

## چارچوب مفهومی کاربرد ریاضیات در مطالعات کمی مدیریت «مورد مطالعه: مدلسازی ریاضی و کامپیوتری در دانش مالی»

دکتر فریدون رهنمای رودپشتی<sup>۱</sup>

دکتر محمد جلیلی<sup>۲</sup>

دکتر فرهاد حسینزاده لطفی<sup>۳</sup>

### چکیده

دانش مالی یک رشته دانشگاهی رایج و بسیار مورد توجه می‌باشد که تلاشهای تخصصی زیادی را در سالهای اخیر به سمت خود معطوف نموده است. پیچیده شدن روزافزون بازارهای مالی، طراحی ابزارهای مالی جدید و فناوری رایانه، نیاز فعالان در حوزه کسب و کار را به ریاضیات دو چندان نموده است. ریاضیات علاوه بر اینکه برای تحلیل مسائل مالی حیاتی می‌باشد، در واقع یک زبان محسوب می‌گردد که ارتباطات میان مفاهیم، تکنیکها و نتایج مالی را بیان می‌نماید. با این وجود هنوز هم بسیاری از افراد با عدم اطمینان از رویکرد ریاضی بهره می‌گیرند و پیچیدگی آن احساس ناخوشایندی را برای آنان فراهم می‌کند. در بسیاری از موارد برای مواجهه با تحلیلهای مالی، به ندرت اصول اولیه و بدیهی ریاضیات مورد استفاده قرار می‌گیرد و یادگیری ابزارها و تکنیک‌های جدیدتری از ریاضیات ضرورت می‌یابد. در این مقاله چارچوب کلی کاربرد ریاضیات به عنوان یکی از ابعاد اصلی روشهای کمی در مطالعات مدیریت با مطالعه موردی «دانش مالی و سرمایه‌گذاری» مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

### واژگان کلیدی

مطالعات کمی مدیریت، مدلسازی ریاضی و کامپیوتری، دانش مالی.

1. دانشیار و عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز rahnama@iau.ir

2. استادیار و عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ابهر mohammadjalilee@yahoo.com

3. استاد و عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

## 1- مقدمه

با اعطای جایزه نوبل اقتصاد در سال 1990 میلادی به سه ریاضی‌دان، چشم‌انداز نوینی در مقابل چشمان پژوهش‌گران گشوده شد و عملاً شاخه جدیدی از علوم متولد شد:

2- نظریه مالی<sup>1</sup>

این نظریه تلاش می‌کند تا سازوکار حاکم بر بازار مالی و چگونگی کارآمدتر کردن آن را بررسی و مطالعه کند. این رشته نوظهور اصولی را که بر بازارهای مالی حکم فرماست توضیح می‌دهد و آن‌ها را روزآمد می‌کند و در این راستا بیش از هر چیز از ریاضیات بهره می‌گیرد. تعامل این دو رشته (ریاضیات و نظریه مالی) تا بدان جا پیش رفته است که مسائل مالی امروزی در زمره پژوهش‌های راهبردی در ریاضیات است.

ریاضیات مالی در مرز مشترک دانش‌هایی نظیر ریاضیات، آمار، اقتصاد، تحقیق در عملیات، علوم رایانه و حتی فیزیک با سرعتی فزاینده در حال پیشروی است. این رشته رابطه نزدیکی با رشته اقتصاد مالی دارد. در اقتصاد مالی بیشتر مباحث تئوری مطرح است اما در این رشته به مدل‌های ریاضی در تجربه‌های عملی توجه می‌شود. به عنوان مثال در حالی که یک اقتصاددان مالی دلایل زیر ساختی این موضوع را که چرا قیمت سهام یک شرکت مقداری مشخص است، بررسی می‌کند، ریاضی‌دان مالی قیمت سهام مذکور را همان طور که هست می‌پذیرد و سپس تلاش می‌کند تا به کمک محاسبات فرآیندهای تصادفی، ارزش متعارفی از موجودی‌های مشتقه بدست آورد.

از تحولات قابل توجه در تبیین اهمیت ریاضیات در دانش مالی، می‌توان به نقش کامپیوتر در ریاضیات اشاره کرد که یکی از چالش‌هایی است که در کلاسهای مدیریت مالی مشاهده می‌گردد. به سختی می‌توان دانشجویان مدیریت مالی را قانع نمود که مسائل ریاضی را نمی‌توان صرفاً با استفاده از کامپیوتر حل نمود. کامپیوترها نمی‌توانند تشخیص دهند که چه نوع از مسائل بوسیله چه نوع از تکنیکها قابل حل است. کامپیوترها فقط قادرند عملیات غیر فکری را دقیقاً آنگونه که برنامه ریزی شده است، انجام دهند ولی نمی‌توانند شایستگی راه‌حل را تشخیص دهند. همچنین کامپیوترها کاربردهای نتایج حاصل شده از عملیات ریاضی را

درک نمی‌کنند. تحلیل‌گر مالی به عنوان کاربر باید مسئله را فرموله نماید، تکنیک راه حل را تعیین و نتایج خروجی را تفسیر کند. در نتیجه کامپیوترها صرفاً در حد انجام عملیات تکراری مشخص شده توسط کاربر کارایی دارند. کاربر باید تمام جنبه‌های مساله و نتایج آن را بشناسد، راه حل را فرموله کند و نتایج را تفسیر نماید.

تحلیل‌های مالی در یک محیط نامطمئن و رقابتی و با کنار هم گذاشتن تعداد زیادی افراد، کسب و کارها، دولتها و سایر موسسات انجام می‌شود. این شرایط وقتی که با زمان و دوره‌های زمانی متعدد ترکیب می‌شود، بر پیچیدگی موضوع می‌افزاید. از آنجاییکه پیچیدگی محیط مالی امری رایج است لذا تحلیل آن نیز نیازمند کاربرد انواع مختلفی از ابزارهای ریاضی از ساده‌ترین موارد مانند محاسبات اولیه، جبر و حسابان تا پیچیده‌ترین‌ها مانند فرآیندهای تصادفی، روشهای عددی، تئوری بازی‌ها و آشوب و دینامیک غیر خطی است.

### 3- مدل‌سازی ریاضی و کامپیوتری در دانش مالی

تحلیل مالی با مدل‌سازی مالی آغاز می‌گردد. یک مدل در واقع ساختار ایده آل یا شبیه‌سازی شده برای توصیف روابط میان متغیرها یا عوامل است. برای مثال مفاهیم ریاضیات پایه تقریباً برای اغلب تحلیل‌های مالی ضروری هستند و مدل‌های ارزیابی نیز در تصمیمات سرمایه‌گذاری و بودجه‌بندی سرمایه‌ای کاربرد دارند. کاربرد مدل‌ها در دانش مالی امری ضروری است زیرا تحلیل مستقیم بازارها فوق‌العاده مشکل و پیچیده است. به عنوان مثال در فرآیند ارزیابی سهام عوامل متعددی مانند اقتصاد، سیاست، روانشناسی انسانی و غیره می‌توانند مورد توجه قرار گیرند که در عمل انجام آن غیرممکن است. از اینرو با استفاده از مدل‌سازی مالی می‌توان صرفاً عوامل و متغیرهای کلیدی را در نظر گرفت. مدل‌ها به تحلیلگر اجازه می‌دهند تا شرایط دنیای واقعی را ساده نمایند تا با سهولت قابل مطالعه و فهم باشد. تصمیم‌سازان مالی برای حل مسائل معمولاً یا از مدل‌های موجود استفاده می‌کنند یا نسبت به ایجاد مدل‌های جدید اقدام می‌کنند. هدف مدل مالی این است که موقعیت مالی واقعی را شبیه‌سازی نموده یا مشابه آن رفتار نماید. برای ساخت مدل مالی بخشی از شرایط محیط واقعی که تاثیر کمتری در نتایج تصمیمات دارند، نادیده گرفته می‌شوند. تحلیل‌گر روی آن دسته از متغیرهایی تمرکز می‌نماید که ارتباط بیشتری با موقعیت مورد نظر دارند.

## 4- بحث نظری درباره تئوری مالی

دانش مالی همانند بسیاری از علوم دیگر، بر پایه مجموعه‌ای از تئوریه‌ها و مدلها قرار دارد. دانش مالی در ابتدای قرن بیستم به عنوان یک زیر شاخه از اقتصاد خرد مطرح گردید و تا دهه 1950 در چارچوب مدل‌های توصیفی و با نگرش مؤسسه‌ای باقی ماند. در نیمه دوم قرن بیستم دانش مالی با تحول عمده‌ای مواجه شده و در قالب تئوریه‌ها و مدل‌های مختلف شکل گرفت. برخی از تئوریه‌ها و مدل‌های مالی تا اندازه‌ای در اقتصاد اثرگذار بودند که جایزه نوبل به آنان اختصاص یافت:

- تئوری (فرانکو مودیلیانی و مرتون میلر 1990)<sup>1</sup>
  - تئوری پرتفوی (هری مارکوویتز 1990)
  - مدل قیمت گذاری داراییهای سرمایه‌ای (ویلیام شارپ 1990)
  - مدل قیمت گذاری اختیار معامله (میرون شولز و مرتون رابرت 1997)
- علاوه بر موارد فوق، برخی نظریه‌ها و مدل‌های مالی مهم عبارتند از:
- تئوری بازار کارا
  - تئوری قیمت گذاری آربیتراژ
  - تئوری نمایندگی
  - مدل ارزشیابی سود نقدی گوردون
  - مدل اطلاعات نامتقارن و علامت‌دهی

چرا مطالعه نظریه‌ها و مدلها دارای اهمیت است؟ ما می‌دانیم که اغلب میان تئوری و واقعیت فاصله زیادی وجود دارد و بسیار شنیده‌ایم که گفته می‌شود: تئوری تئوری است و عمل عمل است. حتی عده‌ای معتقدند همه تئوریهایی که در کلاسهای درس مورد مطالعه قرار می‌گیرند، در عمل فاقد کاربرد هستند. بنابراین به نظر می‌رسد که همیشه میان تئوری و عمل فاصله وجود دارد. با این توصیف چرا تئوریه‌ها و مدلها با این وسعت در مراکز علمی و دانشگاهی مورد مطالعه قرار می‌گیرند؟ بحث درباره ضرورت یادگیری تئوری نه تنها در دانش مالی بلکه در همه علوم ضروری است.

در پاسخ به سؤال فوق می‌توان گفت آموزش نظری و تئوریک صرف نظر از اینکه آن را مناسب بدانیم یا نه، یکی از اجزای ضروری آموزش است. علم و دانش که زمینه‌های گسترده‌ای را برای آموزش فراهم می‌کند در واقع همیشه به دنبال یافتن تئوریهای بهتر می‌باشد. هدف نهایی از مطالعه هر موضوعی این است که ما قصد داریم دنیای خود را بهبود بخشیم و تکامل بشری را به همراه داشته باشد. متأسفانه دنیا از جنبه‌های مختلف بطور غیرقابل‌تصور پیچیده می‌باشد. بنابراین اولین قدم برای رسیدن به هدف یعنی بهبود و توسعه جهان، شناخت این پیچیدگی است. باید بتوانیم رویدادها را آنگونه که هستند، تبیین نماییم. به عنوان مثال رفتار شرکتها و مدیران مالی را تبیین نموده و دلایل آن را به روش علمی توضیح دهیم. برای تحقق این هدف به یک ابزار و وسیله نیاز داریم تا بتوانیم با آن ماهیت و چیستی موقعیتهای مختلف، رویدادها، پدیده‌ها، فرآیندها، رشد و نموها و رفتارهای مورد علاقه را تشخیص دهیم. این رویکرد در صورتی امکان‌پذیر است که با استفاده از ابزارهای ساده سازی، بتوان پدیده‌ها را از اصالت و حقیقت آنها متنوع نمود. این ابزارها مجموعه‌ای از مفروضات اولیه هستند که با استفاده از آنان می‌توان مسائل پیچیده را ساده نمود. به عنوان مثال در مواجهه با یک بازار مالی بسیار پیچیده می‌توان یک تئوری را بنیان نهاد که مبتنی بر این فرض باشد: «فرض کنید این بازار یک بازار کامل است». مفروضات اگرچه ممکن است غیر واقعی و ذهنی باشند اما به هر حال ساده و مناسب هستند و در واقع برای رسیدن به اصل موضوعات و ماهیت مسائل و پدیده‌ها استفاده از آنها امری اجتناب‌ناپذیر است.

از این منظر یک مدل مالی و یک مدل نمایش داده شده در آگهی‌های تجاری تلویزیونی یا نمایش مُد اگرچه از لحاظ ظاهر با هم تفاوت دارند (مدل مالی شکل و ظاهر نیرومندی دارد و مدل نمایشی ظاهر و قیافه‌ای خوشایند بینندگان) اما از نظر کارکرد مشابه هم هستند. در هر دو حالت برای نمایش ماهیت و اصالت از یک مدل استفاده می‌کنند که البته مفروضات این دو مدل با هم متفاوت است. همانطور که انسانها با اشکال، اندازه، رنگ و بوهای متفاوت ظاهر می‌شوند، شرکتها نیز الگوهای مشابهی دارند. البته بطور یقین نمی‌توان همه این ابعاد متفاوت را بطور تفصیلی و هم زمان مورد توجه قرار داد. بنابراین باید یک نمونه یا نماینده‌ای<sup>1</sup> را انتخاب نمود و شرایط را در نظر گرفت که این نماینده درست عمل نماید.

همانطور که یک مدل مانکن یک محصول یا یک لباس را تبلیغ نموده و نمایش می‌دهد یک مدل مالی نیز رفتار یک شرکت یا بنگاه اقتصادی را در بازار مالی توضیح می‌دهد. با همه این توضیحات، یک مدل در واقع چیزی نیست جز یک مدل!

در زندگی ما انواع مختلفی از مدلها وجود دارند. برخی بعنوان مدلهای فیزیکی اشیائی مانند خودروها، منازل، ماشینها و وسایل مطرح هستند. برخی دیگر مدلهای مفهومی، ریاضی، گرافیکی یا توصیفی مانند معادلات، نقشه‌ها، نرم‌افزارهای کامپیوتری، طرح‌ها، تصاویر، عکس‌ها، نمودارها و گراف‌ها می‌باشند. صرف نظر از ماهیت آنان، نباید فراموش کرد که این مدلها لزوماً انعکاس دقیق و کاملی از همه جزئیات واقعیت‌ها مانند تفاوت‌های فردی، ترجیحات، نیازها و اهداف را منعکس نمی‌نمایند. این مدلها تصویر کلی را فراهم می‌نمایند که بطور عملی و کاربردی، تفاوت‌های واقعیت را پوشش می‌دهد. مدل‌های مالی اغلب مدل‌های ریاضی هستند. اگر چه ممکن است این موضوع خبر جالبی برای کسانی که با ریاضیات مانوس نیستند، نباشد، اما به هر حال مدل‌های ریاضی یک مزیت دقیق و آشکاری دارند که آنان را قادر می‌سازد اطلاعات مناسبی از روابط بین متغیرها فراهم نمایند. در یک مدل ریاضی، بطور معمول یک رابطه مشخص میان متغیرهای وابسته و مستقل فرموله می‌شود. متغیرهای مستقل (که همچنین تحت عناوین پارامتر، متغیرهای نامتجانس و شوک دهنده<sup>1</sup>، یا متغیر  $X$  از آنها نام برده می‌شود) در واقع آن دسته از متغیرهای هستند که خارج از مدل تعیین می‌شوند. متغیرهای وابسته (یا متغیر  $Y$ ) توسط مدل مشخص می‌گردند و متغیرهایی هستند که باید توسط پارامتر توضیح داده شوند.

فرض کنید شما قصد دارید عملکرد بازار سهام را توضیح دهید و بعد از اندکی فکر و بررسی به این نتیجه برسید که بازار سهام ارتباط نزدیکی با وضعیت آب و هوا دارد. بنابراین بازار سهام به عنوان متغیر وابسته به مجموعه‌ای از متغیرهای مستقل شامل دما، بارش و رطوبت مرتبط می‌شود. اگر چه مدل فوق ممکن است بطور اتفاقی و بر حسب شانس درست کار کند، اما این مدل فاقد پشتوانه منطقی و مستدل است. یک مدل خوب و مناسب، مدلی است که بر مبنای مبانی علمی، مفروضات و پیشنهادات قابل آزمون (فرضیات) نشأت گرفته از اصول اقتصادی یا سایر مدل‌های اثبات شده ساخته شود. از آنجاییکه ارزش سهام باید

منعکس‌کننده ادعای مرتبط با درآمدها و یا سودهای تقسیمی شرکت باشد، یک مدلی که متغیر درآمد یا سود تقسیمی را به عنوان پارامتر یا متغیر مستقل انتخاب می‌نماید، نسبت به مدل فرضی فوق، پشتوانه مستحکم‌تری دارد.

یک مدل یا تئوری به ما کمک می‌نماید تا پیچیدگی ابعاد واقعیت را درک نماییم. به هر حال کاربرد و منافع تئوری به این موضوع ختم نمی‌شود. وقتی که ما واقعیت را درک کردیم، از آن برای پیش‌بینی آینده می‌توانیم استفاده نماییم. از تئوری‌ها و مدل‌ها می‌توان در راستای اتخاذ تصمیمات مناسب استفاده نمود. قدرت واقعی تئوری در کاربرد آن برای تصمیم‌گیری نهفته است. از طریق تجربه یا تجربه شبیه‌سازی شده (آموزش) می‌توان نحوه تعامل با مسائل و مشکلاتی را که بطور منظم (تکراری) اتفاق می‌افتند را یاد گرفت. اما در ارتباط با مسائل نامنظم صرفاً بر مبنای آموزش تئوریک می‌توان نحوه تعامل با آنان را یاد گرفت. با یک تئوری با سهولت بیشتری می‌توان برای مسائل جدید، راه‌حلهایی پیدا نمود. وقتی بر مبنای تئوریها و مدل‌های موجود، اصل و بنیان اصلی موضوع را دریابیم، در مراحل بعد می‌توانیم دانش موجود را برای مسائل مشابه، مرتبط و یا نشأت گرفته از آن موضوع بکار ببریم. قدرت یادگیری تئوری بر خلاف قواعد تجربی، در این است که بر خلاف قواعد تجربی، تئوری به ما کمک می‌کند که در مواجهه با مسائل جدید، از قدرت تفکر استفاده کنیم.

تئوری مالی مجموعه‌ای از دانسته‌های موجود ما در ارتباط با مسائل مالی است. بنابراین یادگرفتن تئوری مالی یک پیش‌نیاز اساسی برای تصمیم‌گیری مالی محسوب می‌گردد. با معرفی نظریه مالی، چشم‌انداز نوینی در حوزه جدیدی از علوم یعنی علم مالی گشوده شد. این نظریه تلاش می‌کند تا ساز و کارهای حاکم بر بازار مالی و چگونگی کارآمدتر کردن آن را بررسی و مطالعه کند. بطوری که با ارتقاء کارکرد آن، نقش موثر در انباشت سرمایه در بازار مالی داشته و از این طریق بر تحقق اهداف توسعه پایدار در همه ابعاد اقتصادی، اجتماعی، علمی و فناوری و... موثر باشد. به دلیل پیچیدگی روزافزون محیط مالی، توسعه تئوری مالی امری اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین برای مواجهه با مسائل مالی متغیر باید با همه ابعاد جدید تئوریهای مالی آشنا شویم. حل مسائل برنامه‌ریزی شده، نیازمند مهارت‌های عملیاتی است اما مواجهه با تغییرات و تحولات نیازمند توانایی تفکر تئوریک می‌باشد. البته لازم بذکر است مانند بسیاری از حوزه‌های دیگر دانش، آموزش مفاهیم و دانش مالی مستلزم تعادل مناسب میان

تئوری و عمل می‌باشد. آنچه که عامه مردم به آن اعتقاد دارند و مدام فریاد می‌زنند که «تجربه، تجربه، تجربه» باید بوسیله یک منطق کمتر شناخته شده «تئوری، تئوری، تئوری» تکمیل گردد.

برای ارزیابی جایگاه یک تئوری لازم است به سئوالات زیر توجه و پاسخ مناسب ارائه نمود:

1. باید ببینیم آیا این تئوری برای موضوعات جاری می‌تواند پیش‌بینی‌های معقول و منطقی ارائه نماید؟

2. آیا این تئوری، ایده‌ها و مبانی فکری مفید و معنی‌داری در ارتباط با موضوع مورد نظر فراهم می‌کند؟

همانطور که میلر و مودیلیانی برندگان جایزه نوبل نیز به آن اشاره نموده‌اند، اعتبار نهایی یک تئوری باید بوسیله تعیین میزان تطابق پیش‌بینی‌های آن با آزمون دقت دنیای واقعی، سنجیده شود نه با استفاده از ارزیابی میزان واقعی بودن مفروضات آن. اگرچه بین تئوری مالی و دنیای واقعی فاصله قابل ملاحظه‌ای وجود دارد اما این فاصله را می‌توان با استراتژی زیر برطرف نمود:

«در صورتی که تئوری مالی به طور صحیح و کامل درک شده و بکاربرده شود، شکاف میان تئوری و عمل را می‌توان برطرف نمود. مشکل واقعی شکافی است که به دلیل کاربرد نامناسب، غلط و یا عدم استفاده کامل از تئوری مالی ایجاد می‌شود. بنابراین اولین فرمان در حوزه دانش مالی عبارت است از اینکه: نباید از تئوری مالی بطور ناقص و نامناسب استفاده نمود»

## 5- مثال‌هایی از کاربرد ریاضیات در دانش مالی

در این بخش برخی مثالهای کاربردی در حوزه‌های مختلف دانش مالی مطرح می‌گردد. تنوع مثالها بیانگر وسعت کاربرد ریاضیات در این حوزه از دانش می‌باشد.

### 1-5- کاربرد ریاضیات در ارزشگذاری

نحوه ارزش‌گذاری یا قیمت‌گذاری یک دارایی شاید یکی از مهمترین و سخت‌ترین مسائل در مدیریت مالی باشد بویژه در حالتی که جریانان نقدی آن غیر قابل پیش‌بینی بوده یا اینکه جریانان نقدی برای دوره‌های طولانی مدت برآورد می‌گردد. برای حل اینگونه مسائل



مجموعه‌ای از ابزارها وجود دارند که از جنبه‌های مختلف ارزش داراییها را مورد توجه قرار می‌دهند. دو نوع از مهمترین ابزارهای ارزشیابی بر مبنای مفاهیم ارزش فعلی و ارزش نسبی استوار هستند. ارزش فعلی مشخص می‌نماید که ارزشمندی یا قدرت خرید جریان نقدی که یک سرمایه‌گذار در یک زمان مشخص دریافت می‌نماید نسبت به همان مقدار جریان نقدی که در زمانی زودتر از آن می‌تواند دریافت کند، کمتر است. به عبارت دیگر ارزش فعلی یک جریان نقدی به دلایل زیر نسبت به ارزش آتی آن بیشتر است:

- تورم<sup>۱</sup>. قدرت خرید پول معمولاً در طی زمان کاهش می‌یابد.
- ریسک<sup>۲</sup>. احتمال انحراف بازده واقعی از بازده مورد انتظار است زیرا در عالم واقع ما معمولاً نمی‌توانیم با اطمینان نسبت به محاسبه و تشخیص جریان نقدی مورد انتظار قضاوت نماییم. در این حالت ضرب المثل زیر صادق است:

**«یک پرنده در دست بهتر و با ارزش تر از دو پرنده در هوا است»**

سرمایه‌گذاری<sup>۳</sup> داشتن اختیار برای خرج کردن پول در زمان حال یا تعویق آن نسبت به حالتی که مجبور شویم خرج کردن آن را به تعویق اندازیم، برای ما مطلوبیت بیشتری دارد. متدلوزیهای ارزش فعلی معمولاً به این صورت عمل می‌نمایند که جریان نقدی، پیش‌بینی شده و بر یک عامل یا فاکتور که بیانگر ارزش زمانی و ریسک جریان نقدی است، تقسیم می‌شود.

### الف - محاسبه میزان سپرده اولیه

فرض کنید که در حال برنامه ریزی برای داشتن منابع مالی به میزان 1.000 واحد پولی در پنج سال آینده هستید. برای اینکار می‌توانید مبلغی پول را در یک حساب بانکی قرار دهید که با احتساب بهره آن بعد از گذشت 5 سال بتوانید مبلغ مورد نظر خود را از بانک دریافت کنید. اگر نرخ بهره مرکب سالانه بانک 10 درصد باشد، برای دستیابی به هدف فوق سپرده اولیه شما چقدر باید باشد؟

---

1. Inflation  
2. Risk  
3. Investment

ابتدا لازم بذکر است که مبلغ سپرده اولیه شما با توجه به نرخ بهره سالانه معادل 10٪، هر ساله به میزان (1+0.1) برابر افزایش می‌یابد. برای مثال با توجه به اینکه ارزش آتی سپرده اولیه بعد از 5 سال بالغ بر 1.000 است بنابراین ارزش آن بعد از 4 سال به میزان (1+0.1) برابر کمتر از 1.000 خواهد بود:

$$\text{ارزش آتی سپرده اولیه بعد از 4 سال سپرده‌گذاری} = \frac{1.000}{(1+0.1)^4} = 909.91$$

برای محاسبه سپرده اولیه ( $X_0$ ) با توجه به اینکه ارزش آتی آن را در اختیار داریم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$X_0 = \frac{\$1,000}{(1+0.10)^5} = \frac{\$1,000}{(1.10)^5} = \frac{\$1,000}{1.61051} = 620.92.$$

ب- محاسبه زمان مورد نیاز برای دو برابر شدن مبلغی پول با استفاده از لگاریتم<sup>1</sup>:  
چه مدت طول می‌کشد تا مبلغ پولی که در یک حساب بانکی با نرخ بهره مرکب سالانه 5٪ سپرده‌گذاری شده به میزان دو برابر مبلغ اولیه بالغ گردد؟ برای مثال اگر مبلغ سپرده‌گذاری شده 1000 دلار باشد چه مدت طول می‌کشد تا این مبلغ دو برابر یعنی 2000 دلار شود؟  
برای تعیین این مدت باید معادله زیر برای  $n$  حل شود:

$$\$2,000 = \$1,000(1 + 0.05)^n.$$

برای حل معادله ابتدا دو طرف آن را بر 1000 تقسیم می‌کنیم و لگاریتم طبیعی هر دو طرف آن را پیدا می‌نماییم:

$$\ln\left(\frac{2,000}{1,000}\right) = \ln[(1 + 0.05)^n] = n \cdot \ln(1.05).$$

به عبارت دیگر با بازنویسی معادله فوق:

$$\ln(2) = n \cdot \ln(1.05),$$

$$0.693147 = n \cdot 0.04879.$$

با حل معادله تعداد سالهای مورد نیاز برای دو برابر شدن مبلغ سپرده‌گذاری عبارت است از:

$$\frac{0.693147}{0.04879} = n = 14.2067.$$

به عبارتی 1000 دلار باید در یک حساب بانکی با نرخ بهره 5٪ به مدت 14.2 سال باقی بماند تا دو برابر شود.

### ج- محاسبه میانگین هندسی نرخهای بهره<sup>1</sup>

میانگین هندسی برای موقعیت‌هایی که با نرخهای بهره، بازده یا رشد مرکب سر و کار داریم مفید است. میانگین هندسی مجموعه‌ای از مشاهدات به صورت ریشه  $n$  ام ضرب مجموعه‌ای از متغیرها محاسبه می‌شود:

فرمول (1)

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

به عنوان مثال فرض کنید ارزش یا قیمت یک ورقه بهادار که 1000 دلار است در سال اول 10٪ و در سال دوم 20٪ رشد داشته باشد. قیمت این ورقه بهادار در سال سوم 30٪ کاهش می‌یابد. قیمت یا ارزش نهایی آن بصورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$V_3 = 1,000 \cdot [(1 + 0.10) \cdot (1 + 0.20) \cdot (1 - 0.30)] = 924.$$

از میانگین هندسی برای انعکاس رشد مرکب استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x}_g = \sqrt[3]{(1 + 0.10) \cdot (1 + 0.20) \cdot (1 - 0.30)} = \sqrt[3]{1.1 \cdot 1.2 \cdot 0.7} = \sqrt[3]{0.924} = 0.974.$$

### د- محاسبه بازده صندوق سرمایه‌گذاری<sup>2</sup>

فرض کنید که در یک بازار سهام یک صندوق سرمایه‌گذاری فعال است و اطلاعات قیمت و سودهای تقسیمی آن در اخبار بازار منعکس شده و در اختیار عموم قرار می‌گیرد. ابتدا قیمت سهم شرکت صندوق و سودهای تقسیمی آن را برای همه سالهای مورد مطالعه بدست آورید. بازده‌های دوره نگهداری را بر اساس فرمول زیر محاسبه نمایید:

فرمول (2)

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1} + DIV_t}{P_{t-1}}$$

- 
1. Geometric Mean
  2. Fund Performance

فرض کنید که قصد داریم بازده ماهانه صندوق را برای دوره 5 ماهه محاسبه کنیم. قیمت‌های مرتبط با آن در پایان هر ماه و سودهای تقسیمی را جمع‌آوری می‌کنیم. جدول زیر قیمت و سودهای تقسیمی یک صندوق را از 30 ژوئن تا 30 نوامبر نشان می‌دهد. در جدول زیر برای نمونه برخی از بازدهی‌ها محاسبه شده است :

جدول 1- محاسبه برخی از بازده‌های ماهانه صندوق سرمایه‌گذاری

Date	t	P <sub>t</sub>	P <sub>t-1</sub>	DIV <sub>t</sub>	r <sub>t</sub>	Notes
June 30	1	50	-	0	-	First month
July 31	2	55	50	0	0.100	(55 + 50) - 1 = 0.10
August 31	3	50	55	0	-0.091	(50 + 55) - 1 = -0.091
September 30	4	54	50	0	0.080	(54 + 50) - 1 = 0.08
October 31	5	47	54	2	-0.092	ex-\$2 dividend; [(47 + 2) + 54] - 1 = -0.092
November 30	6	51	47	0	0.081	(51 + 47) - 1 = 0.081

در ادامه، بازده‌های دوره نگهداری 5 ماهه برای صندوق محاسبه می‌گردد. بازده دوره نگهداری 5 ماهه بطور تقریبی برابر است با جمع بازده‌های ماهانه. بازده دوره نگهداری و بازده میانگین حسابی را برای صندوق از طریق فرمولهای زیر نیز می‌توان محاسبه نمود:

$$ROI_H = \sum_{t=1}^n r_t = 0.10 - 0.091 + 0.08 - 0.092 + 0.081 = 0.078,$$

$$ROI_A = \frac{\sum_{t=1}^n r_t}{n} = \frac{0.10 - 0.091 + 0.08 - 0.092 + 0.081}{5} = 0.0156.$$

### ه- میانگین هندسی بازده سرمایه‌گذاری

میانگین حسابی بازده سرمایه‌گذاری در حالتی که سودهای تقسیمی تفاوت داشته باشند قابلیت استفاده ندارد بویژه در حالتی که سود بصورت میان دوره‌ای تقسیم شود و همچنین در مورد سود سرمایه (سود حاصل از فروش سرمایه‌گذاری که در پایان دوره نگهداری قابل محاسبه است) میانگین حسابی شاخص مناسبی محسوب نمی‌گردد. بنابراین میانگین حسابی نرخ بازده سرمایه‌گذاری (ROIA) که در بودجه‌بندی سرمایه‌ای نیز کاربرد دارد، بدلیل عدم توجه به موارد زیر از دقت لازم برخوردار نیست:

- ارزش زمانی پول را در نظر نمی‌گیرد.

- امکان سرمایه‌گذاری مجدد جریانات نقد دریافت شده قبل از اتمام دوره عمر سرمایه‌گذاری مورد نظر را نادیده می‌گیرد.

در عالم واقع، اگر یک سرمایه‌گذار سودی در قالب سود تقسیمی دریافت نماید، او این اختیار را دارد تا آن را مجدداً سرمایه‌گذاری نماید. البته بازده حاصل از سود سرمایه فقط در پایان دوره عمر سرمایه‌گذاری قابل سرمایه‌گذاری مجدد می‌باشد. تفاوت میان این دو نوع از بازده (بازده حاصل از تقسیم سود سالیانه و بازده حاصل از سود سرمایه) را از طریق محاسبه بازده مرکب می‌توان در نظر گرفت و در محاسبات منظور نمود. بنابراین روش میانگین هندسی محاسبه بازده سرمایه‌گذاری موضوع سرمایه‌گذاری مجدد درآمدهای بدست آمده در طول دوره سرمایه‌گذاری را در محاسبه بازدهی مد نظر قرار می‌دهد.

### و- نرخ بازده داخلی

مهمترین مزیت نرخ بازده داخلی (IRR) برای اندازه‌گیری کارایی یک سرمایه‌گذاری این است که ارزش زمانی پول را در خصوص جریانات نقدی حاصل از آن در نظر می‌گیرد. برای محاسبه IRR، به اینصورت عمل می‌شود که در فرمول ارزش فعلی خالص، اگر NPV را مساوی صفر قرار داده و  $r$  را با این فرض بدست آوریم،  $r$  محاسبه شده با این روش IRR نامیده می‌شود.

فرمول (3)

$$NPV = 0 = \sum_{t=0}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t} = -P_0 + \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

در این فرمول NPV عبارت است از جمع ارزش فعلی جریانات نقد آتی بعد از کسر مقدار سرمایه‌گذاری اولیه و  $r$  نیز نرخ بازده یا نرخ تنزیلی است که NPV سرمایه‌گذاری را برابر صفر قرار می‌دهد. بنابراین نرخ بازده داخلی یک سرمایه‌گذاری عبارت است از مقداری برای  $r$  که این مقدار یا ارزش موجب می‌گردد NPV صفر گردد.

از آنجاییکه در این فرمول نمی‌توان مشابه سایر معادلات با جابجایی متغیرها معادله را حل نمود، لذا برای حل معادله (5.7) از روش آزمون و خطا می‌توان استفاده نمود. به این صورت که مقادیر مختلفی برای  $r$  را حدس زده و در فرمول قرار می‌دهیم تا مقدار یا ارزشی را که

نتیجه آن  $NPV=0$  باشد را پیدا کنیم. این روش بسیار زمان بر است اما با کسب تجربه و افزایش مهارت می‌توان این فرآیند را با سرعت بیشتری انجام داد.

### ز- بازده مورد انتظار

برای مثال یک محیط اقتصادی را در نظر بگیرید که در سال آینده برای آن سه موقعیت بالقوه قابل پیش‌بینی می‌باشد. بازده سهام شرکت A نیز که در این اقتصاد فعال است به این سه موقعیت بستگی دارد:

- اگر عملکرد اقتصادی خوب باشد موقعیت اول اتفاق می‌افتد و بازده سهام A بالغ بر 25٪ خواهد شد.

- اگر عملکرد اقتصادی صرفاً قابل قبول باشد موقعیت دوم اتفاق می‌افتد و بازده سهام A بالغ بر 10٪ خواهد شد.

- اگر عملکرد اقتصادی ضعیف باشد موقعیت سوم اتفاق می‌افتد و بازده سهام A بالغ بر 10٪- خواهد شد.

بنابراین برای سهام مذکور سه بازده بالقوه وجود خواهد داشت، یا 25٪ یا 10٪ و یا 10٪- در عمل فقط یکی از این سه حالت می‌تواند محقق شود که برای ما تعیین آن از قبل میسر نیست. فرض کنید احتمال یا شانس وقوع موقعیت اول 20٪، احتمال وقوع موقعیت دوم 50٪ و احتمال وقوع موقعیت سوم 30٪ باشد. با این مفروضات بازده مورد انتظار سهام مورد نظر 7٪ است که بصورت زیر محاسبه و تعیین می‌گردد:

فرمول (4)

$$E[R_A] = \sum_{i=1}^n R_{A,i} P_i$$

$$E[R_A] = (R_{A,1} \cdot P_1) + (R_{A,2} \cdot P_2) + (R_{A,3} \cdot P_3)$$

$$E[R_A] = (0.25 \cdot 0.20) + (0.10 \cdot 0.50) + (-0.10 \cdot 0.30) = 0.07$$

که در این فرمول  $R_{A,i}$  در واقع بازده  $i$  برای سهام A و  $p_i$  نیز احتمال وقوع مرتبط با این بازده مورد نظر است. بنابراین بازده پیش‌بینی شده برای سهام فوق 7٪ است. بازده مورد انتظار همه بازده‌ها و وزنهای بالقوه را بویژه مواردی که احتمال وقوع آنان بیشتر است، در نظر می‌گیرد. اگرچه سطح بازده پیش‌بینی شده 7٪ است، اما واضح است که این احتمال بالقوه وجود دارد

که بازده واقعی نسبت به این مقدار (7٪) تفاوت داشته باشد یا اصطلاحاً بازده واقعی از بازده مورد انتظار انحراف داشته باشد.

## 2-5- کاربرد ماتریس‌ها در قیمتگذاری اختیار خرید و فروش

ابزارهای اختیار معامله سهام نوعی ابزارهای مشتقه هستند که به دارندگان خود اجازه می‌دهند تا سهام یک موسسه مشخص را به قیمت از قبل تعیین شده خریداری نموده و یا به فروش برسانند. البته این نوع معامله صرفاً اختیار یا مجوزی برای دارندگان اوراق اختیار معامله محسوب می‌گردد و هیچگونه تعهدی برای آنان در بر ندارد. یکی از انواع اوراق اختیار معامله اصطلاحاً «اختیار خرید» نامیده می‌شود و به این معنی است که دارنده این نوع ورقه بهادار می‌تواند سهام یک موسسه مشخص را به قیمت از قبل تعیین شده خریداری نماید. لازم بذکر است این اختیار خرید فقط تا تاریخ مندرج در اوراق اختیار خرید اعتبار دارد و به محض انقضای تاریخ ورقه اختیار خرید، این مجوز نیز باطل می‌گردد. ارزش یک ورقه اختیار خرید در تاریخ انقضای آن عبارت است از «صفر» یا «تفاوت میان قیمت بازار سهام در روز انقضا با قیمت از قبل تعیین شده در قرارداد» هر کدام که بزرگتر باشد.

فرمول (5)

$$C_T = \text{MAX}[(S_T - X), 0].$$

بنابراین اگر ورقه اختیار خرید در تاریخ انقضای آن مورد استفاده قرار گیرد، ارزش آن برابر خواهد بود با «ارزش سهام منهای قیمت از قبل تعیین شده در ورقه اختیار خرید». اگر قیمت سهام پایین‌تر از قیمت از قبل تعیین شده باشد، طبیعتاً این اختیار اعمال نخواهد شد زیرا به ضرر دارنده آن خواهد بود از اینرو در این حالت ارزش آن صفر خواهد بود.

نوع دیگر اوراق اختیار معامله، اختیار فروش است و به دارنده خود اجازه می‌دهد در یک قیمت از قبل تعیین شده سهام مورد نظر را در فاصله زمانی تا انقضای مهلت اختیار فروش، به فروش برساند. تابع payoff برای ورقه اختیار فروش بصورت زیر می‌باشد:

فرمول (6)

$$p_T = \text{MAX}[(X - S_T), 0].$$

در این کاربرد ما یک مدل ساده را بیان کردیم که ارزش یک ورقه اختیار فروش را نسبت به ارزش یک ورقه اختیار خرید بیان می‌کند. سیستم زیر نحوه قیمت گذاری یک ورقه اختیار فروش را با توجه به سهام مورد نظر، قیمت تعیین شده اوراق اختیار معامله و ورقه اختیار خریدی که شرایط مشابه ورقه اختیار فروش دارد، بر اساس روش ماتریسی توضیح می‌دهد:

فرمول (7)

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X \\ X \\ \vdots \\ X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{p} = -\mathbf{S} + \mathbf{X} + \mathbf{C},$$

$$\text{MAX}(X - S, 0) = -S + X + \text{MAX}(S - X, 0).$$

### 3-5- ریاضیات بیمه عمر<sup>1</sup>

بیمه عمر به نوعی از خدمات بیمه‌ای اطلاق می‌گردد که بر اساس آن شرکتهای بیمه تامین منابع مالی مورد نیاز برای مقاطعی از زندگی افراد را متقبل می‌شوند. به عنوان مثال پرداخت حقوق به افراد در راستای تامین مالی یک زندگی استاندارد برای آنان بعد از بازنشستگی و قطع درآمد متداول آنان از محل دریافت حقوق ماهانه، یک نوع بیمه عمر محسوب می‌شود. همچنین پرداخت حقوق به کودکان افراد متوفی در راستای تامین مایحتاج و منابع مالی مورد نیاز برای ادامه تحصیل آنان نیز از جمله خدمات بیمه عمر می‌باشد. در مبحث ریاضیات عمر به سوالاتی از قبیل موارد زیر پاسخ داده می‌شود:

برای اینکه فردی بتواند بعد از بازنشستگی ماهانه 2.000.000 ریال به عنوان حقوق از بیمه دریافت نماید، در طول عمر کاری خود ماهانه چه مبلغی باید به شرکت بیمه بپردازد؟  
برای اینکه فردی بتواند تضمین نماید که در صورت فوت وی طی 10 سال آینده خانواده‌اش بتوانند 100 میلیون ریال از شرکت بیمه دریافت کنند، چه مبلغی را باید به شرکت بیمه بپردازد؟

برای پاسخ به سوالات فوق و تحلیل نوع اطلاعات مورد نیاز برای این پاسخها از مفهوم ریاضیات بیمه عمر استفاده می‌شود. ریاضیات بیمه عمر متأثر از مفاهیم و فرمولهای ریاضیات



مالی یا ارزش زمانی پول می باشد که با ذکر یک مثال به شرح زیر مبحث ریاضیات بیمه عمر صرفاً در حد طرح موضوع مطرح می گردد.

### مثال: ارزیابی در بیمه عمر کلاسیک

در فضای مدیریت مالی کلاسیک مفروضات به شرح زیر را در نظر بگیرید:

افق زمانی را یکسال در نظر بگیرید.

نرخ بهره سالیانه را رقم ثابت  $r$  فرض کنید.

بنابراین یک ریال امروز، در یکسال آینده  $r+1$  ریال ارزش خواهد داشت.

و یک ریال یک سال آینده، در حال حاضر  $\frac{1}{1+r}$  ریال ارزش خواهد داشت.

فرد  $i$  با متغیر برنولی  $B_i$  نشان داده می شود.

$$B_i = \begin{cases} 1 & \text{اگر فرد } i \text{ بعد از یک سال بمیرد} \\ 0 & \text{اگر فرد } i \text{ بعد از یک سال زنده بماند} \end{cases}$$

احتمال اینکه فرد  $i$  بمیرد را بصورت زیر نشان می دهیم:

$$\Pr(B_i = 1) = p_1 > 0,$$

احتمال اینکه فرد  $i$  زنده بماند را نیز بصورت زیر نشان می دهیم:

$$\Pr(B_i = 0) = p_0 > 0$$

و بنابراین مجموع احتمالات برابر یک خواهد بود:

$$p_1 + p_0 = 1$$

فرض کنید قراردادهای بیمه عمر پرداخت مبلغی معادل  $(B_i \times C_i)$  را تضمین نموده باشند که

در این عبارت  $C_i$  عدد حقیقی است که برای همه افراد (آها) در دامنه زیر قرار دارد:  $const$

(عدد ثابت می باشد)

$$0 \leq c_i \leq const$$

بر مبنای ریاضیات بیمه عمر کلاسیک:

فرمول (8)

$$\begin{aligned}
 PV^i &= (1+r)^{-1} \cdot c_i \cdot E[B_i] \\
 &= (1+r)^{-1} \cdot c_i \cdot p_1
 \end{aligned}$$

که در این عبارت PV ارزش فعلی پرداخت مورد انتظار یک قرارداد بیمه عمر یا اصطلاحاً پرداخت مورد انتظار تنزیل شده آن می‌باشد.

## 6- بازارهای مالی و ریاضیات

امروزه اکثر مردم در مورد بازارهای سهام نیویورک، لندن، توکیو، تهران و غیره و معاملات سهام در این بازارها بصورت مستمر و روزانه از رسانه‌ها و جراید خبرهای مختلف دریافت می‌نمایند. انواع بازارهای مالی مختلفی در جهان وجود دارد که هر کدام بر مبنای محصول مالی مورد مبادله در آن تعریف شده و شناخته می‌شوند. از جمله مهمترین انواع این بازارها می‌توان موارد زیر را نام برد:

- بازارهای سهام<sup>1</sup>
- بازارهای اوراق قرضه<sup>2</sup>
- بازارهای ارز<sup>3</sup>
- بازارهای آتی و اختیار معامله<sup>4</sup>

هریک از ابزارهایی که در این بازارها مبادله می‌شوند در یکی از دو نوع زیر قابل دسته بندی است:

- یک ابزار مالی پایه مبتنی بر حقوق صاحبان سهام<sup>5</sup> مانند سهام، اوراق قرضه، یا یک واحد ارز ابزارهای مشتقه<sup>6</sup> که ارزش آنان از سایر ابزارهای مالی پایه مشتق می‌گردد. به این معنی که قیمت آتی این ابزارها به قیمت آتی یک ابزار مالی پایه متصل شده است. ابزارهای مشتقه نوعی ابزار مالی اند که ارزش آنها از ارزش سایر اوراق بهادار مشتق می‌شود و علت نامگذاری این ابزارها به عنوان مشتقه نیز همین امر می‌باشد چرا که ارزش خود را از سایر دارایی‌ها همچون اوراق بهادار، نرخ سود، نرخ ارز، شاخص سهام و حتی کالای اساسی کسب می‌کنند و لذا تغییرات

- 
1. Stock Markets
  2. Bond Markets
  3. Currency Markets
  4. Futures and Option Markets
  5. Basic Equity
  6. Financial Derivative

قیمت هر یک از مشتقات، تابعی از تغییرات قیمت دارایی پایه آنهاست. انواع ابزارهای مشتقه عبارتند از سلف‌ها<sup>۱</sup> (قرارداد آتی)، آتی‌ها<sup>۲</sup> (پیمان آتی)، اختیارات<sup>۳</sup>، معاوضه<sup>۴</sup> (تاخت).

برای برقراری ارتباط بین قیمت ابزارهای مشتقه و ابزارهای پایه مرتبط با آنها، ریاضیات نقش مهمی ایفا می‌نماید. در واقع ریاضیات تخمین دقیقی از ارزشهای اوراق مشتقه فراهم می‌نماید.

*«محاسبه قیمت‌های ابزارهای مشتقه بر مبنای قیمت ابزارهای پایه مبتنی بر حقوق صاحبان سهام»*

یک شرکت که به منابع مالی نیاز دارد می‌تواند با فروش سهام خود به سرمایه‌گذاران آن را تامین کند. ارزش سهام این شرکت در واقع چشم‌انداز و پیش‌بینی سرمایه‌گذاران را درباره سودهای تقسیمی، درآمدهای آتی و منابع در اختیار آن منعکس می‌نماید. اوراق مشتقه سهام، یک قرارداد مشخصی هستند که ارزش آنان در تاریخی در آینده به ارزشهای آتی سهام بستگی دارد. شخص یا شرکتی که این قرار داد را فرموله می‌کند و آن را برای فروش پیشنهاد می‌کند، به عنوان نویسنده<sup>۵</sup> نامیده می‌شود. سهامی که قرارداد بر مبنای آن تنظیم می‌گردد اصطلاحاً حقوق صاحبان سهام پایه<sup>۶</sup> نامیده می‌شود و شخصی یا شرکتی که قرارداد را خریداری می‌کند نگهدارنده<sup>۷</sup> نامیده می‌شود. ارزش اوراق مشتقه چگونه محاسبه می‌شود؟ شرایط این چنین قراردادهایی برای تخمین ارزش و قیمت آن ضروری است.

## 7- منابع و مأخذ

- 1- رهنمای رودپشتی، فریدون، محمد جلیلی، فرهاد حسین زاده لطفی ریاضیات مالی و سرمایه‌گذاری» 1389، انتشارات ترمه

- 
1. Forwards
  2. Futures
  3. Options
  4. Swap
  5. Writer
  6. Underlying Equity
  7. Holder

2- رهنمای رودپشتی، فریدون، هاشم ولی پور، وهاب رستمی، « رابطه بین Q توپین و جریانهای نقد ناشی از فعالیتهای عملیاتی و سرمایه‌گذاری در ارزیابی شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار فعال در صنعت داروسازی»

3- رهنمای رودپشتی، فریدون، هاشم نیکو مرام، شادی شاهوردیانی، (1385) « مدیریت مالی راهبردی» انتشارات کساکوش.

4- رهنمای رودپشتی، فریدون (1385) « هفت گفتار در باب ارزش آفرینی و تغییر ارزش در کسب و کار»، انتشارات هزاره سوم.

5- ALEXANDER, G. J.; SHARPER, W. F.; BAILEY, J. V. Fundamentals of investments. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2000. 781 p.

6- Lauri Auronen; Asymmetric Information: Theory and Applications; Helsinki University of Technology Department of Industrial Engineering and Management; May 21, 2003

7- Teall, John. "Quantitative Methods For Finance And Investments. [electronic resource]" John Wiley & Sons Inc., 2002