

## گراف و کاربرد آن در GIS

نوع مقاله: مروری

سمانه بهرامیان<sup>۱</sup>

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۶/۳

صفحات ۴۱-۵۱

### چکیده

یکی از مهمترین کاربردهای سیستم‌های اطلاعات مکانی، در مبحث مدیریت حمل و نقل است. در این زمینه قابلیت‌های تجزیه و تحلیل شبکه در سیستم‌های اطلاعات مکانی از جمله محاسبه کوتاهترین مسیر، می‌تواند مفید واقع گردد. گراف و تئوری‌های آن نقش مهمی در انجام آنالیزهای شبکه GIS دارند. برای حل برخی از مشکلات گراف یا ساده‌سازی آنالیزها در گراف، می‌توان تغییراتی در ساختار آن ایجاد کرد. شبیه‌سازی به وسیله گراف نشان می‌دهد که توانایی جابه‌جایی سیستم تا حد زیادی به توپولوژی شبکه حمل و نقل بستگی دارد. به طور کلی یک شبکه برنامه‌ریزی شده می‌تواند وسایل نقلیه بیشتری را در خود جا دهد و توانایی جابه‌جایی کلی آن بسیار بیشتر از یک شبکه در حال رشد خود سازمان‌دهی شده است. تاکنون نظریه‌های متعدد و بسیار کاربردی از جمله الگوریتم‌های محاسبه کوتاه‌ترین مسیر برای حل مسائل گوناگون در گرافها ارائه و استفاده شده‌اند. اما برای بعضی از مسائل مهم و کاربردی راه حل و تئوری مناسبی بر مبنای گراف ارائه نشده است. به همین علت، همانند بسیاری از نظریه‌های دیگر که در آنها راه‌حلهایی بر مبنای فضاهای دوگان ارائه شده، در گرافها نیز چنین فضاهایی تعریف و استفاده شده‌اند. به این صورت که ابتدا مساله موجود در گراف اولیه را به یک فضای دوگان مناسب برده و پس از حل، نتایج به فضای اولیه برگردانده می‌شود. در این مقاله نشان داده خواهد شد که از مفاهیم دوگان گراف و با تغییر در ساختار و شکل گراف اولیه می‌توان مسایل با پیچیدگی بسیار زمانی را در گراف اولیه به مسایلی ساده‌تر و قابل حل‌تر تبدیل کرد. همچنین، به بحث و بررسی چند کاربرد متنوع در زمینه یافتن کوتاهترین مسیر در مسائل حوزه حمل‌برداخته خواهد شد.

واژگان کلیدی: گراف، دوگان گراف، دور همیلتونی، دور اویلری، شبکه حمل و نقل، مسیر بهینه.

<sup>۱</sup> استادیار، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران s.bahramian@semnaniau.ac.ir

## مقدمه

امروزه بهره‌گیری از فناوری‌های اطلاعات و ارتباطات، گزینه قدرتمندی برای مدیریت حمل و نقل پیش‌رو کارشناسان قرار داده است. این راه‌حل‌ها اکنون به عنوان جزء اصلی و بنیادی از عملیات سامانه‌های حمل و نقل در سراسر جهان مورد استفاده قرار می‌گیرد. از طرفی زندگی امروزی حجم وسیعی از جابه‌جایی و تحرک را به دنبال دارد که از طریق خودروها، کشتی‌ها، وسایل نقلیه ریلی و هواپیما و ... انجام می‌شود. سیستم‌های اطلاعات مکانی در زمینه مدیریت و طراحی بهینه تسهیلاتی چون حمل و نقل، دارای قابلیت‌های فراوانی هستند. قابلیت تجزیه و تحلیل شبکه در سیستم‌های اطلاعات مکانی از جمله کوتاهترین مسیر یکی از مهمترین این قابلیت‌هاست. تاکنون در زمینه استفاده از آنالیزهای شبکه در طراحی سیستم‌های حمل و نقل، تحقیقات بسیاری انجام گرفته است [Brandao]. مبنای انجام آنالیزهای شبکه در GIS، تئوری گراف است. مفهوم گراف سال ۱۷۳۶ توسط اویلر و با طرح راه‌حلی برای مساله پلهای کونیگسبرگ ارائه شد و به تدریج توسعه یافت [Barnett 2008 and Harary 1994]. در دنیای اطراف ما حالات فراوانی وجود داشته است که می‌توان آنها را مجموعه گره‌ها و یال‌ها مدل‌سازی کرد. فرم‌های مختلفی از گراف تعریف و مدل‌سازی شده‌اند. به طور مثال شبکه‌ها عصبی، ارتباطات اجتماعی و ... برای ساده‌سازی برخی مسائل گراف می‌توان تغییراتی در ساختار آن به وجود آورد که دوگان گراف یکی از مواردی است که تحقیقات زیادی بر روی آن انجام شده

است [Vidyasagar 2003]. روش جبری برای یافتن گراف با استفاده از ماتریس درختی آن است. دوگان گراف ابتدا در گراف‌های وزن‌دار پیشنهاد شد و توسعه پیدا کرد (Caldwell 1961, Knodel 1969, Anez et al. 1996). دوگان گراف خطی به عنوان ایده برای حل مشکلات طوقه و یال‌های موازی نیز پیشنهاد شده است (Winter 2002). از دوگان گراف برای مدلسازی هزینه چرخشها در طراحی مسیر نیز استفاده شده است. دور همیلتونی دوری است که از همه گره‌های گراف بدون تکرار عبور می‌کند. در دور همیلتونی نه یال تکرار می‌شود و نه گره، البته به جز گره اول و آخر. دور اویلری دوری است که از همه یال‌های گراف عبور کند. در دور اویلری یال تکراری وجود ندارد ولی گره‌ها می‌توانند تکرار شوند. با استفاده از تبدیلات بین دوگان گراف و گراف اولیه می‌توان دورهای همیلتونی را، که تاکنون یافتن آن در گراف‌ها بسیار دشوار بوده است، به دورهای اویلری تبدیل کرد. بدین وسیله حل مسائل بسیار ساده‌تر خواهد شد. دور همیلتونی کاربردهای فراوانی در حوزه GIS و علوم مرتبط با اطلاعات مکانی دارد. از آن جمله می‌توان به طراحی مسیر در شبکه حمل و نقل، مدیریت بحران و شبکه آب و برق و گاز اشاره کرد. در GIS در موارد بسیاری نیاز به تعیین دورهای اویلری و همیلتونی وجود دارد. Hong yang (۲۰۰۸) و دیگران از دوگان مثلثی بندی دلونی برای طراحی مسیر بهینه استفاده کردند. Hu (۲۰۰۸) و دیگران از دوگان شبکه حمل و نقل شهری برای مدل‌سازی ترافیک شهری استفاده کردند.

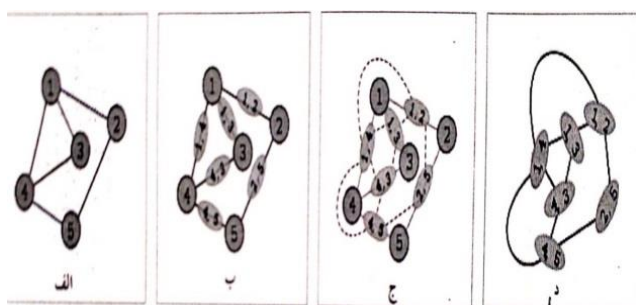
دوگان خطی گراف جهت دار، یک گراف جهتدار است که جهت یال های آن در جهت مسیرهای به طول ۲ در گراف اولیه می باشد.



شکل ۱

تعداد مسیرهای به طول ۲ در گراف اولیه را می توان از مجموع درایه های توان دوم ماتریس مجاورت آن استخراج کرد. ماتریس مجاورت  $A$  ماتریسی  $n \times n$  است که درایه  $A_{ij}$  آن برابر تعداد یال هایی است که از  $V_i$  به  $V_j$  رفته است. اگر  $A^2$  محاسبه شود، مجموع درایه های آن تعداد یال های دوگان خطی را نشان می دهد.

(شکل ۲ نحوه استخراج دوگان خطی گراف را نشان می دهد.)



شکل ۲

در این مقاله ضمن معرفی انواع گراف به بحث و بررسی کاربردهایی از آن در حل مسائل در حوزه GIS پرداخته می شود.

## طراحی سفر

نمونه کاربردی از نظریه گراف طراحی سفر پیشنهاد شده است، مانند طراحی تور. در طراحی سفر، فرد گردشگری که می خواهد سفر خود را از نقطه خاصی شروع کند و پس از بازدید از چند نقطه دیگر به نقطه اول باز گردد. چنین مسائلی را نمی توان با الگوریتم های کوتاهترین مسیر مانند دایجسترا حل کرد. زیرا در الگوریتم دایجسترا به صورت همزمان تنها امکان معرفی یک مبداء و یک مقصد وجود دارد. همچنین الگوریتم های مسیر یابی امکان برگشت به یک گره که مسیر قبلا از آن عبور کرده است را ندارد. دوگان خطی گراف در حل اینگونه مسائل بسیار کارآمد است. ابتدا به تعریف دوگان خطی گراف می پردازیم:

گراف  $G$  به صورت مجموعه ناتهی از گره ها ( $N$ ) و مجموعه ای از ارتباطات بین گره ها ( $E$ ) تعریف می شود.

دوگان خطی گراف به صورت زیر تعریف می شود:

۱. به ازاء هر یال در گراف اولیه، یک گره در

دوگان خطی ( $LD$ ) آن وجود دارد یعنی

$$|N_{LD}| = |E(G)|$$

۲. به ازاء تمامی مسیرهایی به طول ۲ در گراف

اولیه یک یال در دوگان خطی آن وجود دارد.

۳. وزن یال ها در دوگان خطی گراف توسط

تابعی از روی وزن یال ها در گراف اولیه

محاسبه می شود.

۱. در نتیجه مبداء در گراف دوم یال  $E_7$  (متناظر با گره  $V_7$ ) مقصد هم یالی است که از  $n_4$  شروع شده و مخالف خردجی مرحله یک است (مثلا یال  $E_3$ ).

۲. کوتاهترین مسیر از یال  $E_7$  (متناظر با گره  $V_7$ ) به یال  $E_3$  (متناظر با گره  $V_3$ ) را با استفاده از الگوریتم دایجسترا در دوگان گراف به دست آمده محاسبه می‌کنیم، در نتیجه:

$$E_7 E_1 E_6 E_3 = 20$$

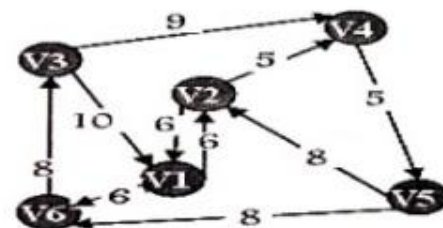
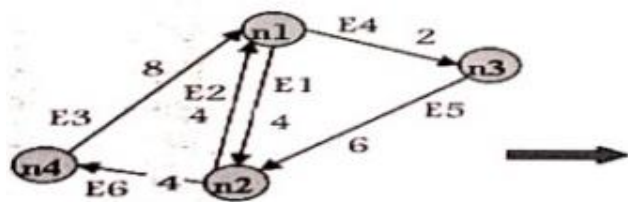
۳. گره‌های دو سر هر یک از یالها در مسیر به دست آمده را از روی گراف اولیه جایگزین می‌کنیم:

$$E_7 E_1 E_6 E_3 = n_2 n_1 n_2 n_4 n_1$$

۴. در نهایت کافی است دو گره ابتدا و انتها از مسیر به دست آمده را حذف کنیم یعنی:

$$n_1 n_2 n_4 = 20 - 4 - 8 = 8$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتیجه به دست آمده از این روش با نتیجه به دست آمده برای آن در شکل ۴ که نتیجه الگوریتم دایجسترا را برای تمامی گره‌های اولیه نشان می‌دهد، برابر است.



شکل ۳

دوگان خطی گراف دارای ویژگی‌های زیر است:

- دوگان خطی گراف همبند، گرافی همبند است.
- اگر  $G$  یک گراف اویلری باشد، دوگان خطی آن یک گراف همیلتونی است.
- به ازاء هر مسیر به طول  $K \geq 2$  یک مسیر متناظر به طول  $K-1$  در دوگان خطی آن موجود است. (winter 2002)

طراحی اصولی سفر با استفاده از دوگان و تابع تبدیل زیر انجام شدنی است. شکل زیر را در نظر بگیرید.  $e_1$  و  $e_2$  یال‌های گراف شکل ۲ هستند و  $W$  نشان دهنده وزن آنها است. داریم:

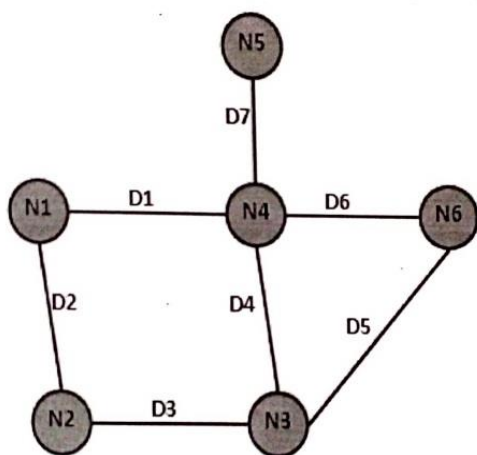
$$W_E = W_{E_1} + W_{E_2} \quad (1) \text{ رابطه}$$

شکل ۲ وزن هریک از یال‌ها در گراف اولیه و گراف دوگان آن را با استفاده از رابطه (۱) نشان می‌دهد.

فرض کنیم یافتن کوتاهترین مسیر از گره  $n_1$  به گره  $n_4$  در گراف اولیه مد نظر باشد:

۱. برای انجام این محاسبه در دوگان گراف ابتدایی یکی از یال‌های ختم شده به  $n_1$  را می‌بایم (مثلا یال  $E_7$ )

تغییر داده اند و برای مسائل جدید الگوریتم های جدیدی با پیچیدگی های بیشتر ارائه شده است. در این بخش نشان داده می شود که با استفاده از مفاهیم دوگان گراف خطی، می توان نحوه گردش در تقاطع ها را مدلسازی کرد. به عبارت دیگر می توان تفاوت هزینه عبور از تقاطع در گردش به راست و چپ و حرکت مستقیم و یا دور زدن کامل را با استفاده از دوگان گراف مدلسازی کرد. برای این منظور فرض کنید شکل زیر یک قسمت از گراف شهری باشد.



شکل ۵

در شکل ۵، هزینه عبور از یال  $D_4$  به  $D_6$  کمتر از هزینه عبور از یال  $D_4$  به  $D_1$  و  $D_7$  است، زیرا جهت گردش در  $D_4$  به  $D_6$  راستگرد است و نیازی به ایستادن پشت چراغ قرمز و دور زدن حول میدان نیست. بنابراین لازم است که در آنالیزهای کوتاهترین مسیر همچون دایجسترا نحوه گردش در تقاطع ها در نظر گرفته شود. این کار در گراف ۵ قابل انجام نیست، زیرا برای انجام آنالیزهای مسیریابی مثل دایجسترا، لازم است یال های گراف وزن منحصر به فردی داشته باشند و نمی توان به یک یال چندین وزن متفاوت اختصاص داد. علاوه بر این در آنالیزهای مسیریابی در گراف ها، امکان وزن دار کردن یالها و گره ها به طور همزمان وجود ندارد. بنابراین به نظر می رسد که برای حل مساله نوع گردش

همان گونه که دیده شد، مسیرهایی که از الگوریتم دایجسترا در دوگان گراف به دست می آید، می تواند حداکثر شامل دورهایی به طول ۲ در خود گراف شوند (دور  $n_1 n_2 n_3$ ).

اگر مسیر یابی در دوگان دوگان گراف در مراتب بالاتر انجام گیرد، مسلماً نتیجه آن در گراف مذکور شامل دورهایی با طول بزرگتر خواهد شد. بنابراین به نظر می رسد از این روش می توان برای مسائلی همچون طراحی سفر گردشگر که در آن مکان رخ دادن دور و وجود چندین مقصد همزمان در مسیر یابی مطرح است استفاده کرد، زیرا گره هایی که تکرار می شوند می توانند نشان دهنده مقصد های متفاوتی باشند.

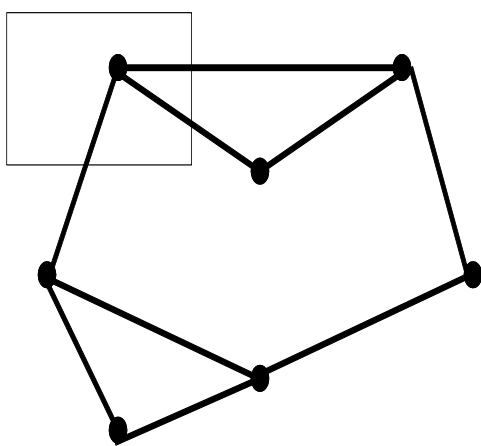
$v1 = 0$ $v2 = 6 - v1v2$ $v3 = 14 - v1v6v3$ $v4 = 11 - v1v2v4$ $v5 = 16 - v1v2v4v5$ $v6 = 6 - v1v6$	$v5 = 0$ $v1 = 10 - v3v1$ $v2 = 16 - v3v1v2$ $v4 = 9 - v3v4$ $v5 = 14 - v3v4v5$ $v6 = 16 - v3v1v6$	$v5 = 0$ $v1 = 14 - v5v2v1$ $v2 = 8 - v5v2$ $v3 = 16 - v5v6v3$ $v4 = 13 - v5v2v4$ $v6 = 8 - v5v6$
$v2 = 0$ $v1 = 6 - v2v1$ $v3 = 20 - v2v1v6v3$ $v4 = 5 - v2v4$ $v5 = 10 - v2v4v5$ $v6 = 12 - v2v1v6$	$v4 = 0$ $v1 = 19 - v4v5v2v1$ $v2 = 13 - v4v5v2$ $v3 = 21 - v4v5v6v3$ $v5 = 5 - v4v5$ $v6 = 13 - v4v5v6$	$v6 = 0$ $v1 = 18 - v6v3v1$ $v2 = 24 - v6v3v1v2$ $v3 = 8 - v6v3$ $v4 = 17 - v6v3v4$ $v5 = 21 - v6v3v4v5$

شکل ۴

### مدلسازی نحوه گردش در تقاطع ها

امروزه یکی از مسائل بسیار تاثیر گذار در زمان سفر، تعداد چراغ قرمز و نحوه چرخش در تقاطع هاست. همانطور که می دانیم زمان سفر در گردش به راست در تقاطع ها کمتر از گردش به چپ و مستقیم است. مدلسازی این مساله در آنالیزهای مسیریابی می تواند در بسیاری از موارد نتایج این آنالیزها را تغییر دهد. در موارد معدودی راه حلهایی برای مدلسازی نحوه گردش در تقاطع ها توسط محققان دیگر ارائه شده است که در تمامی آنها الگوریتم های مسیریابی در گراف اولیه را

کاربر نقطه خاصی نیست. در بسیاری از مواقع مقصد یک کاربر یک خیابان، یک محله، یک منطقه و ... است. اما تمامی الگوریتم‌ها و سیستم‌های رایج تنها قادرند مسیر یابی بین مبدا و مقصد نقطه‌ای را انجام دهند. در این بخش ضمن تشریح مساله در گراف، راهکارهای عملی حل آن بیان می‌شود. فرض کنید مطابق شکل ۷ مقصد کاربر یک ناحیه باشد.



شکل ۷

اگر کاربر خود مجبور باشد یک نقطه خاص از محدوده مد نظرش را به عنوان مقصد معرفی کند، در این صورت ممکن است که نقطه معرفی کاربر نزدیک‌ترین نقطه از بین تمامی نقاط محدوده به مبدا نباشد. پس لازم است که ابتدا سیستم نزدیک‌ترین نقطه محدوده به مبدا را انتخاب و سپس مسیر یابی را انجام دهد. انجام این کار مطابق نمودار ۱، مستلزم انجام یک فرآیند ۴ مرحله‌ای زمان‌بر است.

---

استخراج نقاط تلاقی مرز محدوده باگراف خیابان‌های شهری

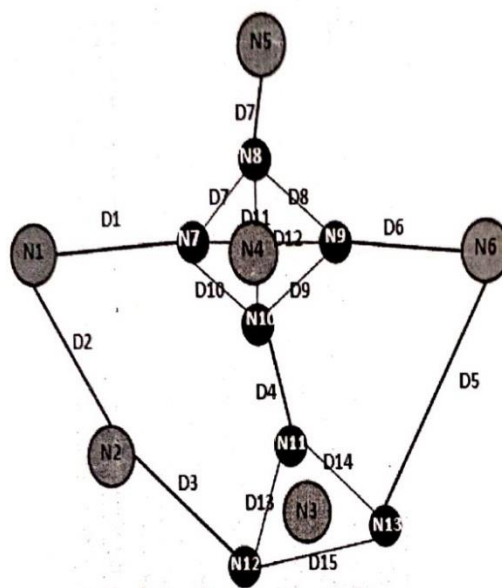
معرفی نقاط تلاقی به عنوان مقاصد سفر  
اجرای آنالیز کوتاه‌ترین مسیر بین مبدا و هر مقصد به صورت مجزا

یافتن نزدیک‌ترین مقصد و استخراج کوتاه‌ترین مسیر

---

نمودار ۱

در تقاطع‌ها لازم باشد تغییراتی در گراف اولیه انجام شود. اگر محل تقاطع‌ها را با استفاده از مفاهیم گراف خطی جداسازی کنیم، می‌توان هزینه‌های متفاوت نحوه عبور از تقاطع در گراف را مدل‌سازی کرد. شکل ۶ نشان‌دهنده چگونگی انجام این جداسازی با استفاده از مفهوم دوگان گراف خطی است.



شکل ۶

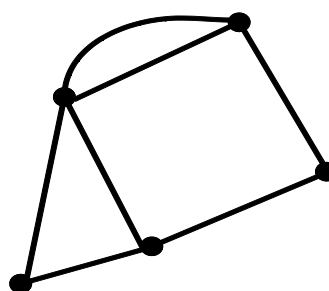
همانطور که در شکل ۶ نشان داده شده است در تمامی تقاطع‌ها (سه راه و چهار راه) به ازاء هر یال یک گره و به ازاء هر مسیر به طول ۲، یک یال در گراف دوگان وجود دارد. به این ترتیب اضافه شدن تعداد یال‌ها و گره‌ها در تقاطع‌ها می‌تواند هزینه‌های متفاوت عبور از تقاطع‌ها را در نظر گرفت. با این روش، علیرغم افزایش حجم گراف و محاسبات، خروجی آنالیزهای مسیر یابی دقیق‌تر و واقعی‌تر ارائه می‌شوند.

**یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین مبدا و مقصد غیر نقطه‌ای**

همانطور که بیان شد در بسیاری موارد مقصد سفر یک

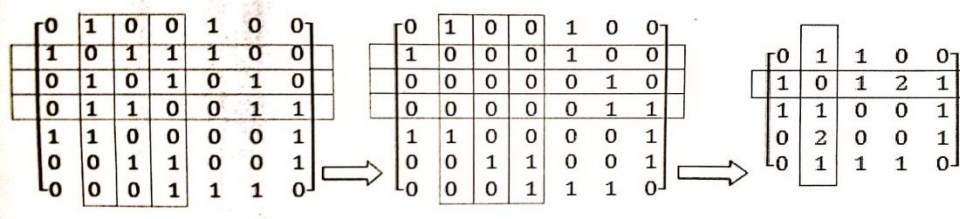
گره های داخل محدوده صفر می شوند و سپس در مرحله دوم با هم جمع می شوند. همانطور که مشاهده می شود ماتریس مجاورت گراف ۸ به دست می آید. حال که محدوده به صورت یک نقطه درآمد، می توان یکبار اجرای آنالیز کوتاهترین مسیر بین مبداء و مقصد نقطه ای بهترین مسیر را یافت. ماتریس مجاورت جدید به صورت مجازی ساخته می شود و بعد از یافتن مسیر از بین می رود. تفاوت این روش با روش قبل در این است که در این روش آنالیز کوتاهترین مسیر که الگوریتم پیچیده و زمان بری دارد تنها یک بار اجرا می شود و در نتیجه مدت زمان اجرای آن نسبت به روش قبلی به مراتب کمتر است. اگر مقصد کاربر به صورت خطی باشد نیز روش کار به همین صورت است و تفاوتی بین روش اجرا در حالت خطی و ناحیه ای نیست.

به جای انجام این فرآیند نسبتاً زمانبر که در آن آنالیز کوتاهترین مسیر بارها بایستی تکرار شود، نشان خواهیم داد که می توان یک تغییر ساده در ساختار گراف و در نتیجه ماتریس مجاورت آن مسیریابی بین مبداء و مقصد غیر نقطه ای را به نقطه ای تبدیل کرد. شکل ۸ چگونگی تغییر گراف شکل ۷ را نشان می دهد.



شکل ۸

همانطور که در این شکل نشان داده شده است، ابتدا تمامی گره های داخل محدوده شناسایی می شوند و سپس ساختار گراف تغییر می کند.



شکل ۹

همانطور که می دانیم نحوه محاسبه از طریق نرم افزار با استفاده ماتریس(ماتریس وقوع و مجاورت) است. برای تغییر ماتریس مجاورت اولیه و ساختن ماتریس مجاورت جدید کافی است درایه های گره های داخل محدوده با هم ترکیب شوند. شکل ۹ چگونگی این ترکیب را نشان می دهد. همان طور که در شکل نشان داده شده است، ابتدا درایه های مربوط به یال های بین

## تبدیل مسیر همیلتونی در دوگان گراف به دور ویلری در گراف اولیه

در GIS در موارد بسیاری نیاز به تعیین دوره‌های ویلری و همیلتونی وجود دارد. به عنوان مثال ماشین حمل زباله در صورتی می‌تواند تمامی زباله‌های موجود در یک شهر را بدون تکرار مسیر جمع کند که شبکه راه‌های آن شهرک دارای دور ویلری باشد. همچنین پستی‌چی در صورتی می‌تواند نامه‌های خود را بدون عبور از مسیر تکراری به مقصد برساند که شبکه حمل و نقل شهری که وی در آن حرکت می‌کند، دارای دور همیلتونی باشد.

شرط لازم و کافی برای وجود دور ویلری در یک گراف جهت دار این است که تعداد یالهای ورودی و خروجی در هر گره برابر باشند. اما تاکنون راه حل قطعی برای تشخیص دوره‌های همیلتونی در گراف بیان نشده است. راه حل‌های این مسئله تاکنون نیاز به زمان بسیار طولانی دارد، لیکن آزمون درستی جواب خیلی سریع انجام می‌شود. یکی از مسائل معروف و وابسته به دور همیلتونی، مسئله فروشنده دوره گرد است که یکی از قدیمی‌ترین مسائل بهینه‌سازی به شمار می‌آید. راه حل‌هایی که تاکنون برای این مسئله ارائه شده‌اند، اغلب جواب نسبتاً خوب و نه لزوماً بهینه را در بر می‌گیرد. الگوریتم ژنتیک و الگوریتم مورچه از این راه حل‌ها هستند.

در مورد وجود دور همیلتونی در گراف‌ها قضایایی بیان شده است اما هیچ کدام حالت عمومی و جامعی ندارند. از جمله این قضایا می‌توان به قضیه دیراک

[Deleon 1999] اشاره کرد، که محدود به گراف‌های خاصی است. نشان داده شده است که می‌توان دور همیلتونی در دوگان گراف را از دور ویلری در گراف اولیه استخراج کرد و بالعکس [Saberian, Malek, Hamrah, Winer 2009]

به عبارتی نشان داده شده است که مسیر همیلتونی در دوگان گراف به دور ویلری در گراف اولیه بدل می‌شود. بنابراین طبق مطالب بیان شده، در صورتیکه دوگان معکوس یک گراف دور ویلری نداشته باشد، آن گراف دور همیلتونی نخواهد داشت. همچنین اگر دوگان معکوس گراف دور ویلری داشته باشد، آن گراف دارای دور همیلتونی خواهد بود که متناظر با دور ویلری در دوگان معکوس آن است. مسلم است که اگر بتوان بیش از یک دور ویلری در گراف اولیه پیدا کرد، آنگاه دوگان آن بیش از یک دور همیلتونی خواهد داشت. به عبارت دیگر، تعداد دوره‌های همیلتونی در گراف و دوگان آن با هم برابر است.

### نتیجه‌گیری

قابلیت‌های سیستم اطلاعات مکانی در زمینه مدیریت بهینه سفرهای درون شهری، روز به روز بیشتر مورد توجه کاربران مختلف قرار می‌گیرد. برای اینکه این سیستم‌ها بتوانند هرچه بیشتر اعتماد کاربران را جلب کنند، لازم است که دقت محاسباتی و قابلیت‌های آنان افزایش یابد.

در این مقاله مروری سعی شد تا کاربردهای مختلف نظریه گراف در این حوزه مورد بحث قرار گیرد. از آن جمله تعیین وجود دور همیلتونی است که مسئله‌ای با پیچیدگی سخت به شمار می‌آید و می‌توان آن را



گراف در تقاطع هایی که گردش به راست و چپ متفاوتی دارند و تبدیل آنها به یال در دوگان خطی، انجام شد. این کار بدون الگوریتم جدید و بدون پیچیده کردن الگوریتم های رایج مسیریابی تنها با تغییر ساختار گراف اولیه ارائه گردید. پرداختن به امکان استفاده از دوگان گراف در مسائل و شبکه های حمل و نقل از جمله طراحی شبکه های چند ساختی پیشنهاد می گردد.

با استفاده از حساب دوگان ها استخراج دوگان خطی معکوس از یک گراف مشخص کرد، به این ترتیب که طی این تبدیل تمامی دور های همپلتونی در گراف اولیه به دور های اوپلری در دوگان خطی معکوس آن تبدیل می شود. در واقع دوگان ها، گراف های فضایی هستند که برای ساده سازی و یا حل بعضی از مسائل که در گراف اولیه قابل حل نیستند و یا به سختی قابل حل هستند، تعریف و استفاده شده است. همچنین نشان داده شده است که از مفاهیم دوگان گراف خطی می توان برای مدلسازی نحوه گردش در تقاطع ها بهره برد. این کار با جداسازی گره های

## منابع:

- Approach to Qualitative and Quantitative Network Analysis), Tourism Analysis, Cognizant Communication Corporation, Vol. 21, No. 2 pp. 559–576.
- Ore, O., 1990, Graphs and Their Uses, new mathematical library(34), the mathematical association of america.
- Saberian, J., Malek, M., Hamrah, M. and Winer, E., (2009) “Dual graph calculation and its application in GIS” Iranian Remote Sensing and GIS Journal 1(1), pp. 2-14.
- Saberian, J., Mesgari, M. S. and Shirzadi Babakan, A. (2010) “A new method for planning of urban bus transportation paths using of GIS”, Journal of Transportation Research, 7(1), pp.67-78.
- Saberian, J. and mesgari, M. S. (2010) “Optimum path finding base on time criteria under traffic variation”, Transportation Engineering, 1(4), pp.53-66.
- Saberian, J. and Hamrah, M. (2008) “Improving the routing algorithms in city network”, Geomatic 87, Tehran, Iran.
- Salhi, S., Wassan, N., Hajarat, M. (2013). The fleet size and mix vehicle routing problem with backhauls: formulation and set partitioning-based heuristics. Transportation Research - Part E: Logistics and Transportation Review, 56, 22°35.
- Toth, P., Vigo, D., (1997). An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science* 31, 372°385.
- Vidyasagar, M., 2003, An Algebraic Method for Finding a Dual Graph of a Given Graph, Circuits Theory, IEEE Transactions on [legacy, pre - 1988], Volume: 17, 434 – 436, ISSN: 0018-9324.
- Baggio, R. Del Chiappa, G. (2016) Complex Tourism Systems : A Quantitive Approach in M. Uysal, Z. Schwartz and E. Sirakaya-Turk (Eds) Management Science in Hospitality and Tourism :Theory, Practice and Applications pp. 14-21.
- Barnett, H.J., 2008, Early Writings on Graph Theory: Euler Circuits and The Konigsberg Bridge Problem; An Historical Project
- Brandao, J., (2006). A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. European Journal of Operational Research, 173, 540°555.
- Caldwell, T. (1961) “On finding minimum routes in a network with turn penalties”, Communications of the ACM, 4(2), pp. 107-108.
- DeLeon, M., 1999, A Study of Sufficient Conditions for Hamiltonian Cycles , Department of Mathematics and Computer Science, Seton Hall University, South Orange, New Jersey 07079, U.S.A.
- Gajdošík, T. (2016) Network Analysis of Cooperation in Tourism Destinations, Department of Tourism and Hospitality, Faculty of Economics, Matej Bel University, Banská Bystrica, Slovakia, Czech Journal of Tourism, Vol. 4, No. 1, PP. 26- 44.
- Harray; F.(1994) “ Graph theory”, Colorado: Westview Press.
- Hu, M. B., Jiang, R., Wu, Y. H., Wang, W. X., and Wu, Q. S. (2088) “ Urban traffic from the perspective and dual graph.” The European physical Journal, 63(1), pp.127-133.
- Jørgensen, M. T. (2016) Synergistic Social Network Analysis (casestudy :A Synergistic

Yan, H., Wang, H., Chen, Y. & Dai, G., 2008, Path Planning based on Constrained Delaunay Triangulation, IEEE, Intelligent Control and Automation, 5168 - 5173 ISBN: 978-1-4244-2113-8.

Winter, S., 2002, Modeling Costs of Turns in Route Planning, Geoinformatica, 345-361, Kluwer Academic Publishers, ISSN : 1384-6175.

## Graph and its application in GIS

### Abstract

One of the most important applications of spatial information systems is in the field of transportation management. In this regard, network analysis capabilities in spatial information systems, including the calculation of the shortest path, can be useful. Graphs and their theories play an important role in GIS network analysis. To solve some problems of the graph or to simplify the analysis in the graph, changes can be made to its structure. Graph simulations show that the mobility of the system depends to a large extent on the transport network topology. In general, a planned network can accommodate more vehicles, and its overall mobility is much greater than a self-organized growing network. In this article, while introducing graph capabilities in problem solving, several different applications in finding the shortest path in transportation problems will be discussed.

**Key words:** Graph, Dual Graph, Hamilton Round, Eulerian Round, Transport Network, Optimal Path