JIPET | Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology/ Vol. 11/ No. 42/ Summer 2020
P-ISSN: 2322-3871, E-ISSN: 2345-5594, http://jipet.iaun.ac.ir/

Neural Adaptive Robust Finite-Time Control of Tractor-Trailer Wheeled Mobile Robot via Input-Output Feedback Linearization Technique

Malihe Kazemipour [1], *M.Sc*, Khoshnam Shojaei [1, 2], *Associate Professor*

[1] Department of Electrical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran
mah.kazemi98@gmail.com
[1,2] Digital Processing and Machine Vision Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran
khoshnam.shojaee@gmail.com, shojaei@pel.iaun.ac.ir

Abstract:
The reference trajectory tracking is one of the most important issues in the field of tractor-trailer wheeled mobile robots control. In this paper, the trajectory tracking control issues of a tractor-trailer wheeled mobile robot has been significantly solved in the presence of structural uncertainties, non-holonomic constraints and external disturbance. The proposed scheme is based on a design that the tractor-trailer's state space representation is extracted from its dynamic and kinematic models and presented in a companion form at first. In the following, by considering the state space representation of system, the control algorithm is presented including two external and internal control loops. Toward this end, the control law has been developed in the inner loop via input-output feedback linearization in a nonlinear feedback form which is continuously eliminating the nonlinear dynamics of the system. Then, by using a combination of the output that is produced in linearization steps with a terminal sliding mode control algorithm and sketching a neural robust adaptive finite time controller in the outer loop, the accurate and fast performance of the closed loop system has been guaranteed in the presence of uncertainties. The proposed control algorithm finally guarantees the boundedness of closed-loop signals and accurate finite time convergence of tracking errors. At the end, the effectiveness of the proposed scheme has been demonstrated and shown through the extended Lyapunov theorem and simulated by MATLAB application.

Keywords: Feedback linearization, finite time, neural network robust adaptive control, non-holonomic constraints, tractor-trailer mobile robot.

Received: 4 December 2019
Revised: 23 March 2020
Accepted: 10 May 2020

Corresponding Author: Dr. Khoshnam Shojaei

Citation: M. Kazemipour, K. Shojaei, "Neural adaptive robust finite-time control of tractor-trailer wheeled mobile robot via input-output feedback linearization technique", Journal of Intelligent Procedures in Electrical Technology, vol. 11, no. 42, pp. 57-78, Summer 2020 (in Persian).

کنترل عصبی مقاوم تطبیقی زمان‌محدود ربات متحرک چرخ‌دار تراکتور-تریلر با استفاده از تکنیک خطی‌سازی فیدبک ورودی-خروجی

ملیحه کاظمی‌پور[۱]، کارشناس ارشد، خوشنام شجاعی[۱،۲]، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران
Mah.kazemi98@gmail.com
۲- مرکز تحقیقات پردازش دیجیتال و بینایی ماشین، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران
khoshnam.shojaee@gmail.com, shojaei@pel.iaun.ac.ir

چکیده: مسئله ردیابی مسیرهای زمانی مرجع یکی از مسائل مهم و مورد توجه در زمینه کنترل ربات‌های متحرک چرخ‌دار به شمار می‌رود. در این مقاله، مسئله کنترل ردیابی مسیر زمانی مرجع در حضور نامعینی‌های ساختاری، قیود غیرهولونومیک و اغتشاشات خارجی برای ربات متحرک چرخ‌دار تراکتور-تریلر، تا حد قابل توجهی حل شده است. طرح پیشنهادی بر این اساس است که ابتدا معادلات فضای حالت تراکتور-تریلر از معادلات دینامیک و سینماتیک آن استخراج و به یک فرم همبسته بیان شده است. در ادامه، با در نظرگرفتن معادلات فضای حالت سیستم، الگوریتم کنترلی مورد نظر متشکل از دو حلقه کنترلی خارجی و داخلی ارائه شده است، به این ترتیب که ابتدا با انجام خطی‌سازی فیدبک ورودی-خروجی، قانون کنترل در حلقه داخلی به فرم فیدبک غیرخطی تولید شده است که این الگوریتم به طور پیوسته، حذف دینامیک‌های غیرخطی سیستم را بر عهده دارد. سپس، با استفاده از ترکیب خروجی تولید شده در مرحله خطی‌سازی با الگوریتم کنترلی مد لغزشی ترمینال و طراحی یک کنترل‌کننده عصبی مقاوم تطبیقی زمان‌محدود در حلقه خارجی، عملکرد صحیح و سریع سیستم حلقه‌بسته در حضور نامعینی‌ها تضمین شده است. الگوریتم کنترلی پیشنهادی درنهایت، کران‌داری سیگنال‌های حلقه‌بسته و همگرایی دقیق خطای ردیابی در زمان‌محدود را تضمین نموده است. در پایان، میزان اثربخشی طرح پیشنهادی، از طریق تئوری لیاپانوف تعمیم‌یافته و شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار متلب اثبات و ارائه شده است.

کلمات کلیدی: خطی‌سازی با فیدبک، ربات متحرک تراکتور- تریلر، زمان‌محدود، قیود غیرهولونومیک، کنترل عصبی مقاوم تطبیقی.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۹/۱۳
تاریخ بازنگری مقاله: ۱۳۹۹/۱/۴
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۲/۲۱

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر خوشنام شجاعی
نشانی نویسنده‌ی مسئول: نجف‌آباد- بلوار دانشگاه- دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد- دانشکده مهندسی برق

۱- مقدمه

در چند دهه اخیر، فعالیت‌های پژوهشـــی در زمینه کنترل و هدایت ربات‌های متحرک چرخ‌دار در هر دو گونه تحقیقاتی و کاربردی به‌طور فعال ادامه یافته اســـت. ربات‌های متحرک چرخ‌دار، ســـیســـتم‌های مکانیکی تحریک ناقص[1]، مقید به قیود غیرهولونومیک و دارای ذات غیرخطی هســـتند که براســـاس نوع و چیدمان مختلف چرخ‌ها، دارای روابط ســـینماتیکی متفاوتی هستند. حضور قیود و محدودیت‌های موجود در مدل این سیستم‌ها، از طرفی باعث ایجاد پیچیدگی‌هایی در مدل‌سازی و کنترل این ربات‌ها گردیده و از طرف دیگر، جذابیت ادامه تحقیقات در زمینه‌های مختلف پیرامون این سیستم‌ها را افزایش داده است. در مقاله [۱]، مدل سازی و ویژه‌گی‌های برخی از ربات‌های متحرک چرخ‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر پژوهش‌های متکی بر مدل‌سازی ریاضی، مراجع بسیاری در این زمینه یافت می‌شوند که بر کنترل این سیستم‌ها در جهت تعقیب مسیر[2] در فضای کارتزین[3] [۲] و یا تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع[4] [۳،۴] تأکید داشته‌اند. علاوه بر آن، در برخی از پژوهش‌های انجام‌شده، ضمن کنترل این سیستم‌ها، مسائل مختلف دیگری از جمله، پایدارسازی حول وضعیت مطلوب[5] [۵]، اثرات لغزش و سرخوردن[6] چرخ‌ها [۶،۷]، بررسی ناحیه مرده[7] [۸] و برخورد با موانع [۹،۱۰]، مورد بررسی قرار گرفته است. در مقاله [۱۱] نیز ضمن طراحی کنترل‌کننده، به‌طور همزمان دو پدیده قفل در محل[8] و تضعیف عملگرها[9] در طراحی مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به ذات غیرخطی ربات‌های متحرک چرخ‌دار و وجود محدودیت‌هایی که بر حرکت آن‌ها حاکم اســـت، ابزارهای کنترل غیرخطی مانند، خطی‌ســـازی با فیدبک، مد لغزشـــی، ترمینال مد لغزشـــی، کنترل پســـگام، انفعال[10]، اغتشـــاشـــات منفرد[11] و ...، ابزارهای کارآمد در کنترل این سیستم‌ها به شمار می‌آیند. از طرفی، حضور اجتناب‌ناپذیر نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی مانند دینامیک‌های مدل‌نشده عملگرها، وجود لقی[12] و اصطکاک‌های ویسکوز و کولمب، نویز سنسورهای اندازه‌گیری و عوامل مخرب خارجی، همواره آثار نامطلوبی بر عملکرد صـحیح کنترل‌کننده‌های مذکور خواهد داشـت. بنابراین، محققان جهت دفع آثار نامطلوب اغتشاشات و نامعینی‌های موجود در مدل سیستم، از ترکیب ابزارهای مختلف کنترل غیرخطی با الگوریتم‌های جبران‌ساز مانند تطبیقی مقاوم [۱۲]، پسگام تطبیقی [۱۳]، تطبیقی فازی [۱۴]، تطبیقی مقاوم عصبی [۱۵]، فازی عصبی [۱۶] و غیره، به‌منظور بهره‌مندی همزمان از مزایای آن‌ها و کاستن معایب هریک استفاده نموده‌اند. روش خطی سازی با فیدبک یکی از کارآمدترین ابزارهای کنترل غیرخطی است که ضمن حذف دینامیک‌های غیرخطی، مدلی جدید از سیستم غیرخطی ایجاد می‌نماید که طراحی کنترل‌کننده و اثبات پایداری برای این معادلات جدید، به مراتب ساده‌تر از سیستم غیرخطی است. با این وجود، حضور اجتناب‌ناپذیر نامعینی‌های پارامتری در مدل دینامیکی یک ربات متحرک چرخ‌دار ممکن است باعث شود که این روش به تنهایی، عملکرد قابل اطمینانی نداشته باشد [۱۷]. جهت رفع این مشکل از افزودن کنترل‌کننده تطبیقی به ساختار خطی‌ســازی فیدبک اســتفاده می‌گردد که قادر اســت به میزان قابل قبولی نامعینی‌های پارامتری را تخمین بزند [۱۸]. ســاختار کنترلی پیشنهادی ممکن است در حضور نامعینی‌های غیرپارامتری و اغتشاشات خارجی در شرایط آزمایشگاهی، پایداری خود را از دست بدهد. بنابراین در مرجع [۱۹]، کنترل‌کننده تطبیقی همراه با اصلاح سیگما پیشنهاد شده است که در آن خطای ردیابی به تغییرات اغتشاشات خارجی وابسته است و نمی‌توان پارامترهای کنترل را متناسب با آن تنظیم نمود. در مرجع [۲۰]، ساختاری شامل دو حلقه کنترلی به صورت یک رویکرد کنترلی دینامیک معکوس همراه با یک کنترل‌کننده تناسبی انتگرالی مشتقی تطبیقی مقاوم ارائه شده است که در آن مشکلات طرح‌های مذکور حل شده‌اند. کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال از روش‌های دیگر کنترل ربات‌های متحرک است. این الگوریتم کنترلی با افزایش سرعت عملکرد سیستم، کاهش زمان نشست و همگرا نمودن خطای ردیابی به ناحیه کوچکی حول مبدأ در زمان محدود، ردیابی صـحیح و رسـیدن به یک حالت پایدار دائمی در زمان بسیار کوتاه را به همراه دارد. بنابراین، در شرایطی که سرعت ردیابی اهمیت دارد، این روش، انتخابی قابل توجه است. در مرجع [۲۱]، یک کنترل‌کننده زمان‌محدود برای ربات‌های متحرک پیشنهاد شده است. یکی از مشکلات الگوریتم پیشنهادی در مقاله [۲۱]، عدم مقاوم‌ســازی کنترل‌کننده در مقابل آثار نامطلوب نامعینی‌های پارامتری و اغتشـاشـات خارجی و عدم به‌روز رسانی کنترل‌کننده است. همچنین، امکان میل نمودن قانون کنترل به بی‌نهایت یا در اصطلاح تکین شدن[13] آن وجود داشته است. هرچند که در این مقاله با ایجاد تغییراتی در سطح لغزش انتخاب شده، اثبات شده است که قانون کنترل پیشنهادی با چنین مشـکلی مواجه نخواهد بود، با این وجود رویکرد کنترلی پیشــنهاد شــده در مرجع [۲۲]، راه‌کار جامع‌تری برای حل این

مشکل پیشنهاد نموده است. همچنین در این مقاله، با اضافه نمودن جمله کنترل مقاوم به کنترل‌کننده، آثار نامطلوب اغتشاشات خارجی جبران شده است. با وجود نتایج مطلوب ارائه شده در این مقاله، به دلیل عدم به‌روز رسانی قوانین کنترلی، هنگامی که اغتشاشات و نامعینی‌ها متغیر با زمان باشند، کنترل‌کننده عملکرد صحیحی نخواهد داشت. در مرجع [۲۳]، با اضافه نمودن کنترل‌کننده تطبیقی به قوانین کنترل زمان‌محدود، همراه با اصلاح سیگما، مشکل مذکور حل شده است. در مقاله [۲۴]، یک رویکرد کنترلی زمان‌محدود تطبیقی مقاوم، پیشنهاد شده است. در این مقاله، ابتدا مسئله ردیابی مسیر مطلوب در ربات متحرک چرخ‌دار به مسئله پایداری یک سیستم انتگرال‌گیر دوگانه تبدیل شده است. سپس، به کمک روش کنترلی زمان محدود، یک کنترل‌کننده ردیاب طراحی شده است که در آن برای مقابله با اغتشاشات، یک مشاهده‌گر حالت و جبران‌کننده تطبیقی مورد استفاده قرار گرفته است. در نهایت، یک قانون سویچینگ[۱۴] تطبیقی با درنظر گرفتن لایه مرزی به‌منظور حذف چترینگ[۱۵] ارائه شده است. در مرجع [۲۵]، یک الگوریتم کنترلی فازی زمان‌محدود با درنظر گرفتن دینامیک عملگرها پیشنهاد شده است که در آن، حد بالای نامعینی‌های غیرپارامتری با بهره‌گیری از کنترل‌کننده مقاوم جبران شده است. در کنترل زمان‌محدود، جهت جلوگیری از اشباع عملگرها لازم است که محدودیتی بر ولتاژ ورودی آنها اعمال گردد که این امر نوسانات ورودی‌های کنترلی را با افزایش چشم‌گیری همراه می‌سازد که برای رفع این مشکل یک تابع اشباع پیوسته معرفی شده است. در مقاله [۲۶]، کنترل‌کننده پسگام زمان‌محدود ارائه شده است که در آن جهت تخمین نامعینی‌های پارامتری از شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی استفاده شده است. همچنین، با بهره‌گیری از یک تابع اشباع پیوسته به عنوان کنترل مقاوم، مشکل نوسانات فرکانس بالای قانون کنترل حل شده است. با توجه به پژوهش‌های پیشین انجام شده و با درنظر گرفتن مدل دینامیکی و سینماتیکی ربات تراکتور-تریلر، در ادامه نوآوری‌های زیر در این مقاله دنبال می‌شوند:

۱. تعمیم روابط خطی سازی فیدبک ورودی-خروجی به سیستم چندمتغیره غیرمربعی تحریک ناقص تراکتور- تریلر در حضور قیود غیرهولونومیک که برای اولین بار در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲. ترکیب روابط روش خطی‌سازی با کنترل زمان‌محدود از طریق طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی ترمینال برای معادلات جدید حاصل شده از خطی‌سازی.

۳. افزایش مقاومت روش مد لغزشی ترمینال در مقابل نامعینی‌ها و اغتشاشات با اضافه نمودن کنترل‌کننده عصبی مقاوم تطبیقی.

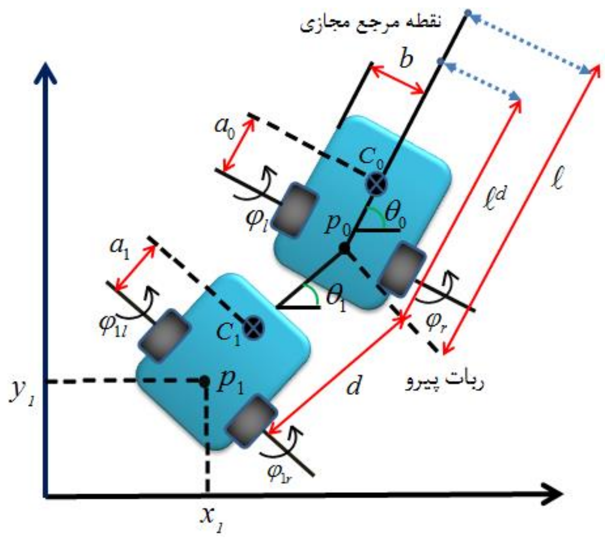
۴. تحلیل پایداری زمان‌محدود سیستم حلقه‌بسته با اعمال قوانین کنترل پیشنهادی.

بنابر اهداف مذکور در ادامه این مقاله، ابتدا معادلات سینماتیک و دینامیک ربات تراکتور- تریلر معرفی خواهند شد و سپس، معادلات حالت ربات به یک فرم هم‌بسته ارائه شده و پس از تعیین مسیرهای زمانی مطلوب، قانون کنترلی مد لغزشی ترمینال عصبی مقاوم تطبیقی در بستر خطی‌سازی فیدبک، جهت ردیابی خروجی مطلوب تعیین شده، طراحی می‌شوند.

۲- مدل سینماتیکی

سیستم مورد نظر در این مقاله، یک ربات تراکتور- تریلر با پارامترهای نشان داده شده در شکل (۱) است. این سیستم یک ربات دو بدنه متشکل از یک بستر چرخ‌دار دیفرانسیلی با دو چرخ استاندارد مجهز به عملگر است که یک دنبال‌رو با دو چرخ بدون عملگر، با اتصال از نوع روی محور[۱۶] به آن متصل شده است.

چرخ‌های استاندارد ربات در فاصله $2b$ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. به‌علاوه، یک چرخ هرزگرد از نوع کاستور نیز در قسمت میانی تراکتور جهت حفظ تعادل واقع شده است. همان‌گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، c_0 و c_1 به‌ترتیب نشان‌دهنده مراکز جرم تراکتور و تریلر هستند. a_1 و a_0 به‌ترتیب فاصله نقطه میانی چرخ‌های تراکتور و تریلر تا مراکز جرم آن‌ها، θ_0 و θ_1 جهت‌گیری تراکتور و تریلر نسبت به دستگاه مرجع و d فاصله نقاط p_0 و p_1 را نشان می‌دهد. φ_l و φ_r به‌ترتیب، بیانگر جابه‌جایی زاویه‌ای چرخ‌های سمت چپ و راست تراکتور هستند. اگر فاصله a_1، صفر و یا بسیار کوچک درنظر گرفته شود، می‌توان مرکز جرم و مرکز هندسی تریلر را منطبق فرض نمود. بر این اساس، می‌توان مختصات نقطه p_1 را به عنوان مقیاسی جهت تعیین سمت‌گیری و موقعیت ربات نسبت به چهارچوب مرجع درنظر گرفت.



شکل (۱): ربات متحرک تراکتور- تریلر و پارامترهای آن

Figure (1): Tractor-trailer mobile robot and its parameters

بنابراین، بردار مختصات تعمیم‌یافته ربات به صورت $q = (x_1, y_1, \theta_1, \theta_0)^T$ بیان می شود که درآن، y_1 و x_1 مختصات نقطه p_1 نسبت به دستگاه مرجع را نشان می‌دهد.

با توجه به اینکه یافتن مجموعه‌ای از بردارهای تعمیم‌یافته مستقل از هم، جهت توصیف وضعیت یک ربات چرخ‌دار همواره ممکن نیست، عموماً فرض می شود که این سیستم‌ها مقید به m قید غیرهولونومیکی مستقل از هم هستند. این قیود، روابط بین مختصات تعمیم‌یافته سیستم و سرعت‌های تعمیم‌یافته سیستم هستند که در فرم ماتریسی به صورت $A(q)\dot{q} = 0$ بیان می‌شوند. در این رابطه، $A(q)$ ماتریس قیدی $m \times n$ است که در آن، n بیانگر تعداد متغیرهای لازم جهت توصیف وضعیت سیستم است. قیود غیرهولونومیکی سیستم شکل(۱)، ناشی از غلطش خالص چرخ‌ها در حرکت رو به جلو و عدم لغزش آن‌ها در جهت جانبی است که به‌صورت رابطه (۲) بیان می‌شوند [۲۷].

$$A(q)\dot{q} = \begin{bmatrix} \sin\theta_0 & -\cos\theta_0 & -d\cos(\theta_0 - \theta_1) & 0 \\ \sin\theta_1 & -\cos\theta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{q} = 0 \qquad (۱)$$

بنابراین، معادلات سینماتیک ربات چرخ‌دار تراکتور- تریلر با درنظر گرفتن این قیود به شکل $\dot{q} = S(q)u$ بیان می شوند که در این رابطه، $u \in R^{2\times1}$ بردار سرعت‌های ربات است، به‌طوری که u_1 سرعت خطی نقطه p_0 و u_2 سرعت زاویه‌ای تراکتور را بیان می‌نماید. همچنین، $S(q) \in R^{4\times2}$ یک ماتریس با رتبه n است که فضای پوچی ماتریس قیدی را افراز می‌نماید و این ویژگی به شکل $S^T(q)A^T(q) = 0$ قابل بیان است. با محاسبه ماتریس $S(q)$، رابطه سینماتیک ربات تراکتور-تریلر، به‌صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 & \cos\theta_1 & \frac{1}{d}\tan(\theta_0 - \theta_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

۳- مدل دینامیکی

معادلات دینامیکی ربات تراکتور- تریلر با مشخصات ارائه شده در شکل (۱)، از معادله اویلر-لاگرانژ، به‌شکل زیر به‌دست می‌آید [۲۷]:

$$B(q)\tau_a = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + A^T(q)\lambda + \tau_d \qquad (۳)$$

که در این رابطه، λ بردار مضارب لاگرانژ است. از جایگذاری رابطه (۲) در معادله (۳)، ضرب جمله $S^T(q)$ در دو طرف رابطه و با اندکی ساده‌سازی، درنهایت رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\bar{B}(q)\tau_a = \bar{M}_1(q)\dot{u} + \left(\bar{M}_2(q) + \bar{C}(q,\dot{q}) + \bar{D}\right)u + \bar{\tau}_d \tag{۴}$$

در معادله فوق، مضارب لاگرانژ حذف شده و ماتریس‌های سیستم به‌فرم مقید زیر تبدیل شده‌اند.

$$\begin{cases} \bar{C}(q,\dot{q}) = S^T(q)C(q,\dot{q})S(q) \\ \bar{M}_1(q) = S^T(q)M(q)S(q) \\ \bar{M}_2(q) = S^T(q)M(q)\dot{S}(q) \\ \bar{B}(q) = S^T(q)B(q) \\ \bar{D} = S^T(q)DS(q) \end{cases} \tag{۵}$$

که در این روابط، $C(q,\dot{q}) \in R^{4\times4}$ ماتریس نیروهای جانب مرکز و کوریولیس، $M(q) \in R^{4\times4}$ ماتریس اینرسی، $D \in R^{4\times4}$ ماتریس میرایی و ضرایب اصطکاک ویسکوز، τ_a بردار گشتاور ورودی و $\bar{\tau}_d \in R^{2\times1}$ بردار اغتشاشات کران‌دار خارجی، شامل دینامیک‌های مدل‌نشده، اصطکاک ویسکوز (D_V) و اصطکاک کولمب (D_C) است.

با جایگذاری مقادیر ماتریس‌های مدل اصلی طبق مرجع [۲۸]، ماتریس‌های رابطه (۵) به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\bar{M}_1(q) = \begin{bmatrix} M\frac{I_{\theta_1}}{d^2}\tan^2(\theta_0-\theta_1) & 0 \\ 0 & I_{\theta_0} \end{bmatrix} \tag{۶}$$

$$\bar{M}_2(q) = \begin{bmatrix} \frac{I_{\theta_1}}{d^2}(\dot{\theta}_0-\dot{\theta}_1)\tan(\theta_0-\theta_1)(1+\tan^2(\theta_0-\theta_1)) + \frac{A\dot{\theta}_1}{d}\tan(\theta_0-\theta_1) & 0 \\ (-\dot{\theta}_1\cos(\theta_0-\theta_1)\tan^2(\theta_0-\theta_1) + \dot{\theta}_0\cos^{-1}(\theta_0-\theta_1))a_0m_0 & 0 \end{bmatrix} \tag{۷}$$

$$\bar{B}(q) = \frac{1}{r}\begin{bmatrix} \cos^{-1}(\theta_0-\theta_1) & \cos^{-1}(\theta_0-\theta_1) \\ b & -b \end{bmatrix} \tag{۸}$$

$$\bar{C}(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} \frac{-A\dot{\theta}_1}{d}\tan(\theta_0-\theta_1) & -a_{0i}m_0\cos^{-1}(\theta_0-\theta_1)\dot{\theta}_0 \\ a_0m_0\dot{\theta}_1\sin(\theta_0-\theta_1)\tan(\theta_0-\theta_1) & 0 \end{bmatrix} \tag{۹}$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} d_m\left(1+\frac{1}{d^2}\right)\tan^2(\theta_0-\theta_1) & 0 \\ 0 & d_m \end{bmatrix} \tag{۱۰}$$

$$\begin{cases} \bar{\tau}_d = \left[\bar{\tau}_{d_1}, \bar{\tau}_{d_2}\right]^T = \tau_d + D_1(q) \\ D_1(q) = \left[D_{11}(q), D_{12}(q)\right]^T = D_v u(t) + D_c \operatorname{sign}(u(t)) \\ I_{\theta_0} = m_0 a_0{}^2 + I_0,\ \ I_{\theta_1} = m_1 a^2 + m_0 d^2 + I_1 \\ M = m_0 + m_1,\ \ A = a_1 m_1 + d m_0 \end{cases} \tag{۱۱}$$

لازم به ذکر است که در روابط (۱۱)، I_0 و I_1 به‌ترتیب ممان‌های اینرسی تراکتور و تریلر هستند و به همین ترتیب، m_0 و m_1 بیانگر جرم‌های تراکتور و تریلر و r معرف شعاع چرخ‌های تریلر است.

۴- ردیابی مسیر زمانی مرجع

همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، هدف کنترلی در این مقاله تعقیب مسیرهای حرکت زمانی مرجع توسط ربات تراکتور- تریلر است. برای این منظور، لازم است که ربات مختصات نقطه‌ای مجازی در مقابل خود را در با حفظ فاصله مطلوب دنبال نماید. بنابراین، کنترل‌کننده به‌نحوی طراحی می‌شود که ربات تراکتور- تریلر که در فاصله ℓ نسبت به نقطه مجازی قرار دارد، خود را به نقطه‌ای با فاصله مطلوب ℓ^d از نقطه مرجع مجازی رسانده و در ادامه مسیر نیز این فاصله را حفظ نماید. به عبارتی می‌توان اینگونه بیان نمود که حالات ربات وادار به دنبال نمودن یک‌سری حالات مطلوب می‌شوند که درنهایت منجر به ردیابی مسیر مرجع خواهد شد. برای این منظور، بردار خروجی z، جهت دست‌یابی به خروجی مطلوب z_d برای ربات درنظر گرفته می‌شود.

$$z = \begin{pmatrix} x + \ell^d\cos(\theta_1) + d\cos(\theta_0) \\ y + \ell^d\sin(\theta_1) + d\sin(\theta_0) \end{pmatrix}^T \tag{۱۲}$$

۵- معادلات حالت ربات تراکتور- تریلر

با توجه به اینکه ارائه فرم فضـای حالت، به حل مسـئله ردیابی مسـیر زمانی مرجع با به‌کار گیری روش خطی‌سـازی فیدبک ورودی- خروجی کمک زیادی می‌نماید، معادلات حالت این سیستم از معادلات دینامیکی (۴) و معادله سینماتیکی (۱)، به‌فرم همبسته زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} s(q)u \\ 0 \end{bmatrix}}_{f(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{M}_1^{-1}(q)\bar{B}(q) \end{bmatrix}}_{g(x)} u_a + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{M}_1^{-1}(q)\bar{P}(q,\dot{q})u \end{bmatrix}}_{\zeta_1(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{M}_1^{-1}(q)(\bar{\tau}_d) \end{bmatrix}}_{\zeta_2(x)} \tag{۱۳}$$

که در این رابطه $\bar{P}(q,\dot{q})$ به‌صـورت $\bar{P}(q,\dot{q}) = (\bar{M}_2(q) + \bar{C}(q,\dot{q}) + \bar{D})$ بیان می‌شـود. همچنین، $u_a = \tau_a$ بردار ورودی کنترلی و $x \in R^{2n-m}$ بردار متغیرهـای حـالـت ربـات بـه‌صـورت $x = (x_1, y_1, \theta_1, \theta_0, u_1, u_2)^T$ می‌بـاشـد. بـه‌علاوه، ماتریس‌های $f(x) \in R^{2n-m}$، $g(x)$، $\zeta_1(x)$ و $\zeta_2(x)$، میدان‌های برداری هموار هستند که با جایگذاری ماتریس‌های روابط (۶) تا (۱۱) و اندکی ساده‌سازی به‌شکل زیر بازنویسی می‌گردند ($n = 4,\ m = 2$):

$$f(x) = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 u_1 & \sin\theta_1 u_1 & 1/d\tan(\theta_0 - \theta_1)u_1 & u_2 & [0]_{1\times 2} \end{bmatrix}^T$$

$$\zeta_1(x) = \begin{bmatrix} [0]_{4\times 1} \\ -Eu_1u_2 + \frac{E}{d}\tan(\theta_0 - \theta_1)u_1^2 + \frac{p}{Md^2 + I_{\theta_1}\tan^2(\theta_0 - \theta_1)} \\ \frac{-a_0m_0}{I_{\theta_0}}\cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1)u_1u_2 - \frac{d_m}{I_{\theta_0}}u_2 \end{bmatrix} \tag{۱۴}$$

$$\zeta_2(x) = \begin{bmatrix} [0]_{4\times 1} & -F(D_1(q) + \tau_{d_1}) & \frac{-D_2(q)}{I_{\theta_0}} - \frac{\tau_{d_2}}{I_{\theta_0}} \end{bmatrix}^T$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} [0]_{4\times 1} & [0]_{4\times 1} \\ \frac{d^2\cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1)}{r(Md^2 + I_{\theta_1}\tan^2(\theta_0 - \theta_1))} & \frac{d^2\cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1)}{r(Md^2 + I_{\theta_1}\tan^2(\theta_0 - \theta_1))} \\ \frac{b}{rI_{\theta_0}} & -\frac{b}{rI_{\theta_0}} \end{bmatrix} \tag{۱۵}$$

پارامترهای E، F و p به‌صورت زیر بیان می‌شوند.

$$\begin{aligned} E &= I_{\theta_1}(\cos^{-2}(\theta_0 - \theta_1))\tan(\theta_0 - \theta_1) \big/ (Md^2 + I_{\theta_1}\tan^2(\theta_0 - \theta_1)) \\ F &= d^2 \big/ (Md^2 + I_{\theta_1}\tan^2(\theta_0 - \theta_1)) \\ p &= -d_m(d^2 + \tan^2(\theta_0 - \theta_1))u_1 + a_0m_0d^2\cos^{-1}(\theta_0 - \theta_1)u_2^2 \end{aligned} \tag{۱۶}$$

۶- خطی‌سازی با فیدبک ورودی - خروجی

با توجه به اینکه روش خطی‌سـازی با فیدبک ورودی- خروجی بر پایه مشـتق گرفتن پیاپی از خروجی به‌منظور یافتن رابطه‌ای بین ورودی کنترلی و مشـتق خروجی اسـتوار اسـت، اهداف کنترلی با درنظر گرفتن مجموعه‌ای از خروجی‌ها به‌فرم

$z(t) = h(x(t))$ دنبال خواهد شد. بنابراین، با درنظر گرفتن رابطه (۱۳)، معادلات حالت سیستم به‌صورت مدل غیرخطی همبسته چندورودی–چندخروجی زیر بیان می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{k=1}^{n-m} g_k(x) u_{ak} + \zeta_1(x) + \zeta_2(x) \\ z(t) = h(x(t)) = \left[h_1(x(t)), \ldots, h_{n-m}(x(t))\right]^T \end{cases} \tag{۱۷}$$

بردار خروجی سیستم با توجه به درجه آزادی سیستم غیرهولونومیکی ، شامل $n - m = 2$ معادله می‌باشد. با توجه به اینکه این معادلات تنها تابعی از مختصات تعمیم‌یافته q می‌باشند، خروجی سیستم به‌فرم $z = h(q(t)) = [h_1(q(t)), h_2(q(t))]^T$ در نظر گرفته می‌شود.

توجه به لم‌ها و فرض‌های زیر در طراحی کنترل‌کننده ضروری است [۲۸]:

فرض ۱: مسیر زمانی مرجع هموار z_d، با اعمال فرمان حلقه‌باز u_{a_d}، در عدم حضور جمله اغتشاش، به‌شکلی تولید می‌گردد که $\dot{z}_d$، $\ddot{z}_d$ و z_d، سیگنال‌هایی کران‌دار باشند.

فرض ۲: بردار مختصات تعمیم‌یافته $q = (x_1, y_1, \theta_1, \theta_0)^T$ و کلیه پارامترهای سینماتیکی ربات از طریق سنسورها قابل اندازه‌گیری بوده و معلوم فرض می‌شوند.

فرض ۳: جمله اغتشاش $\bar{\tau}_d$، کران‌دار می‌باشد، به این معنا که با درنظر گرفتن ثابت مثبت ℓ، می‌توان این‌گونه بیان نمود که رابطه $\sup_{t\geq 0}\|\bar{\tau}_d\| < \ell$ برقرار است.

فرض ۴: بردار ورودی‌های سینماتیکی یا سرعت خطی و زاویه‌ای $u = (u_1(t), u_2(t))^T$، سیگنال‌های کران‌دار می‌باشند.

فرض ۵: ماتریس‌های موجود در معادلات سینماتیکی و دینامیکی ربات چرخ‌دار تراکتور- تریلر، توسط توابع محدودکننده و ثابت‌های نامعلوم $c_0, \ldots, c_6$ با رابطه (۱۸) محدود می‌گردند [۲۰]، [۲۷]:

$$\begin{cases} \|\bar{C}_i(q,\dot{q})\| \|u\| < c_0 + c_1\|q\| + c_2\|u\|^2 \\ \|\bar{B}(q)\|,\ \|\bar{D}\|,\ \|S(q)\|,\ \|\bar{M}_1(q)\| < c_3 \\ \|\bar{M}_2(q)\| < c_4\|\dot{S}(q)\| \\ \|\tau_d + D(q)\| < c_5 + c_6\|u\| \end{cases} \tag{۱۸}$$

نکته ۱: دینامیک داخلی ربات تراکتور–تریلر، مشابه به ربات شبه خودرو بوده و با استناد به مرجع [۲۹]، در حرکت مستقیم پایدار و در حرکت رو به عقب ناپایدار می‌باشد.

لم ۱: نقطه تعادل $x = 0$ از رابطه دیفرانسیلی (۱۹)، به‌طور سراسری پایدار زمان‌محدود است، اگر به ازای هر شرط اولیه $x(0) = x_0$ و ثابت‌های مثبت $0 < \gamma < 1$ و $\beta_1, \beta_2 > 0$، حالات سیستم در زمان محدود T به صفر و یا به همسایگی کوچکی از آن همگرا شوند و برای تمامی زمان‌های $t > T$ در همسایگی مبدأ باقی بماند [۲۱].

$$\begin{aligned} & s(t) = \dot{x} + \beta_1 x + \beta_2 |x|^\gamma \operatorname{sign}(x) = 0 \\ & T = \frac{1}{\beta_1(1-\gamma)} \ln \frac{\beta_1 |x_0|^{1-\gamma} + \beta_2}{\beta_2} \end{aligned} \tag{۱۹}$$

لم ۲: پاسخ‌های سیستم غیرخطی $\dot{x} = f(x,t)$ با توجه به تعریف لیاپانوف تعمیم‌یافته، پایدار زمان‌محدود است، اگر تابع لیاپانوف مثبت معین $V(x)$ و ثابت‌های مثبت $0 < \gamma < 1$ و $\beta_1, \beta_2 > 0$ موجود باشند که مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر حاصل شود [۲۵]:

$$\dot{V}(x) \leq -\beta_1 V(x) - \beta_2 V^\gamma(x) \tag{۲۰}$$

و در این صورت، زمان نشست به‌شکل زیر حاصل می‌شود:

$$T_S \le \frac{1}{\beta_1(1-\gamma)}\ln\frac{\beta_1 V(x(0))^{1-\gamma}+\beta_2}{\beta_2} \tag{۲۱}$$

در ادامه، به عنوان اولین گام در الگوریتم خطی‌سازی، مشتق اول خروجی jاُم از سیستم چند ورودی- چند خروجی (۱۷)، به-صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot z_j = \nabla h_j(x).\dot x = \nabla h_j(x).[f(x)+\sum_{k=1}^{n-m} g_k(x)u_{ak}+\zeta_1(x)+\zeta_2(x)\} = L_f h_j(x)+\sum_{k=1}^{2} L_{g_k} h_j(x)u_{ak} + L_{\zeta_1}h_j(x)+L_{\zeta_2}h_j(x). \tag{۲۲}$$

رابطه (۲۲)، برای کل بردار خروجی به‌صورت ماتریسی (۲۳) تعمیم داده می‌شود.

$$\dot z = L_f h(x)+L_g h(x)u_a + L_{\zeta_1}h(x)+L_{\zeta_2}h(x) \tag{۲۳}$$

از طرفی، با توجه به ماتریس‌های رابطه (۱۳) واضح است که $\nabla h(x)g(x) = 0$، $\nabla h(x)\zeta_1(x) = 0$ و $\nabla h(x)\zeta_2(x) = 0$ هستند. بنابراین، مشتق اول خروجی به‌صورت (۲۴) قابل بازنویسی است.

$$\dot z = L_f h(x) = (\partial h(x)/\partial q)S(q)u \tag{۲۴}$$

از رابطه (۲۴) واضح است که ورودی در مشتق اول خروجی ظاهر نشده و بنابراین، خطی‌سازی با مشتق‌گیری از مشتق خروجی به‌شکل زیر ادامه می‌یابد:

$$\ddot z_j = \nabla(L_f h_j(x)).\dot x = \nabla(L_f h_j(x)).[f(x)+\sum_{k=1}^{n-m} g_k(x)u_{ak}+\zeta_1(x)+\zeta_2(x)] \tag{۲۵}$$

که برای سیستم کلی به‌صورت ماتریسی زیر قابل بازنویسی است:

$$\ddot z = L_f^2 h(x)+L_g L_f h(x)u_a + L_{\zeta_1}L_f h(x)+L_{\zeta_2}L_f h(x) \tag{۲۶}$$

هریک از جملات رابطه (۲۶) غیر صفر و از طریق روابط (۲۷) قابل محاسبه هستند.

$$\begin{aligned} L_{\zeta_1}L_f h(x) &= -(\partial h(x)/\partial q)S(q).\overline{M}_1^{-1}(q)\overline{P}(q,\dot q)u \\ L_g L_f h(x) &= (\partial h(x)/\partial q)S(q).\overline{M}_1^{-1}(q)\overline{B}(q) = D(x) \\ L_{\zeta_2}L_f h(x) &= -(\partial h(x)/\partial q)S(q).\overline{M}_1^{-1}(q)(\tau_d) \\ L_f^2 h(x) &= (\partial((\partial h(x)/\partial q)S(q)u)/\partial q).S(q)u \end{aligned} \tag{۲۷}$$

نکته ۲: شرط لازم برای اینکه سی ستم (۱۷) قابلیت خطی سازی ورودی-خروجی را دا شته با شد، غیر صفر بودن دترمینان ماتریس دکوپله $D(X) = L_g L_f h(x)$ ا ست. جهت برر سی این شرط، ماتریس دکوپله سی ستم به صورت تعریف و دترمینان آن محاسبه می‌شود.

$$\det(D(x)) = \det\left(\begin{bmatrix} L_{g_{11}}L_f h(x) & L_{g_{12}}L_f h(x) \\ L_{g_{21}}L_f h(x) & L_{g_{22}}L_f h(x)\end{bmatrix}\right) = \frac{2l^d d^2 b(\cos^{-2}(\theta_0-\theta_1))}{I_{\theta_0} r^2(Md^2+I_{\theta_1}\tan^2(\theta_0-\theta_1))} \ne 0 \tag{۲۸}$$

با توجه به برقراری شرط غیر صفر بودن دترمینان ماتریس دکوپله، استفاده از روش خطی‌سازی فیدبک برای سیستم مورد نظر بلامانع است. بنابراین، با درنظر گرفتن رابطه مشتق دوم خروجی در رابطه (۲۶)، درنهایت ورودی کنترلی حلقه داخلی به‌صورت فیدبک غیرخطی (۲۹)، جهت خطی‌سازی سیستم (۱۷) پیشنهاد می‌گردد:

$$u_a = \hat D^{-1}(x)\bar u_a \tag{۲۹}$$

که در این رابطه، $\hat D^{-1}(x)$ تخمینی از ماتریس دکوپله می‌باشد و $\bar u_a$ به‌صورت (۳۰) بیان می‌شود.

$$\bar u_a = v_{in} - L_f^2 h(x) \tag{۳۰}$$

که در این رابطه، v_{in} کنترلی حلقه خارجی ا ست که سهم به سزایی در پایدار سازی سی ستم حلقه‌بسته دارد. همچنین، جمله $L_f^2 h(x)$ شامل جملات معلوم و قابل اندازه‌گیری توسط سنسورها است که از رابطه (۲۷) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$L_f^2 h(x) = \begin{bmatrix} (1/d)(-\cos\theta_1 + \sin\theta_1 \tan(\theta_0 - \theta_1))\tan^2(\theta_0 - \theta_1)u_1^2 + (-\sin\theta_1(1+\tan^2(\theta_0-\theta_1)) \\ (1/d)(-\sin\theta_1 - \cos\theta_1 \tan(\theta_0 - \theta_1))\tan^2(\theta_0 - \theta_1)u_1^2 + (\cos\theta_1(1+\tan^2(\theta_0-\theta_1)) \end{bmatrix}$$
$$\begin{matrix} \times u_1 u_2 - \ell^d \cos\theta_1 u_2^2) \\ \times u_1 u_2 - \ell^d \sin\theta_0 u_2^2) \end{matrix} \Bigg] \quad (۳۱)$$

با جایگذاری رابطه (۲۹) و (۳۰) در (۲۶)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{z} = L_f^2 h(x) + D(x)\hat{D}^{-1}(x)(v_{in} - L_f^2 h(x)) + L_\zeta L_f h(x) \quad (۳۲)$$

که درآن، $L_\xi L_f h(x) = L_{\zeta_1} L_f h(x) + L_{\zeta_2} L_f h(x)$ می‌باشد. لازم به ذکر است که این جملات حاوی نامعینی‌های پارامتری و اغتشاشات خارجی هستند که به‌ترتیب در جملات حاوی $\zeta_1(x)$ و $\zeta_2(x)$ ظاهر می‌شوند. با اضافه و کم نمودن جمله $\bar{u}_a$ به عبارت (۳۲) و انجام ساده‌سازی‌های لازم، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\ddot{z} = \bar{u}_a + L_f^2 h(x) + (D(x)\hat{D}^{-1}(x) - I)\bar{u}_a + L_\zeta L_f h(x) \quad (۳۳)$$

که با جایگذاری رابطه (۳۰)، این عبارت به‌صورت خلاصه زیر قابل بازنویسی است:

$$\ddot{z} = v_{in} + R(x) + L_\zeta L_f h(x) \quad (۳۴)$$

جمله $\Re(x)$ به صورت $\Re(x) = (D(x)\hat{D}^{-1}(x) - I)\bar{u}_a$ بیان می شود. همان‌گونه که وا ضح ا ست، این جمله حاوی نامعینی‌های پارامتری ظاهر شده در $D(x)$ می‌باشد که به دلیل وجود نامعینی در جمله $g(x)$ ایجاد گردیده است.

در ادامه، به تشریح ساختار شبکه عصبی مورد نیاز جهت تخمین نامعینی‌های پارامتری پرداخته خواهد شد.

۷- تخمین نامعینی‌های پارامتری توسط شبکه عصبی

همان‌طور که ا شاره شد، نامعینی‌های پارامتری موجود در عبارت $\Re(x)$، با بهره‌گیری از یک شبکه ع صبی با تابع پایه شعاعی تخمین زده می شوند. در این نوع شبکه‌ها از تابع نمایی گاو سی به‌عنوان تابع پا سخ نورون‌ها ا ستفاده می شود. تابع نمایی جزء گروهی از توابعی است که هموار بوده و دارای بهترین خواص در تقریب‌سازی می‌باشد. این موضوع تضمین می‌کند که مجموعه‌ای از وزن‌ها وجود دارند که رابطه بین ورودی‌ها و بردارهای هدف را بهتر از هر مجموعه دیگر تقریب‌سازی می‌کنند. برای تابع پیوسته $f(x): U \to \Re^p$ که در آن $U \in \Re^q$ تعداد ورودی‌های شبکه می‌باشد، شبکه عصبی با تابع پایه شعاعی به‌صورت زیر قابل تعریف است [۲۸]:

$$f_j(x) = \sum_{r=1}^{l} W_{jr}\vartheta_r(x) + \varepsilon_j \qquad j = 1,2,\ldots,p \quad (۳۵)$$

که در آن:

$$\vartheta_r(x) = \exp\left(-\|x - \mu_r\|^2 / 2c_r^2\right) \qquad r = 1,2,\ldots,p \quad (۳۶)$$

جمله ε_j بیانگر خطای تخمین شبکه عصبی، p تعداد خروجی‌ها و l تعداد نرون‌ها در لایه مخفی می‌باشند. $\vartheta_r(x)$، rاُمین تابع با پایه گاوسی می‌باشد که در آن $\mu_r = (\mu_{r1}, \ldots, \mu_{rq})^T$، بیانگر بردار میانگین تابع گاوسی و c_r، معرف انحراف از معیار تابع گاوسی می‌باشد. لازم به ذکر است که منظور از تابع با پایه شعاعی تابعی است که مقدار آن به فاصله ورودی تا مرکز نورون‌ها وابسته است. بنابراین، به‌طور کلی تابعی که قرار است توسط شبکه عصبی با پایه شعاعی تخمین زده شود، به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$f(x) = W\vartheta(x) + \varepsilon \quad (۳۷)$$

که $f(x) = (f_1(x), \ldots, f_p(x))^T$، $W \in R^{p\times l}$ بیانگر ماتریس وزنی، $\vartheta(x) = (\vartheta_1(x), \ldots, \vartheta_l(x))^T$ و $\varepsilon = (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_p)^T$ می‌با شند. دقت شود که برقراری شرط $\|\varepsilon\| \le \beta_\varepsilon$ همواره ضروری ا ست که در آن β_ε یک ثابت مثبت ا ست. تخمین جمله‌های غیرخطی نامعلوم به‌صورت $\hat{f}(x) = \hat{W}\vartheta(x)$ معرفی می‌شود. $\hat{W} \in R^{2\times l}$ بیانگر تخمین ماتریس وزنی به‌صورت زیر می‌باشد که توسط قوانین تطبیق مناسب به‌روز رسانی می‌گردد:

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \hat{W}_{11} & \hat{W}_{12} & \hat{W}_{13} & \dots & \hat{W}_{1l} \\ \hat{W}_{21} & \hat{W}_{22} & \hat{W}_{23} & \dots & \hat{W}_{2l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{W}_1^T \\ \hat{W}_2^T \end{bmatrix} \qquad (۳۸)$$

با توجه به اینکه از پارامترهای موجود در عبارت $\Re(x)$ تنها متغیرهای حالت به‌طور کامل قابل اندازه‌گیری و در دسترس هستند، بردار حالت $x_W = x = (q, u)^T \in R^6$ به عنوان ورودی شبکه عصبی درنظر گرفته می شود و بنابر ورودی‌های اعمال شده، تقریب بردار $\Re(x) \in R^{2\times1}$ درخروجی به‌فرم زیر تولید می‌گردد:

$$\hat{\Re}(x/\hat{W}) = \hat{W}\vartheta(x) \qquad (۳۹)$$

در این مقاله، نورون‌ها در لایه مخفی با مرکزها و انحراف از معیار انتخابی با روش سعی و خطا به‌گونه‌ای تنظیم شده‌اند که خطای میانگین بین مقادیر تخمین زده شده توسط شبکه و مقادیر واقعی به کمترین مقدار رسد.

فرض ۶: برای وزن‌های ایده‌آل شبکه عصبی رابطه $\|\widehat{W}\|_F \leq \varpi_M$ برقرار است که در آن ϖ_M یک ثابت مثبت نامعلوم است.

نکته ۳: برای وزن‌ها و ورودی‌های شبکه عصبی، بر طبق روابط اول و دوم از رابطه زیر کران بالا در نظر گرفته می‌شود که C_1 و C_1 پارامترهای قابل تنظیم هستند. همچنین، بردار بهینه وزن‌های شبکه عصبی را می‌توان به‌شکل W^* تعیین نمود:

$$\begin{cases} U = \left\{ x_w \in R^6 : \|x_w\| \leq C_1 \right\}, \\ \Omega = \left\{ W \in R^l : \|W\| \leq C_2 \right\}, \end{cases}$$
$$W^* = \underset{W\in\Omega}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sup_{x\in\Omega} \left| \Re(x) - \hat{\Re}(x/\hat{W}) \right| \right\} \qquad (۴۰)$$

با توجه به اینکه $\widehat{W}$ تخمینی از W^* است، خطای تخمین وزن‌های شبکه عصبی به‌صورت $\widetilde{W} = W^* - \widehat{W}$ تعریف می‌گردد. همچنین، $\varepsilon(x) = (\varepsilon_1(x), \varepsilon_2(x))^T$، به عنوان خطای تخمین شبکه به‌صورت $\varepsilon(x) = \Re(x) - \widehat{\Re}(x|W^*)$ تعریف می‌شود. از طرفی، با توجه به رابطه (۳۷)، $\Re(x) = \varepsilon(x) + W^*\vartheta(x)$ حاصل می‌شود که با جایگذاری آن در رابطه (۳۴)، مشتق دوم خروجی به‌صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\ddot{z} = v_{in} + W^*\vartheta(x) + \alpha_d^* \qquad (۴۱)$$

که در آن، $\alpha_d^* = L_\zeta L_f h(x) + \varepsilon(x)$ می‌باشد. همان‌طور که در روابط (۱۸) ارائه شده در فرض ۵ اشاره شد، جملات موجود در عبارت $L_\zeta L_f h(x)$ شامل جملات حاوی نامعینی است که دارای کران بالا می‌باشند. بنابراین، با توجه به ماتریس‌های رابطه (۱۳)، کران بالای نامعینی به‌صورت زیر درنظر گرفته می‌شود:

$$\left\| L_\zeta L_f h(x) \right\| \leq \alpha_{d0} + \alpha_{d1}\|q\| + \alpha_{d2}\|u\|^2 + \alpha_{d3}\|\dot{s}\|\|u\| + \alpha_{d4}\|u\|. \qquad (۴۲)$$

از طرفی، همان‌طور که اشاره شد، برای خطای تخمین شبکه عصبی نیز کران بالا به‌صورت $\|\varepsilon\| \leq \beta_\varepsilon$ فرض می‌شود. بنابراین، کران بالای جمله α_d را می‌توان به‌صورت زیر درنظر گرفت:

$$\left\| \alpha_d^* \right\| \leq \bar{\alpha}_{d0} + \alpha_{d1}\|q\| + \alpha_{d2}\|u\|^2 + \alpha_{d3}\|\dot{s}\|\|u\| + \alpha_{d4}\|u\| \qquad (۴۳)$$

که $\alpha_{d0}, \dots, \alpha_{d4}$ ضرایب نامعلوم کران‌دار و $\bar{\alpha}_{d0} = \beta_\varepsilon + \alpha_{d0}$ است.

۸- طراحی کنترل‌کننده عصبی مقاوم تطبیقی زمان‌محدود

در این بخش، با درنظر گرفتن روابط و مدل به‌دست آمده از ترکیب روابط خطی‌سازی فیدبک با شبکه عصبی، یک کنترل‌کننده عصبی مقاوم تطبیقی زمان‌محدود، جهت پایداری سیستم حلقه‌بسته، در حلقه خارجی ارائه می شود. برای این منظور، با توجه به تعریف خطای ردیابی به صورت $e(t) = z - z_d$، خطای فیلتر شده (۴۴) به عنوان سطح مد لغزشی ترمینال به صورت زیر در نظر گرفته خواهد شد [۲۱]:

$$\dot{s}(t) = \ddot{e} + \beta_1\dot{e} + \beta_2\gamma \operatorname{diag}\left(|e|^{\gamma-1}\right)\dot{e} \qquad (۴۴)$$

و با مشتق‌گیری از آن، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$s(t) = \dot{e} + \beta_1 e + \beta_2 \operatorname{sig}(e)^\gamma = 0 \qquad (۴۵)$$

با دو بار مشـــتق‌گیری از خطای ردیابی رابطه $\ddot{e}(t) = \ddot{z} - \ddot{z}_d$ حاصـــل می‌شـــود. بنابراین، با درنظر گرفتن مشـــتق دوم خطا و جایگذاری رابطه (۴۱) در آن، مشتق خطای فیلترشده به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{s}(t) = v_{in} + W^{*}\vartheta(x) + \alpha_d^{*} - \ddot{z}_d + \beta_1\dot{e} + \beta_2\gamma \mathrm{diag}(|e|^{\gamma-1})\dot{e} \tag{۴۶}$$

جهت دست‌یابی به هدف کنترلی بیان شده در این مقاله، با توجه به لم ۱، لازم است v_{in} به‌گونه‌ای انتخاب گردد که $e = 0$ یک نقطه تعادل پایدار زمان‌محدود برای سیستم (۴۶) باشد. بر این اساس، با استفاده از مفهوم لیاپانوف تعمیم‌یافته مطرح شده در لم ۲، قانون کنترلی v_{in} به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$v_{in} = v_1 + v_2 + v_3$$
$$\begin{cases} v_1 = -K_0 s - K_1 \mathrm{sig}(s)^{\rho} \\ v_2 = \ddot{z}_d - \beta_1\dot{e} - \beta_2\gamma \mathrm{diag}(|e|^{\gamma-1})\dot{e} - \hat{W}\vartheta(x) \\ v_3 = -v_R \end{cases} \tag{۴۷}$$

که در این روابط، $K_1 = \mathrm{diag}(k_{1_1}, k_{1_2})$ و $K_0 = \mathrm{diag}(k_{0_1}, k_{0_2})$ بهره‌های کنترلی هســـتند. با توجه به اینکه درجه نســـبی سیستم غیرهولونومیکی ربات تراکتور- تریلر، $n - m = 2$ می‌باشد، جمله $\mathrm{sig}(s)^{\rho}$ به‌شکل زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \mathrm{sig}(s)^{\rho} &= [|s_1|^{\rho_1}\mathrm{sign}(s_1), |s_2|^{\rho_2}\mathrm{sign}(s_2)]^T \\ |s|^{\rho} &= [|s_1|^{\rho_1}, |s_2|^{\rho_2}]^T \end{aligned} \tag{۴۸}$$

که در این روابط، $0 < \rho_1, \rho_2 < 1$ ثابت‌های معلوم قابل تنظیم می‌باشند.

قانون کنترل مقاوم، $v_3 = -v_R$ جهت جبران نامعینی‌های موجود در جمله α_d^{*} به‌فرم تابعی از تخمین کران بالای این جملات، به‌صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$v_R = \Delta(s)(\hat{\bar{\alpha}}_{d0} + \hat{\alpha}_{d1}\|q\| + \hat{\alpha}_{d2}\|u\|^2 + \hat{\alpha}_{d3}\|\dot{s}\|\|u\| + \hat{\alpha}_{d4}\|u\|) \tag{۴۹}$$

که در این رابطه، $\Delta(s)$ به‌صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$\Delta(s) = \begin{cases} s/\|s\| & \mathrm{if}\,\eta \ge 1.5 \\ \left(\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right)\tanh\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right)\right)\frac{s}{\|s\|} & \mathrm{if}\,\eta < 1.5 \end{cases} \tag{۵۰}$$

و $\eta = ((\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|)\tanh(\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|))$ می‌باشد. وزن‌های شبکه عصبی و کران بالای جمله α_d^{*} توسط قوانین ارائه شده در (۵۱) و (۵۲) به‌روز رسانی خواهند شد:

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma_w s\vartheta^T(x) - \sigma_w\Gamma_w\hat{W} \tag{۵۱}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\bar{\alpha}}}_{d0} = \gamma_{\alpha_0}\|s\| - \sigma_{\alpha_0}\gamma_{\alpha_0}\hat{\bar{\alpha}}_{d0} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d1} = \gamma_{\alpha_1}\|s\|\|q\| - \sigma_{\alpha_1}\gamma_{\alpha_1}\hat{\alpha}_{d1} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d2} = \gamma_{\alpha_2}\|s\|\|u\|^2 - \sigma_{\alpha_2}\gamma_{\alpha_2}\hat{\alpha}_{d2} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d3} = \gamma_{\alpha_3}\|s\|\|\dot{S}(q)\|\|u\| - \sigma_{\alpha_3}\gamma_{\alpha_3}\hat{\alpha}_{d3} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d4} = \gamma_{\alpha_4}\|s\|\|u\| - \sigma_{\alpha_4}\gamma_{\alpha_4}\hat{\alpha}_{d4} \end{cases} \tag{۵۲}$$

که در آن‌ها، ماتریس مثبت معین $\Gamma_w = \mathrm{diag}(\gamma_{w1}, \dots, \gamma_{wl})$ و اعداد ثابت مثبت $\gamma_{\alpha_0}, \dots, \gamma_{\alpha_4}$ بهره‌های تطبیق قابل تنظیم هستند. همچنین، ثابت‌های مثبت کوچک σ_w و $\sigma_{\alpha_0}, \dots, \sigma_{\alpha_4}$ ضرایب اصلاح سیگما هستند که قوانین تطبیق را در مقابل اغتشاشات خارجی مقاوم می‌سازند.

در نهایت، از جایگذاری ورودی کنترلی (۴۷) و (۴۹) در رابطه (۴۶)، دینامیک خطای حلقه‌بسته به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{s} = -K_0 s - K_1\mathrm{sig}(s)^{\rho} + \tilde{W}\vartheta(x) + \alpha_d^{*} - (\Delta(s)(\hat{\bar{\alpha}}_{d0} + \hat{\alpha}_{d1}\|q\| + \hat{\alpha}_{d2}\|u\|^2 + \hat{\alpha}_{d3}\|\dot{s}(q)\|\|u\| + \hat{\alpha}_{d4}\|u\|) \tag{۵۳}$$

۸- تحلیل پایداری سیستم حلقه‌بسته

در این بخش، مبتنی بر روابط حا صل از الگوریتم کنترلی ع صبی مقاوم تطبیقی زمان‌محدود ارائه شده در بخش قبل، پایداری سیستم حلقه‌بسته، با طرح یک قضیه در دو گام بررسی خواهد شد. در گام اول کران‌داری سیگنال‌های حلقه‌بسته و در مرحله دوم همگرایی خطای ردیابی در زمان محدود به ناحیه کوچکی حول مبدأ، اثبات خواهد شد.

لم ۳ [۳۰]: برای هر بردار $\bar{a} \in R$ و عدد مثبت $0 < \delta < 1$ ، با فرض اینکه $\bar{a}^\delta = (a_1^\delta, \dots, a_L^\delta)^T$، رابطه زیر برقرار است:

$$\left\|\bar{a}^{\delta}\right\|^{2} = \sum_{i=1}^{L}(a_{i}^{2})^{\delta} \; 3 \; \left\|\bar{a}\right\|^{2\delta} = \left(\sum_{i=1}^{L} a_{i}^{2}\right)^{\delta} \tag{۵۴}$$

لم ۴ [۳۱]: برای هر اسکالر مثبت $x \in R$ و $0 < \beta < 1$، نامساوی زیر قابل بیان است:

$$\left(\sum_{i=1}^{m}|x_i|\right)^{\beta} \le \sum_{i=1}^{m}|x_i|^{\beta} \le m^{1-\beta}\left(\sum_{i=1}^{m}|x_i|\right)^{\beta} \tag{۵۵}$$

لم ۵ [۳۲]: برای ماتریس مثبت معین P و بردارهای $x \in R^n$، نامساوی ریلی-ریتز[۱۷]به‌صورت زیر برقرار است.

$$\lambda_{\min}\{P\}\|x\|^{2} \le x^{T}Px \le \lambda_{\max}\{P\}\|x\|^{2} \tag{۵۶}$$

که در این رابطه، $\lambda_{\max}$ و $\lambda_{\min}$ به‌ترتیب بزرگترین و کوچکترین مقدار ویژه ماتریس P هستند.

لم ۶[۳۲]: برای هر عدد ثابت k، بردارهای$x, y \in R^n$ و ماتریس مثبت معینP، نامساوی زیر برقرار است:

$$x^{T}Py \le \frac{1}{2k^{2}}\lambda_{\max}\{P\}\|x\|^{2} + \frac{k^{2}}{2}\lambda_{\max}\{P\}\|y\|^{2} \tag{۵۷}$$

لم ۷ [۲۱]: برای اعداد مثبت $a_1, \dots, a_n$ و ثابت کوچک $0 < p < 1$، نامساوی زیر برقرار است:

$$(a_1^2, \dots, a_n^2)^p \le (a_1^p, \dots, a_n^p)^2 \tag{۵۸}$$

لم ۸ [۲۸]: با توجه به تعریف نُرم برداری فروبنیوس به‌صورت $\|x\|_F = \sqrt{tr\{x^T x\}}$، ثابت می‌شود که برای هر بردار $x, y \in R^n$، نامساوی زیر برقرار است:

$$tr\{x^{T}y\} \le \frac{1}{2k^{2}}\|x\|_{F}^{2} + \frac{k^{2}}{2}\|y\|_{F}^{2} \tag{۵۹}$$

ق ضیه ۱: با درنظر گرفتن فرض‌های ۱ تا ۶، قانون کنترل عصـبی مقاوم تطبیقی خطی‌سـاز فیدبک زمان‌محدود ارائه شـده در رابطه (۴۷)، قادر ا ست که در ح ضور نامعینی‌های پارامتری و اغت شا شات خارجی، الف) پایداری یکنواخت سی ستم حلقه‌ب سته، کرانداری حالات سیستم (۱۳) و خطای ردیابی، ب) همگرایی خطای ردیابی در زمان محدود به ناحیه کوچکی $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ حول $s = 0$ را بر طبق لم‌های ۱ و ۲، تضمین نماید.

$$\delta_1 = \frac{\left\|\hat{\Re}(x/W^{*}) - \hat{\Re}(x/\hat{W})\right\| + \|\tilde{\rho}_{\alpha}\|}{\lambda_{K0}} \tag{۶۰}$$

$$\delta_2 = \left(\frac{\left\|\hat{\Re}(x/W^{*}) - \hat{\Re}(x/\hat{W})\right\| + \|\tilde{\rho}_{\alpha}\|}{\lambda_{K1}}\right)^{1/\rho} \tag{۶۱}$$

اثبات: تابع لیاپانوف V(t) به صورت تابعی از خطای ردیابی و خطاهای تخمین، به صورت زیر درنظر گرفته می شود و م شتق آن به‌صورت (۶۳) محاسبه می‌شود:

$$V(t) = \underbrace{\left(\frac{1}{2}s^{T}s\right)}_{V_1(t)} + \underbrace{\left(\frac{\tilde{\alpha}_d^{T}\Gamma_{\alpha}^{-1}\tilde{\alpha}_d}{2} + tr\left\{\frac{\tilde{W}^{T}\Gamma_{w}^{-1}\tilde{W}}{2}\right\}\right)}_{V_2(t)} \tag{۶۲}$$

$$\dot{V}(t) = \underbrace{\left(s^{T}\dot{s}\right)}_{\dot{V}_1(t)} + \underbrace{\left(\tilde{\alpha}_d^{T}\Gamma_{\alpha}^{-1}\dot{\tilde{\alpha}}_d + tr\left\{\tilde{W}^{T}\Gamma_{w}^{-1}\dot{\tilde{W}}\right\}\right)}_{\dot{V}_2(t)} \tag{۶۳}$$

که در این رابطه $\tilde{\alpha}_d = \alpha_d - \hat{\alpha}_d$ خطای تخمین کران بالای اغتشاشات است که به شکل $\tilde{\alpha}_d = (\tilde{\alpha}_{d0}, \ldots, \tilde{\alpha}_{d4})^T$ درنظر گرفته می‌شود. به‌علاوه، ماتریس Γ_α^{-1} به‌صورت $\Gamma_\alpha^{-1} = \mathrm{diag}(\gamma_{\alpha_0}^{-1}, \ldots, \gamma_{\alpha_4}^{-1})$ انتخاب می‌گردد.

با جایگذاری دینامیک خطای حلقه‌بسته ارائه شده در رابطه (۵۳) در مشتق تابع لیاپانوف، عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) = &-s^T K_0 s - s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho + s^T \tilde{W}\vartheta(x) + s^T\alpha_d^* - s^T\Delta(s)(\hat{\alpha}_{d0} + \hat{\alpha}_{d1}\|q\| + \hat{\alpha}_{d2}\|u\|^2 \\ &+ \hat{\alpha}_{d3}\|\dot{s}\|\|u\| + \hat{\alpha}_{d4}\|u\|) + \tilde{\alpha}_d^T\Gamma_\alpha^{-1}\dot{\tilde{\alpha}}_d + \mathrm{tr}[\tilde{W}^T\Gamma_w^{-1}\dot{\tilde{W}}]\end{aligned} \tag{۶۴}$$

همچنین، با جایگذاری عبارت اول از تابع دو وضعیتی $\Delta(s)$ ارائه شده در (۵۰) و با درنظر گرفتن کران بالای جمله α_d^* از رابطه (۴۳)، مشتق تابع لیاپانوف، با اندکی ساده‌سازی به‌صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) \le &-s^T K_0 s - s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho + s^T\tilde{W}\vartheta(x) + \tilde{\alpha}_{d0}(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d0}}{\gamma_{\alpha_0}} + \|s\|) + \tilde{\alpha}_{d1}(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d1}}{\gamma_{\alpha_1}} + \|s\|\|q\|) + \tilde{\alpha}_{d2} \\ &(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d2}}{\gamma_{\alpha_2}} + \|s\|\|u\|^2) + \tilde{\alpha}_{d3}(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d3}}{\gamma_{\alpha_3}} + \|s\|\|\dot{s}\|\|u\|) + \tilde{\alpha}_{d4}(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d4}}{\gamma_{d\alpha_4}} + \|s\|\|u\|) + \mathrm{tr}[\tilde{w}^T\Gamma_w^{-1}\dot{\tilde{w}}]\end{aligned} \tag{۶۵}$$

از طرفی، با مشتق‌گیری از خطای تخمین نامعینی و خطای تخمین وزن‌های شبکه عصبی نتیجه می‌شود که به ازای $K = 0, \ldots, 4$، $\dot{\tilde{W}} = -\dot{\hat{W}}$ و $\dot{\tilde{\alpha}}_{dK} = -\dot{\hat{\alpha}}_{dK}$. بر این اساس، با قرار دادن قوانین تطبیق ارائه شده در روابط (۵۲)، می‌توان نامساوی (۶۵) را به‌صورت زیر ساده‌سازی نمود:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) \le &-s^T K_0 s - s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho + \tilde{\alpha}_{d0}\sigma_{\alpha_0}\hat{\alpha}_{d0} + \tilde{\alpha}_{d1}\sigma_{\alpha_1}\hat{\alpha}_{d1} + \tilde{\alpha}_{d2}\sigma_{\alpha_2}\hat{\alpha}_{d2} + \tilde{\alpha}_{d3}\sigma_{\alpha_3}\hat{\alpha}_{d3} \\ &+ \tilde{\alpha}_{d4}\sigma_{\alpha_4}\hat{\alpha}_{d4} + \mathrm{tr}[\tilde{W}^T\sigma_w\hat{W}]\end{aligned} \tag{۶۶}$$

از طرفی، با توجه به لم‌های ۳ و ۵، می‌توان اثبات نمود که برای جملات $s^T K_0 s$ و $s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho$، روابط زیر برقرار هستند:

$$-s^T K_0 s \le -\lambda_{\min}\{K_0\}\|s\|^2 \tag{۶۷}$$

$$-s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho \le -\lambda_{\min}\{K_1\}\left(\sum_{i=1}^{2} s_i^2\right)^{\hat{\rho}} \tag{۶۸}$$

همچنین، از لم‌های ۳ و ۴، اثبات می‌شود که نامساوی زیر برقراراست:

$$(1/(2^{1-\hat{\rho}})^2)\|s^{\hat{\rho}}\|^2 \ge -\left(\sum_{k=1}^{2} s_k^2\right)^{\hat{\rho}} \tag{۶۹}$$

که در این رابطه، $\hat{\rho} = \rho + 1/2$ می‌باشد. درنهایت، از ترکیب روابط (۶۹) و (۷۰)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$-\lambda_{\min}\{K_1\}\|s\|^{\hat{\rho}\times 2} \le -\lambda_{\min}\{K_1\}(1/(2^{1-\hat{\rho}})^2)\|s^{\hat{\rho}}\|^2 \tag{۷۰}$$

بنابراین، عبارت (۶۷) به‌صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{V}(t) \le -\lambda_{\min}\{K_0\}\|s\|^2 - \lambda_{\min}\{K_1\}(1/(2^{1-\hat{\rho}})^2)\|s^{\hat{\rho}}\|^2 + \tilde{\alpha}^T{}_d\sigma_\alpha\hat{\alpha}_d + \mathrm{tr}\left[\sigma_w\tilde{W}^T\hat{W}\right] \tag{۷۱}$$

که در آن، σ_α به‌صورت $\sigma_\alpha = \mathrm{diag}\{\sigma_{\alpha_0}, \ldots, \sigma_{\alpha_4}\}$ بیان می‌شود.

از طرفی، با توجه به لم‌های ۶ و ۸ و نامساوی ریلی- ریتز در لم ۵، نامساوی‌های زیر برقرار هستند:

$$\mathrm{tr}\left\{\sigma_{Wi}\tilde{W}^T\hat{W}\right\} \le -(1 - 0.5/k^2)\sigma_W\left\|\tilde{W}\right\|_F^2 + 0.5k^2\sigma_W\left\|W^*\right\|_F^2 \tag{۷۲}$$

$$\tilde{\alpha}_d^T\sigma_\alpha\hat{\alpha}_d \le -(\lambda_{\min}\{\sigma_\alpha\} - 0.5\lambda_{\max}\{\sigma_\alpha\}/k^2)\|\tilde{\alpha}_d\|^2 + (0.5k^2\lambda_{\max}\{\sigma_\alpha\})\|\alpha_d\|^2 \tag{۷۳}$$

درنهایت، با جایگذاری روابط (۷۳) در نامساوی (۷۲)، مشتق تابع لیاپانوف به‌صورت خلاصه زیر به‌دست می‌آید:

$$\dot{V}(t) \le -c_m\|x_t(t)\|^2 + \eta_V \tag{۷۴}$$

که در آن، c_m و $x_t(t)$ به‌صورت زیر می‌باشند:

$$c_m = \min\{c_1, c_2, c_3, c_4\} \tag{۷۵}$$
$$x_t(t) = [s^T, \left(s^{\rho+1/2}\right)^T, W_{11}\ldots, W_{2l}, \tilde{\alpha}_{d0}, \ldots, \tilde{\alpha}_{d4}]$$

به‌گونه‌ای که در این روابط، c_1, c_2, c_3, c_4 و η_V به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} c_1 = \lambda_{min}\{K_0\} > 0,\ \ c_2 = \lambda_{min}\{\kappa_1\}(1/(2^{1-\bar{\rho}})^2) > 0 \\ c_3 = (1-0.5/k^2)\sigma_W > 0 \rightarrow k > \sqrt{2}/2 \\ c_4 = (\lambda_{min}\{\sigma_\alpha\} - 0.5\lambda_{max}\{\sigma_\alpha\}/k^2) > 0 \rightarrow k > \sqrt{\lambda_\delta/2} \\ \eta_V = (0.5k^2\lambda_{max}\{\sigma_\alpha\})\|\alpha_d\|^2 + 0.5k^2\sigma_{Wi}\|W^*\|_F^2 \end{cases} \tag{۷۶}$$

که در آن‌ها، $\lambda_\delta = \lambda_{max}\{\sigma_\alpha\}/\lambda_{min}\{\sigma_\alpha\}$ می‌باشـد. دقت شـود که مقادیر پارامترهای c_1, c_2, c_3, c_4 و η_V مثبت می‌باشـد و با انتخاب $\min\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$، بزرگ‌ترین مقدار منفی مشـتق تابع لیاپانوف تولید می‌گردد. به‌علاوه، با توجه به اینکه η_V دارای مقدار مثبت است، مشتق تابع لیاپانوف تنها در صورتی که رابطه $\|x_t(t)\| \le \sqrt{\eta_V/C_m}$ برقرار باشد، منفی خواهد شد. بنابراین، منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف در خارج مجموعه $\Omega_0 = \{x_t(t)|0 < \|x_t(t)\| \le \sqrt{\eta_V/C_m}\}$ تضمین شود. همچنین، از منفی شـدن مشـتق تابع لیاپانوف می‌توان نتیجه گرفت که $V(t)$ در خارج از این ناحیه نزولی اسـت و $\|x_t(t)\|$ نیز کران‌دارمی‌باشـد. بنابراین، تمامی حالات سـیسـتم، خطای تخمین پارامترها و خطای ردیابی درنهایت، به‌طور یکنواخت به ناحیه کوچکی اطراف صفر همگرا خواهند شد.

گام دوم: با توجه به رابطه (۶۲)، تابع لیاپانوف با حذف خطاهای تخمین به صورت $V_1(t) = s^Ts$ درنظر گرفته می شود. سپس، با جایگذاری خطای حلقه‌بسته (۵۳) در مشتق این تابع و اندکی ساده‌سازی عبارت زیر حاصل می‌شود:

$$\dot{V}_1(t) \le -s^TK_0s - s^TK_1 sig(s)^\rho + s^T\tilde{W}\vartheta(x) + \|s\|\tilde{\rho}_\alpha = s^T(W^*\vartheta(x) - \hat{W}\vartheta(x)$$
$$+ \frac{\tilde{\rho}_\alpha s}{\|s\|}) - s^TK_0s - s^TK_1 sig(s)^\rho \tag{۷۷}$$

که در آن، $\tilde{\rho}_\alpha = \rho_\alpha - \hat{\rho}_\alpha = \varpi_0\tilde{\alpha}_{d0} + \cdots + \varpi_4\tilde{\alpha}_{d4}$ می‌با شد و در این رابطه، $\varpi = (1, \|q\|, \|u\|^2, \|\dot{s}\|\|u\|, \|u\|)^T$ ا ست. نامساوی (۷۷) را می‌توان به یکی از دو صورت زیر بیان نمود:

$$\dot{V}_1(t) \le -s^T\underbrace{(K_0 - diag(W^*\vartheta(x) - \hat{W}\vartheta(x) + \frac{\tilde{\rho}_\alpha s}{\|s\|}))\times diag^{-1}(s))}_{\bar{k}_0}s - s^TK_1 sig(s)^\rho \tag{۷۸}$$

$$\dot{V}_1(t) \le -s^T\underbrace{(K_1 - diag((W^*\vartheta(x) - \hat{W}\vartheta(x) + \frac{\tilde{\rho}_\alpha s}{\|s\|}))\times diag^{-1}(sig(s)^\rho))}_{\bar{k}_1}sig(s)^\rho - s^TK_0s \tag{۷۹}$$

در این صورت، اگر بردار $\tilde{F}$ به‌صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$(W^*\vartheta(x) - \hat{W}\vartheta(x) + \tilde{\rho}_\alpha s/\|s\|) = \tilde{F} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2)^T \tag{۸۰}$$

با توجه به عبارت موجود در رابطه (۷۸)، مشـتق تابع لیاپانوف تنها زمانی منفی خواهد شـد که جمله $\bar{k}_0$، مثبت معین باشـد. بنابراین، لازم ا ست $\lambda_{K0} - |f_k|/|s| > 0$ با شد که در این صورت، عبارت $|s_k| \le |f_k|/|\lambda_{K0}|$، برای هرکدام از درایه‌های بردار s برقرار خواهد شد و در این صورت، همگرایی به ناحیه δ_1 به‌شکل زیر تضمین می‌شود:

$$\|s\|^2 = (s_1^2 + s_2^2) \le \frac{\tilde{f}_1^2 + \tilde{f}_2^2}{\lambda_{K0}^2} \rightarrow \|s\| \le \frac{\|W^*\vartheta(x) - \hat{W}\vartheta(x)\| + \|\tilde{\rho}_\alpha\|}{\lambda_{K0}} = \delta_1 \tag{۸۱}$$

همچنین، با توجه به عبارت موجود در رابطه (۷۹)، مشـتق تابع لیاپانوف تنها زمانی منفی خواهد شـد که جمله $\bar{k}_1$ مثبت معین باشد. بنابراین، لازم است $\lambda_{K1} - |f_k|/|s_k|^\rho > 0$ باشد که در این صورت، عبارت $|s_k|^\rho \le |f_k|/|\lambda_{K0}|$ برای هرکدام از درایه‌های بردار s برقرار خواهد شد و با توجه به لم ۷، همگرایی به ناحیه δ_2 به‌شکل زیر تضمین می‌شود:

$$\|s\|^{4\rho} = (s_1^2 + s_2^2)^{2\rho} \le (s_1^{2\rho} + s_2^{2\rho})^2 \le \left(\frac{\tilde{f}_1^{\,2} + \tilde{f}_2^{\,2}}{\lambda_{K1}^2}\right)^2 \rightarrow \|s\| \le \left(\frac{\|W^*\vartheta(x) - \hat{W}\vartheta(x)\| + \|\tilde{\rho}_\alpha\|}{\lambda_{K1}}\right)^{1/\rho} = \delta_2 \quad (۸۲)$$

که $\lambda_{K1} = \min\{k_{1_1}, k_{1_2}\}$ و $\lambda_{K0} = \min\{k_{0_1}, k_{0_2}\}$ می‌باشد.

درنهایت، با توجه به مثبت معین بودن جملات $\bar{k}_{1i}$ و $\bar{k}_{0i}$ و با درنظر گرفتن لم ۵، روابط زیر برای نام ساوی‌های موجود در روابط (۷۸) و (۷۹) قابل بیان است:

$$\dot{V}(t) \le -\lambda_{\min}\left\{\bar{k}_0\right\}\|s\|^2 - \lambda_{\min}\left\{K_1\right\}\|s\|^{\rho+1} \quad (۸۳)$$

$$\dot{V}(t) \le -\lambda_{\min}\left\{K_0\right\}\|s\|^2 - \lambda_{\min}\left\{\bar{k}_1\right\}\|s\|^{\rho+1} \quad (۸۴)$$

که این روابط در مقایسه با تابع لیاپانوف $V_1(t)$ در رابطه (۶۲)، به‌شکل زیر قابل بازنویسی هستند:

$$\dot{V}_1 \le -\psi_1 V_1 - \psi_2 V_1^{(\rho+1)/2} \quad (۸۵)$$

که ψ_1 و ψ_2 بر اساس رابطه (۷۸) و (۷۹) به‌ترتیب به‌شکل $\psi_2 = 2^{(\rho+1)/2}\lambda_{\min}\{K_1\}$، $\psi_1 = 2\lambda_{\min}\{\bar{k}_0\}$ و $\psi_2 = 2^{(\rho+1)/2}\lambda_{\min}\{\bar{k}_1\}$، $\psi_1 = 2\lambda_{\min}\{K_0\}$ می باشند. به این ترتیب، با توجه به لم ۲ می‌توان نتیجه گرفت که قانون کنترل پیشنهادی، شرایط مطرح شده در قضیه ۱ را برآورده نموده و بنابراین، زمان نشست به‌شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$T_s \le \frac{1}{\psi_1(1-(\rho+1)/2)} \ln \frac{\psi_1(V(t_0))^{1-(\rho+1)/2} + \psi_2}{\psi_2} \quad (۸۶)$$

نکته ۴: با توجه به این نکته که اثبات پایداری تنها با درنظر گرفتن عبارت اول از تابع دو وضعیتی $\Delta(s)$ صورت گرفت، لازم به ذکر است که تحلیل پایداری با توجه به رابطه دوم از این عبارت نیز به‌شکل زیر امکان‌پذیر است. به‌نحوی که با جایگذاری رابطه دوم از تابع $\Delta(s)$ در مشتق تابع لیاپانوف در رابطه (۶۴) و با قرار دادن کران بالای جمله α_{di}^*، این رابطه با انجام ساده‌سازی، به‌صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{V}(t) \le -s^T K_0 s - s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho + s^T \tilde{W}\vartheta(x) + s^T\rho_\alpha - \|s\|\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right)\tanh\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right)\hat{\rho}_\alpha + \tilde{\alpha}_d^{\,T}\Gamma_\alpha^{-1}\dot{\tilde{\alpha}}_d + \mathrm{tr}\left[\tilde{W}^T\Gamma_w^{-1}\dot{\tilde{W}}\right] \quad (۸۷)$$

که در آن، $\hat{\rho}_\alpha = \varpi^T\hat{\alpha}_d$ می‌باشد.

از طرفی، با توجه به اینکه در عبارت دوم از تابع $\Delta(s)$، شرط $(\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|)\tanh(\|s\|/\varepsilon_\alpha + \|s\|) < 1.5$ برقرار است، اگر عدد ثابت μ را به‌صورت زیر در نظر بگیریم:

$$1 \le \mu \le \left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right)\tanh\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right) \quad (۸۸)$$

آنگاه، می‌توان گفت که رابطه زیر بر قرار است:

$$s^T\rho_\alpha - \|s\|\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right)\tanh\left(\frac{\|s\|}{\varepsilon_\alpha + \|s\|}\right)\hat{\rho}_\alpha \le \mu s^T\rho_\alpha - \|s\|\mu\hat{\rho}_\alpha \quad (۸۹)$$

بنابر رابطه (۸۹)، عبارت (۸۷) به‌صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{V}(t) \le -s^T K_0 s - s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho + s^T\tilde{W}\vartheta(x) + \mu\|s\|\tilde{\rho}_\alpha + \tilde{\alpha}_d^{\,T}\Gamma_\alpha^{-1}\dot{\tilde{\alpha}}_d + \mathrm{tr}[\tilde{W}^T\Gamma_w^{-1}\dot{\tilde{W}}] \quad (۹۰)$$

که به‌شکل زیر قابل بازنویسی است:

$$\begin{aligned}\dot{V}(t) \le {} & -s^T K_0 s - s^T K_1 \mathrm{sig}(s)^\rho + \tilde{\alpha}_{d0}\left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d0}}{\gamma_{\alpha_0}} + \mu\|s\|\right) + \tilde{\alpha}_{d1}\left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d1}}{\gamma_{\alpha_1}} + \mu\|s\|\|q\|\right) + \tilde{\alpha}_{d2}\left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d2}}{\gamma_{\alpha_2}} + \mu\|s\|\|u\|^2\right) \\ & + \tilde{\alpha}_{d3}\left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d3}}{\gamma_{\alpha_3}} + \mu\|s\|\|\dot{s}\|\|u\|\right) + \tilde{\alpha}_{d4}\left(\frac{\dot{\tilde{\alpha}}_{d4}}{\gamma_{d\alpha_4}} + \mu\|s\|\|u\|\right) + \mathrm{tr}[\tilde{W}^T\Gamma_w^{-1}\dot{\tilde{W}}] + s^T\tilde{W}\vartheta(x)\end{aligned} \quad (۹۱)$$

و بر این اساس، با تغییر قوانین تطبیق، به‌صورت (۹۲)، کلیه مراحل اثبات پایداری در ادامه عبارت (۹۱) قابل بازنویسی است.

$$\dot{\hat{W}} = \Gamma_w s \vartheta^T(x) - \sigma_w \Gamma_w \hat{W}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\alpha}}_{d0} = \gamma_{\alpha_0} \mu \|s\| - \sigma_{\alpha_0} \gamma_{\alpha_0} \hat{\alpha}_{d0} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d1} = \gamma_{\alpha_1} \mu \|s\| \|q\| - \sigma_{\alpha_1} \gamma_{\alpha_1} \hat{\alpha}_{d1} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d2} = \gamma_{\alpha_2} \mu \|s\| \|u\|^2 - \sigma_{\alpha_2} \gamma_{\alpha_2} \hat{\alpha}_{d2} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d3} = \gamma_{\alpha_3} \mu \|s\| \|\dot{S}(q)\| \|u\| - \sigma_{\alpha_3} \gamma_{\alpha_3} \hat{\alpha}_{d3} \\ \dot{\hat{\alpha}}_{d4} = \gamma_{\alpha_4} \mu \|s\| \|u\| - \sigma_{\alpha_4} \gamma_{\alpha_4} \hat{\alpha}_{d4} \end{cases} \quad (۹۲)$$

از جایگذاری قوانین تطبیق (۹۲) در (۹۱) و با توجه به روابط (۶۸)، (۶۹) و (۷۱)، رابطه (۹۱) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{V}(t) \le -\lambda_{\min}\{K_0\}\|s\|^2 - \lambda_{\min}\{K_1\}(1/(2^{1-\bar{\rho}})^2)\|s^{\bar{\rho}}\|^2 + \tilde{\alpha}_d^T \sigma_\alpha \hat{\alpha}_d + tr\left[\sigma_w \tilde{W}^T \hat{W}\right] \quad (۹۳)$$

با توجه به تشابه رابطه (۹۳) با رابطه (۷۲)، ادامه روند اثبات به شکل روابط (۷۳) تا (۸۵) قابل پیگیری است و به دلیل اجتناب از تکرار روابط، از نوشتن مطالب مشابه در ادامه صرف‌نظر می‌شود.

۹- شبیه‌سازی

در این بخش، به‌منظور بررسی میزان اثربخشی الگوریتم پیشنهاد شده در این مقاله، با درنظر گرفتن یک مدل آزمایشگاهی از ربات تراکتور- تریلر با پارامترهای ارائه شده در جدول (۱)، شبیه سازی توسط نرم‌افزار متلب (MATLAB) انجام شده و نتایج آن ارائه شده است.

Table (1): Tractor-trailer robot parameters

جدول (۱): پارامترهای ربات تراکتور- تریلر

پارامتر	توصیف	مقدار
a_0, a_1	طول p_0c_0 و p_0c_1	۰/۰۱۵ ،۰/۰۵ m
2b	فاصله بین چرخ‌های تراکتور	۰/۸ m
m_1, m_0	جرم تریلر و تراکتور	۱۵ ،۱۵ kg
I_1, I_0	ممان‌های اینرسی	۲/۲ kgm^2
d	طول p_0p_1	۱/۵ m
r	شعاع چرخ‌ها	۰/۱۵ m

پس از چندین بار سعی و خطا، بهترین تنظیم ضرایب کنترل‌کننده مطابق جدول (۲) به‌دست آمده است. همان‌گونه که اشاره شد، قانون کنترل حلقه‌باز $u_{a_d} = [0.35, 0.25]^T$ جهت تولید مسیر مرجع مجازی به سیستم مجازی اعمال شده است. شرایط اولیه بردار حالت مطلوب و بردار حالت ربات پیرو به‌ترتیب رابطه (۹)، درنظر گرفته شده است.

$$x_d = (5,0,0,0,0,0)^T, \; x = (-4,5,0,0,0,0)^T \quad (۹۴)$$

همان‌گونه که اشاره شد، $\hat{D}(x)$ تخمینی از ماتریس دکوپله است که می‌توان به‌صورت ضریبی از آن مانند $0.5D(x)$ درنظر گرفت.

نامعینی غیرپارامتری سیستم به‌صورت مجموع اصطکاک ویسکوز به‌فرم $D_v = 0.5(u_1, u_2)^T$، اغتشاشات خارجی به‌صورت امواج سینو سی $\tau_d = 2(\sin(0.05t), \sin(0.05t))^T$ و اصطکاک کولمب به شکل $D_C = 2(\mathrm{sign}(u_1), \mathrm{sign}(u_2))^T$، در شبیه سازی لحاظ شده است. فاصله تا نقطه مرجع مجازی ۱/۵ متر، میانگین تابع گوسی $\mu_r = (-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4)^T$، انحراف از میانگین تابع گوسی، $c_r = 10(1,1,1,1,1,1,1,1,1)^T$ و تعداد نرون‌ها $l = 9$ درنظر گرفته شده است.

Table (2): Controller parameters

جدول (۲): پارامترهای کنترل‌کننده

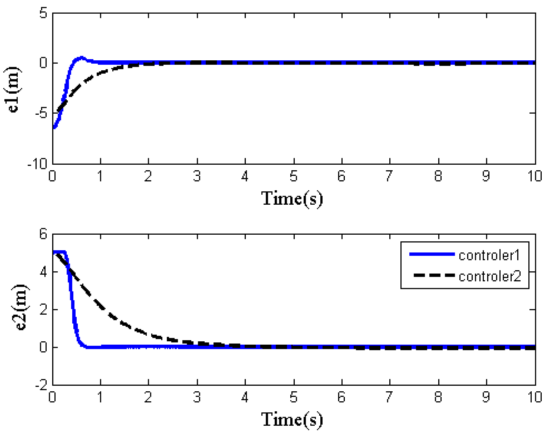
پارامتر	توصیف	مقدار
K_0	بهره کنترل‌کننده	$۸\ I_{2\times2}$
K_1	بهره کنترل‌کننده	$۵\ I_{2\times2}$
σ_W	ضریب اصلاح سیگما	۰/۷
$\sigma_{\alpha_0}, \dots, \sigma_{\alpha_4}$	ضرایب اصلاح سیگما	۰/۸، ۰/۸، ۰/۸، ۰/۸، ۰/۸
$\gamma_{\alpha_0}, \dots, \gamma_{\alpha_4}$	بهره تطبیق	۰/۹، ۰/۰۹، ۰/۰۹، ۰/۹، ۲
Γ_W	بهره تطبیق	$۵\ I_{2\times2}$
ε_{α_d}	ضخامت لایه مرزی	۲۰
β_1, β_2	پارامتر کنترل‌کننده	۲/۲،۵/۵
ρ	پارامتر کنترل‌کننده	۰/۶۳
γ	پارامتر کنترل‌کننده	۰/۷۵

به عنوان یک نکته قابل توجه، می‌توان به این مسأله اشاره نمود که اگر روند طراحی قانون کنترل (۴۷) با درنظر گرفتن سطح لغزش مشتقی (۹۵) تکرار شود [۳۳]، درنهایت منجر به تولید قانون کنترل مد لغزشی عصبی مقاوم تطبیقی در بستر خطی‌سازی فیدبک به‌صورت (۹۱) می‌شود که در آن جملات الگوریتم زمان‌محدود حضور ندارند.

$$v_{in} = v_1 + v_2 + v_3 \tag{۹۵}$$

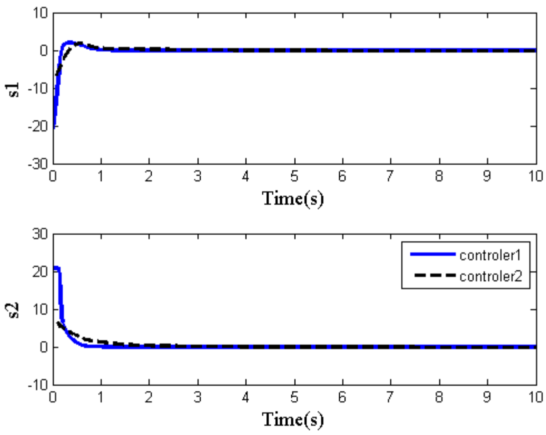
$$\begin{cases} v_1 = -K_0 s \\ v_2 = \ddot{z}_d - \beta_1 \dot{e} - \hat{W}\vartheta(x) \\ v_3 = -v_R \end{cases} \tag{۹۶}$$

بنابراین، جهت بررسی بهتر میزان تأثیرگذاری الگوریتم پیشنهاد شده در مقایسه با روش کنترلی مد لغزشی کلاسیک، شبیه‌سازی با کنترل‌کننده (۹۶) نیز طبق پارامترهای جدول (۲) و در شرایط یکسان انجام شده و نتایج حاصل شده با کنترل‌کننده اول مقایسه می‌شود. شکل‌های (۲) و (۳) به‌ترتیب، همگرایی خطاهای ردیابی و خطاهای فیلترشده به ناحیه بسیار کوچکی حول مبدأ را نمایش می‌دهند که در آن‌ها همگرایی سریع خطای ردیابی در روش کنترل زمان‌محدود و بهبود سرعت همگرایی خطا نسبت به مد لغزشی کلاسیک قابل مشاهده است.



شکل (۲): خطای ردیابی

Figure (2): Tracking error



شکل (۳): خطای فیلترشده

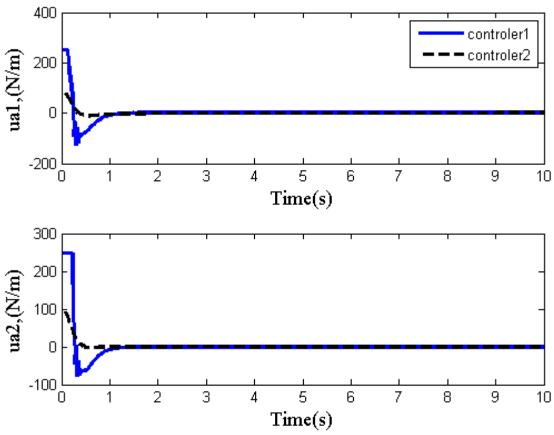
Figure (3): Filtered error

نکته ۵: در کنترل زمان‌محدود دامنه سیگنال ورودی در لحظات اولیه به میزان قابل توجهی افزایش پیدا می‌کند که در برخی مواقع ممکن است این افزایش دامنه، بیش از حد مجاز ورودی برای سیستم باشد که در این موارد می‌توان با محدود نمودن ورودی کنترلی بین مقادیر مجاز ورودی، از آثار نامطلوب این پرش دامنه جلوگیری نمود. ازطرفی، در کنترل زمان‌محدود مانند کنترل مد لغز شی کلا سیک، به دلیل وجود توابع ناپیو سته امکان ایجاد نو سانات فرکانس بالا در ورودی کنترلی وجود دارد که در این شرایط، محدودسازی ورودی کنترلی باعث افزایش نوسانات خواهد شد. بنابراین، برای داشتن یک سیگنال کنترلی هموار در محدوده معقول لازم است که ضمن محدود نمودن ورودی‌های کنترلی، یک تابع اشباع مناسب جهت دفع نوسانات در طراحی لحاظ شود [۲۱،۲۵،۲۶].

در این مقاله، با توجه به نوع سیستم، حد اشباع $\|u_a\| \leq 200\mathrm{Nm}$ برای ورودی‌های کنترلی لحاظ شده است و برای دفع نوسانات نیز تابع اشباع (۵۰) در ورودی کنترلی لحاظ شده است. شکل (۴) ورودی‌های کنترلی را با اعمال هریک از کنترل‌کننده‌های ۱ و ۲ نمایش می‌دهد. همان‌طور که واضح است، ورودی‌های کنترلی در حالت مد لغزشی کلاسیک، سیگنال‌های هموار هستند و در حالت زمان‌محدود نیز علی‌رغم افزایش دامنه نسبت به حالت مد لغز شی، ورودی‌ها هموار و در محدوده مجاز هستند.

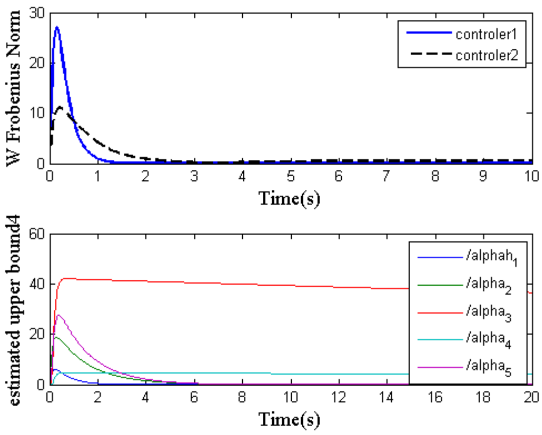
در شکل (۵)، به‌ترتیب همگرایی نُرم تخمین ماتریس وزن‌های شبکه ع صبی و تخمین کران بالای اغت شا شات و نامعینی‌های غیرپارامتری، نشان داده شده است. همان‌گونه که واضح است، تخمین ماتریس وزنی پس از مدتی به مقداری ثابت همگرا شده است و در نتیجه، تخمین ماتریس وزنی کران‌دار است. همچنین، تخمین ضرایب نامعلوم تابع محدودساز کران بالای اغتشاشات پس از مدتی به مقادیر ثابت مختلف میل نموده‌اند.

جهت بررسی انعطاف‌پذیری کنترل‌کننده در برابر تغییر شرایط اولیه، شبیه سازی با انتقال شرایط اولیه تراکتور- تریلر به نقطه $x = (-50,3,0,0,0,0)^T$، تکرار شده و نتیجه ردیابی مسیر با اعمال کنترل‌کننده (۴۷) در شکل (۸) ارائه شده است.



شکل (۴): ورودی‌های کنترلی

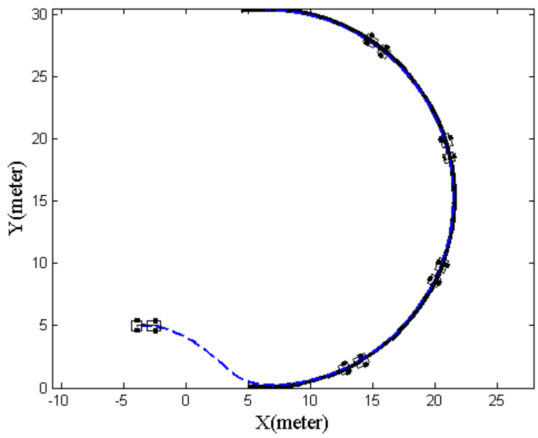
Figure (4): Control inputs



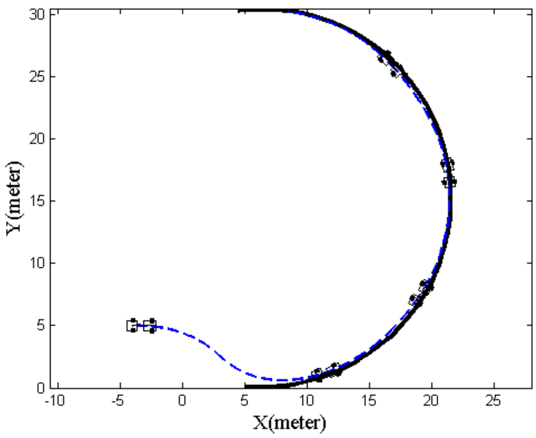
شکل (۵): (الف) تخمین اندازه فربنیوس ماتریس وزن‌های شبکه عصبی، (ب) تخمین کران بالای نامعینی.

Figure (5): (a) Frobenius norm of weight matrices estimation, (b) uncertainty upper bounds estimation

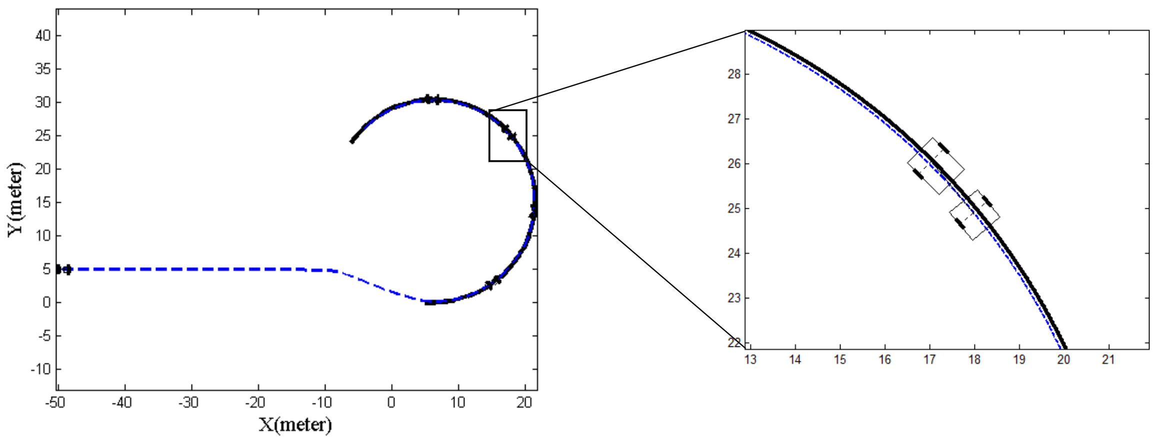
م سیر مطلوب و م سیر حرکت ربات با اعمال هریک از دو کنترل‌کننده اول و دوم به‌ترتیب در شکل‌های (۶) و (۷) نمایش داده شده ا ست که در آنها افزایش دقت و سرعت ردیابی در روش کنترلی زمان‌محدود نسبت به مدلغز شی کلا سیک به‌وضوح قابل مشاهده است.



شکل (۶): ردیابی مسیر مرجع در کنترل‌کننده اول
Figure (6): Reference trajectory tracking in the first controller



شکل (۷): ردیابی مسیر مرجع در کنترل‌کننده دوم
Figure (7): Reference trajectory tracking in the second controller



شکل (۸): ردیابی مسیر مرجع از یک فاصله دور
Figure (8): Reference trajectory tracking from a far distance

۱۰- نتیجه‌گیری و تحقیقات آینده

در این مقاله، الگوریتم کنترلی خطی سازی فیدبک ورودی – خروجی به مدل ربات متحرک چرخ‌دار تراکتور- تریلر اعمال شد. سپس، با طراحی یک قانون کنترل عصبی مقاوم تطبیقی زمان‌محدود در بستر ایجاد شده، مسأله ردیابی مسیر زمانی مرجع در حضور اغتشاشات، نامعینی‌ها و قیود غیرهولونومیک تا حد قابل توجهی حل گردید. الگوریتم کنترلی پیشنهادی، علاوه بر افزایش دقت ردیابی، افزایش نرخ همگرایی خطا و رسیدن به یک حالت پایدار دائمی در زمان محدود را برای سیستم حلقه‌بسته به همراه داشته است. با وجود اینکه افزایش دقت و سرعت از مشخصات غیرقابل انکار روش ارائه شده در این مقاله در مقایسه با سایر روش‌ها است، وجود نوسانات فرکانس بالای ناشی از محدود سازی ورودی‌های کنترلی، از معایب غیر قابل چشم‌پوشی این روش به شمار می‌رود. همانطور که نشان داده شد، این مشکل با استفاده از محدودسازی ورودی، تابع اشباع و تنظیم ضخامت لایه مرزی تا حدود زیادی قابل دفع است. گسترش و توسعه طرح کنترلی پیشنهادی به دسته وسیع‌تری از ربات‌های متحرک با رجوع به مرجع [۳۴] جهت‌گیری تحقیقات آتی نویسندگان را مشخص می‌کند. همچنین، کاهش خطر اشباع عملگرها با الهام گرفتن از نتایج به‌دست آمده در [۳۵] و [۳۶] می‌تواند به بهبود عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی کمک کند.

سپاسگزاری

از کلیه اع ضای محترم هیات تحریریه مجله مخ صو صاً از آقایان دکتر همایون مهدوی‌ن سب، دکتر مجید معظمی و دکتر ایمان صادق‌خانی و اداره انتشارات دانشگاه مخصوصاً سرکار خانم لیلی رضایی که در نشر و چاپ این نشریه کمک می‌کنند، صمیمانه سپاسگزاریم.

References

مراجع

[1] G. Campion, G. Bastin, B. Dandrea Novel, "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots", IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 12, no. 1, pp. 47-62, Feb. 1996 (doi: 10.1109/70.481750).

[2] K. Do, "Bounded controllers for global path tracking control of unicycle-type mobile robots", Robotics and Autonomous Systems, vol. 61, no. 8, pp. 775–784, Aug. 2013 (doi: 10.1016/j.robot.2013.04.014).

[3] K. Shojaei, " Neural adaptive PID formation control of car-like mobile robots without velocity measurements ", Advanced Robotics, vol. 31, no. 18, pp. 947-964, Sep. 2017 (doi: 10.1080/01691864.2017.1368413).

[4] Y. Qiu, B. Li, W. Shi, X. Zhang, "Visual servo tracking of wheeled mobile robots with unknown fxtrinsic parameters", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 66, no. 11, pp. 8600-8609, Nov 2019, (doi: 10.1109-/TIE.2019.2891407).

[5] W. Abbasi, FU. Rehman, I. Shah, A. Rauf, "Stabilizing control algorithm for nonholonomic wheeled mobile robots using adaptive integral sliding mode", International Journal of Robotics and Automation, vol. 34, no. 1, pp. 1-8, Jan 2019 (doi: 10.2316/J.2019.206-4803).

[6] M. Chen, "Disturbance attenuation tracking control for wheeled mobile robots with skidding and slipping", IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 64, no. 4, pp. 3359–3368, April 2017 (doi: 10.1109/TIE.2016.261-3839).

[7] Z. Wang, L. Wang, H. Zhang, L. Vlacic, Q. Chen, "Distributed formation control of nonholonomic wheeled mobile robots subject to longitudinal slippage constraints", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, Jun. 2019 doi: (10.1109/TSMC.2019.2911975).

[8] LN. Tan, "Event-triggered distributed H∞ control of physically interconnected mobile Euler–Lagrange systems with slipping, skidding and dead zone", IET Control Theory & Applications, vol. 14, no. 1, pp. 438 – 451, Feb 2020 (doi: 10.1049/iet-cta.2019.0409).

[9] Y-W. Lin, R-J. Wai, "Design of adaptive moving-target tracking control for vision-based mobile robot", Proceeding of the IEEE/CICA, pp. 194-199, Singapore, April 2013 (doi: 10.1109/CICA.2013.6611684).

[10] M. Cui, H. Liu, W. Liu, Y. Qin, "T an adaptive unscented kalman filter-based controller for simultaneous obstacle avoidance and tracking of wheeled mobile robots with unknown slipping parameters", Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 92, no. 1, pp. 489-504, Dec. 2018 (doi: 10.1007/s10846-017-0761-9).

[11] S. Tong, B. Huo, and Y. Li, "Observer-based adaptive decentralized fuzzy fault-tolerant control of nonlinear large-scale systems with actuator failures", IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol. 22, no. 1, pp. 1–15, Feb. 2014 (doi: 10.1109/TFUZZ.2013.2241770).

[12] N. Nikdel, S. Ghaemi, "Tracking control of nonholonomic mobile robot based on neural networks and feed-back linearization", International Journal on Technical and Physical Problems of Engineering, vol. 5, pp. 118-123, 2013.

[13] NT. Binh, NA. Tung, DP. Nam, NH. Quang, "An adaptive backstepping trajectory tracking control of a tractor trailer wheeled mobile robot", International Journal of Control, vol. 17, no. 1, pp. 465–473, Feb. 2019 (doi: 10.1007/s12555-017-0711-0).

[14] M. Falsafi, K. Alipour, B. Tarvirdizadeh, "Fuzzy motion control for wheeled mobile robots in real-time", Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering, vol. 8, no. 2, pp. 133-144, Feb. 2019 (doi: 10.22061/jcarme.2018.2204.1205).

[15] W. Shi, M. Zhang, W. Guo, L. Guo, "Stable adaptive fuzzy control for MIMO nonlinear systems", Computers and Mathematics with Applications, vol. 62, no. 7, pp. 2843-2853, Oct. 2012 (doi: 10.1016/j.camwa.2011.0-7.050).

[16] K. Xia, H. Gao, L. Ding, G. Liu, Z. Deng, "Trajectory tracking control of wheeled mobile manipulator based on fuzzy neural network and extended Kalman filtering", Neural Computing and Applications, vol. 30, no. 2, pp. 447-462, Jul. 2018 (doi: 10.1007/s00521-016-2643-7).

[17] H. Chang, Q. Meng, "Trajectory tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots", Proceeding of the IEEE/ICINFA, pp. 688-692, Harbin, June 2010 (doi: 10.1109/ICINFA.2010.5512422).

[18] F. Pourboghrate, M.P. Karlsson, "Adaptive control of dynamic mobile robots with nonholonomic constraints",

computers and electrical engineering, vol. 28, no. 4, pp. 241-250, July 2002 (doi: 10.1016/S0045-7906(00)00-053-7).
[19] F. N, Martins, et al., "An Adaptive dynamic controller for autonomous mobile robot trajectory tracking", Control Engineering Practice, vol. 16, no. 11, pp. 1354 –1363, Nov. 2008 (doi: 10.1016/j.conengprac.2008.0-3.004).
[20] K. Shojaei, A. M. Shahri, B. Tabibian, "Design and implementation of an inverse dynamics controller for uncertain nonholonomic robotic systems", Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 71, no. 1, pp. 65-83, Jul. 2013 (doi: 10.1007/s10846-012-9762-x).
[21] Sh. Yu, X.Yu, B. Shirinzadeh, Zh. Man, "Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode", Automatica, vol. 41, no. 11, pp. 1957-1964, Nov. 2005 (doi: 10.1016/j.automatica.20-05.07.001).
[22] D. Zhao, Sh .Li, F. Gao, "A new terminal sliding mode control for robotic manipulators", International Journal of Control, vol. 82, no. 10, pp. 1804–1813, Aug. 2009 (doi: 10.1080/00207170902769928).
[23] M. Cai, Z. Xiang, J. Guo, "Adaptive finite-time control for uncertain nonlinear systems with application to mechanical systems", Nonlinear Dynamics, vol. 84, no. 2, pp. 943–958, April 2016 (doi: 10.1007/s11071-015-2541-z).
[24] L. Xin, Q. Wang, J. She, Y. Li, "Robust adaptive tracking control of wheeled mobile robot", Robotics and Autonomous Systems, vol. 78, no. 1, pp. 36–48, April 2016 (doi: 10.1016/j.robot.2016.01.002).
[25] Sh. Peng, W. Shi, "Adaptive fuzzy integral terminal sliding mode control of a nonholonomic wheeled mobile robot", Mathematical Problems in Engineering, vol. 84, no. 2, pp. 1-12, 2017 (doi: 10.1155/2017/3671846).
[26] M. Vijay, D .Jena, "Backstepping terminal sliding mode control of robot manipulator using radial basis functional neural networks", Computers & Electrical Engineering, vol. 29, no. 1, pp. 690–707, April 2018 (doi: 10.1016/j.compeleceng.2017.11.007).
[27] A. Keymasi Khalaji, and S. A. A. Moosavian, "Robust adaptive controller for a tractor–trailer mobile robot", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 19, no. 3, pp. 943-953, Jun. 2014 (doi: 10.1109/TMECH.20-13.2261534).
[28] K. Shojaei, "Neural network formation control of a team of tractor–trailer systems," Robotica, vol. 36, no.1, pp. 39-56, Jan. 2018 (doi: 10.1017/S0263574717000145).
[29] D. Wang, G. Xu, "Full-State tracking and internal dynamics of nonholonomic wheeled mobile robots," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 8, no. 2, pp. 1083-4435, Jun. 2003 (doi: 10.1109/TMECH2-003.812832).
[30] M. Galicki, "Finite-time control of robotic manipulators", Automatica, vol. 51, no. 2, pp. 49–54, Jan. 2015 (doi: 10.1016/j.automatica.2014.10.089).
[31] M. Cai, Z. Xiang, Jian. Guo, "Adaptive finite-time consensus protocols for multi-agent systems by using neural networks", IET Control Theory & Applications, vol. 10, no. 4, pp. 371-380, Feb. 2016 (doi: 10.1049/iet-cta.2015.0915).
[32] H. Khalil, Nonlinear systems, Englewood cliffs, third edition, Prentice Hall, 2002.
[33] A. Keymasi Khalaji, S.A.A. Moosavian, “Design and implementation of a fuzzy sliding mode control law for a wheeled robot towing a trailer”, Modares Mechanical Engineering, vol. 14, no. 4, pp.81-88, 2014 (In Persian).
[34] K. Shojaei, “Neural adaptive output feedback formation control of type (m,s) wheeled mobile robots,” IET Control Theory and Applications, vol. 11, no. 4, pp. 504-515, March 2017 (doi: 10.1049/iet-cta.2016.0952).
[35] K. Shojaei, “Saturated output feedback control of uncertain nonholonomic wheeled mobile robots,” Robotica, vol. 33, pp. 87-105, Jan. 2015 (doi: 10.1017/S0263574714000046).
[36] K. Shojaei, “Three-dimensional neural network tracking control of a moving target by underactuated autonomous underwater vehicles”, Neural Computing and Applications, vol. 31, no. 2, pp. 509-521, Feb. 2019 (doi: 10.1007/s00521-017-3085-6).

زیرنویس‌ها:

1. Underactuated
2. Path-following
3. Cartesian space
4. Trajectory tracking
5. Stabilization
6. Sliding and skidding
7. Dead zone
8. Lock-in-place
9. Loss of effectiveness

10. Passivity
11. Singular perturbation
12. Backlash
13. Singularity
14. Switching
15. Chattering
16. On-axle hitching
17. Rayleigh-Ritz inequality