیکهای آن و یا در زیرهارمونیکهای آن باشد، حرکت متناوب غیرخطی خواهد بود. به زبان ساده می توان بیان کرد از سیگنالهای نوسانات سرعت دورانی هر یک از اجرای سیستم در حالت دائم که در بخش قبل بررسی شد و همچنین از ترک پیچشی که از طرف موتور الکتریکی به چرخدنده خورشیدی جعبهدنده سیارهای وارد میشود میتوان تبدیل فوریه سریع گرفت که در این صورت فرکانس های غالب موجود در سیستم در نمودار طیف فرکانسی<sup>۱۲</sup> قابل مشاهده و محاسبه هستند. البته فركانسهايي كه در مجموعه وجود دارند در قسمتهاي قبل بهصورت معادله حساب شدهاند كه لازم است آنها را با نتایج نمودار طیف فرکانسی مقایسه کرد و کنترل نمود. در ادامه به تفکیک نمودارهای طیف فرکانسی دور هریک از اجزا مورد بررسی و همچنین ترک پیچشی که از طرف موتور الکتریکی به چرخدنده خورشیدی وارد میشود، بررسی خواهد شد. با توجه به نتایج شبیهسازی، نمودارهای طیف فرکانسی ارتعاشات دور چرخدنده خورشیدی، چرخدنده رینگ، چرخدنده سیارهای و بازو و همچنین ترک پیچشی چرخدنده خورشیدی در ادامه قابل مشاهده است. مطابق شکل (۱۲) در بررسی طیف فرکانسی گشتاور پیچشی وارد شده از موتور الکتریکی به چرخدنده خورشیدی، فرکانس برق AC متصل به موتور الکتریکی (۵۰ هرتز) و فرکانس پالسهای گشتاوری موتور الکتریکی (۱۰۰ هرتز) و هارمونیکهای آن به عنوان فرکانس غالب قابل مشاهده است که وجود این فرکانس ها در این طیف فرکانسی بدون عیب بوده و در بخش های قبل محاسبه شده است. مطابق شکل های (۱۳) الی (۱۶)،

همان طور که از نمودارهای طیف فرکانسی دور اجزا سیستم مشاهده می شود، در بازه فرکانسی صفر تا ۵۰ هرتز قله ۴ هرتز (فرکانس بازو) فرکانس غالب مجموعه است که شدت این فرکانس در شکلهای گفته شده قابل مشاهده است، همچنین در این بازه فرکانسی هارمونیکهای فرکانس ۴ هرتز از قیبل ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۴ و ۲۸ هرتز به صورت قله نسبت به اطراف خود قابل مشاهده هستند. در بازه فرکانسی ۲۵۰ تا ۴۰۰ هرتز یک سری قله با فاصله یکسان ۴ هرتز و پیک<sup>۲۶</sup> ۳۱۷ هرتز وجود دارند که باندهای کناری در اطراف قله پیک (قله بلندتر در وسط) و در فاصله یکسان ۴ هرتز قرار گرفته اند.







شکل (۱۵): طیف فرکانسی دور چرخدنده سیارهای Figure (15): Frequency spectrum of the planet gear rotational speed



شکل (۱۶): طیف فرکانسی دور بازو Figure (16): Frequency spectrum of the carrier rotational speed

در نمودار طیف فرکانسی از این حالت استنباط می شود که دو فرکانس با یکدیگر ترکیب شده و این سری قله را به وجود آورده اند که یکی از فرکانس ها همان ۴ هرتز (فاصله ثابت بین قله ها) خواهد بود که شدت این فرکانس در شکل های گفته شده قابل مشاهده است. توجه شود که فرکانس درگیری بین چرخدنده (۳۱۷ هرتز) نیز در این نمودارها قابل مشاهده است. از وجود یک قله در فرکانس تحریک و قله های دیگری در هارمونیک های نمودارها می توان نتیجه گرفت حرکت متناوب غیرخطی بوده است. توجه شود که مطابق شکل (۱۳) در نمودار طیف فرکانسی دور چرخدنده خورشیدی، فرکانس بازو نسبت به فرکانس درگیری شدت بیشتری دارد زیرا چرخدنده خورشیدی دارای دوران بوده و سرعت دوران بازو بیشتر از ضربات ناشی از دندانه ها روی فرکانس آن تاثیر می گذارد. همان طور که بیان شد چرخدنده متصل در نظر گرفته شده ای در نظر گرفته شده که تقریبا ثابت باشد به بیان دیگر چرخدنده رینگ به پوسته ثابت جعبهدنده متصل در نظر گرفته شده است.

مطابق شکل (۱۴) در نمودار طیف فرکانسی دور چرخدنده رینگ، فرکانس درگیری نسبت به فرکانس بازو شدت بیشتری دارد زیرا چرخدنده رینگ فاقد دوران بوده و ثابت در نظر گرفته شده و لذا ضربات ناشی از دندانهها بیشتر از سرعت دوران بازو روی فرکانس آن تاثیر میگذارد. لازم به ذکر است در شبیهسازی انجام شده مطابق مقاله مرجع برای این مقاله تعداد سه عدد سیاره برای جعبهدنده سیارهای در نظر گرفته شده است.

مطابق شکل (۱۵) در نمودار طیف فرکانسی دور چرخدنده سیارهای، فرکانس بازو نسبت به فرکانس درگیری شدت بیشتری دارد زیرا چرخدنده سیارهای دارای دوران بوده و به بازو متصل است، لذا سرعت دوران بازو بیشتر از ضربات ناشی از دندانهها روی فرکانس آن تاثیر میگذارد. توجه شود که بازو به چرخدنده سیارهای متصل بوده و از طرف دیگر کار را به عنوان خروجی مجموعه کوپل موتور الکتریکی جعبهدنده انجام خواهد داد.

در شکلهای (۱۳) تا (۱۶)، طیف فرکانسی برای سیگنالهای ارتعاشی رسم شده است. همانطور که مشاهده می شود، فرکانسهای غالب متعددی در این سیگنالها وجود دارد البته فرکانسهایی که در این نمودارها غالب هستند مربوط به اجزای هر یک از این سیستم هستند. مشاهده می شود که به جز فرکانس یا فرکانسهای تحریک، هارمونیکهای آنها نیز وجود دارند که نشان دهنده رفتار غیرخطی است. همچنین قلههای دیگری به صورت مدوله شده در اطراف هارمونیکها وجود دارند. در بخشهای قبل در مورد فرکانسهای غالب حاصل شده از نتایج شبیهسازی که از نمودارهای طیف فرکانسی بهدست آمده بحث شده و نتایج این تحلیل فرکانسی با فرکانسهای هریک از اجزا مجموعه که بهصورت تئوری محاسبه شده است، مقایسه شدهاند که نتایج قابل قبول بوده است.

## ۵- نتیجهگیری

با توجه به بررسیهای انجام گرفته روی نتایج شبیهسازی این مقاله هنگامی که ارتعاشات یک مجموعه کوپل شامل موتور الکتریکی و جعبهدنده سیارهای در حالت سالم بررسی شود، فرکانسهایی که در جدول (۳) آمده در این ارتعاشات حضور خواهند داشت. به بیان دیگر هنگامی که موتور الکتریکی به صورت کوپل با جعبهدنده سیارهای کار می کند به ترتیب فرکانس f<sub>e</sub> و f<sub>m</sub> f<sub>e</sub> ف غالب تر و f<sub>s</sub> ضعیف تر خواهد بود.

با دانستن این نتایج، میتوان این خروجی را مبنای مقایسه سیگنال ارتعاشی چنین سیستمهایی قرار داد و فرکانسهای عادی و همچنین فرکانسهای خرابی را در تحلیلهای ارتعاشی شناسایی کرد. لازم به ذکر است عواملی مانند دور هریک از اجزا مجموعه، تعداد دندانههای چرخدندههای جعبهدنده، دور نامی موتور الکتریکی، سختی و میرایی کوپلینگ موتور به جعبهدنده، سختی درگیری بین چرخدندهها (که در این مقاله از نرم افزار آباکوس محاسبه شده)، خطای انتقال و فاصله مراکز چرخدندهها در ارتعاش پیچشی کوپل موتور الکتریکی جعبهدنده سیارهای اثر دارد. همچنین به منظور مشخص شدن فرکانسهای خرابی واقعی، جعبهدنده سیارهای با موتور الکتریکی به صورت کوپل در نظر گرفته شده است.

در شکلهای طیف فرکانسی برای سیگنالهای ارتعاشی اجزا مجموعه مورد بررسی در این مقاله همان طور که مشاهده می شود، فرکانسهای غالب متعددی در این سیگنالها وجود دارد البته فرکانسهایی که در این نمودارها غالب هستند مربوط به اجزای هر یک از این سیستم هستند. مشاهده میشود که به جز فرکانس یا فرکانسهای تحریک، هارمونیکهای آنها نیز وجود دارند که نشان دهنده رفتار غیرخطی است. همچنین فرکانسهای غالب که از نمودارهای طیف فرکانسی بهدست آمده با فرکانسهای هریک از اجزا مجموعه که محاسبه شده مقایسه شدهاند که نتایج قابل قبول بوده است. همچنین تحلیل نمودار گشتاور خروجی از موتور و وارد شده به جعبهدنده سیارهای که شامل اثر متقابل موتور الکتریکی و جعبهدنده سیارهای بر یکدیگر بوده است در مقاله آورده شده و تحلیلهای فرکانسی روی نمودار انجام شده که نشان از وجود انرژی الکتریکی بهصورت تاثیر گذار در نتایج این مقاله است. با توجه به در اختیار داشتن نتایج تحلیلهای فرکانسی بهدست آمده برای مجموعه کوپل موتور-جعبهدنده در حالت سالم در این مقاله، بهتر است در حوزه پژوهشهای آتی عیوب الکتریکی، مکانیکی و یا ترکیب آنها به مدل اضافه شده و تحلیلها دوباره انجام شود و تحلیلهای پاسخهای ارتعاشی مجموعه کوپل موتور-جعبهدنده ناشی از عیب بهدست آورده شود، سپس با مقایسه نتایج در حالتهای مختلف تاثیر عیوب مورد بحث و بررسی قرار گیرد و همچنین از نتایج نهایی برای عیبیابی این گونه سیستمها استفاده شود. با توجه به رویکرد هوشمندسازی فرآیند عیبیابی در ماشین آلات دوار، استخراج دقیق ویژگیهای هر سیستم میتواند در هوشمندسازی روش عیبیابی بسیار مفید واقع شود. به همین منظور پیشنهاد میگردد در ادامه، عیبها نیز در مدلسازی این سیستم اضافه شوند و سپس ویژگیهای سیستم سالم و معیوب از نتایج استخراج گردد و به عنوان ورودی روشهای هوشمند عیبیابی مورد استفاده قرار گیرد. همان طور که گفته شد با توجه به نتایج بهدست آمده استنباط میشود که هنگامی که ارتعاشات یک جعبهدنده سیارهای اندازهگیری میشود خرابیهای الکتریکی هم میتوانند خودشان را نشان داده و تاثیر گذار باشند پس لازم است در پژوهشهای آتی این گونه تحلیلها نیز انجام داده شود تا در حد امکان مجموعه نهایی بدون مشکل الکتریکی باشد. همچنین بدیهی است در پژوهشهای آتی، گرفتن تست تجربی و مقایسه آن با نتایج شبیه-سازی میتواند کارآمد باشد و بهمنظور تست سختی درگیری نیز میتوان از تست تجربی کمک گرفت. به عنوان پیشنهاد دیگر در حوزه پژوهش می توان به بحث و بررسی دقیق تر اثر دمپینگ و فنریت یا تاقان ها و همچنین خطای انتقال با توجه به منابع موجود و جدید اشاره نمود.

#### References

#### مراجع

- Y. Yi, D. Qin, C. Liu, "Investigation of electromechanical coupling vibration characteristics of an electric drive multistage gear system", Mechanism and Machine Theory, vol. 121, pp. 446-459, March 2018 (doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.11.011).
- [2] W. Bai, D. Qin, Y. Wang, T.C. Lim, "Dynamic characteristic of electromechanical coupling effects in motorgear system", Journal of Sound and Vibration, vol. 423, pp. 50-64, June 2018 (doi: 10.1016/j.jsv.2018.02.033).
- [3] C. Xing, Y. Shihua, P. Zengxiong, "Nonlinear vibration for PMSM used in HEV considering mechanical and magnetic coupling effects", Nonlinear Dynamics, vol. 80, pp. 541–552, Jan. 2015 (doi: 10.1007/s11071-014-1887-y).
- [4] G. Mandic, E. Ghotbi, A. Nasiri, F. Oyague, E. Muljadi, "Mechanical stress reduction in variable speed wind turbine drivetrains", Proceeding of the IEEE/ECCE, pp. 306-312, Phoenix, AZ, USA, Sept. 2011 (doi: 10.1109/ECCE.2011.6063784).
- [5] H. Jan, G. Heirman, D. Vandepitte, W. Desmet, "The influence of flexibility within multibody modeling of multi-megawatt wind turbine gearboxes", Proceeding of the ICNV, vol. 4, pp. 2045-2072, Leuven, Belgium, Sept. 2008.
- [6] V. Kumar, A. Rai, S. Mukherjee, S. Sarangi, "A Lagrangian approach for the electromechanical model of single-stage spur gear with tooth root cracks", Engineering Failure Analysis, vol. 129, Article Number: 105662, Nov. 2021 (doi: 10.1016/j.engfailanal.2021.105662).
- [7] H. Yu, P. Eberhard, Y. Zhao, H. Wang, "Sharing behavior of load transmission on gear pair systems actuated by parallel arrangements of multiple pinions", Mechanism and Machine Theory, vol. 65, pp. 58-70, 2013 (doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.02.010).
- [8] C. Zaigang, Z. Wanming, W. Kaiyun, "A locomotive-track coupled vertical dynamics model with gear transmissions", Vehicle System Dynamics, vol. 55, no. 2, pp. 244-267, 2017 (doi: 10.1080/00423114.2016.1-254260).
- [9] M.T. Khabou, N. Bouchaala, F. Chaari, T. Fakhfakh, M. Haddar, "Study of a spur gear dynamic behavior in transient regime", Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 25, no. 8, pp. 3089-3101, Nov. 2011 (doi: 10.1016/j.ymssp.2011.04.018).
- [10] W. Lu, Y. Zhang, H. Cheng, Y. Zhou, H. Lv, "Research on dynamic behavior of multistage gears-bearings and box coupling system", Measurement, vol. 150, no. 3, Article Number: 107096, Jan. 2020 (doi: 10.1016/j.measurement.2019.107096).
- [11] M. Hosseiniasl, J.J. Fesharaki, "A heuristic approach for optimization of gearbox dimension", Journal of Modern Processes in Manufacturing and Production, vol. 7, no. 2, pp. 17-39, Spring 2018 (doi: 20.1001.1.271-70314.2018.7.2.2.2).
- [12] W. Kim, J. Lee, J. Chung, "Dynamic analysis for a planetary gear with time-varying pressure angles and contact ratios", Journal of Sound and Vibration, vol. 331, no. 4, pp. 883-901, Feb. 2012 (doi: 10.1016/j.jsv.2-011.10.007).
- [13] C. Liu, D. Qin, T. Lim, Y. Liao, "Dynamic characteristics of the herringbone planetary gear set during the variable speed process", Journal of Sound and Vibration, vol. 333, np. 24, pp. 6498-6515, Dec. 2014 (doi: 10.1016/j.jsv.2014.07.024).
- [14] N. Feki, G. Clerc, P. Velex, "Gear and motor fault modeling and detection based on motor current analysis", Electric Power Systems Research, vol. 95, pp. 28-37, Feb. 2013 (doi:10.1016/j.epsr.2012.08.002).
- [15] W. Bai, D. Qin, Y. Wang, T. Lim, "Dynamic characteristics of motor-gear system under load saltations and voltage transients", Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 100, pp. 1-16, Feb. 2018 (doi: 10.101-6/j.ymssp.2017.07.039).
- [16] B. Yousfi, A. Soualhi, K. Medjaher, F. Guillet, "Electromechanical modeling of a motor-gearbox system for local gear tooth faults detection", Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 166, Article Number: 108435, Mar. 2022 (doi:10.1016/j.ymssp.2021.108435).
- [17] B. Uspensky, K. Avramov, B. Liubarskyi, Y. Andrieiev, O. Nikonov, "Nonlinear torsional vibrations of electromechanical coupling of diesel engine gear system and electric generator", Journal of Sound and Vibration, vol. 460, Article Number: 114877, Nov. 2019 (doi:10.1016/j.jsv.2019.114877).
- [18] Z. Wang, G. Mei, Q. Xiong, Z. Yin, W. Zhang, "Motor car-track spatial coupled dynamics model of a high-speed train with traction transmission systems", Mechanism and Machine Theory, vol. 137, pp. 386-403, July 2019 (doi:10.1016/j.mechmachtheory.2019.03.032).
- [19] H. Eskandari, M. Moradian, "Direct torque compound control of induction motors to increase the battery operating life in electric vehicles", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 11, no. 42, pp. 1-13, Sept. 2020 (in Persian) (dor:20.1001.1.23223871.1399.11.42.1.2).
- [20] A. Aboutalebi-Najafabadi, "Optimal design, modeling, and evaluation of single-phase axial flux induction motor with a permanent capacitor using improved particle swarm optimization algorithm", Journal of

Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 11, no. 44, pp. 47-69, March 2021 (in Persian) (dor: 20.1001.1.23223871.1399.11.44.4.9).

[21] C. Molina Vicuña, "Vibration characteristics of single-stage planetary gear transmissions", Ingeniare: Revista Chilena de Ingeniería, vol. 22, no. 1, pp. 88-98, Oct. 2014 (doi:10.4067/S0718-33052014000100009).

زيرنويسها

- 1. Lyapunov
- 2. Start up
- 3. Subscript
- 4. Involute
- 5. Abaqus
- 6. Mesh stiffness
- 7. Torque pulses
- 8. Energize
- 9. Torsional moment
- 10. Steady state
- 11. Fast fourier transform
- 12. Frequency spectrum